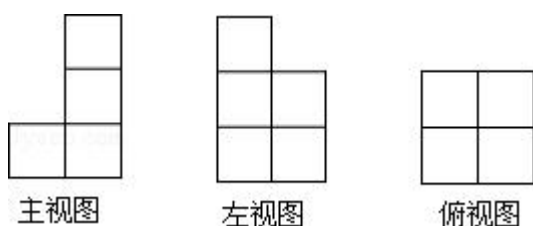


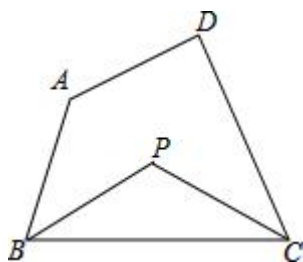
2014 年四川省达州市中考数学试卷

一、选择题：(每小题 3 分，共 30 分)

1. (3 分) (2014•达州) 向东行驶 3km，记作+3km，向西行驶 2km 记作 ()
- A. +2km B. - 2km C. +3km D. - 3km
2. (3 分) (2014•达州) 2014 年 5 月 21 日，中国石油天然气集团公司与俄罗斯天然气工业股份公司在上海签署了《中俄东线供气购销合同》，这份有效期为 30 年的合同规定，从 2018 年开始供气，每年的天然气供应量为 380 亿立方米，380 亿立方米用科学记数法表示为 ()
- A. $3.8 \times 10^{10} \text{m}^3$ B. $38 \times 10^9 \text{m}^3$ C. $380 \times 10^8 \text{m}^3$ D. $3.8 \times 10^{11} \text{m}^3$
3. (3 分) (2014•达州) 二次根式 $\sqrt{-2x+4}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 ()
- A. $x \geq -2$ B. $x > -2$ C. $x < 2$ D. $x \leq 2$
4. (3 分) (2014•达州) 小颖同学到学校领来 n 盒粉笔，整齐地摆在讲桌上，其三视图如图，则 n 的值是 ()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
5. (3 分) (2014•达州) 一家特色煎饼店提供厚度相同、直径不同的两种煎饼，甲种煎饼直径 20 厘米卖价 10 元，乙种煎饼直径 30 厘米卖价 15 元，请问：买哪种煎饼划算？ ()
- A. 甲 B. 乙 C. 一样 D. 无法确定
6. (3 分) (2014•达州) 下列说法中错误的是 ()
- A. 将油滴入水中，油会浮出水面是一个必然事件
- B. 1、2、3、4 这组数据的中位数是 2.5
- C. 一组数据的方差越小，这组数据的稳定性越差
- D. 要了解某种灯管的使用寿命，一般采用抽样调查
7. (3 分) (2014•达州) 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle A + \angle D = \alpha$ ， $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle BCD$ 的平分线交于点 P，则 $\angle P =$ ()



- A. $90^\circ - \alpha$ B. $90^\circ + \alpha$ C. $\frac{1}{2}\alpha$ D. $360^\circ - \alpha$

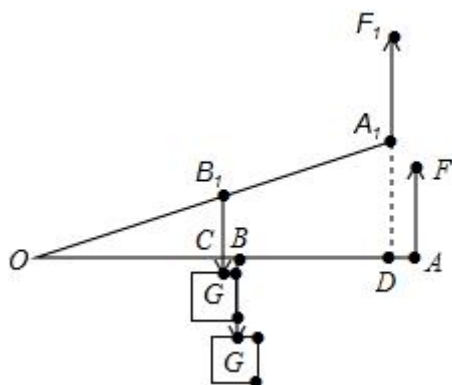
8. (3 分) (2014•达州) 直线 $y=kx+b$ 不经过第四象限, 则 ()

- A. $k > 0, b > 0$ B. $k < 0, b > 0$ C. $k \geq 0, b \geq 0$ D. $k < 0, b \geq 0$

9. (3 分) (2014•达州) 如图, 以点 O 为支点的杠杆, 在 A 端用竖直向上的拉力将重为 G 的物体匀速拉起, 当杠杆 OA 水平时, 拉力为 F; 当杠杆被拉至 OA_1 时, 拉力为 F_1 , 过点 B_1 作 $B_1C \perp OA$, 过点 A_1 作 $A_1D \perp OA$, 垂足分别为点 C、D.

- ① $\triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$;
 ② $OA \cdot OC = OB \cdot OD$;
 ③ $OC \cdot G = OD \cdot F_1$;
 ④ $F = F_1$.

其中正确的说法有 ()

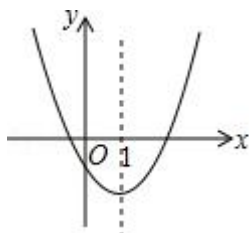


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

10. (3 分) (2014•达州) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的一部分, 对称轴是直线 $x=1$.

- ① $b^2 > 4ac$;
 ② $4a - 2b + c < 0$;
 ③ 不等式 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 $x \geq 3.5$;
 ④ 若 $(-2, y_1), (5, y_2)$ 是抛物线上的两点, 则 $y_1 < y_2$.

上述 4 个判断中, 正确的是 ()



A. ①②

B. ①④

C. ①③④

D. ②③④

二、填空题（本题 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分．把最后答案直接填在题中的横线上）

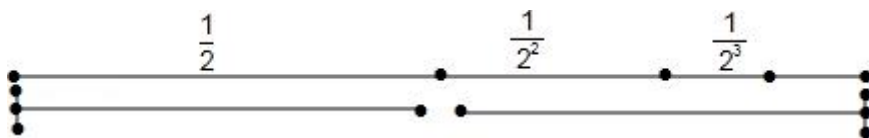
11. (3 分) (2014•达州) 化简： $(-a^2b^3)^3=$ _____.

12. (3 分) (2014•达州) “每天锻炼一小时，健康生活一辈子”，自开展“阳光体育运动”以来，学校师生的锻炼意识都增强了，某校有学生 8200 人，为了解学生每天的锻炼时间，学校体育组随机调查了部分学生，统计结果如表.

时间段	频数	频率
29 分钟及以下	108	0.54
30 – 39 分钟	24	0.12
40 – 49 分钟	m	0.15
50 – 59 分钟	18	0.09
1 小时及以上	20	0.1

表格中， $m=$ _____；这组数据的众数是_____；该校每天锻炼时间达到 1 小时的约有_____人.

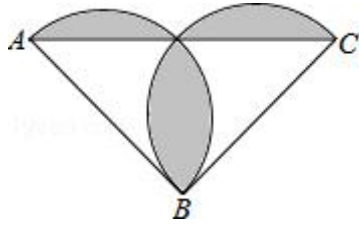
13. (3 分) (2014•达州) 《庄子·天下篇》中写道：“一尺之棰，日取其半，万世不竭”意思是：一根一尺的木棍，如果每天截取它的一半，永远也取不完，如图.



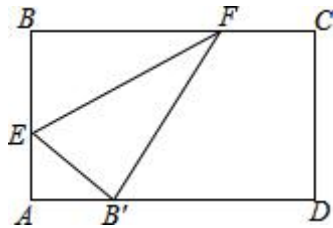
由图易得： $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} =$ _____.

14. (3 分) (2014•达州) 已知实数 a 、 b 满足 $a+b=5$ ， $ab=3$ ，则 $a-b=$ _____.

15. (3 分) (2014•达州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=2$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，则图中阴影部分的面积是_____.



16. (3 分) (2014•达州) 如图, 折叠矩形纸片 $ABCD$, 使点 B 落在边 AD 上, 折痕 EF 的两端分别在 AB 、 BC 上 (含端点), 且 $AB=6\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$. 则折痕 EF 的最大值是_____cm.



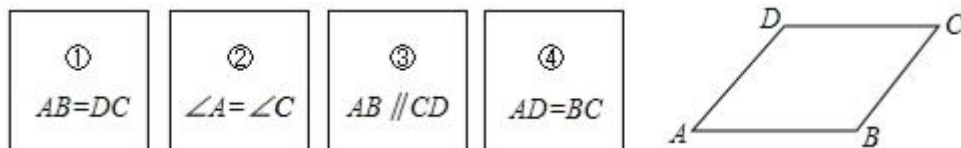
三、解答题 (72 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2014•达州) 计算: $2^{-1} + (\pi - \sqrt{2})^0 + \sqrt{12} - (-1)^{2014}$.

