

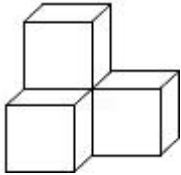
2015 年四川省凉山州中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分，每小题只有一个选项符合题意）

1. (4 分) (2015•凉山州) $(\pi - 3.14)^0$ 的相反数是 ()

- A. $3.14 - \pi$ B. 0 C. 1 D. -1

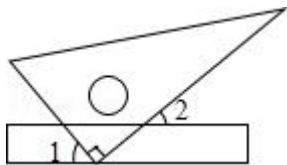
2. (4 分) (2015•凉山州) 如图是由四个相同小正方体摆成的立体图形，它的俯视图是 ()



3. (4 分) (2015•凉山州) 我州今年参加中考的学生人数大约为 5.08×10^4 人，对于这个用科学记数法表示的近似数，下列说法正确的是 ()

- A. 精确到百分位，有 3 个有效数字
B. 精确到百分位，有 5 个有效数字
C. 精确到百位，有 3 个有效数字
D. 精确到百位，有 5 个有效数字

4. (4 分) (2015•凉山州) 如图，将一块三角板的直角顶点放在直尺的一边上，当 $\angle 2 = 38^\circ$ 时， $\angle 1 =$ ()



- A. 52° B. 38° C. 42° D. 60°

5. (4 分) (2015•凉山州) 下列根式中，不能与 $\sqrt{3}$ 合并的是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $\sqrt{12}$

6. (4 分) (2015•凉山州) 某班 45 名同学某天每人的生活费用统计如表：

生活费 (元)	10	15	20	25	30
学生人数 (人)	4	10	15	10	6

对于这 45 名同学这天每人的生活费用，下列说法错误的是 ()

- A. 平均数是 20 B. 众数是 20 C. 中位数是 20 D. 极差是 20

7. (4 分) (2015•凉山州) 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2+2x+1=0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq 3$ B. $m < 3$ C. $m < 3$ 且 $m \neq 2$ D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

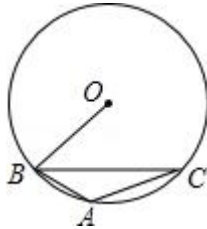
8. (4 分) (2015•凉山州) 将圆心角为 90° , 面积为 $4\pi \text{cm}^2$ 的扇形围成一个圆锥的侧面, 则所围成的圆锥的底面半径为 ()

- A. 1cm B. 2cm C. 3cm D. 4cm

9. (4 分) (2015•凉山州) 在平面直角坐标系中, 点 $P(-3, 2)$ 关于直线 $y=x$ 对称点的坐标是 ()

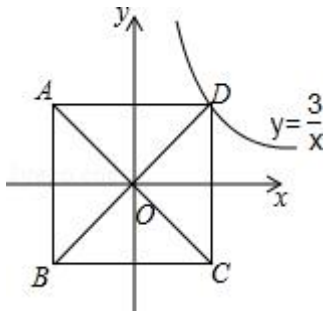
- A. $(-3, -2)$ B. $(3, 2)$ C. $(2, -3)$ D. $(3, -2)$

10. (4 分) (2015•凉山州) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle OBC=40^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 80° B. 100° C. 110° D. 130°

11. (4 分) (2015•凉山州) 以正方形 $ABCD$ 两条对角线的交点 O 为坐标原点, 建立如图所示的平面直角坐标系, 双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 经过点 D , 则正方形 $ABCD$ 的面积是 ()



- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

12. (4 分) (2015•凉山州) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列说法:

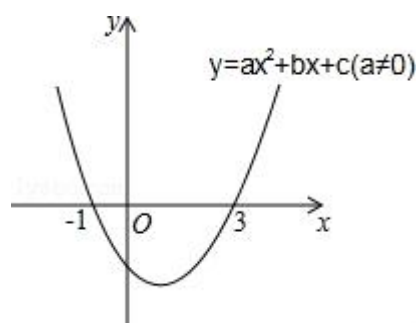
① $2a+b=0$

② 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $y < 0$

③ 若 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 在函数图象上, 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$

④ $9a+3b+c=0$

其中正确的是 ()



A. ①②④

B. ①④

C. ①②③

D. ③④

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

13. (4 分) (2015•凉山州) $\sqrt{81}$ 的平方根是_____.

14. (4 分) (2015•凉山州) 已知函数 $y=2x^{2a+b}+a+2b$ 是正比例函数, 则 $a=$ _____, $b=$ _____.

15. (4 分) (2015•凉山州) 小明同学根据全班同学的血型绘制了如图所示的扇形统计图, 已知 A 型血的有 20 人, 则 O 型血的有_____人.



16. (4 分) (2015•凉山州) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是_____.

17. (4 分) (2015•凉山州) 在 $\square ABCD$ 中, M, N 是 AD 边上的三等分点, 连接 BD, MC 相交于 O 点, 则 $S_{\triangle MOD} : S_{\triangle COB} =$ _____.

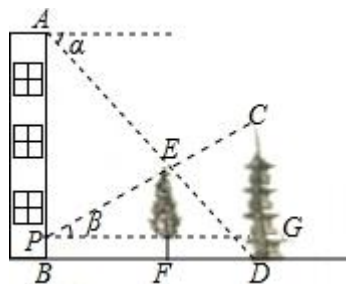
三、解答题 (共 2 小题, 满分 12 分)

18. (6 分) (2015•凉山州) 计算: $-3^2 \div \sqrt{3} \times \frac{1}{\tan 60^\circ} + |\sqrt{2} - 3|$

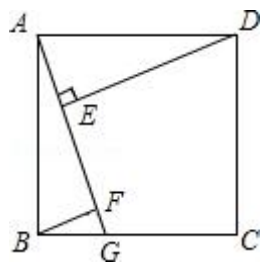
19. (6分) (2015•凉山州) 先化简: $(\frac{x+1}{x-1}+1) + \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} + \frac{2-2x}{x^2-1}$, 然后从 $-2 \leq x \leq 2$ 的范围内选取一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

四、解答题 (共 3 小题, 满分 24 分)

20. (8分) (2015•凉山州) 如图, 在楼房 AB 和塔 CD 之间有一棵树 EF , 从楼顶 A 处经过树顶 E 点恰好看到塔的底部 D 点, 且俯角 α 为 45° . 从距离楼底 B 点 1 米的 P 点处经过树顶 E 点恰好看到塔的顶部 C 点, 且仰角 β 为 30° . 已知树高 $EF=6$ 米, 求塔 CD 的高度. (结果保留根号)



21. (8分) (2015•凉山州) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, G 是 BC 上任意一点, 连接 AG , $DE \perp AG$ 于 E , $BF \parallel DE$ 交 AG 于 F , 探究线段 AF 、 BF 、 EF 三者之间的数量关系, 并说明理由.



22. (8 分) (2015•凉山州) 2015 年 5 月 6 日, 凉山州政府在邛海“空列”项目考察座谈会上与多方达成初步合作意向, 决定共同出资 60.8 亿元, 建设 40 千米的邛海空中列车. 据测算, 将有 24 千米的“空列”轨道架设在水上, 其余架设在陆地上, 并且每千米水上建设费用比陆地建设费用多 0.2 亿元.

