

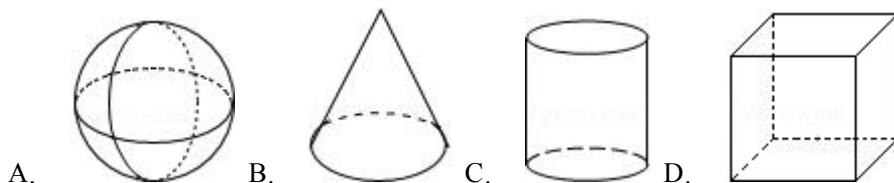
2014 年四川省雅安市中考数学试卷

一、单项选择题 (共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

1. (3 分) (2014•雅安) π^0 的值是 ()

- A. π B. 0 C. 1 D. 3.14

2. (3 分) (2014•雅安) 在下列四个立体图形中, 俯视图为正方形的是 ()



3. (3 分) (2014•雅安) 某市约有 4500000 人, 该数用科学记数法表示为 ()

- A. 0.45×10^7 B. 4.5×10^6 C. 4.5×10^5 D. 45×10^5

4. (3 分) (2014•雅安) 数据 0, 1, 1, x, 3, 4 的平均数是 2, 则这组数据的中位数是 ()

- A. 1 B. 3 C. 1.5 D. 2

5. (3 分) (2014•雅安) 下列计算中正确的是 ()

- A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ B. $\sqrt[3]{-27} = 3$ C. $a^6 = (a^3)^2$ D. $b^{-2} = -b^2$

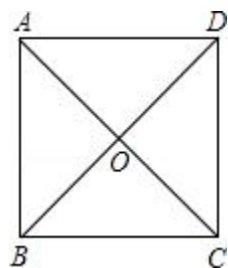
6. (3 分) (2014•雅安) 若 $m+n=-1$, 则 $(m+n)^2 - 2m - 2n$ 的值是 ()

- A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

7. (3 分) (2014•雅安) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1-\frac{1}{2}x < 0 \end{cases}$ 的最小整数解是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (3 分) (2014•雅安) 如图, ABCD 为正方形, O 为对角线 AC、BD 的交点, 则 $\triangle COD$ 绕点 O 经过下列哪种旋转可以得到 $\triangle DOA$ ()



- A. 顺时针旋转 90° B. 顺时针旋转 45° C. 逆时针旋转 90° D. 逆时针旋转 45°

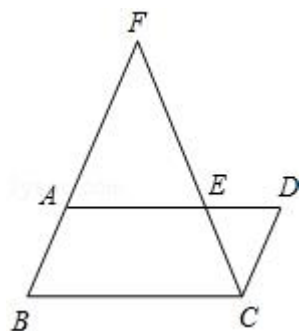
9. (3分) (2014•雅安) a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边, 且 $a:b:c=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$, 则 $\cos B$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

10. (3分) (2014•雅安) 在平面直角坐标系中, P 点关于原点的对称点为 $P_1(-3, -\frac{8}{3})$, P 点关于 x 轴的对称点为 $P_2(a, b)$, 则 $\sqrt[3]{ab} =$ ()

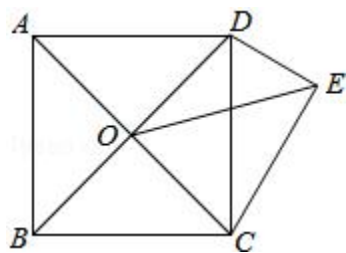
- A. -2 B. 2 C. 4 D. -4

11. (3分) (2014•雅安) 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, 且 $AE:ED=3:1$, CE 的延长线与 BA 的延长线交于点 F , 则 $S_{\triangle AFE}:S_{\text{四边形 } ABCE}$ 为 ()



- A. $3:4$ B. $4:3$ C. $7:9$ D. $9:7$

12. (3分) (2014•雅安) 如图, $ABCD$ 为正方形, O 为 AC 、 BD 的交点, $\triangle DCE$ 为 $\text{Rt}\triangle$, $\angle CED=90^\circ$, $\angle DCE=30^\circ$, 若 $OE=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$, 则正方形的面积为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3分) (2014•雅安) 函数 $y=\sqrt{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围为_____.

14. (3分) (2014•雅安) 已知: 一组数 $1, 3, 5, 7, 9, \dots$, 按此规律, 则第 n 个数是_____.

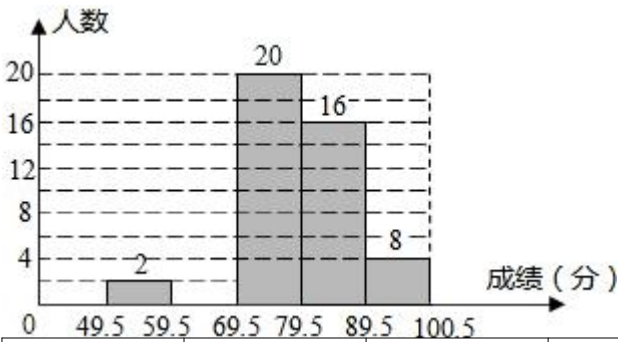
15. (3 分) (2014•雅安) 若我们把十位上的数字比个位和百位上数字都小的三位数, 称为“V”数, 如 756, 326, 那么从 2, 3, 4 这三个数字组成的无重复数字的三位数中任意抽取一个数, 则该数是“V”数的概率为_____.
16. (3 分) (2014•雅安) 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 则直线 $y=x+\sqrt{2}$ 与以 O 点为圆心, 1 为半径的圆的位置关系为_____.
17. (3 分) (2014•雅安) 关于 x 的方程 $x^2 - (2m - 1)x + m^2 - 1 = 0$ 的两实数根为 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 3$, 则 $m =$ _____.

三、解答题 (共 69 分, 解答时要求写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程)

18. (12 分) (2014•雅安) (1) $|- \sqrt{2}| + (-1)^{2014} - 2\cos 45^\circ + \sqrt{16}$.