18. (6 分) (2014•达州) 化简求值: $(1 + \frac{1}{a}) \div \frac{a^2 - 1}{a} - \frac{2a - 2}{a^2 - 2a + 1}$, a 取 -1 、 0 、 1 、 2

中的一个数.

19. (7 分) (2014•达州) 四张背面完全相同的纸牌 (如图, 用①、②、③、④表示), 正面分别写有四个不同的条件. 小明将这 4 张纸牌背面朝上洗匀后, 先随机抽出一张 (不放回), 再随机抽出一张.

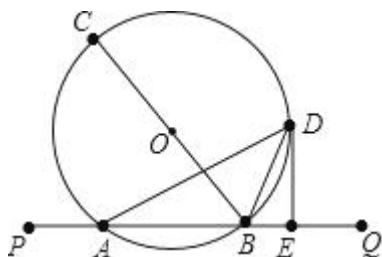


- (1) 写出两次摸牌出现的所有可能的结果 (用①、②、③、④表示);
- (2) 以两次摸出的牌面上的结果为条件, 求能判断四边形 ABCD 为平行四边形的概率.

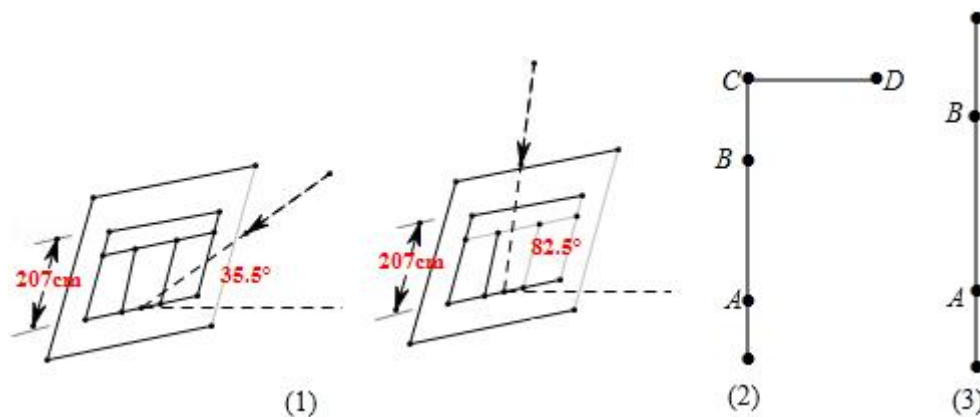
20. (7 分) (2014•达州) 某服装商预测一种应季衬衫能畅销市场, 就用 8000 元购进一批衬衫, 面市后果然供不应求, 服装商又用 17600 元购进了第二批这种衬衫, 所购数量是第一批购进数量的 2 倍, 但单价贵了 8 元. 商家销售这种衬衫时每件定价都是 100 元, 最后剩下 10 件按 8 折销售, 很快售完. 在这两笔生意中, 商家共盈利多少元?

21. (8 分) (2014•达州) 如图, 直线 PQ 与 $\odot O$ 相交于点 A、B, BC 是 $\odot O$ 的直径, BD 平分 $\angle CBQ$ 交 $\odot O$ 于点 D, 过点 D 作 $DE \perp PQ$, 垂足为 E.

- (1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 连结 AD, 已知 $BC=10$, $BE=2$, 求 $\sin BAD$ 的值.



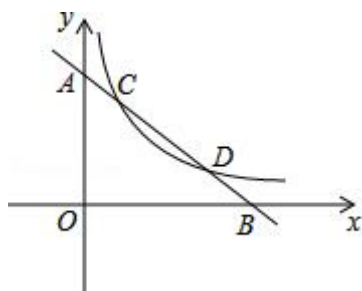
22. (8分) (2014•达州) 达州市凤凰小学位于北纬 21° ，此地一年中冬至日正午时刻，太阳光与地面的夹角最小，约为 35.5° ；夏至日正午时刻，太阳光的夹角最大，约为 82.5° 。已知该校一教学楼窗户朝南，窗高 207cm，如图 (1)。请你为该窗户设计一个直角形遮阳棚 BCD，如图 (2)，要求最大限度地节省材料，夏至日正午刚好遮住全部阳光，冬至日正午能射入室内的阳光没有遮挡。



- (1) 在图 (3) 中画出设计草图；
- (2) 求 BC、CD 的长度 (结果精确到个位) (参考数据: $\sin 35.5^\circ \approx 0.58$, $\cos 35.5^\circ \approx 0.81$, $\tan 35.5^\circ \approx 0.71$, $\sin 82.5^\circ \approx 0.99$, $\cos 82.5^\circ \approx 0.13$, $\tan 82.5^\circ \approx 7.60$)

23. (8分) (2014•达州) 如图，直线 $L: y = -x + 3$ 与两坐标轴分别相交于点 A、B。

- (1) 当反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ ($m > 0, x > 0$) 的图象在第一象限内与直线 L 至少有一个交点时，求 m 的取值范围。
- (2) 若反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ ($m > 0, x > 0$) 在第一象限内与直线 L 相交于点 C、D，当 $CD = 2\sqrt{2}$ 时，求 m 的值。
- (3) 在 (2) 的条件下，请你直接写出关于 x 的不等式 $-x + 3 < \frac{\pi}{x}$ 的解集。



24. (10 分) (2014•达州) 倡导研究性学习方式, 着力教材研究, 习题研究, 是学生跳出题海, 提高学习能力和创新能力的有效途径. 下面是一案例, 请同学们认真阅读、研究, 完成“类比猜想”及后面的问题.

习题解答:

习题 如图 (1), 点 E、F 分别在正方形 ABCD 的边 BC、CD 上, $\angle EAF=45^\circ$, 连接 EF, 则 $EF=BE+DF$, 说明理由.

解答: $\because$ 正方形 ABCD 中, $AB=AD$, $\angle BAD=\angle ADC=\angle B=90^\circ$,

$\therefore$ 把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 $\triangle ADE'$, 点 F、D、E' 在一条直线上.

$\therefore \angle E'AF=90^\circ-45^\circ=45^\circ=\angle EAF$,

又 $\because AE'=AE$, $AF=AF$

$\therefore \triangle AE'F \cong \triangle AEF$ (SAS)

$\therefore EF=E'F=DE'+DF=BE+DF$.

习题研究

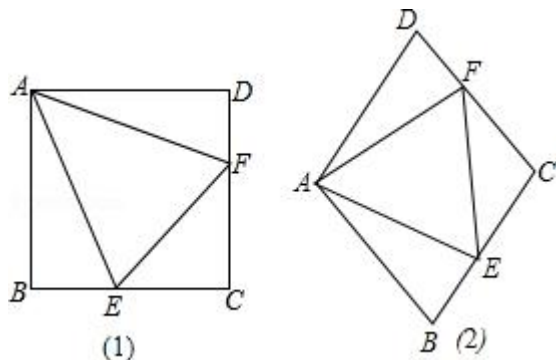
观察分析: 观察图 (1), 由解答可知, 该题有用的条件是①ABCD 是四边形, 点 E、F 分别在边 BC、CD 上; ② $AB=AD$; ③ $\angle B=\angle D=90^\circ$; ④ $\angle EAF=\angle BAD$.

类比猜想: (1) 在四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $AB=AD$, $\angle B=\angle D$ 时, 还有 $EF=BE+DF$ 吗?

研究一个问题, 常从特例入手, 请同学们研究: 如图 (2), 在菱形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $\angle BAD=120^\circ$, $\angle EAF=60^\circ$ 时, 还有 $EF=BE+DF$ 吗?

(2) 在四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $AB=AD$, $\angle B+\angle D=180^\circ$, $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$ 时, $EF=BE+DF$ 吗?