(1) 求每千米“空列”轨道的水上建设费用和陆地建设费用各需多少亿元?

(2) 预计在某段“空列”轨道的建设中, 每天至少需要运送沙石 1600m^3 , 施工方准备租用大、小两种运输车共 10 辆, 已知每辆大车每天运送沙石 200m^3 , 每辆小车每天运送沙石 120m^3 , 大、小车每天每辆租车费用分别为 1000 元、700 元, 且要求每天租车的总费用不超过 9300 元, 问施工方有几种租车方案? 哪种租车方案费用最低, 最低费用是多少?

五、解答题 (共 2 小题, 满分 16 分)

23. (8 分) (2015•凉山州) 在甲、乙两个不透明的布袋, 甲袋中装有 3 个完全相同的小球, 分别标有数字 0, 1, 2, ; 乙袋中装有 3 个完全相同的小球, 分别标有数字 -1, -2, 0; 现从甲袋中随机抽取一个小球, 记录标有的数字为 x , 再从乙袋中随机抽取一个小球, 记录标有的数字为 y , 确定点 M 坐标为 (x, y) .

(1) 用树状图或列表法列举点 M 所有可能的坐标;

(2) 求点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -x + 1$ 的图象上的概率;

(3) 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径是 2, 求过点 $M(x, y)$ 能作 $\odot O$ 的切线的概率.

24. (8分) (2015•凉山州) 阅读理解

材料一：一组对边平行，另一组对边不平行的四边形叫梯形，其中平行的两边叫梯形的底边，不平行的两边叫梯形的腰，连接梯形两腰中点的线段叫梯形的中位线．梯形的中位线具有以下性质：

梯形的中位线平行于两底和，并且等于两底和的一半．

如图 (1)：在梯形 ABCD 中：AD // BC

∵ E、F 是 AB、CD 的中点

∴ EF // AD // BC

$$EF = \frac{1}{2} (AD + BC)$$

材料二：经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边

如图 (2)：在△ABC 中：

∵ E 是 AB 的中点，EF // BC

∴ F 是 AC 的中点

请你运用所学知识，结合上述材料，解答下列问题．

如图 (3) 在梯形 ABCD 中，AD // BC，AC ⊥ BD 于 O，E、F 分别为 AB、CD 的中点，∠DBC = 30°

(1) 求证：EF = AC；

(2) 若 $OD = 3\sqrt{3}$ ，OC = 5，求 MN 的长．

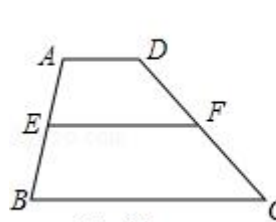


图 (1)

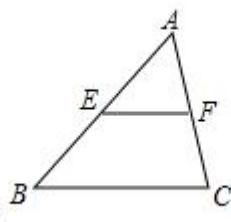


图 (2)

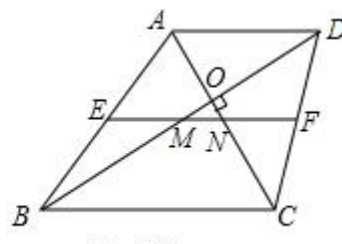


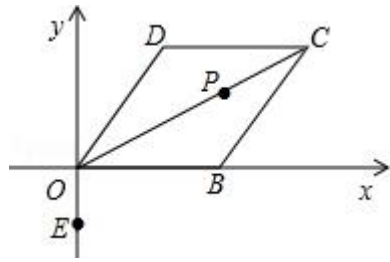
图 (3)

六、填空题（共 2 小题，每小题 5 分，满分 10 分）

25. (5 分) (2015•凉山州) 已知实数 m , n 满足 $3m^2+6m-5=0$, $3n^2+6n-5=0$, 且 $m \neq n$, 则

$$\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

26. (5 分) (2015•凉山州) 菱形 $ABCD$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 顶点 B (2, 0), $\angle DOB=60^\circ$, 点 P 是对角线 OC 上一个动点, E (0, -1), 当 $EP+BP$ 最短时, 点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

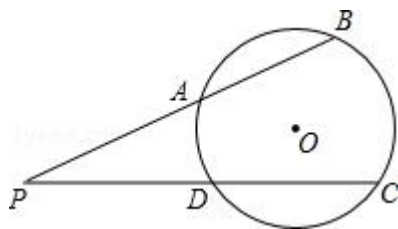


七、解答题（共 2 小题，满分 20 分）

27. (8 分) (2015•凉山州) 如图, $\odot O$ 的半径为 5, 点 P 在 $\odot O$ 外, PB 交 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, PC 交 $\odot O$ 于 D 、 C 两点.

(1) 求证: $PA \cdot PB = PD \cdot PC$;

(2) 若 $PA = \frac{45}{4}$, $AB = \frac{19}{4}$, $PD = DC + 2$, 求点 O 到 PC 的距离.

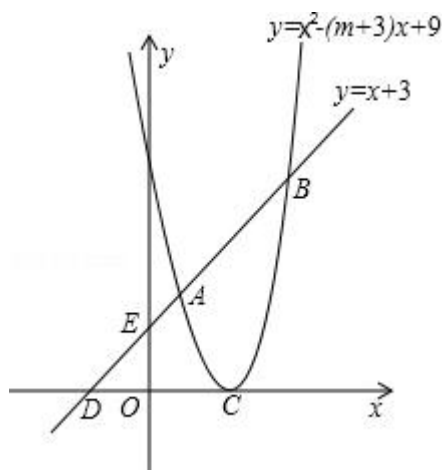


28. (12 分) (2015•凉山州) 如图, 已知抛物线 $y=x^2-(m+3)x+9$ 的顶点 C 在 x 轴正半轴上, 一次函数 $y=x+3$ 与抛物线交于 A 、 B 两点, 与 x 、 y 轴交于 D 、 E 两点.

(1) 求 m 的值.

(2) 求 A 、 B 两点的坐标.

(3) 点 $P(a, b)$ ($-3 < a < 1$) 是抛物线上一点, 当 $\triangle PAB$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 2 倍时, 求 a 、 b 的值.



2015 年四川省凉山州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 4 分，满分 48 分，每小题只有一个选项符合题意）

1. (4 分) (2015•凉山州) $(\pi - 3.14)^0$ 的相反数是 ()

- A. $3.14 - \pi$ B. 0 C. 1 D. -1

考点： 零指数幂；相反数.

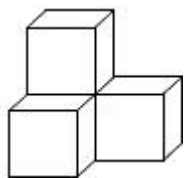
分析： 首先利用零指数幂的性质得出 $(\pi - 3.14)^0$ 的值，再利用相反数的定义进行解答，即只有符号不同的两个数互为相反数.

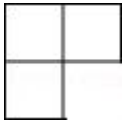
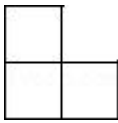
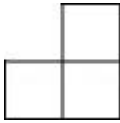
解答： 解： $(\pi - 3.14)^0$ 的相反数是： -1.

故选： D.

点评： 本题考查的是相反数的定义以及零指数幂的定义，正确把握相关定义是解题关键.

2. (4 分) (2015•凉山州) 如图是由四个相同小正方体摆成的立体图形，它的俯视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点： 简单组合体的三视图.