(2) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 + y^2 - 2xy}{x - y} \div (\frac{x}{y} - \frac{y}{x})$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$.

19. (8 分) (2014•雅安) 某老师对本班所有学生的数学考试成绩 (成绩为整数, 满分为 100 分) 作了统计分析, 绘制成如下频数、频率分布表和频数分布直方图, 请你根据图表提供的信息, 解答下列问题:



分组	49.5 ~ 59.5	59.5 ~ 69.5	69.5 ~ 79.5	79.5 ~ 89.5	89.5 ~ 100.5
频数	2	a	20	16	8
频率	0.04	0.08	0.40	0.32	b

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 补全频数分布直方图;

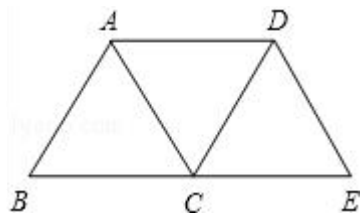
(3) 老师准备从成绩不低于 80 分的学生中选 1 人介绍学习经验, 那么被选中的学生其成绩不低于 90 分的概率是多少?

20. (8 分) (2014•雅安) 某地要在规定的时间内安置一批居民, 若每个月安置 12 户居民, 则在规定时间内只能安置 90%的居民户; 若每个月安置 16 户居民, 则可提前一个月完成安置任务, 问要安置多少户居民? 规定时间为多少个月? (列方程 (组) 求解)

21. (9 分) (2014•雅安) 如图: 在 $\square ABCD$ 中, AC 为其对角线, 过点 D 作 AC 的平行线与 BC 的延长线交于 E .

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$;

(2) 若 $AC=BC$, 求证: 四边形 $ACED$ 为菱形.

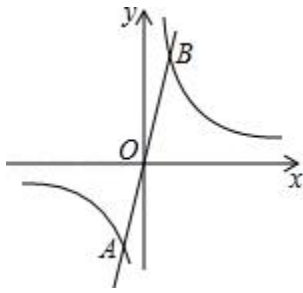


22. (10 分) (2014•雅安) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象与正比例函数 $y = kx$ 的图象交于点 $A(m, -2)$.

(1) 求正比例函数的解析式及两函数图象另一个交点 B 的坐标;

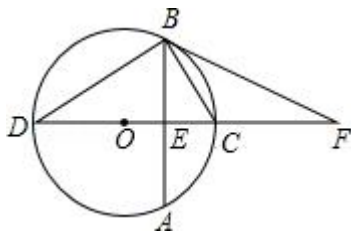
(2) 试根据图象写出不等式 $\frac{2}{x} \geq kx$ 的解集;

(3) 在反比例函数图象上是否存在点 C , 使 $\triangle OAC$ 为等边三角形? 若存在, 求出点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



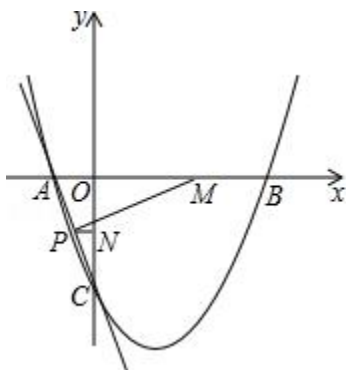
23. (10 分) (2014•雅安) 如图, $\odot O$ 的直径 CD 垂直于弦 AB , 垂足为 E , F 为 DC 延长线上一点, 且 $\angle CBF = \angle CDB$.

- (1) 求证: FB 为 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AB=8$, $CE=2$, 求 $\sin \angle F$.



24. (12 分) (2014•雅安) 如图, 直线 $y = -3x - 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 C , 经过点 C 且对称轴为 $x=1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点.

- (1) 试求点 A 、 C 的坐标;
- (2) 求抛物线的解析式;
- (3) 若点 M 在线段 AB 上以每秒 1 个单位长度的速度由点 B 向点 A 运动, 同时, 点 N 在线段 OC 上以相同的速度由点 O 向点 C 运动 (当其中一点到达终点时, 另一点也随之停止运动), 又 $PN \parallel x$ 轴, 交 AC 于 P , 问在运动过程中, 线段 PM 的长度是否存在最小值? 若有, 试求出最小值; 若无, 请说明理由.



2014 年四川省雅安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

1. (3 分) (2014•雅安) π^0 的值是 ()

- A. π B. 0 C. 1 D. 3.14

考点：零指数幂.

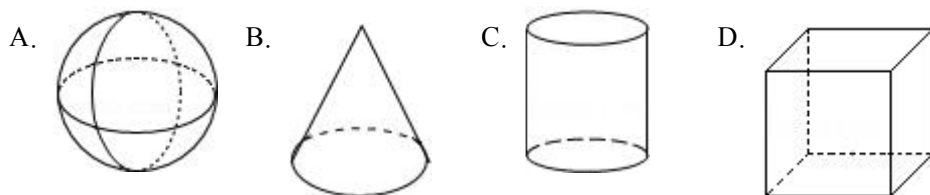
分析：根据零指数幂的运算法则计算即可.

解答：解： $\pi^0=1$,

故选：C.

点评：本题主要考查了零指数幂的运算. 任何非 0 数的 0 次幂等于 1.

2. (3 分) (2014•雅安) 在下列四个立体图形中，俯视图为正方形的是 ()



考点：简单几何体的三视图.

分析：根据从上面看到的图形是俯视图，可得答案.

解答：解：A、俯视图是一个圆，故本选项错误；

B、俯视图是带圆心的圆，故本选项错误；

C、俯视图是一个圆，故本选项错误；

D、俯视图是一个正方形，故本选项正确；

故选：D.

点评：此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是掌握俯视图的定义. 从上面看到的图形是俯视图.

3. (3 分) (2014•雅安) 某市约有 4500000 人，该数用科学记数法表示为 ()

- A. 0.45×10^7 B. 4.5×10^6 C. 4.5×10^5 D. 45×10^5

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 4500000 有 7 位，所以可以确定 $n=7-1=6$.