归纳概括: 反思前面的解答, 思考每个条件的作用, 可以得到一个结论“ $EF=BE+DF$ ”的一般命题: _____.

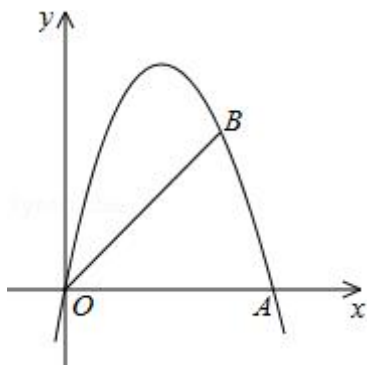


25. (12 分) (2014•达州) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $O(0, 0)$, $A(5, 0)$, $B(4, 4)$.

(1) 求过 O 、 B 、 A 三点的抛物线的解析式.

(2) 在第一象限的抛物线上存在点 M , 使以 O 、 A 、 B 、 M 为顶点的四边形面积最大, 求点 M 的坐标.

(3) 作直线 $x=m$ 交抛物线于点 P , 交线段 OB 于点 Q , 当 $\triangle PQB$ 为等腰三角形时, 求 m 的值.



2014 年四川省达州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：(每小题 3 分，共 30 分)

1. (3 分) (2014•达州) 向东行驶 3km，记作+3km，向西行驶 2km 记作 ()
A. +2km B. - 2km C. +3km D. - 3km

考点：正数和负数.

分析：根据正数和负数表示相反意义的量，向东记为正，可得答案.

解答：解：向东行驶 3km，记作+3km，向西行驶 2km 记作 - 2km，
故选：B.

点评：本题考查了正数和负数，相反意义的量用正数和负数表示.

2. (3 分) (2014•达州) 2014 年 5 月 21 日，中国石油天然气集团公司与俄罗斯天然气工业股份公司在上海签署了《中俄东线供气购销合同》，这份有效期为 30 年的合同规定，从 2018 年开始供气，每年的天然气供应量为 380 亿立方米，380 亿立方米用科学记数法表示为 ()
A. $3.8 \times 10^{10} \text{m}^3$ B. $38 \times 10^9 \text{m}^3$ C. $380 \times 10^8 \text{m}^3$ D. $3.8 \times 10^{11} \text{m}^3$

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

解答：解：将 380 亿立方米用科学记数法表示为： $3.8 \times 10^{10} \text{m}^3$.
故选：A.

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3 分) (2014•达州) 二次根式 $\sqrt{-2x+4}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 ()
A. $x \geq -2$ B. $x > -2$ C. $x < 2$ D. $x \leq 2$

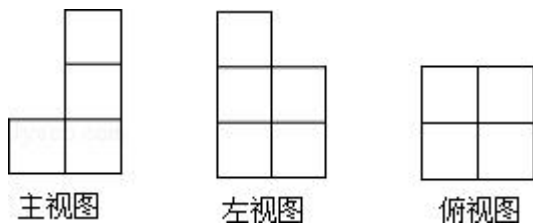
考点：二次根式有意义的条件.

分析：根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

解答：解：由题意得， $-2x+4 \geq 0$ ，
解得 $x \leq 2$.
故选：D.

点评：本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数.

4. (3 分) (2014•达州) 小颖同学到学校领来 n 盒粉笔，整齐地摆在讲桌上，其三视图如图，则 n 的值是 ()



A. 6

B. 7

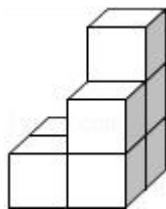
C. 8

D. 9

考点：由三视图判断几何体.

分析：易得这个几何体共有 3 层，由俯视图可得第一层盒数，由正视图和左视图可得第二层，第三层盒数，相加即可.

解答：解：由俯视图可得最底层有 4 盒，由正视图和左视图可得第二层有 2 盒，第三层有 1 盒，共有 7 盒，
故选：B.



点评：考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案.

5. (3 分) (2014•达州) 一家特色煎饼店提供厚度相同、直径不同的两种煎饼，甲种煎饼直径 20 厘米卖价 10 元，乙种煎饼直径 30 厘米卖价 15 元，请问：买哪种煎饼划算？ ()

A. 甲

B. 乙

C. 一样

D. 无法确定

考点：列代数式.

分析：先求出它们的面积，再求出每平方厘米的卖价，即可比较那种煎饼划算.

解答：解：甲的面积= 100π 平方厘米，甲的卖价为 $\frac{1}{10\pi}$ 元/平方厘米；

乙的面积= 225π 平方厘米，乙的卖价为 $\frac{1}{15\pi}$ 元/平方厘米；

$$\therefore \frac{1}{10\pi} > \frac{1}{15\pi},$$

$\therefore$ 乙种煎饼划算，

故选：B.

点评：本题考查了列代数式，是基础知识，要熟练掌握.

6. (3 分) (2014•达州) 下列说法中错误的是 ()

A. 将油滴入水中，油会浮出水面是一个必然事件

B. 1、2、3、4 这组数据的中位数是 2.5

C. 一组数据的方差越小，这组数据的稳定性越差

D. 要了解某种灯管的使用寿命，一般采用抽样调查

考点：随机事件；全面调查与抽样调查；中位数；方差.

分析：利用必然事件意义、中位数、方差的性质、普查和抽样调查的特点即可作出判断.

解答：解：A. 必然事件是一定会发生的，将油滴入水中，油会浮出水面是一个必然事件，故 A 选项正确；

B. 1、2、3、4 这组数据的中位数是 $\frac{2+3}{2}=2.5$ ，故 B 选项正确；

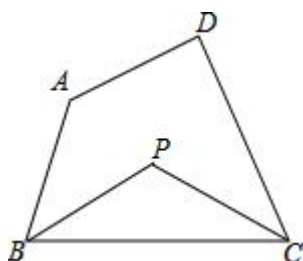
C. 一组数据的方差越小，这组数据的稳定性越强，故 C 选项错误；

D. 要了解某种灯管的使用寿命，具有破坏性，一般采用抽样调查，故 D 选项正确.

故选：C.

点评：本题主要考查了必然事件意义、中位数、方差的性质、普查和抽样调查的特点，熟练掌握性质及意义是解题的关键.

7. (3 分) (2014•达州) 如图，在四边形 ABCD 中， $\angle A + \angle D = \alpha$ ， $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle BCD$ 的平分线交于点 P，则 $\angle P =$ ()



A. $90^\circ - \alpha$

B. $90^\circ + \alpha$

C. $\frac{1}{2}\alpha$

D. $360^\circ - \alpha$

考点：多边形内角与外角；三角形内角和定理.

分析：先求出 $\angle ABC + \angle BCD$ 的度数，然后根据角平分线的性质以及三角形的内角和定理求解 $\angle P$ 的度数.

解答：解： $\because$ 四边形 ABCD 中， $\angle ABC + \angle BCD = 360^\circ - (\angle A + \angle D) = 360^\circ - \alpha$,

$\therefore$ PB 和 PC 分别为 $\angle ABC$ 、 $\angle BCD$ 的平分线，

$\therefore \angle PBC + \angle PCB = (\angle ABC + \angle BCD) = (360^\circ - \alpha) = 180^\circ - \alpha$,

则 $\angle P = 180^\circ - (\angle PBC + \angle PCB) = 180^\circ - (180^\circ - \alpha) = \alpha$.

故选：C.

点评：本题考查了多边形的内角和外角以及三角形的内角和定理，属于基础题.

8. (3 分) (2014•达州) 直线 $y = kx + b$ 不经过第四象限，则 ()

A. $k > 0$, $b > 0$

B. $k < 0$, $b > 0$

C. $k \geq 0$, $b \geq 0$

D. $k < 0$, $b \geq 0$

考点：一次函数图象与系数的关系

分析：直接根据一次函数图象与系数的关系求解.

解答：解： $\because$ 直线 $y = kx + b$ 不经过第四象限，即直线过第一、三象限且与 y 轴的交点不在 x 轴的下方，

$\therefore k \geq 0$, $b \geq 0$.