分析： 根据从上面看得到的视图是俯视图，可得答案.

解答： 解： 从上边看第一层是一个小正方形，第二层在第一层的上面一个小正方形，右边一个小正方形，

故选： B.

点评： 本题考查了简单组合体的三视图，从上面看的到的视图是俯视图.

3. (4 分) (2015•凉山州) 我州今年参加中考的学生人数大约为 5.08×10^4 人，对于这个用科学记数法表示的近似数，下列说法正确的是 ()

- A. 精确到百分位，有 3 个有效数字
B. 精确到百分位，有 5 个有效数字
C. 精确到百位，有 3 个有效数字
D. 精确到百位，有 5 个有效数字

考点： 科学记数法与有效数字.

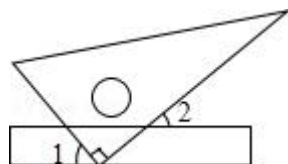
分析： 近似数精确到哪一位，应当看末位数字实际在哪一位.

解答： 解： 5.08×10^4 精确到了百位，有三个有效数字，

故选 C.

点评： 此题考查科学记数法和有效数字，对于用科学记数法表示的数，有效数字的计算方法以及与精确到哪一位是需要识记的内容，经常会出错.

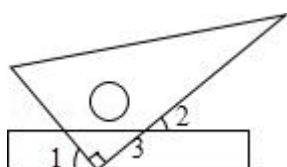
4. (4分) (2015•凉山州) 如图，将一块三角板的直角顶点放在直尺的一边上，当 $\angle 2=38^\circ$ 时， $\angle 1= (\quad)$



- A. 52° B. 38° C. 42° D. 60°

考点： 平行线的性质.

分析： 先求出 $\angle 3$ ，再由平行线的性质可得 $\angle 1$.



解答： 解：如图：

$\angle 3 = \angle 2 = 38^\circ$ (两直线平行同位角相等),

$\therefore \angle 1 = 90^\circ - \angle 3 = 52^\circ$,

故选 A.

点评： 本题考查了平行线的性质，解答本题的关键是掌握：两直线平行同位角相等.

5. (4分) (2015•凉山州) 下列根式中，不能与 $\sqrt{3}$ 合并的是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $\sqrt{12}$

考点： 同类二次根式.

分析： 将各式化为最简二次根式即可得到结果.

解答： 解：A、 $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，本选项不合题意；

B、 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，本选项不合题意；

C、 $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，本选项合题意；

D、 $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，本选项不合题意；

故选 C.

点评： 此题考查了同类二次根式，熟练掌握同类二次根式的定义是解本题的关键.

6. (4分) (2015•凉山州) 某班 45 名同学某天每人的生活费用统计如表：

生活费 (元)	10	15	20	25	30
学生人数 (人)	4	10	15	10	6

对于这 45 名同学这天每人的生活费用，下列说法错误的是 ()

- A. 平均数是 20 B. 众数是 20 C. 中位数是 20 D. 极差是 20

考点：众数；加权平均数；中位数；极差.

分析：根据众数、中位数、极差、平均数的概念求解.

解答：解：这组数据中位数是 20，

则众数为：20，

平均数为：20.4，

极差为：30 - 10 = 20.

故选 A.

点评：本题考查了众数、极差、中位数和平均数的概念，掌握各知识点的概念是解答本题的关键.

7. (4 分) (2015•凉山州) 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2+2x+1=0$ 有实数根，则 m 的取值范围是 ()

A. $m \leq 3$

B. $m < 3$

C. $m < 3$ 且 $m \neq 2$

D. $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$

考点：根的判别式；一元二次方程的定义.

分析：根据一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 的意义得到 $m-2 \neq 0$ 且 $\Delta \geq 0$ ，即 $2^2 - 4 \times (m-2) \times 1 \geq 0$ ，然后解不等式组即可得到 m 的取值范围.

解答：解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2+2x+1=0$ 有实数根，

$\therefore m-2 \neq 0$ 且 $\Delta \geq 0$ ，即 $2^2 - 4 \times (m-2) \times 1 \geq 0$ ，解得 $m \leq 3$ ，

$\therefore m$ 的取值范围是 $m \leq 3$ 且 $m \neq 2$.

故选：D.

点评：本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根.

8. (4 分) (2015•凉山州) 将圆心角为 90° ，面积为 $4\pi \text{cm}^2$ 的扇形围成一个圆锥的侧面，则所围成的圆锥的底面半径为 ()

A. 1cm

B. 2cm

C. 3cm

D. 4cm

考点：圆锥的计算.

专题：计算题.

分析：设扇形的半径为 R ，根据扇形面积公式得 $\frac{90 \cdot \pi \cdot R^2}{360} = 4\pi$ ，解得 $R=4$ ；设圆锥的底面圆的半径为 r ，利用圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形面积公式得到 $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r \cdot 4 = 4\pi$ ，然后解方程即可.

解答：解：设扇形的半径为 R ，根据题意得 $\frac{90 \cdot \pi \cdot R^2}{360} = 4\pi$ ，解得 $R=4$ ，

设圆锥的底面圆的半径为 r ，则 $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot r \cdot 4 = 4\pi$ ，解得 $r=1$ ，

即所围成的圆锥的底面半径为 1cm.

故选 A.

点评： 本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

9. (4 分) (2015•凉山州) 在平面直角坐标系中，点 $P(-3, 2)$ 关于直线 $y=x$ 对称点的坐标是 ()

- A. $(-3, -2)$ B. $(3, 2)$ C. $(2, -3)$ D. $(3, -2)$

考点： 坐标与图形变化-对称.

分析： 根据直线 $y=x$ 是第一、三象限的角平分线，和点 P 的坐标结合图形得到答案.

解答： 解：点 P 关于直线 $y=x$ 对称点为点 Q ,

作 $AP \parallel x$ 轴交 $y=x$ 于 A ,

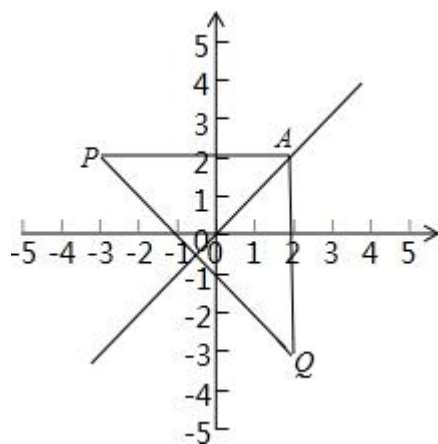
$\because y=x$ 是第一、三象限的角平分线,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, 2)$,

$\because AP=AQ$,

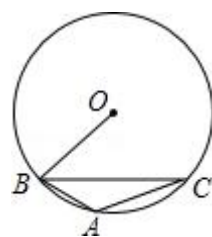
$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(2, -3)$

故选: C.



点评： 本题考查的是坐标与图形的变换，掌握轴对称的性质是解题的关键，注意角平分线的性质的应用.

10. (4 分) (2015•凉山州) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle OBC=40^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 80° B. 100° C. 110° D. 130°

考点： 圆周角定理.