解答：解：4 500 000= 4.5×10^6 .

故选：B.

点评：此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

4. (3 分) (2014•雅安) 数据 0, 1, 1, x , 3, 4 的平均数是 2, 则这组数据的中位数是 ()

- A. 1 B. 3 C. 1.5 D. 2

考点：中位数；算术平均数.

分析：根据平均数的计算公式求出 x 的值，再把这组数据从小到大排列，根据中位数的定义即可得出答案.

解答：解： $\because$ 数据 0, 1, 1, x , 3, 4 的平均数是 2,

$$\therefore (0+1+1+x+3+4) \div 6=2,$$

解得： $x=3$,

把这组数据从小到大排列 0, 1, 1, 3, 3, 4,

最中间两个数的平均数是 $(1+3) \div 2=2$,

则这组数据的中位数是 2;

故选：D.

点评：此题考查了中位数和平均数，根据平均数的计算公式求出 x 的值是本题的关键，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数）.

5. (3 分) (2014•雅安) 下列计算中正确的是 ()

- A. $\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$ B. $\sqrt[3]{-27}=3$ C. $a^6 = (a^3)^2$ D. $b^{-2} = -b^2$

考点：幂的乘方与积的乘方；有理数的加法；立方根；负整数指数幂.

分析：根据分数的加法，可判断 A;

根据开方运算，可判断 B;

根据幂的乘方底数不变指数相乘，可判断 C;

根据负整数指数幂，可判断 D.

解答：解：A、先通分，再加减，故 A 错误；

B、负数的立方根是负数，故 B 错误；

C、幂的乘方底数不变指数相乘，故 C 正确；

D、 $b^{-2} = \frac{1}{b^2}$ ，故 D 错误；

故选：C.

点评：本题考查了幂的乘方，有理数的加法，立方根，负整数指数幂，注意幂的乘方底数不变指数相乘.

6. (3 分) (2014•雅安) 若 $m+n = -1$ ，则 $(m+n)^2 - 2m - 2n$ 的值是 ()

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

考点：代数式求值.

专题：整体思想.

分析：把 $(m+n)$ 看作一个整体并代入所求代数式进行计算即可得解.

解答：解：∵ $m+n = -1$,

$$\therefore (m+n)^2 - 2m - 2n$$

$$= (m+n)^2 - 2(m+n)$$

$$= (-1)^2 - 2 \times (-1)$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3.$$

故选：A.

点评：本题考查了代数式求值，整体思想的利用是解题的关键.

7. (3 分) (2014•雅安) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1-\frac{1}{2}x < 0 \end{cases}$ 的最小整数解是 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

考点：一元一次不等式组的整数解.

分析：分别解两个不等式，然后求出不等式组的解集，最后找出最小整数解.

解答：解：
$$\begin{cases} x-1 \geq 0 & \text{①} \\ 1-\frac{1}{2}x < 0 & \text{②} \end{cases}$$

解①得： $x \geq 1$,

解②得： $x > 2$,

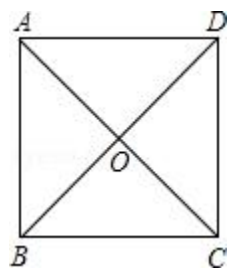
则不等式的解集为 $x > 2$,

故不等式的最小整数解为 3.

故选： C.

点评： 本题考查了不等式组的解法及整数解的确定. 求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

8. (3 分) (2014•雅安) 如图， ABCD 为正方形， O 为对角线 AC、BD 的交点，则 $\triangle COD$ 绕点 O 经过下列哪种旋转可以得到 $\triangle DOA$ ()



A. 顺时针旋转 90° B. 顺时针旋转 45° C. 逆时针旋转 90° D. 逆时针旋转 45°

考点： 旋转的性质.

专题： 几何图形问题.

分析： 因为四边形 ABCD 为正方形，所以 $\angle COD = \angle DOA = 90^\circ$ ， $OC = OD = OA$ ，则 $\triangle COD$ 绕点 O 逆时针旋转得到 $\triangle DOA$ ，旋转角为 $\angle COD$ 或 $\angle DOA$ ，据此可得答案.

解答： 解： $\because$ 四边形 ABCD 为正方形，

$\therefore \angle COD = \angle DOA = 90^\circ$ ， $OC = OD = OA$ ，

$\therefore \triangle COD$ 绕点 O 逆时针旋转得到 $\triangle DOA$ ，旋转角为 $\angle COD$ 或 $\angle DOA$ ，

故选： C.

点评： 本题考查了旋转的性质，旋转要找出旋转中心、旋转方向、旋转角.

9. (3 分) (2014•雅安) a、b、c 是 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边，且 $a : b : c = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3}$ ，则 $\cos B$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

考点：勾股定理的逆定理；锐角三角函数的定义.

专题：计算题.

分析：先由勾股定理的逆定理判定 $\triangle ABC$ 是直角三角形，再利用余弦函数的定义即可求解.

解答：解： $\because a: b: c=1: \sqrt{2}: \sqrt{3}$,

$$\therefore b=\sqrt{2}a, c=\sqrt{3}a,$$

$$\therefore a^2+b^2=a^2+(\sqrt{2}a)^2=3a^2=c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle C=90^\circ$,

$$\therefore \cos B = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

故选：B.

点评：本题考查了勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a, b, c 满足 $a^2+b^2=c^2$ ，那么这个三角形就是直角三角形，同时考查了余弦函数的定义：锐角 A 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的余弦，记作 $\cos A$.

10. (3分) (2014•雅安) 在平面直角坐标系中， P 点关于原点的对称点为 $P_1(-3, -\frac{8}{3})$,

P 点关于 x 轴的对称点为 $P_2(a, b)$ ，则 $\sqrt[3]{ab} = (\quad)$

- A. -2 B. 2 C. 4 D. -4

考点：关于原点对称的点的坐标；立方根；关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

专题：计算题.