故选：C.

点评：本题考查了一次函数图象与系数的关系：一次函数 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数， $k \neq 0$) 是一

条直线，当 $k > 0$ ，图象经过第一、三象限， y 随 x 的增大而增大；当 $k < 0$ ，图象经过第二、四象限， y 随 x 的增大而减小；图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, b)$ 。

9. (3 分) (2014•达州) 如图，以点 O 为支点的杠杆，在 A 端用竖直向上的拉力将重为 G 的物体匀速拉起，当杠杆 OA 水平时，拉力为 F ；当杠杆被拉至 OA_1 时，拉力为 F_1 ，过点 B_1 作 $B_1C \perp OA$ ，过点 A_1 作 $A_1D \perp OA$ ，垂足分别为点 C 、 D 。

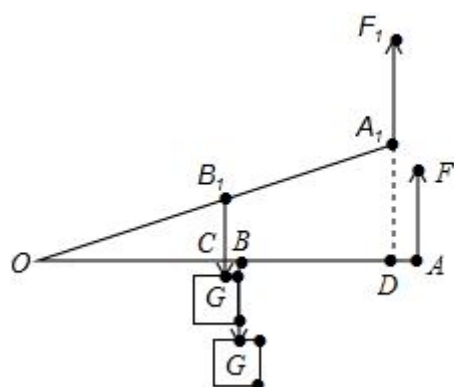
① $\triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$;

② $OA \cdot OC = OB \cdot OD$;

③ $OC \cdot G = OD \cdot F_1$;

④ $F = F_1$ 。

其中正确的说法有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

考点：相似三角形的应用.

专题：跨学科.

分析：根据在同一平面内，垂直于同一直线的两直线互相平行判断出 $B_1C \parallel A_1D$ ，然后求出 $\triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$ ，判断出①正确；

根据相似三角形对应边成比例列式求解即可得到②正确；

根据杠杆平衡原理：动力 $\times$ 动力臂 = 阻力 $\times$ 阻力臂列式阻力判断出③正确；

求出 F 的大小不变，判断出④正确.

解答：解： $\because B_1C \perp OA, A_1D \perp OA,$

$\therefore B_1C \parallel A_1D,$

$\therefore \triangle OB_1C \sim \triangle OA_1D$ ，故①正确；

$$\therefore \frac{OC}{OD} = \frac{OB_1}{OA_1},$$

由旋转的性质得， $OB = OB_1, OA = OA_1,$

$\therefore OA \cdot OC = OB \cdot OD$ ，故②正确；

由杠杆平衡原理， $OC \cdot G = OD \cdot F_1$ ，故③正确；

$$\therefore \frac{F_1}{G} = \frac{OC}{OD} = \frac{OB_1}{OA_1} = \frac{OB}{OA} \text{ 是定值,}$$

$\therefore F_1$ 的大小不变，

$\therefore F = F_1$ ，故④正确.

综上所述，说法正确的是①②③④.

故选：D.

点评：本题考查了相似三角形的判定与性质，杠杆平衡原理，熟练掌握相似三角形的判定方法和性质并准确识图是解题的关键.

10. (3分) (2014•达州) 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的一部分，对称轴是直线 $x=1$.

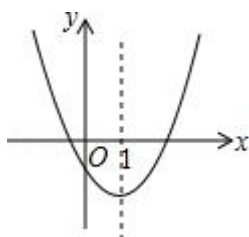
① $b^2 > 4ac$;

② $4a - 2b + c < 0$;

③ 不等式 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 $x \geq 3.5$;

④ 若 $(-2, y_1)$, $(5, y_2)$ 是抛物线上的两点，则 $y_1 < y_2$.

上述4个判断中，正确的是 ()



A. ①②

B. ①④

C. ①③④

D. ②③④

考点：二次函数图象与系数的关系；二次函数图象上点的坐标特征；二次函数与不等式 (组).

分析：根据抛物线与 x 轴有两个交点可得 $b^2 - 4ac > 0$ ，进而判断①正确；

根据题中条件不能得出 $x = -2$ 时 y 的正负，因而不能得出②正确；

如果设 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 α 、 β ($\alpha < \beta$)，那么根据图象可知不等式 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 $x < \alpha$ 或 $x > \beta$ ，由此判断③错误；

先根据抛物线的对称性可知 $x = -2$ 与 $x = 4$ 时的函数值相等，再根据二次函数的增减性即可判断④正确.

解答：解：① $\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点，

$\therefore b^2 - 4ac > 0$,

$\therefore b^2 > 4ac$ ，故①正确；

② $x = -2$ 时， $y = 4a - 2b + c$ ，而题中条件不能判断此时 y 的正负，即 $4a - 2b + c$ 可能大于 0，可能等于 0，也可能小于 0，故②错误；

③ 如果设 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 α 、 β ($\alpha < \beta$)，那么根据图象可知不等式 $ax^2+bx+c > 0$ 的解集是 $x < \alpha$ 或 $x > \beta$ ，故③错误；

④ $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴是直线 $x = 1$ ，

$\therefore x = -2$ 与 $x = 4$ 时的函数值相等，

$\therefore 4 < 5$ ，

$\therefore$ 当抛物线开口向上时，在对称轴的右边， y 随 x 的增大而增大，

$\therefore y_1 < y_2$ ，故④正确.

故选：B.

点评：主要考查图象二次函数图象与系数的关系，二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质，以及二次函数与不等式的关系，根的判别式的熟练运用.

二、填空题 (本题 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分. 把最后答案直接填在题中的横线上)

11. (3分) (2014•达州) 化简： $(-a^2b^3)^3 = -a^6b^9$.

考点：幂的乘方与积的乘方.

分析：根据积的乘方等于每个因式分别乘方，再把所得的幂相乘，可得答案.

解答：解：原式 $=(-1)^3a^{2\times3}b^{3\times3}=-a^6b^9$ ，
故答案为： $-a^6b^9$.

点评：本题考查了积的乘方，积的乘方等于每个因式分别乘方，再把所得的幂相乘是解题关键.

12. (3 分) (2014•达州) “每天锻炼一小时，健康生活一辈子”，自开展“阳光体育运动”以来，学校师生的锻炼意识都增强了，某校有学生 8200 人，为了解学生每天的锻炼时间，学校体育组随机调查了部分学生，统计结果如表.

时间段	频数	频率
29 分钟及以下	108	0.54
30 – 39 分钟	24	0.12
40 – 49 分钟	m	0.15
50 – 59 分钟	18	0.09
1 小时及以上	20	0.1

表格中， $m=$ 30；这组数据的众数是 108；该校每天锻炼时间达到 1 小时的约有 820 人.

考点：频数（率）分布表；用样本估计总体；众数.

分析：根据表格中 29 分钟及以下的频数与对应的频率求出调查的总人数，再用调查的总人数乘 0.15 即为 m 的值；根据一组数据中出现次数最多的数据叫做众数可求出这组数据的众数；根据表格可知每天锻炼时间达到 1 小时的频率为 0.1，再用样本估计总体的方法用 8200 乘 0.1 即可求解.

解答：解： $\because$ 每天锻炼时间在 29 分钟及以下的频数为 108，对应的频率为 0.54，
 $\therefore$ 调查的总人数为 $108 \div 0.54 = 200$ （人），
 $\therefore m = 200 \times 0.15 = 30$ （人），
 $\because$ 每天锻炼时间在 29 分钟及以下的有 108 人，人数最多，
 $\therefore$ 这组数据的众数是 108；
该校每天锻炼时间达到 1 小时的约有 $8200 \times 0.1 = 820$ （人）.
故答案为：30；108；820.

点评：本题考查读频数（率）分布表的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题. 同时考查了众数的定义及用样本估计总体的思想.

13. (3 分) (2014•达州) 《庄子·天下篇》中写道：“一尺之棰，日取其半，万世不竭”意思是：一根一尺的木棍，如果每天截取它的一半，永远也取不完，如图.



由图易得： $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n} = \frac{2^n - 1}{2^n}$.