分析： 连接 OC ，然后根据等边对等角可得： $\angle OCB=\angle OBC=40^\circ$ ，然后根据三角形内角和定理可得 $\angle BOC=100^\circ$ ，然后根据周角的定义可求： $\angle 1=260^\circ$ ，然后根据圆周角定理即可求出 $\angle A$ 的度数.

解答： 解：连接 OC ，如图所示，

12. (4分) (2015•凉山州) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示, 下列说法:

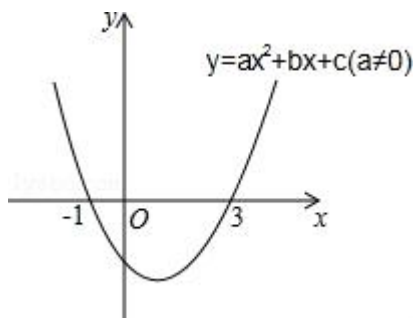
① $2a+b=0$

② 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $y < 0$

③ 若 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 在函数图象上, 当 $x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$

④ $9a+3b+c=0$

其中正确的是 ()



A. ①②④

B. ①④

C. ①②③

D. ③④

考点: 二次函数图象与系数的关系; 二次函数图象上点的坐标特征.

分析: ① 函数图象的对称轴为: $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1+3}{2} = 1$, 所以 $b = -2a$, 即 $2a+b=0$;

② 由抛物线的开口方向可以确定 a 的符号, 再利用图象与 x 轴的交点坐标以及数形结合思想得出当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $y \leq 0$;

③ 由图象可以得到抛物线对称轴为 $x=1$, 由此即可确定抛物线的增减性;

④ 由图象过点 $(3, 0)$, 即可得出 $9a+3b+c=0$.

解答: 解: ① $\because$ 函数图象的对称轴为: $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1+3}{2} = 1$,

$\therefore b = -2a$, 即 $2a+b=0$, 故①正确;

② $\because$ 抛物线开口方向朝上,

$\therefore a > 0$,

又 $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交点为 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$,

$\therefore$ 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $y \leq 0$, 故②错误;

③ $\because$ 抛物线的对称轴为 $x=1$, 开口方向向上,

$\therefore$ 若 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 在函数图象上, 当 $1 < x_1 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $x_1 < x_2 < 1$ 时, $y_1 > y_2$;

故③错误;

④ $\because$ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象过点 $(3, 0)$,

$\therefore x=3$ 时, $y=0$, 即 $9a+3b+c=0$, 故④正确.

故选 B.

点评: 本题考查了二次函数图象与系数的关系, 二次函数图象上点的坐标特征, 二次函数的性质, 抛物线与 x 轴的交点, 难度适中.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 4 分, 满分 20 分)

13. (4分) (2015•凉山州) $\sqrt{81}$ 的平方根是 ± 3 .

考点: 平方根; 算术平方根.

分析： 首先化简 $\sqrt{81}$ ，再根据平方根的定义计算平方根.

解答： 解： $\sqrt{81}=9$,

9 的平方根是 ± 3 ,

故答案为： ± 3 .

点评： 此题主要考查了平方根，关键是掌握一个正数有两个平方根，这两个平方根互为相反数.

14. (4 分) (2015•凉山州) 已知函数 $y=2x^{2a+b}+a+2b$ 是正比例函数，则 $a=-\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{3}$.

考点： 正比例函数的定义；解二元一次方程组.

分析： 根据正比例函数的定义可得关于 a 和 b 的方程，解出即可.

解答： 解：根据题意可得： $2a+b=1$, $a+2b=0$,

解得： $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{3}$.

故答案为： $\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{3}$.

点评： 此题考查正比例函数的定义，解题关键是掌握正比例函数的定义条件：正比例函数 $y=kx$ 的定义条件是： k 为常数且 $k \neq 0$ ，自变量次数为 1.

15. (4 分) (2015•凉山州) 小明同学根据全班同学的血型绘制了如图所示的扇形统计图，已知 A 型血的有 20 人，则 O 型血的有 10 人.



考点： 扇形统计图.

分析： 根据 A 型血的有 20 人，所占的百分比是 40%即可求得班级总人数，根据 AB 型所对应的扇形圆心角的度数求得对应的百分比，则用总人数乘以 O 型血所对应的百分比即可求解.

解答： 解：全班的人数是： $20 \div 40\% = 50$ (人)，

AB 型的所占的百分比是： $\frac{36}{360} \times 100\% = 10\%$,

则 O 型血的人数是： $50 (1 - 40\% - 30\% - 10\%) = 10$ (人).

故答案为：10.

点评： 本题考查的是扇形统计图的运用，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

16. (4 分) (2015•凉山州) 分式方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解是 $x=9$.

考点： 解分式方程.

专题： 计算题.

分析： 观察可得最简公分母是 $x(x-3)$ ，方程两边乘最简公分母，可以把分式方程转化为整式方程求解.

解答： 解：方程的两边同乘 $x(x-3)$ ，得

$$3x - 9 = 2x,$$

解得 $x=9$.

检验：把 $x=9$ 代入 $x(x-3) \neq 0$.

$\therefore$ 原方程的解为： $x=9$.

故答案为： $x=9$.

点评： 本题考查了解分式方程，注：

(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意验根.

17. (4分) (2015•凉山州) 在 $\square ABCD$ 中，M，N 是 AD 边上的三等分点，连接 BD，MC 相交于 O 点，则 $S_{\triangle MOD} : S_{\triangle COB} = \frac{2}{3}$ 或 $\frac{1}{3}$.

考点： 相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质.

分析： 首先根据 M，N 是 AD 边上的三等分点，判断出 $\frac{DM}{BC} = \frac{2}{3}$ 或 $\frac{DM}{AD} = \frac{1}{3}$ ；然后根据四边形 ABCD 是平行四边形，判断出 $AD \parallel BC$ ， $\triangle DMO \sim \triangle BCO$ ，据此求出 $\frac{MO}{CO}$ ；从而可得 $S_{\triangle MOD} :$

$S_{\triangle COB}$.

解答： 解：如图，

$\because$ M，N 是 AD 边上的三等分点，

当 $\frac{DM}{AD} = \frac{2}{3}$ 时，如图 1，

$$\therefore \frac{DM}{BC} = \frac{2}{3},$$

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle DMO \sim \triangle BCO$,

$$\therefore S_{\triangle MOD} : S_{\triangle COB} = \left(\frac{DM}{BC}\right)^2 = \frac{4}{9}.$$

当 $\frac{DM}{AD} = \frac{1}{3}$ 时，如图 1，

$$\text{同理可得 } S_{\triangle MOD} : S_{\triangle COB} = \frac{1}{9}.$$

故答案为： $\frac{4}{9}$ 或 $\frac{1}{9}$.

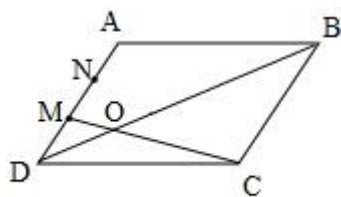


图2

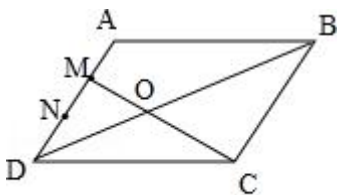


图1

点评: (1) 此题主要考查了相似三角形的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用, 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

(2) 此题还考查了平行四边形的性质和应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确平行四边形的性质: ①边: 平行四边形的对边相等. ②角: 平行四边形的对角相等. ③对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

(3) 此题还考查了三角形的面积的求法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 三角形的高一定时, 三角形的面积和底成正比.