分析：利用关于原点对称点的坐标性质得出 P 点坐标，进而利用关于 x 轴对称点的坐标性质得出 P_2 坐标，进而得出答案.

解答：解： $\because P$ 点关于原点的对称点为 $P_1(-3, -\frac{8}{3})$,

$$\therefore P(3, \frac{8}{3}),$$

$\because P$ 点关于 x 轴的对称点为 $P_2(a, b)$,

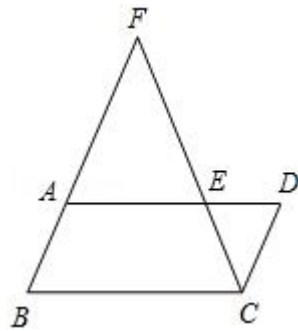
$$\therefore P_2(3, -\frac{8}{3}),$$

$$\therefore \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{3 \times (-\frac{8}{3})} = -2.$$

故选：A.

点评： 此题主要考查了关于原点对称点的性质以及关于 x 轴对称点的性质，得出 P 点坐标是解题关键.

11. (3 分) (2014•雅安) 在平行四边形 ABCD 中，点 E 在 AD 上，且 AE: ED=3: 1，CE 的延长线与 BA 的延长线交于点 F，则 $S_{\triangle AFE}$: $S_{\text{四边形 ABCE}}$ 为 ()



- A. 3: 4 B. 4: 3 C. 7: 9 D. 9: 7

考点： 平行四边形的性质；相似三角形的判定与性质.

专题： 几何图形问题.

分析： 利用平行四边形的性质得出 $\triangle FAE \sim \triangle FBC$ ，进而利用相似三角形的性质得出

$$\frac{S_{\triangle FAE}}{S_{\triangle FBC}} = \frac{9}{16}, \text{ 进而得出答案.}$$

解答： 解： $\because$ 在平行四边形 ABCD 中，

$$\therefore AE \parallel BC, AD=BC,$$

$$\therefore \triangle FAE \sim \triangle FBC,$$

$$\because AE: ED=3: 1,$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle FAE}}{S_{\triangle FBC}} = \frac{9}{16},$$

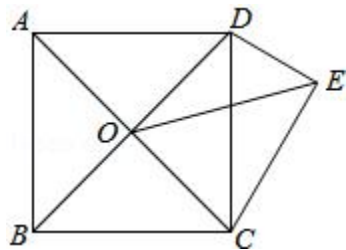
$$\therefore S_{\triangle AFE}: S_{\text{四边形 ABCE}}=9: 7.$$

故选： D.

点评： 此题主要考查了平行四边形的性质和相似三角形的判定与性质，得出 $\frac{S_{\triangle FAE}}{S_{\triangle FBC}} = \frac{9}{16}$ 是

解题关键.

12. (3分) (2014•雅安) 如图, ABCD 为正方形, O 为 AC、BD 的交点, $\triangle DCE$ 为 $Rt\triangle$, $\angle CED=90^\circ$, $\angle DCE=30^\circ$, 若 $OE=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$, 则正方形的面积为 ()



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质; 勾股定理.

分析: 过点 O 作 $OM \perp CE$ 于 M, 作 $ON \perp DE$ 交 ED 的延长线于 N, 判断出四边形 OMEN 是矩形, 根据矩形的性质可得 $\angle MON=90^\circ$, 再求出 $\angle COM=\angle DON$, 根据正方形的性质可得 $OC=OD$, 然后利用“角角边”证明 $\triangle COM$ 和 $\triangle DON$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 $OM=ON$, 然后判断出四边形 OMEN 是正方形, 设正方形 ABCD 的边长为 $2a$, 根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半可得 $DE=\frac{1}{2}CD$, 再利用勾股定理列式求出 CE, 根据正方形的性质求出 $OC=OD=\sqrt{2}a$, 然后利用四边形 OCED 的面积列出方程求出 a^2 , 再根据正方形的面积公式列式计算即可得解.

解答: 解: 如图, 过点 O 作 $OM \perp CE$ 于 M, 作 $ON \perp DE$ 交 ED 的延长线于 N,

$\because \angle CED=90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 OMEN 是矩形,

$\therefore \angle MON=90^\circ$,

$\because \angle COM + \angle DOM = \angle DON + \angle DOM$,

$\therefore \angle COM = \angle DON$,

$\because$ 四边形 ABCD 是正方形,

$\therefore OC=OD$,

在 $\triangle COM$ 和 $\triangle DON$ 中,

$$\begin{cases} \angle COM = \angle DON \\ \angle N = \angle CMO = 90^\circ \\ OC = OD \end{cases},$$

$\therefore \triangle COM \cong \triangle DON$ (AAS),

$\therefore OM=ON$,

∴ 四边形 OMEN 是正方形,

设正方形 ABCD 的边长为 $2a$, 则 $OC=OD=\frac{\sqrt{2}}{2} \times 2a=\sqrt{2}a$,

∵ $\angle CED=90^\circ$, $\angle DCE=30^\circ$,

∴ $DE=\frac{1}{2}CD=a$,

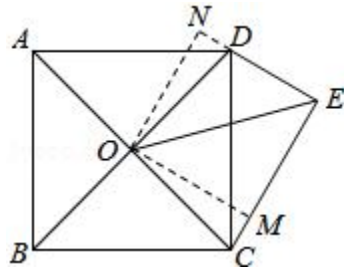
由勾股定理得, $CE=\sqrt{CD^2-DE^2}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$,

∴ 四边形 OCED 的面积 $=\frac{1}{2}a \cdot \sqrt{3}a + \frac{1}{2}(\sqrt{2}a) \cdot (\sqrt{2}a) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\right)^2$,

解得 $a^2=1$,

所以, 正方形 ABCD 的面积 $= (2a)^2 = 4a^2 = 4 \times 1 = 4$.