考点：规律型：图形的变化类.

分析：由图可知第一次剩下，截取 $1 - \frac{1}{2}$ ；第二次剩下 $\frac{1}{2^2}$ ，共截取 $1 - \frac{1}{2^2}$ ；...由此得出第 n 次

剩下 $\frac{1}{2^n}$ ，共截取 $1 - \frac{1}{2^n}$ ，得出答案即可.

解答：解： $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n}$
 $= 1 - \frac{1}{2^n}$
 $= \frac{2^n - 1}{2^n}.$

故答案为： $\frac{2^n - 1}{2^n}.$

点评：此题考查图形的变化规律，找出与数据之间的联系，得出规律解决问题.

14. (3 分) (2014•达州) 已知实数 a 、 b 满足 $a+b=5$ ， $ab=3$ ，则 $a-b=$ $\pm\sqrt{13}$.

考点：完全平方公式

专题：计算题.

分析：将 $a+b=5$ 两边平方，利用完全平方公式展开，把 ab 的值代入求出 a^2+b^2 的值，再利用完全平方公式即可求出 $a-b$ 的值.

解答：解：将 $a+b=5$ 两边平方得： $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 25$,

将 $ab=3$ 代入得： $a^2 + b^2 = 19$,

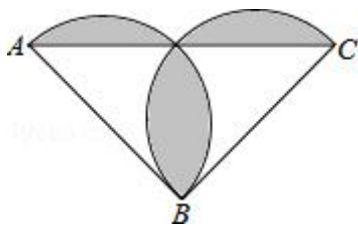
$\therefore (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab = 19 - 6 = 13$,

则 $a-b = \pm\sqrt{13}$.

故答案为： $\pm\sqrt{13}$

点评：此题考查了完全平方公式，熟练掌握公式是解本题的关键.

15. (3 分) (2014•达州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=2$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，则图中阴影部分的面积是 $\pi - 2$.



考点：扇形面积的计算；等腰直角三角形.

分析：通过图形知 $S_{\text{阴影部分面积}} = S_{\text{半圆 AB 的面积}} + S_{\text{半圆 BC 的面积}} - S_{\triangle ABC \text{ 的面积}}$ ，所以由圆的面积公式和三角形的面积公式可以求得阴影部分的面积.

解答：解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $AB=BC=2$ ， $\angle ABC=90^\circ$,

∴ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

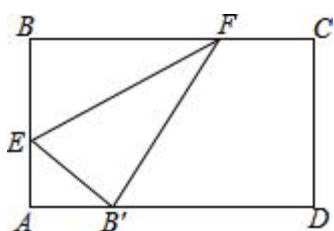
∴ 图中阴影部分的面积是:

$$\begin{aligned} S_{\text{阴影部分面积}} &= S_{\text{半圆 AB 的面积}} + S_{\text{半圆 BC 的面积}} - S_{\triangle ABC \text{ 的面积}} \\ &= \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \pi \times \left(\frac{2}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \\ &= \pi - 2. \end{aligned}$$

故答案为: $\pi - 2$.

点评: 本题考查了扇形面积的计算、勾股定理. 解题的关键是推知 $S_{\text{阴影部分面积}} = S_{\text{半圆 AB 的面积}} + S_{\text{半圆 BC 的面积}} - S_{\triangle ABC \text{ 的面积}}$.

16. (3 分) (2014•达州) 如图, 折叠矩形纸片 ABCD, 使点 B 落在边 AD 上, 折痕 EF 的两端分别在 AB、BC 上 (含端点), 且 AB=6cm, BC=10cm. 则折痕 EF 的最大值是 $\frac{10\sqrt{10}}{3}$ cm.



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 判断出点 F 与点 C 重合时, 折痕 EF 最大, 根据翻折的性质可得 $BC = B'C$, 然后利用勾股定理列式求出 $B'D$, 从而求出 AB' , 设 $BE = x$, 根据翻折的性质可得 $B'E = BE$, 表示出 AE , 在 $\text{Rt}\triangle AB'E$ 中, 利用勾股定理列方程求出 x , 再利用勾股定理列式计算即可求出 EF.

解答: 解: 如图, 点 F 与点 C 重合时, 折痕 EF 最大,
由翻折的性质得, $BC = B'C = 10\text{cm}$,

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle B'DC \text{ 中, } B'D = \sqrt{B'C^2 - CD^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm},$$

$$\therefore AB' = AD - B'D = 10 - 8 = 2\text{cm},$$

$$\text{设 } BE = x, \text{ 则 } B'E = BE = x,$$

$$AE = AB - BE = 6 - x,$$

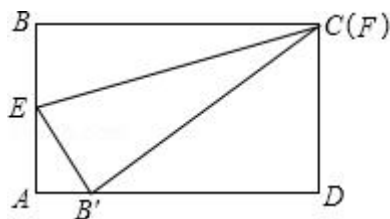
$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AB'E \text{ 中, } AE^2 + AB'^2 = B'E^2,$$

$$\text{即 } (6 - x)^2 + 2^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{10}{3},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BEF \text{ 中, } EF = \sqrt{BC^2 + BE^2} = \sqrt{10^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{10\sqrt{10}}{3}\text{cm}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{10\sqrt{10}}{3}.$$



点评: 本题考查了翻折变换的性质, 勾股定理的应用, 难点在于判断出折痕 EF 最大的情况并利用勾股定理列出方程求出 BE 的长, 作出图形更形象直观.

三、解答题 (72 分, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) (2014•达州) 计算: $2^{-1} + (\pi - \sqrt{2})^0 + \sqrt{12} - (-1)^{2014}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用负指数幂法则计算, 第二项利用零指数幂法则计算, 第三项化为最简二次根式, 最后一项利用乘方的意义化简, 计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= +1 + 2\sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则解本题的关键.

18. (6 分) (2014•达州) 化简求值: $(1 + \frac{1}{a}) \div \frac{a^2 - 1}{a} - \frac{2a - 2}{a^2 - 2a + 1}$, a 取 -1、0、1、2

中的一个数.

考点: 分式的化简求值

分析: 先根据分式混合运算的法则把原式进行化简, 再选取合适的 a 的值代入进行计算即可.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{a+1}{a} \cdot \frac{a}{(a+1)(a-1)} - \frac{2(a-1)}{(a-1)^2}$$

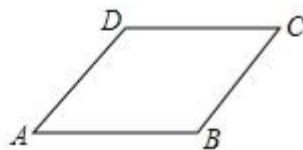
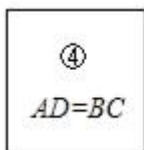
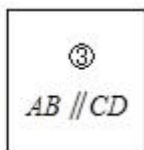
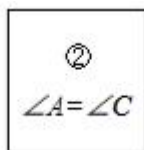
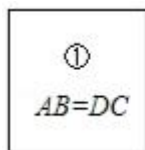
$$= \frac{1}{a-1} - \frac{2}{a-1}$$

$$= -\frac{1}{a-1},$$

$$\text{当 } a=2 \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{2-1} = -1.$$

点评: 本题考查的是分式的化简求值, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

19. (7 分) (2014•达州) 四张背面完全相同的纸牌 (如图, 用①、②、③、④表示), 正面分别写有四个不同的条件. 小明将这 4 张纸牌背面朝上洗匀后, 先随机抽出一张 (不放回), 再随机抽出一张.