三、解答题 (共 2 小题, 满分 12 分)

18. (6 分) (2015•凉山州) 计算: $-3^2 \div \sqrt{3} \times \frac{1}{\tan 60^\circ} + |\sqrt{2} - 3|$

考点: 二次根式的混合运算; 特殊角的三角函数值.

分析: 分别利用特殊角的三角函数值以及绝对值的性质化简求出即可.

解答: 解: $-3^2 \div \sqrt{3} \times \frac{1}{\tan 60^\circ} + |\sqrt{2} - 3|$

$$= -9 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + 3 - \sqrt{2}$$

$$= -\sqrt{2}.$$

点评: 此题主要考查了二次根式的混合运算以及特殊角的三角函数值、绝对值的性质等知识, 正确化简各数是解题关键.

19. (6 分) (2015•凉山州) 先化简: $(\frac{x+1}{x-1} + 1) + \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} + \frac{2-2x}{x^2-1}$, 然后从 $-2 \leq x \leq 2$ 的

范围内选取一个合适的整数作为 x 的值代入求值.

考点: 分式的化简求值.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的加法法则计算, 同时根据除法法则变形, 约分得到最简结果, 将 $x=0$ 代入计算即可求出值.

解答: 解: $(\frac{x+1}{x-1}+1) + \frac{x^2+x}{x^2-2x+1} + \frac{2-2x}{x^2-1}$

$$= \frac{x+1+x-1}{x-1} + \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} + \frac{2(1-x)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{2x}{x-1} + \frac{x(x+1)}{(x-1)^2} - \frac{2}{x+1}$$

$$= \frac{2x(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-1)^2} + \frac{x(x+1)^2}{(x+1)(x-1)^2} - \frac{2(x-1)^2}{(x+1)(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^3-2x+x^3+2x^2+x-2x^2+4x-2}{(x+1)(x-1)^2}$$

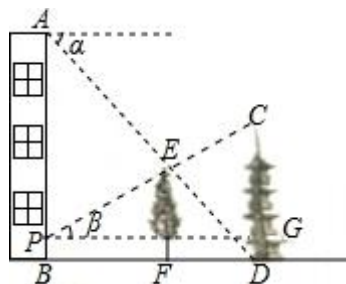
$$= \frac{3x^3+3x-2}{(x+1)(x-1)^2},$$

把 $x=0$ 代入得: 原式 $= -2$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

四、解答题 (共 3 小题, 满分 24 分)

20. (8 分) (2015·凉山州) 如图, 在楼房 AB 和塔 CD 之间有一棵树 EF, 从楼顶 A 处经过树顶 E 点恰好看到塔的底部 D 点, 且俯角 α 为 45° . 从距离楼底 B 点 1 米的 P 点处经过树顶 E 点恰好看到塔的顶部 C 点, 且仰角 β 为 30° . 已知树高 EF=6 米, 求塔 CD 的高度. (结果保留根号)



考点: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题.

分析: 根据题意求出 $\angle BAD = \angle ADB = 45^\circ$, 进而根据等腰直角三角形的性质求得 FD, 在 $\text{Rt}\triangle PEH$ 中, 利用特殊角的三角函数值分别求出 BF, 即可求得 PG, 在 $\text{Rt}\triangle PCG$ 中, 继而可求出 CG 的长度.

解答: 解: 由题意可知 $\angle BAD = \angle ADB = 45^\circ$,
 $\therefore FD = EF = 6$ 米,

在 $\text{Rt}\triangle PEH$ 中, $\therefore \tan \beta = \frac{EH}{PH} = \frac{5}{BF}$,

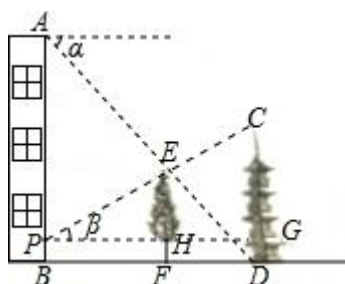
$$\therefore BF = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore PG = BD = BF + FD = 5\sqrt{3} + 6,$$

在 $\text{RT}\triangle PCG$ 中, $\therefore \tan\beta = \frac{CG}{PG},$

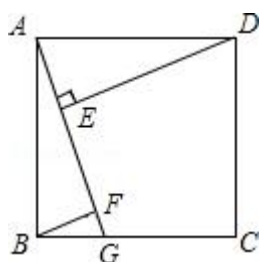
$$\therefore CG = (5\sqrt{3} + 6) \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 5 + 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CD = (6 + 2\sqrt{3}) \text{ 米}.$$



点评: 本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是构造直角三角形, 利用三角函数的知识求解相关线段的长度.

21. (8分) (2015•凉山州) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, G 是 BC 上任意一点, 连接 AG , $DE \perp AG$ 于 E , $BF \parallel DE$ 交 AG 于 F , 探究线段 AF 、 BF 、 EF 三者之间的数量关系, 并说明理由.



考点: 全等三角形的判定与性质; 正方形的性质.

分析: 根据正方形的性质, 可得 $AB=AD$, $\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$, 根据余角的性质, 可得 $\angle ADE=\angle BAF$, 根据全等三角形的判定与性质, 可得 BF 与 AE 的关系, 再根据等量代换, 可得答案.

解答: 解: 线段 AF 、 BF 、 EF 三者之间的数量关系 $AF=BF+EF$, 理由如下:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB=AD$, $\angle DAB=\angle ABC=90^\circ$.

$\because DE \perp AG$ 于 E , $BF \parallel DE$ 交 AG 于 F ,

$\therefore \angle AED=\angle DEF=\angle AFB=90^\circ$,

$\therefore \angle ADE+\angle DAE=90^\circ$, $\angle DAE+\angle BAF=90^\circ$,

$\therefore \angle ADE=\angle BAF$.

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DAE$ 中 $\begin{cases} \angle BAF=\angle ADE \\ \angle AFB=\angle DEA, \\ AB=AD \end{cases}$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE$ (AAS),

$\therefore BF = AE$.

$\therefore AF = AE + EF$,

$AF = BF + EF$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质, 利用了正方形的性质, 余角的性质, 全等三角形的判定与性质, 等量代换.

22. (8分) (2015•凉山州) 2015年5月6日, 凉山州政府在邛海“空列”项目考察座谈会上与多方达成初步合作意向, 决定共同出资60.8亿元, 建设40千米的邛海空中列车. 据测算, 将有24千米的“空列”轨道架设在水上, 其余架设在陆地上, 并且每千米水上建设费用比陆地建设费用多0.2亿元.

(1) 求每千米“空列”轨道的水上建设费用和陆地建设费用各需多少亿元?

(2) 预计在某段“空列”轨道的建设中, 每天至少需要运送沙石 1600m^3 , 施工方准备租用大、小两种运输车共10辆, 已知每辆大车每天运送沙石 200m^3 , 每辆小车每天运送沙石 120m^3 , 大、小车每天每辆租车费用分别为1000元、700元, 且要求每天租车的总费用不超过9300元, 问施工方有几种租车方案? 哪种租车方案费用最低, 最低费用是多少?