故选: B.



点评: 本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 勾股定理, 直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半的性质, 作辅助线构造出全等三角形是解题的关键, 也是本题的难点.

二、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

13. (3 分) (2014•雅安) 函数 $y=\sqrt{x+1}$ 的自变量 x 的取值范围为 $x \geq -1$.

考点: 函数自变量的取值范围.

分析: 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $x+1 \geq 0$,

解得 $x \geq -1$.

故答案为: $x \geq -1$.

点评: 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

14. (3 分) (2014•雅安) 已知: 一组数 1, 3, 5, 7, 9, ..., 按此规律, 则第 n 个数是 $2n - 1$.

考点: 规律型: 数字的变化类.

专题: 规律型.

分析: 观察 1, 3, 5, 7, 9, ..., 所给的数, 得出这组数是从 1 开始连续的奇数, 由此表示出答案即可.

解答: 解: $1 = 2 \times 1 - 1$,

$3 = 2 \times 2 - 1$,

$5 = 2 \times 3 - 1$,

$7 = 2 \times 4 - 1$,

$9 = 2 \times 5 - 1$,

...,

则第 n 个数是 $2n - 1$.

故答案为: $2n - 1$.

点评: 此题考查了数字的变化类, 通过观察, 分析、归纳并发现其中的规律, 并应用发现的规律解决实际问题.

15. (3 分) (2014•雅安) 若我们把十位上的数字比个位和百位上数字都小的三位数, 称为“V”数, 如 756, 326, 那么从 2, 3, 4 这三个数字组成的无重复数字的三位数中任意抽取一个数, 则该数是“V”数的概率为 $\frac{1}{3}$.

考点: 概率公式.

专题: 新定义.

分析: 首先将所有由 2, 3, 4 这三个数字组成的无重复数字列举出来, 然后利用概率公式求解即可.

解答: 解: 由 2, 3, 4 这三个数字组成的无重复数字为 234, 243, 324, 342, 432, 423 六个, 而“V”数有 2 个,

故从 2, 3, 4 这三个数字组成的无重复数字的三位数中任意抽取一个数, 则该数是“V”数的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

点评: 本题考查的是用列举法求概率的知识. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (3 分) (2014•雅安) 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 则直线 $y=x+\sqrt{2}$ 与以 O 点为圆心, 1 为半径的圆的位置关系为 相切.

考点: 直线与圆的位置关系; 坐标与图形性质.

专题: 几何图形问题.

分析: 首先求得直线与坐标轴的交点坐标, 然后求得原点到直线的距离, 利用圆心到直线的距离和圆的半径的大小关系求解.

解答: 解: 令 $y=x+\sqrt{2}=0$, 解得: $x=-\sqrt{2}$.

令 $x=0$, 解得: $y=\sqrt{2}$.

所以直线 $y=x+\sqrt{2}$ 与 x 轴交于点 $(-\sqrt{2}, 0)$, 与 y 轴交于点 $(0, \sqrt{2})$,

设圆心到直线 $y=x+\sqrt{2}$ 的距离为 d,

则 $d=\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2}=1$,

$\because$ 圆的半径 $r=1$,

$\therefore d=r$,

$\therefore$ 直线 $y=x+\sqrt{2}$ 与以 O 点为圆心, 1 为半径的圆的位置关系为相切,

故答案为: 相切.

点评: 本题考查了直线与圆的位置关系及坐标与图形的性质, 属于基础题, 比较简单.

17. (3 分) (2014•雅安) 关于 x 的方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 的两实数根为 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = 3$, 则 $m = \underline{0}$.

考点: 根与系数的关系; 根的判别式.

专题: 计算题.

分析: 根据方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 的两实数根为 x_1, x_2 , 得出 $x_1 + x_2$ 与 $x_1 x_2$ 的值, 再根据 $x_1^2 + x_2^2 = 3$, 即可求出 m 的值.

解答: 解: $\because$ 方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ 的两实数根为 x_1, x_2 ,

$\therefore x_1 + x_2 = 2m - 1, x_1 x_2 = m^2 - 1$,

$\therefore x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = (2m - 1)^2 - 2(m^2 - 1) = 3$,

解得： $m_1=0$ ， $m_2=2$ （不合题意，舍去），

$\therefore m=0$ ；

故答案为： 0.

点评： 本题考查了根与系数的关系及根的判别式，难度适中，关键掌握 x_1 ， x_2 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两根时， $x_1+x_2=-p$ ， $x_1x_2=q$.

三、解答题（共 69 分，解答时要求写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程）

18. (12 分) (2014•雅安) (1) $|- \sqrt{2}| + (-1)^{2014} - 2\cos 45^\circ + \sqrt{16}$.

(2) 先化简，再求值： $\frac{x^2+y^2-2xy}{x-y} \div (\frac{x}{y} - \frac{y}{x})$ ，其中 $x=\sqrt{2}+1$ ， $y=\sqrt{2}-1$.

考点： 分式的化简求值；实数的运算；特殊角的三角函数值.

专题： 计算题.

分析： (1) 原式第一项利用绝对值的代数意义化简，第二项利用乘方的意义化简，第三项利用特殊角的三角函数值计算，最后一项利用平方根定义化简，计算即可得到结果；

(2) 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算，同时利用除法法则变形，约分得到最简结果，将 x 与 y 的值代入计算即可求出值.