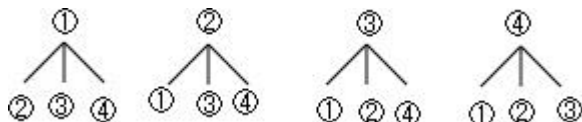
- (1) 写出两次摸牌出现的所有可能的结果（用①、②、③、④表示）；
 (2) 以两次摸出的牌面上的结果为条件，求能判断四边形 ABCD 为平行四边形的概率。

考点：列表法与树状图法；平行四边形的判定

分析：（(1) 利用树状图展示所有等可能的结果数；

(2) 由于共有 12 种等可能的结果数，根据平行四边形的判定能判断四边形 ABCD 为平行四边形有 6 种，则根据概率公式可得到能判断四边形 ABCD 为平行四边形的概率 $=\frac{1}{2}$ 。

解答：解：（1）画树状图为：



(2) 共有 12 种等可能的结果数，
 其中能判断四边形 ABCD 为平行四边形有 6 种：①③、①④、②③、③①、③②、④①，

所以能判断四边形 ABCD 为平行四边形的概率 $=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$ 。

点评：本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有可能的结果数，再找出某事件所占有的结果数，然后根据概率公式计算这个事件的概率，也考查了平行四边形的判定。

20. (7 分) (2014•达州) 某服装商预测一种应季衬衫能畅销市场，就用 8000 元购进一批衬衫，面市后果然供不应求，服装商又用 17600 元购进了第二批这种衬衫，所购数量是第一批购进数量的 2 倍，但单价贵了 8 元。商家销售这种衬衫时每件定价都是 100 元，最后剩下 10 件按 8 折销售，很快售完。在这两笔生意中，商家共盈利多少元？

考点：分式方程的应用

分析：设第一批进货的单价为 x 元，则第二批进货的单价为 $(x+8)$ 元，根据第二批进货是第一批购进数量的 2 倍，列方程求出 x 的值，然后求出盈利。

解答：解：设第一批进货的单价为 x 元，则第二批进货的单价为 $(x+8)$ 元，

由题意得， $\frac{8000}{x} \times 2 = \frac{17600}{x+8}$ ，

解得： $x=80$ ，

经检验： $x=80$ 是原分式方程的解，且符合题意，

则第一次进货 100 件，

第二次进货的单价为 88 元，第二次进货 200 件，

总盈利为： $(100-80) \times 100 + (100-88) \times (200-10) + 10 \times (100 \times 0.8 - 88) = 4200$ (元)。

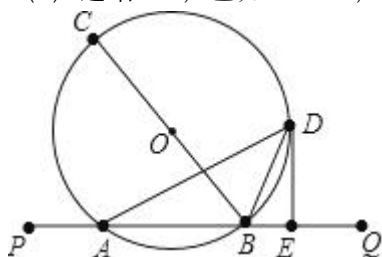
答：在这两笔生意中，商家共盈利 4200 元。

点评：本题考查了分式方程的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找出合适的等量关系，列方程求解。

21. (8分) (2014•达州) 如图, 直线 PQ 与 $\odot O$ 相交于点 A、B, BC 是 $\odot O$ 的直径, BD 平分 $\angle CBQ$ 交 $\odot O$ 于点 D, 过点 D 作 $DE \perp PQ$, 垂足为 E.

(1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连结 AD, 已知 $BC=10$, $BE=2$, 求 $\sin \angle BAD$ 的值.



考点: 切线的判定.

专题: 计算题.

分析: (1) 连结 OD, 利用角平分线的定义得 $\angle CBD = \angle QBD$, 而 $\angle OBD = \angle ODB$, 则 $\angle ODB = \angle QBD$, 于是可判断 $OD \parallel BQ$, 由于 $DE \perp PQ$, 根据平行线的性质得 $OD \perp DE$, 则可根据切线的判定定理得到 DE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 连结 CD, 根据圆周角定理由 BC 是 $\odot O$ 的直径得到 $\angle BDC = 90^\circ$, 再证明 $\text{Rt} \triangle BCD \sim \triangle BDE$, 利用相似比可计算出 $BD = 2\sqrt{5}$, 在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中, 根据正弦的定义得到 $\sin \angle C = \frac{BD}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 然后根据圆周角定理得 $\angle BAD = \angle C$, 即有 $\sin \angle BAD = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

解答: (1) 证明: 连结 OD, 如图,

$\because$ BD 平分 $\angle CBQ$ 交 $\odot O$ 于点 D,

$\therefore \angle CBD = \angle QBD$,

$\because OB = OD$,

$\therefore \angle OBD = \angle ODB$,

$\therefore \angle ODB = \angle QBD$,

$\therefore OD \parallel BQ$,

$\because DE \perp PQ$,

$\therefore OD \perp DE$,

$\therefore$ DE 与 $\odot O$ 相切;

(2) 解: $\because$ BC 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle BDC = 90^\circ$,

$\because DE \perp AB$,

$\therefore \angle BED = 90^\circ$,

$\because \angle CBD = \angle QBD$,

$\therefore \text{Rt} \triangle BCD \sim \triangle BDE$,

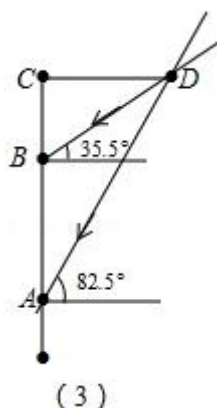
$\therefore \frac{BD}{BE} = \frac{BC}{BD}$, 即 $\frac{BD}{2} = \frac{10}{BD}$,

$\therefore BD = 2\sqrt{5}$,

在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中, $\sin \angle C = \frac{BD}{BC} = \frac{2\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore \angle BAD = \angle C$,

解得: $x \approx 30$,
 $\therefore BC = 0.71 \times 30 \approx 21$ (cm),
 答: BC 的长度是 21cm, CD 的长度是 30cm.



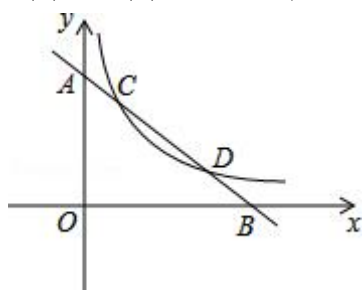
点评: 此题主要考查了解直角三角形的应用, 正确选择锐角三角函数关系进而求出 CD 的长是解题关键.

23. (8 分) (2014•达州) 如图, 直线 $L: y = -x + 3$ 与两坐标轴分别相交于点 A、B.

(1) 当反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ ($m > 0, x > 0$) 的图象在第一象限内与直线 L 至少有一个交点时, 求 m 的取值范围.

(2) 若反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ ($m > 0, x > 0$) 在第一象限内与直线 L 相交于点 C、D, 当 $CD = 2\sqrt{2}$ 时, 求 m 的值.

(3) 在 (2) 的条件下, 请你直接写出关于 x 的不等式 $-x + 3 < \frac{\pi}{x}$ 的解集.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 根据方程有交点, 可得判别式大于或等于 0, 可得答案;

(2) 根据韦达定理, 可得方程两根的关系, 根据两点间距离公式, 可得答案;

(3) 根据反比例函数图象在上方的区域, 可得不等式的解集.

解答: 解: (1) 当反比例函数 $y = \frac{\pi}{x}$ ($m > 0, x > 0$) 的图象在第一象限内与直线 L 至少有一个交点, 得

$$-x + 3 = \frac{\pi}{x}, \quad x^2 - 3x + m = 0,$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4m \geq 0,$$

解得 $m \leq$.

$\therefore m$ 的取值范围为: $0 < x \leq$.

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & x^2 - 3x + m = 0, \\
 & x_1 + x_2 = 3, \quad x_1 \cdot x_2 = m, \\
 & CD = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 2\sqrt{2}, \\
 & \sqrt{2[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2]} = 2\sqrt{2}, \\
 & 2(9 - 4m) = 8, \\
 & m = ;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \quad & \text{当 } m = \text{时}, \quad x^2 - 3x + m = 0, \\
 & \text{解得 } x_1 = , \quad x_2 = ,
 \end{aligned}$$

由反比例函数图象在上方的区域得 $0 < x < \frac{5}{2}$, 或 $x > \frac{5}{2}$.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 利用了韦达定理, 两点间的距离公式, 一次函数与不等式的关系.

24. (10 分) (2014•达州) 倡导研究性学习方式, 着力教材研究, 习题研究, 是学生跳出题海, 提高学习能力和创新能力的有效途径. 下面是一案例, 请同学们认真阅读、研究, 完成“类比猜想”及后面的问题.