考点: 一元一次不等式组的应用; 二元一次方程组的应用.

分析: (1) 首先根据题意, 设每千米“空列”轨道的水上建设费用需要 x 亿元, 每千米陆地建设费用需 y 亿元, 然后根据“空列”项目总共需要60.8亿元, 以及每千米水上建设费用比陆地建设费用多0.2亿元, 列出二元一次方程组, 再解方程组, 求出每千米“空列”轨道的水上建设费用和陆地建设费用各需多少亿元即可.

(2) 首先根据题意, 设每天租 m 辆大车, 则需要租 $10 - m$ 辆小车, 然后根据每天至少需要运送沙石 1600m^3 , 以及每天租车的总费用不超过9300元, 列出一元一次不等式组, 判断出施工方有几种租车方案; 最后分别求出每种租车方案的费用是多少, 判断出哪种租车方案费用最低, 最低费用是多少即可.

解答: 解: (1) 设每千米“空列”轨道的水上建设费用需要 x 亿元, 每千米陆地建设费用需 y 亿元,

$$\text{则} \begin{cases} 24x + (40 - 24)y = 60.8 \\ x - y = 0.2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 1.6 \\ y = 1.4 \end{cases}.$$

所以每千米“空列”轨道的水上建设费用需要1.6亿元, 每千米陆地建设费用需1.4亿元.

答: 每千米“空列”轨道的水上建设费用需要1.6亿元, 每千米陆地建设费用需1.4亿元.

(2) 设每天租 m 辆大车, 则需要租 $10 - m$ 辆小车,

$$\text{则} \begin{cases} 200m + 120(10 - m) \geq 1600 \\ 1000m + 700(10 - m) \leq 9300 \end{cases}$$

$$\therefore 5 \leq m \leq \frac{23}{3},$$

$\therefore$ 施工方有3种租车方案:

①租5辆大车和5辆小车;

②租 6 辆大车和 4 辆小车;
③租 7 辆大车和 3 辆小车;
①租 5 辆大车和 5 辆小车时,
租车费用为:

$$\begin{aligned} &1000 \times 5 + 700 \times 5 \\ &= 5000 + 3500 \\ &= 8500 \text{ (元)} \end{aligned}$$

②租 6 辆大车和 4 辆小车时,
租车费用为:

$$\begin{aligned} &1000 \times 6 + 700 \times 4 \\ &= 6000 + 2800 \\ &= 8800 \text{ (元)} \end{aligned}$$

③租 7 辆大车和 3 辆小车时,
租车费用为:

$$\begin{aligned} &1000 \times 7 + 700 \times 3 \\ &= 7000 + 2100 \\ &= 9100 \text{ (元)} \end{aligned}$$

$$\therefore 8500 < 8800 < 9100,$$

$\therefore$ 租 5 辆大车和 5 辆小车时, 租车费用最低, 最低费用是 8500 元.

点评: (1) 此题主要考查了一元一次不等式组的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤: ①分析题意, 找出不等关系; ②设未知数, 列出不等式组; ③解不等式组; ④从不等式组解集中找出符合题意的答案; ⑤作答.

(2) 此题还考查了二元一次方程组的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤: ①审题: 找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系. ②设元: 找出题中的两个关键的未知量, 并用字母表示出来. ③列方程组: 挖掘题目中的关系, 找出两个等量关系, 列出方程组. ④求解. ⑤检验作答: 检验所求解是否符合实际意义, 并作答.

五、解答题 (共 2 小题, 满分 16 分)

23. (8 分) (2015•凉山州) 在甲、乙两个不透明的布袋, 甲袋中装有 3 个完全相同的小球, 分别标有数字 0, 1, 2; 乙袋中装有 3 个完全相同的小球, 分别标有数字 -1, -2, 0; 现从甲袋中随机抽取一个小球, 记录标有的数字为 x , 再从乙袋中随机抽取一个小球, 记录标有的数字为 y , 确定点 M 坐标为 (x, y) .

- (1) 用树状图或列表法列举点 M 所有可能的坐标;
- (2) 求点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -x + 1$ 的图象上的概率;
- (3) 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径是 2, 求过点 $M(x, y)$ 能作 $\odot O$ 的切线的概率.

考点: 列表法与树状图法; 一次函数图象上点的坐标特征; 切线的性质.

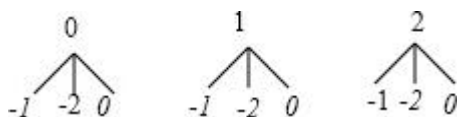
专题: 计算题.

分析: (1) 用树状图法展示所有 9 种等可能的结果数;

(2) 根据一次函数图象上点的坐标特征, 从 9 个点中找出满足条件的点, 然后根据概率公式计算;

(3) 利用点与圆的位置关系找出圆上的点和圆外的点，由于过这些点可作 $\odot O$ 的切线，则可计算出过点 $M(x, y)$ 能作 $\odot O$ 的切线的概率.

解答： 解：(1) 画树状图：



共有 9 种等可能的结果数，它们是：(0, -1), (0, -2), (0, 0), (1, -1), (1, -2), (1, 0), (2, -1), (2, -2), (2, 0)；

(2) 在直线 $y = -x + 1$ 的图象上的点有：(1, 0), (2, -1),

所以点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -x + 1$ 的图象上的概率 $= \frac{2}{9}$ ；

(3) 在 $\odot O$ 上的点有 (0, -2), (2, 0)，在 $\odot O$ 外的点有 (1, -2), (2, -1), (2, -2)，所以过点 $M(x, y)$ 能作 $\odot O$ 的切线的点有 5 个，

所以过点 $M(x, y)$ 能作 $\odot O$ 的切线的概率 $= \frac{5}{9}$.

点评： 本题考查了列表法与树状图法：利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，求出概率. 也考查了一次函数图象上点的坐标特征和切线的性质.

24. (8 分) (2015•凉山州) 阅读理解

材料一：一组对边平行，另一组对边不平行的四边形叫梯形，其中平行的两边叫梯形的底边，不平行的两边叫梯形的底边，不平行的两边叫梯形的腰，连接梯形两腰中点的线段叫梯形的中位线. 梯形的中位线具有以下性质：

梯形的中位线平行于两底和，并且等于两底和的一半.

如图 (1)：在梯形 ABCD 中： $AD \parallel BC$

$\because E, F$ 是 AB、CD 的中点

$\therefore EF \parallel AD \parallel BC$

$$EF = \frac{1}{2} (AD + BC)$$

材料二：经过三角形一边的中点与另一边平行的直线必平分第三边

如图 (2)：在 $\triangle ABC$ 中：

$\because E$ 是 AB 的中点， $EF \parallel BC$

$\therefore F$ 是 AC 的中点

请你运用所学知识，结合上述材料，解答下列问题.

如图 (3) 在梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$ ， $AC \perp BD$ 于 O， E、F 分别为 AB、CD 的中点， $\angle DBC = 30^\circ$

(1) 求证： $EF = AC$ ；

(2) 若 $OD = 3\sqrt{3}$ ， $OC = 5$ ， 求 MN 的长.