解答： 解：(1) 原式 $= \sqrt{2} + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 4 = 5$ ；

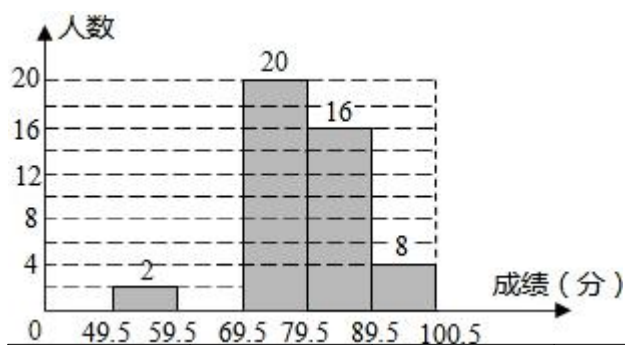
(2) 原式 $= \frac{(x-y)^2}{x-y} \div \frac{(x+y)(x-y)}{xy} = \frac{(x-y)^2}{x-y} \cdot \frac{xy}{(x+y)(x-y)} = \frac{xy}{x+y}$ ，

当 $x=\sqrt{2}+1$ ， $y=\sqrt{2}-1$ 时， $xy=1$ ， $x+y=2\sqrt{2}$ ，

则原式 $= \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

点评： 此题考查了分式的化简求值，以及实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (8 分) (2014•雅安) 某老师对本班所有学生的数学考试成绩（成绩为整数，满分为 100 分）作了统计分析，绘制成如下频数、频率分布表和频数分布直方图，请你根据图表提供的信息，解答下列问题：



分组	49.5 ~ 59.5	59.5 ~ 69.5	69.5 ~ 79.5	79.5 ~ 89.5	89.5 ~ 100.5
频数	2	a	20	16	8
频率	0.04	0.08	0.40	0.32	b

(1) 求 a, b 的值;

(2) 补全频数分布直方图;

(3) 老师准备从成绩不低于 80 分的学生中选 1 人介绍学习经验, 那么被选中的学生其成绩不低于 90 分的概率是多少?

考点: 频数 (率) 分布直方图; 频数 (率) 分布表; 概率公式.

专题: 图表型.

分析: (1) 根据第一组的频数和频率求出总人数, 再用总人数乘以 59.5 ~ 69.5 的频率, 求出 a 的值, 再用 8 除以总人数求出 b 的值;

(2) 根据 (1) 求出的 a 的值可补全频数分布直方图;

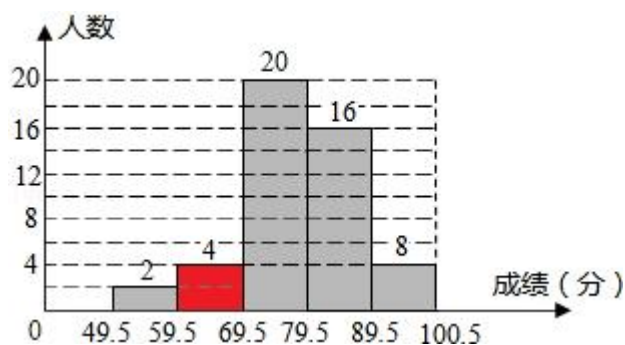
(3) 根据图表所给出的数据得出成绩不低于 80 分的学生中选 1 人有 24 种结果, 其成绩不低于 90 分的学生有 8 种结果, 再根据概率公式即可得出答案.

解答: 解: (1) 学生总数是: $\frac{2}{0.04}=50$ (人),

$a=50 \times 0.08=4$ (人),

$b=\frac{8}{50}=0.16$;

(2) 根据 (1) 得出的 a 的值, 补图如下:



(3) 从成绩不低于 80 分的学生中选 1 人有 24 种结果,

其中成绩不低于 90 分的学生有 8 种结果, 故所求概率为 $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

点评: 本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力. 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

20. (8 分) (2014•雅安) 某地要在规定的时间内安置一批居民, 若每个月安置 12 户居民, 则在规定时间内只能安置 90% 的居民户; 若每个月安置 16 户居民, 则可提前一个月完成安置任务, 问要安置多少户居民? 规定时间为多少个月? (列方程 (组) 求解)

考点: 二元一次方程组的应用.

专题: 应用题.

分析: 设安置 x 户居民, 规定时间为 y 个月. 等量关系为: 若每个月安置 12 户居民, 则在规定时间内只能安置 90% 的居民户; 若每个月安置 16 户居民, 则可提前一个月完成安置任务.

解答: 解: 设安置 x 户居民, 规定时间为 y 个月.

$$\text{则: } \begin{cases} 12y = 90\%x \\ 16(y - 1) = x \end{cases}$$

$$\text{所以 } 12y = 0.9 \times 16(y - 1),$$

$$\text{所以 } y = 6,$$

$$\text{则 } x = 16(y - 1) = 80.$$

$$\text{即原方程组的解为: } \begin{cases} x = 80 \\ y = 6 \end{cases}.$$

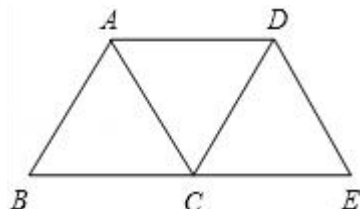
答: 需要安置 80 户居民, 规定时间为 6 个月.

点评: 本题考查了二元一次方程组的应用. 解题关键是弄清题意, 找到合适的等量关系, 列出方程组.

21. (9分) (2014•雅安) 如图: 在 $\square ABCD$ 中, AC 为其对角线, 过点 D 作 AC 的平行线与 BC 的延长线交于 E .

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DCE$;

(2) 若 $AC=BC$, 求证: 四边形 $ACED$ 为菱形.



考点: 菱形的判定; 全等三角形的判定与性质; 平行四边形的性质.

专题: 证明题.

分析: (1) 利用 AAS 判定两三角形全等即可;

(2) 首先证得四边形 $ACED$ 为平行四边形, 然后证得 $AC=AD$, 利用邻边相等的平行四边形是菱形判定即可.