习题解答:

习题 如图 (1), 点 E、F 分别在正方形 ABCD 的边 BC、CD 上, $\angle EAF = 45^\circ$, 连接 EF, 则 $EF = BE + DF$, 说明理由.

解答: $\because$ 正方形 ABCD 中, $AB = AD$, $\angle BAD = \angle ADC = \angle B = 90^\circ$,
 $\therefore$ 把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 $\triangle ADE'$, 点 F、D、E' 在一条直线上.
 $\therefore \angle E'AF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ = \angle EAF$,
 又 $\because AE' = AE$, $AF = AF$
 $\therefore \triangle AE'F \cong \triangle AEF$ (SAS)
 $\therefore EF = E'F = DE' + DF = BE + DF$.

习题研究

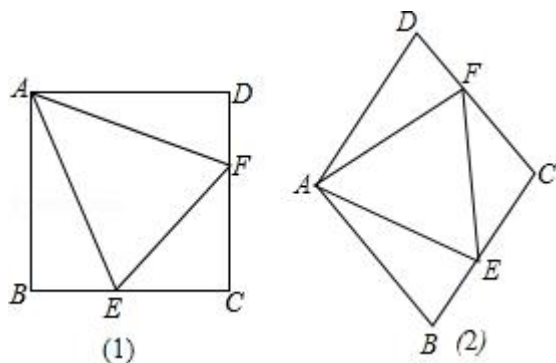
观察分析: 观察图 (1), 由解答可知, 该题有用的条件是①ABCD 是四边形, 点 E、F 分别在边 BC、CD 上; ② $AB = AD$; ③ $\angle B = \angle D = 90^\circ$; ④ $\angle EAF = \angle BAD$.

类比猜想: (1) 在四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $AB = AD$, $\angle B = \angle D$ 时, 还有 $EF = BE + DF$ 吗?

研究一个问题, 常从特例入手, 请同学们研究: 如图 (2), 在菱形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle EAF = 60^\circ$ 时, 还有 $EF = BE + DF$ 吗?

(2) 在四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $AB = AD$, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, $\angle EAF = \angle BAD$ 时, $EF = BE + DF$ 吗?

归纳概括: 反思前面的解答, 思考每个条件的作用, 可以得到一个结论“ $EF = BE + DF$ ”的一般命题: 在四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当 $AB = AD$, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, $\angle EAF = \angle BAD$ 时, 则 $EF = BE + DF$.



考点：四边形综合题

专题：综合题.

分析：(1) 根据菱形的性质和 $\angle EAF=60^\circ$ 得到 $AB=AD$, $\angle 1+\angle 3=60^\circ$, $\angle B=\angle ADC=60^\circ$, 则把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 120° 至 $\triangle ADE'$, 如图 (2), 连结 $E'F$, 根据旋转的性质得 $\angle EAE'=120^\circ$, $\angle 1=\angle 3$, $AE'=AE$, $DE'=BE$, $\angle ADE'=\angle B=60^\circ$, 则 $\angle 2+\angle 3=60^\circ$, 所以 $\angle EAF=\angle E'AF$, 然后利用“SAS”证明 $\triangle AEF\cong\triangle AE'F$, 得到 $EF=E'F$; 由于 $\angle ADE'+\angle ADC=120^\circ$, 则点 F、D、E' 不共线, 所以 $DE'+DF>EF$, 即由 $BE+DF>EF$;

(2) 如图 (3), 由于 $AB=AD$, 则把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 $\angle BAD$ 的度数至 $\triangle ADE'$, 如图 (3), 根据旋转的性质得 $\angle EAE'=\angle BAD$, $\angle 1=\angle 3$, $AE'=AE$, $DE'=BE$, $\angle ADE'=\angle B$, 由于 $\angle B+\angle D=180^\circ$, 则 $\angle ADE'+\angle D=180^\circ$, 所以点 F、D、E' 共线, 利用 $\angle EAF=\angle BAD$, 得到 $\angle 1+\angle 2=\angle BAD$, 则 $\angle 2+\angle 3=\angle BAD$, 所以 $\angle EAF=\angle E'AF$, 然后利用“SAS”证明 $\triangle AEF\cong\triangle AE'F$, 得到 $EF=E'F$, 所以 $EF=DE'+DF=BE+DF$; 根据前面的条件和结论可归纳为: 在四边形 ABCD 中, 点 E、F 分别在 BC、CD 上, 当满足 $AB=AD$, $\angle B+\angle D=180^\circ$, $\angle EAF=\angle BAD$ 时, 则有 $EF=BE+DF$.

解答：解：(1) 当 $\angle BAD=120^\circ$, $\angle EAF=60^\circ$ 时, $EF=BE+DF$ 不成立, $EF<BE+DF$.

理由如下: $\because$ 在菱形 ABCD 中, $\angle BAD=120^\circ$, $\angle EAF=60^\circ$,

$\therefore AB=AD$, $\angle 1+\angle 3=60^\circ$, $\angle B=\angle ADC=60^\circ$,

$\therefore$ 把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 120° 至 $\triangle ADE'$, 如图 (2), 连结 $E'F$,

$\therefore \angle EAE'=120^\circ$, $\angle 1=\angle 3$, $AE'=AE$, $DE'=BE$, $\angle ADE'=\angle B=60^\circ$,

$\therefore \angle 2+\angle 3=60^\circ$,

$\therefore \angle EAF=\angle E'AF$,

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AE'F$ 中

$$\begin{cases} AE=AE' \\ \angle EAF=\angle E'AF \\ AF=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEF\cong\triangle AE'F$ (SAS),

$\therefore EF=E'F$,

$\because \angle ADE'+\angle ADC=120^\circ$, 即点 F、D、E' 不共线,

$\therefore DE'+DF>EF$

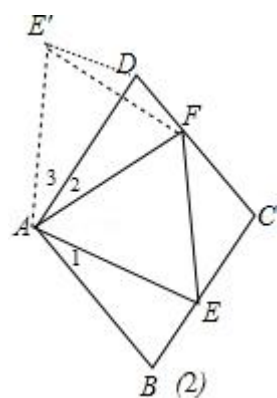
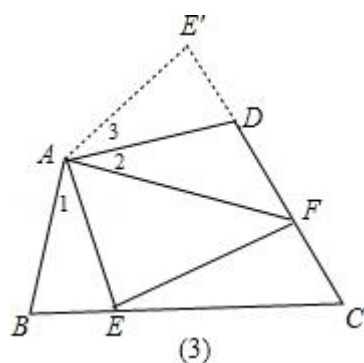
$\therefore BE+DF>EF$;

(2) 当 $AB=AD$, $\angle B+\angle D=180^\circ$, $\angle EAF=\angle BAD$ 时, $EF=BE+DF$ 成立.

理由如下: 如图 (3),

$\because AB=AD$,
 $\therefore$ 把 $\triangle ABE$ 绕点 A 逆时针旋转 $\angle BAD$ 的度数至 $\triangle ADE'$, 如图 (3),
 $\therefore \angle EAE' = \angle BAD$, $\angle 1 = \angle 3$, $AE' = AE$, $DE' = BE$, $\angle ADE' = \angle B$,
 $\because \angle B + \angle D = 180^\circ$,
 $\therefore \angle ADE' + \angle D = 180^\circ$,
 $\therefore$ 点 F、D、E' 共线,
 $\because \angle EAF = \angle BAD$,
 $\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle BAD$,
 $\therefore \angle 2 + \angle 3 = \angle BAD$,
 $\therefore \angle EAF = \angle E'AF$,
 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AE'F$ 中

$$\begin{cases} AE = AE' \\ \angle EAF = \angle E'AF \\ AF = AF \end{cases}$$
 $\therefore \triangle AEF \cong \triangle AE'F$ (SAS),
 $\therefore EF = E'F$,
 $\therefore EF = DE' + DF = BE + DF$;



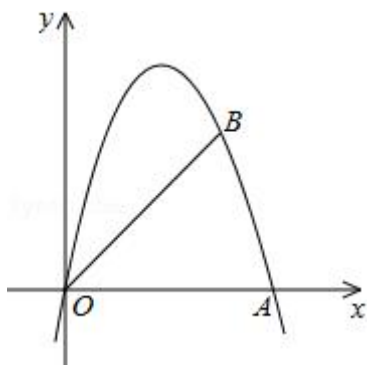
点评: 本题考查了四边形的综合题: 熟练掌握特殊平行四边形的性质和旋转的性质; 会运用三角形全等的判定与性质解决线段相等的问题.