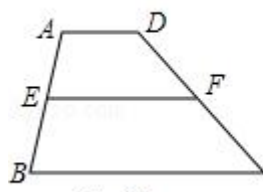


图 (1)

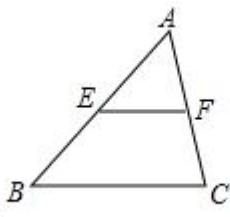


图 (2)

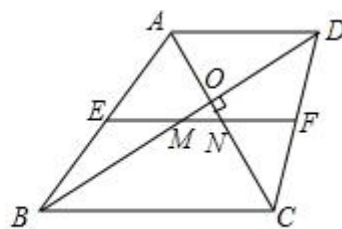


图 (3)

考点： 四边形综合题.

分析： (1) 由直角三角形中 30° 的锐角所对的直角边是斜边的一半，可得 $OA = \frac{1}{2}AD$,

$OC = \frac{1}{2}BC$ ，即可证明；

(2) 直角三角形中 30° 的锐角所对的直角边是斜边的一半，得出 $OA = 3$ ，利用平行线得出 $ON = \frac{1}{2}MN$ ，再根据 $AN = \frac{1}{2}AC = 4$ ，得出 $ON = 4 - 3 = 1$ ，进而得出 MN 的值.

解答： (1) 证明： $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADO = \angle DBC = 30^\circ$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle AOD$ 和 $Rt\triangle BOC$ 中， $OA = \frac{1}{2}AD$ ， $OC = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore AC = OA + OC = \frac{1}{2}(AD + BC)$,

$\therefore EF = \frac{1}{2}(AD + BC)$,

$\therefore AC = EF$;

(2) 解： $\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle ADO = \angle DBC = 30^\circ$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle AOD$ 和 $Rt\triangle BOC$ 中， $OA = \frac{1}{2}AD$ ， $OC = \frac{1}{2}BC$,

$\therefore OD = 3\sqrt{3}$ ， $OC = 5$,

$\therefore OA = 3$,

$\because AD \parallel EF$,

$\therefore \angle ADO = \angle OMN = 30^\circ$,

$\therefore ON = \frac{1}{2}MN$,

$\therefore AN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(OA + OC) = 4$,

$\therefore ON = AN - OA = 4 - 3 = 1$,

$\therefore MN = 2ON = 2$.

点评： 此题主要考查四边形的综合题，关键是根据梯形中位线的性质和直角三角形中 30° 的锐角所对的直角边是斜边的一半进行分析.

六、填空题 (共 2 小题，每小题 5 分，满分 10 分)

25. (5分) (2015•凉山州) 已知实数 m, n 满足 $3m^2+6m-5=0$, $3n^2+6n-5=0$, 且 $m \neq n$, 则 $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{22}{5}$.

考点: 根与系数的关系.

分析: 由 $m \neq n$ 时, 得到 m, n 是方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个不等的根, 根据根与系数的关系进行求解.

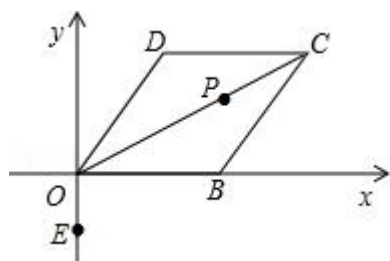
解答: 解: $\because m \neq n$ 时, 则 m, n 是方程 $3x^2 - 6x - 5 = 0$ 的两个不相等的根, $\therefore m+n=2$, $mn=-\frac{5}{3}$.

$$\therefore \text{原式} = \frac{m^2+n^2}{mn} = \frac{(m+n)^2 - 2mn}{mn} = \frac{2^2 - 2 \times (-\frac{5}{3})}{-\frac{5}{3}} = -\frac{22}{5},$$

故答案为: $-\frac{22}{5}$.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与系数的关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

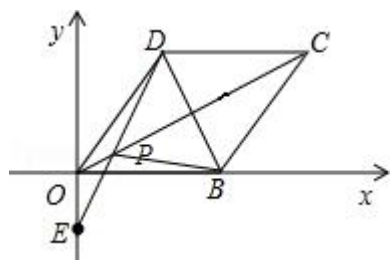
26. (5分) (2015•凉山州) 菱形 ABCD 在平面直角坐标系中的位置如图所示, 顶点 B (2, 0), $\angle DOB=60^\circ$, 点 P 是对角线 OC 上一个动点, E (0, -1), 当 EP+BP 最短时, 点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3}-3, 2-\sqrt{3})$.



考点: 菱形的性质; 坐标与图形性质; 轴对称-最短路线问题.

分析: 点 B 的对称点是点 D, 连接 ED, 交 OC 于点 P, 再得出 ED 即为 EP+BP 最短, 解答即可.

解答: 解: 连接 ED, 如图,



$\because$ 点 B 的对称点是点 D,

$\therefore DP=BP$,
 $\therefore ED$ 即为 $EP+BP$ 最短,
 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, 顶点 $B(2, 0)$, $\angle DOB=60^\circ$,
 $\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$,
 $\therefore$ 点 C 的坐标为 $(3, \sqrt{3})$,
 $\therefore$ 可得直线 OC 的解析式为: $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$,
 $\because$ 点 E 的坐标为 $(-1, 0)$,
 $\therefore$ 可得直线 ED 的解析式为: $y=(1+\sqrt{3})x-1$,
 $\because$ 点 P 是直线 OC 和直线 ED 的交点,

$\therefore$ 点 P 的坐标为方程组 $\begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{3}x \\ y=(1+\sqrt{3})x-1 \end{cases}$ 的解,

解方程组得: $\begin{cases} x=2\sqrt{3}-3 \\ y=2-\sqrt{3} \end{cases}$,

所以点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3}-3, 2-\sqrt{3})$,

故答案为: $(2\sqrt{3}-3, 2-\sqrt{3})$.

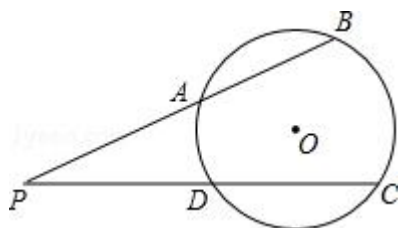
点评: 此题考查菱形的性质, 关键是根据一次函数与方程组的关系, 得出两直线的解析式, 求出其交点坐标.

七、解答题 (共 2 小题, 满分 20 分)

27. (8 分) (2015•凉山州) 如图, $\odot O$ 的半径为 5, 点 P 在 $\odot O$ 外, PB 交 $\odot O$ 于 A 、 B 两点, PC 交 $\odot O$ 于 D 、 C 两点.

(1) 求证: $PA \cdot PB = PD \cdot PC$;

(2) 若 $PA=\frac{45}{4}$, $AB=\frac{19}{4}$, $PD=DC+2$, 求点 O 到 PC 的距离.



考点: 相似三角形的判定与性质; 圆周角定理.

分析: (1) 先连接 AD , BC , 由圆内接四边形的性质可知 $\angle PAD = \angle PCB$, $\angle PDA = \angle PBC$, 故可得出 $\triangle PAD \sim \triangle PCB$, 再由相似三角形的对应边成比例即可得出结论;

(2) 由 $PA \cdot PB = PD \cdot PC$, 求出 CD , 根据垂径定理可得点 O 到 PC 的距离.