解答: 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB=CD$,

$\therefore \angle B = \angle 1$,

又 $\because DE \parallel AC$

$\therefore \angle 2 = \angle E$,

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases} AB=CD \\ \angle 2=\angle E, \\ \angle B=\angle 1 \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCE$;

(2) $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 中,

$\therefore AD \parallel BC$,

即 $AD \parallel CE$,

由 $DE \parallel AC$,

$\therefore ACED$ 为平行四边形,

$\because AC=BC$,

$$\therefore \angle B = \angle CAB,$$

由 $AB \parallel CD$,

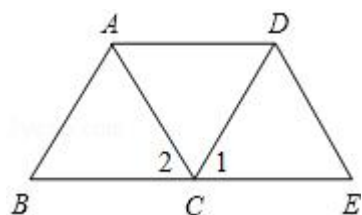
$$\therefore \angle CAB = \angle ACD,$$

$$\text{又} \because \angle B = \angle ADC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD,$$

$$\therefore AC = AD,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 为菱形.



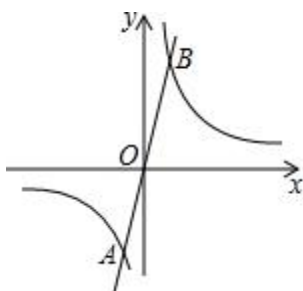
点评: 本题考查了菱形的判定等知识, 解题的关键是熟练掌握菱形的判定定理, 难度不大.

22. (10 分) (2014•雅安) 如图, 已知反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象与正比例函数 $y = kx$ 的图象交于点 $A(m, -2)$.

(1) 求正比例函数的解析式及两函数图象另一个交点 B 的坐标;

(2) 试根据图象写出不等式 $\frac{2}{x} \geq kx$ 的解集;

(3) 在反比例函数图象上是否存在点 C , 使 $\triangle OAC$ 为等边三角形? 若存在, 求出点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 代数综合题; 数形结合.

分析: (1) 把点 A 的坐标代入 $y = \frac{2}{x}$ 求出 m 的值, 再运用 A 的坐标求出 k , 两函数解析式联立得出 B 点的坐标.

(2) 把 k 的值代入不等式, 讨论当 $a > 0$ 和当 $a < 0$ 时分别求出不等式的解.

(3) 讨论当 C 在第一象限时, $\triangle OAC$ 不可能为等边三角形, 当 C 在第三象限时, 根据 $|OA|=|OC|$, 求出点 C 的坐标, 再看 AC 的值看是否构成等边三角形.

解答: 解: (1) 把 A (m, -2) 代入 $y=\frac{2}{x}$, 得 $-2=\frac{2}{m}$,

解得 $m=-1$,

$\therefore A(-1, -2)$ 代入 $y=kx$,

$\therefore -2=k \times (-1)$, 解得, $k=2$,

$\therefore y=2x$,

又由 $2x=\frac{2}{x}$, 得 $x=1$ 或 $x=-1$ (舍去),

$\therefore B(1, 2)$,

(2) $\because k=2$,

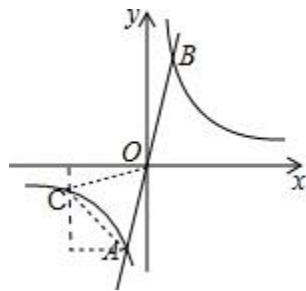
$\therefore \frac{2}{x} \geq kx$ 为 $\frac{2}{x} \geq 2x$,

根据图象可得: 当 $x \leq -1$ 和 $0 < x \leq 1$ 时, 反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象恒在正比例函数 $y=2x$ 图象

的上方, 即 $\frac{2}{x} \geq 2x$.

(3) ①当点 C 在第一象限时, $\triangle OAC$ 不可能为等边三角形,

②如图, 当 C 在第三象限时, 要使 $\triangle OAC$ 为等边三角形, 则 $|OA|=|OC|$, 设 $C(t, \frac{2}{t})$ ($t < 0$),



$\because A(-1, -2)$

$\therefore OA=\sqrt{5}$

$\therefore t^2 + \frac{4}{t^2} = 5$, 则 $t^4 - 5t^2 + 4 = 0$,

$\therefore t^2 = 1$, $t = -1$, 此时 C 与 A 重合, 舍去,

$t^2 = 4$, $t = -2$, $\therefore C(-2, -1)$, 而此时 $|AC|=\sqrt{2}$, $|AC| \neq |AO|$,

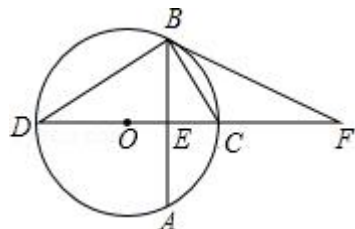
$\therefore$ 不存在符合条件的点 C.

点评: 本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是求出点 C 的坐标, 看是否构成等边三角形.

23. (10 分) (2014•雅安) 如图, $\odot O$ 的直径 CD 垂直于弦 AB , 垂足为 E , F 为 DC 延长线上一点, 且 $\angle CBF = \angle CDB$.

(1) 求证: FB 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB=8$, $CE=2$, 求 $\sin \angle F$.



考点: 切线的判定; 相似三角形的判定与性质.

专题: 几何图形问题.

分析: (1) 连接 OB , 根据圆周角定理证得 $\angle CBD=90^\circ$, 然后根据等边对等角以及等量代换, 证得 $\angle OBF=90^\circ$ 即可证得;

(2) 首先利用垂径定理求得 BE 的长, 然后根据 $\triangle OBE \sim \triangle OBF$, 利用相似三角形的性质求得 OF 的长, 则 $\sin \angle F$ 即可求解.

解答: (1) 证明: 连接 OB .

$\because CD$ 是直径,

$\therefore \angle CBD=90^\circ$,

又 $\because OB=OD$,

$\therefore \angle OBD=\angle D$,

又 $\angle CBF=\angle D$,

$\therefore \angle CBF=\angle OBD$,

$\therefore \angle CBF+\angle OBC=\angle OBD+\angle OBC$,

$\therefore \angle OBF=\angle CBD=90^\circ$, 即 $OB \perp BF$,

$\therefore FB$ 是圆的切线;

(2) 解: $\because CD$ 是圆的直径, $CD \perp AB$,

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB=4$,

设圆的半径是 R , 在直角 $\triangle OEB$ 中, 根据勾股定理得: $R^2=(R-2)^2+4^2$,

解得: $R=5$,

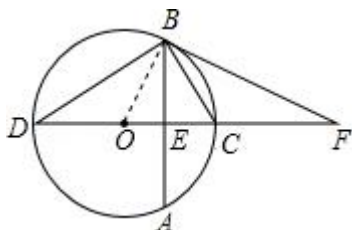
$$\because \angle BOE = \angle FOB, \quad \angle BEO = \angle OFB,$$

$$\therefore \triangle OBE \sim \triangle OFB,$$

$$\therefore OB^2 = OE \cdot OF,$$

$$\therefore OF = \frac{OB^2}{OE} = \frac{25}{3},$$

$$\text{则在直角} \triangle OFB \text{ 中, } \sin \angle F = \frac{OB}{OF} = \frac{5}{\frac{25}{3}} = \frac{3}{5}.$$



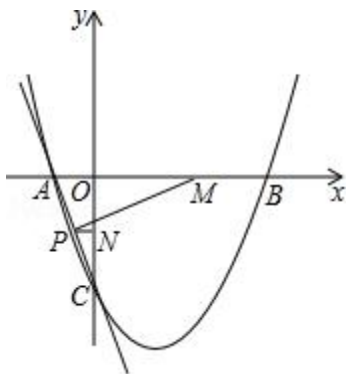
点评： 本题考查了切线的判定．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可．

24. (12分) (2014•雅安) 如图，直线 $y = -3x - 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 C ，经过点 C 且对称轴为 $x = 1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点．

(1) 试求点 A 、 C 的坐标；

(2) 求抛物线的解析式；

(3) 若点 M 在线段 AB 上以每秒 1 个单位长度的速度由点 B 向点 A 运动，同时，点 N 在线段 OC 上以相同的速度由点 O 向点 C 运动（当其中一点到达终点时，另一点也随之停止运动），又 $PN \parallel x$ 轴，交 AC 于 P ，问在运动过程中，线段 PM 的长度是否存在最小值？若有，试求出最小值；若无，请说明理由．



考点： 二次函数综合题．

专题： 压轴题．

分析：（1）根据直线解析式 $y = -3x - 3$ ，将 $y=0$ 代入求出 x 的值，得到直线与 x 轴交点 A 的坐标，将 $x=0$ 代入求出 y 的值，得到直线与 y 轴交点 C 的坐标；

（2）根据抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$ ，且过点 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, -3)$ ，列出方程组，解方程组即可求出抛物线的解析式；

（3）由对称性得点 $B(3, 0)$ ，设点 M 运动的时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 3$)，则 $M(3-t, 0)$ ， $N(0, -t)$ ， $P(x_P, -t)$ ，先证明 $\triangle CPN \sim \triangle CAO$ ，根据相似三角形对应边成比例列出比例式 $\frac{PN}{OA} = \frac{CN}{OC}$ ，求出 $x_P = \frac{t}{3} - 1$ 。再过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D ，则 $D(\frac{t}{3} - 1, 0)$ ，在 $\triangle PDM$ 中利用勾股定理得出 $PM^2 = MD^2 + PD^2 = (-\frac{4t}{3} + 4)^2 + (-t)^2 = \frac{1}{9}(25t^2 - 96t + 144)$ ，利用二次函数的性质可知当 $t = \frac{48}{25}$ 时， PM^2 最小值为 $\frac{144}{25}$ ，即在运动过程中，线段 PM 的长度存在最小值 $\frac{12}{5}$ 。

解答： 解：（1） $\because y = -3x - 3$ ，

$\therefore$ 当 $y=0$ 时， $-3x - 3 = 0$ ，解得 $x = -1$ ，

$\therefore A(-1, 0)$ ；

$\because$ 当 $x=0$ 时， $y = -3$ ，

$\therefore C(0, -3)$ ；

（2） $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴为 $x=1$ ，过点 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, -3)$ ，

$$\therefore \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a - b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = x^2 - 2x - 3$ ；

（3）由对称性得点 $B(3, 0)$ ，设点 M 运动的时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 3$)，则 $M(3-t, 0)$ ， $N(0, -t)$ ， $P(x_P, -t)$ 。

$\because PN \parallel OA$ ，

$\therefore \triangle CPN \sim \triangle CAO$ ，

$$\therefore \frac{PN}{OA} = \frac{CN}{OC}, \text{ 即 } \frac{-x_P - 3 - t}{1} = \frac{-t}{-3},$$

$$\therefore x_P = \frac{t}{3} - 1.$$

过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D, 则 $D(\frac{t}{3} - 1, 0)$,

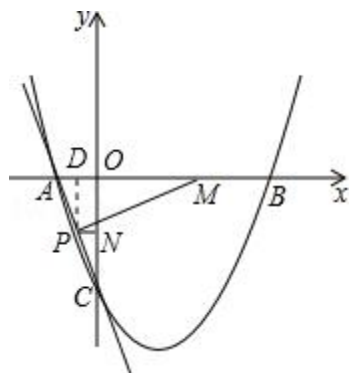
$$\therefore MD = (3 - t) - (\frac{t}{3} - 1) = -\frac{4t}{3} + 4,$$

$$\therefore PM^2 = MD^2 + PD^2 = (-\frac{4t}{3} + 4)^2 + (-t)^2 = \frac{1}{9}(25t^2 - 96t + 144),$$

$$\text{又} \because -\frac{96}{2 \times 25} = -\frac{48}{25} < 3,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{48}{25} \text{ 时, } PM^2 \text{ 最小值为 } \frac{144}{25},$$

故在运动过程中, 线段 PM 的长度存在最小值 $\frac{12}{5}$.



点评: 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有一次函数图象上点的坐标特征, 运用待定系数法求二次函数的解析式, 相似三角形的判定与性质, 勾股定理, 二次函数的性质, 综合性较强, 难度适中. 运用数形结合、方程思想是解题的关键.