解答: 解: (1) 连接 AD , BC ,

$\because$ 四边形 $ABDC$ 内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle PAD = \angle PCB$, $\angle PDA = \angle PBC$,

$$\therefore \triangle PAD \sim \triangle PCB,$$

$$\therefore \frac{PA}{PC} = \frac{PD}{PB},$$

$$\therefore PA \cdot PB = PC \cdot PD;$$

(2) 连接 OD, 作 $OE \perp DC$, 垂足为 E,

$$\because PA = \frac{45}{4}, AB = \frac{19}{4}, PD = DC + 2,$$

$$\therefore PB = 16, PC = 2DC + 2$$

$$\because PA \cdot PB = PD \cdot PC,$$

$$\therefore \frac{45}{4} \times 16 = (DC + 2)(2DC + 2),$$

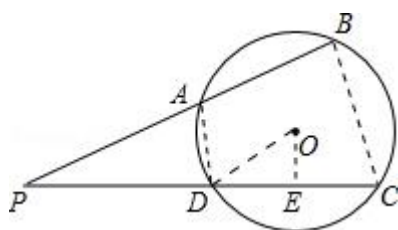
解得: $DC = 8$ 或 $DC = -11$ (舍去)

$$\therefore DE = 4,$$

$$\because OD = 5,$$

$$\therefore OE = 3,$$

即点 O 到 PC 的距离为 3.



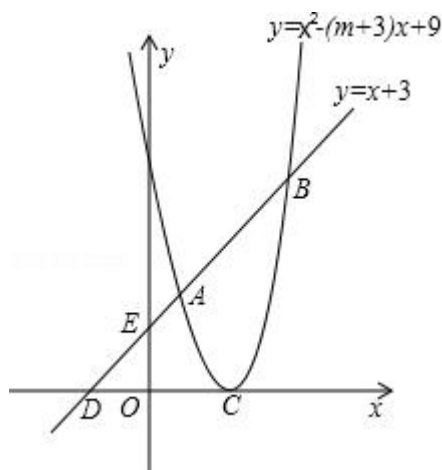
点评: 本题考查的是相似三角形的判定与性质、圆内接四边形的性质以及垂径定理, 根据题意判断出 $\triangle PAD \sim \triangle PCB$ 是解答此题的关键.

28. (12 分) (2015·凉山州) 如图, 已知抛物线 $y = x^2 - (m+3)x + 9$ 的顶点 C 在 x 轴正半轴上, 一次函数 $y = x + 3$ 与抛物线交于 A、B 两点, 与 x、y 轴交于 D、E 两点.

(1) 求 m 的值.

(2) 求 A、B 两点的坐标.

(3) 点 P (a, b) ($-3 < a < 1$) 是抛物线上一点, 当 $\triangle PAB$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 2 倍时, 求 a, b 的值.



考点： 二次函数综合题.

分析： (1) 抛物线的顶点在 x 轴的正半轴上可知其对应的一元二次方程有两个相等的实数根，根据判别式等于 0 可求得 m 的值；

(2) 由 (1) 可求得抛物线解析式，联立一次函数和抛物线解析式可求得 A、B 两点的坐标；

(3) 分别过 A、B、P 三点作 x 轴的垂线，垂足分别为 R、S、T，可先求得 $\triangle ABC$ 的面积，再利用 a 、 b 表示出 $\triangle PAB$ 的面积，根据面积之间的关系可得到 a 、 b 之间的关系，再结合 P 点在抛物线上，可得到关于 a 、 b 的两个方程，可求得 a 、 b 的值.

解答： 解：

(1) $\because$ 抛物线 $y=x^2-(m+3)x+9$ 的顶点 C 在 x 轴正半轴上，

$\therefore$ 方程 $x^2-(m+3)x+9=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore (m+3)^2-4\times 9=0$ ，解得 $m=3$ 或 $m=-9$ ，

又抛物线对称轴大于 0，即 $m+3>0$ ，

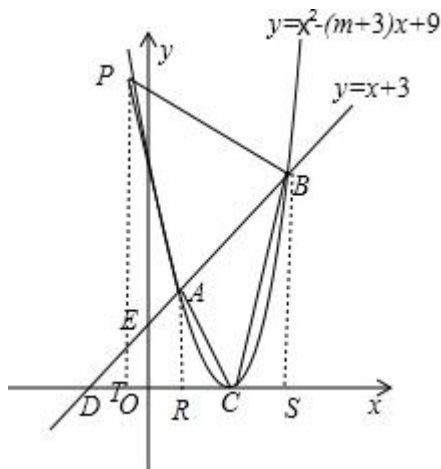
$\therefore m=3$ ；

(2) 由 (1) 可知抛物线解析式为 $y=x^2-6x+9$ ，联立一次函数 $y=x+3$ ，

可得 $\begin{cases} y=x^2-6x+9 \\ y=x+3 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=6 \\ y=9 \end{cases}$ ，

$\therefore A(1, 4)$ ， $B(6, 9)$ ；

(3) 如图，分别过 A、B、P 三点作 x 轴的垂线，垂足分别为 R、S、T，



$\therefore A(1, 4)$ ， $B(6, 9)$ ， $C(3, 0)$ ， $P(a, b)$ ，

$\therefore AR=4$ ， $BS=9$ ， $RC=3-1=2$ ， $CS=6-3=3$ ， $RS=6-1=5$ ， $PT=b$ ， $RT=1-a$ ， $ST=6-a$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\text{梯形ABSR}} - S_{\triangle ARC} - S_{\triangle BCS} = \frac{1}{2} \times (4+9) \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 9 = 15$ ，

$S_{\triangle PAB} = S_{\text{梯形PBST}} - S_{\text{梯形ABSR}} - S_{\text{梯形ARTP}} = \frac{1}{2} (9+b)(6-a) - \frac{1}{2} (b+4)(1-a) - \frac{1}{2} \times (4+9) \times 5 = \frac{1}{2} (5b-5a-15)$ ，

又 $S_{\triangle PAB} = 2S_{\triangle ABC}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} (5b-5a-15) = 30$ ，即 $b-a=15$ ，

$\therefore b=15+a$ ，

∵ P 点在抛物线上,

$$\therefore b = a^2 - 6a + 9,$$

$$\therefore 15 + a = a^2 - 6a + 9, \text{ 解得 } a = \frac{7 \pm \sqrt{73}}{2},$$

$$\because -3 < a < 1,$$

$$\therefore a = \frac{7 - \sqrt{73}}{2},$$

$$\therefore b = 15 + \frac{7 - \sqrt{73}}{2} = \frac{37 - \sqrt{73}}{2}.$$

点评: 本题主要考查二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、二次函数与一元二次方程的关系、函数图象的交点及三角形的面积等知识点. 在 (1) 中由顶点在 x 轴的正半轴上把问题转化为二元一次方程根的问题是解题的关键, 在 (2) 中注意函数图象交点的求法, 在 (3) 中用 P 点坐标表示出 $\triangle PAB$ 的面积是解题的关键. 本题涉及知识点较多, 计算量较大, 有一定的难度.