25. (12 分) (2014•达州) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 O (0, 0), A (5, 0), B (4, 4).

(1) 求过 O、B、A 三点的抛物线的解析式.

(2) 在第一象限的抛物线上存在点 M, 使以 O、A、B、M 为顶点的四边形面积最大, 求点 M 的坐标.

(3) 作直线 $x=m$ 交抛物线于点 P, 交线段 OB 于点 Q, 当 $\triangle PQB$ 为等腰三角形时, 求 m 的值.



考 二次函数综合题.

点:

专 压轴题; 分类讨论.

题:

分 (1) 由于抛物线与 x 轴的两个交点已知, 因此抛物线的解析式可设成交点式, 然后把点 B 的坐标代入, 即可求出抛物线的解析式.

(2) 以 O、A、B、M 为顶点的四边形中, $\triangle OAB$ 的面积固定, 因此只要另外一个三角形面积最大, 则四边形面积即最大; 求出另一个三角形面积的表达式, 利用二次函数的性质确定其最值; 本问需分类讨论:

①当 $0 < x \leq 4$ 时, 点 M 在抛物线 OB 段上时, 如答图 1 所示;

②当 $4 < x \leq 5$ 时, 点 M 在抛物线 AB 段上时, 图略.

(3) $\triangle PQB$ 为等腰三角形时, 有三种情形, 需要分类讨论, 避免漏解:

①若点 B 为顶点, 即 $BP=BQ$, 如答图 2-1 所示;

②若点 P 为顶点, 即 $PQ=PB$, 如答图 2-2 所示;

③若点 Q 为顶点, 即 $PQ=QB$, 如答图 2-3 所示.

解: (1) $\because$ 该抛物线经过点 A (5, 0), O (0, 0),

答: $\therefore$ 该抛物线的解析式可设为 $y=a(x-0)(x-5)=ax(x-5)$.

$\because$ 点 B (4, 4) 在该抛物线上,

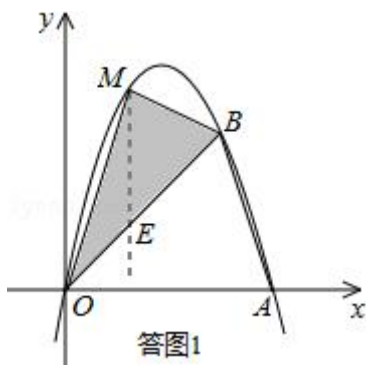
$\therefore a \times 4 \times (4-5) = 4$.

$\therefore a = -1$.

$\therefore$ 该抛物线的解析式为 $y = -x(x-5) = -x^2 + 5x$.

(2) 以 O、A、B、M 为顶点的四边形中, $\triangle OAB$ 的面积固定, 因此只要另外一个三角形面积最大, 则四边形面积即最大.

①当 $0 < x \leq 4$ 时, 点 M 在抛物线 OB 段上时, 如答图 1 所示.



$\because B(4, 4)$, $\therefore$ 易知直线 OB 的解析式为: $y=x$.

设 $M(x, -x^2+5x)$,

过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴, 交 OB 于点 E, 则 $E(x, x)$,

$$\therefore ME = (-x^2+5x) - x = -x^2+4x.$$

$$S_{\triangle OBM} = S_{\triangle MEO} + S_{\triangle MEB} = ME(x_E - 0) + ME(x_B - x_E) = ME \cdot x_B = ME \times 4 = 2ME,$$

$$\therefore S_{\triangle OBM} = -2x^2+8x = -2(x-2)^2+8$$

$\therefore$ 当 $x=2$ 时, $S_{\triangle OBM}$ 最大值为 8, 即四边形的面积最大.

②当 $4 < x \leq 5$ 时, 点 M 在抛物线 AB 段上时, 图略.

可求得直线 AB 解析式为: $y = -4x+20$.

设 $M(x, -x^2+5x)$,

过点 M 作 $ME \parallel y$ 轴, 交 AB 于点 E, 则 $E(x, -4x+20)$,

$$\therefore ME = (-x^2+5x) - (-4x+20) = -x^2+9x-20.$$

$$S_{\triangle ABM} = S_{\triangle MEB} + S_{\triangle MEA} = ME(x_E - x_B) + ME(x_A - x_E) = ME \cdot (x_A - x_B) = ME \times 1 = ME,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = -x^2+x-10 = -(x-)^2+$$

$\therefore$ 当 $x=$ 时, $S_{\triangle ABM}$ 最大值为, 即四边形的面积最大.

比较①②可知, 当 $x=2$ 时, 四边形面积最大.

当 $x=2$ 时, $y = -x^2+5x=6$,

$\therefore M(2, 6)$.

(3) 由题意可知, 点 P 在线段 OB 上方的抛物线上.

设 $P(m, -m^2+5m)$, 则 $Q(m, m)$

当 $\triangle PQB$ 为等腰三角形时,

①若点 B 为顶点, 即 $BP=BQ$, 如答图 2-1 所示.

过点 B 作 $BE \perp PQ$ 于点 E, 则点 E 为线段 PQ 中点,

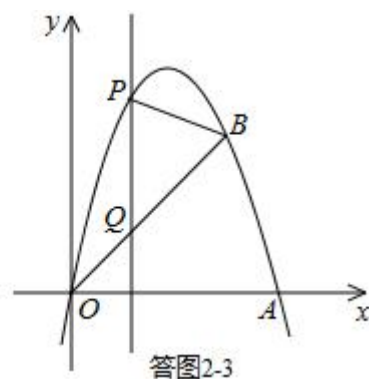
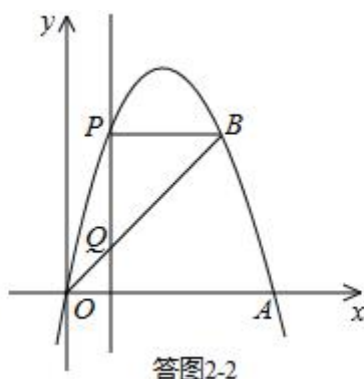
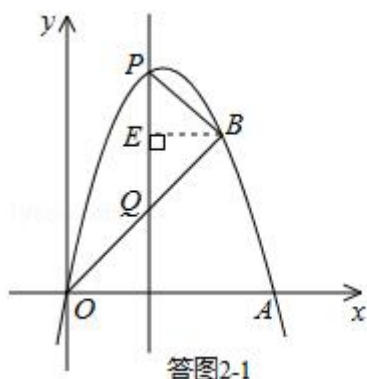
$$\therefore E\left(m, \frac{-m^2+6m}{2}\right).$$

$\because BE \parallel x$ 轴, $B(4, 4)$,

$$\therefore \frac{-m^2+6m}{2} = 4,$$

解得: $m=2$ 或 $m=4$ (与点 B 重合, 舍去)

$\therefore m=2$;



②若点 P 为顶点，即 $PQ=PB$ ，如答图 2-2 所示.

易知 $\angle BOA=45^\circ$ ， $\therefore \angle PQB=45^\circ$ ，则 $\triangle PQB$ 为等腰直角三角形.

$\therefore PB \parallel x$ 轴，

$$\therefore -m^2+5m=4,$$

解得： $m=1$ 或 $m=4$ （与点 B 重合，舍去）

$\therefore m=1$;

③若点 P 为顶点，即 $PQ=QB$ ，如答图 2-3 所示.

$\therefore P(m, -m^2+5m)$ ， $Q(m, m)$ ，

$$\therefore PQ = -m^2+4m.$$

$$\text{又} \because QB = \sqrt{2}(x_B - x_Q) = \sqrt{2}(4 - m),$$

$$\therefore -m^2+4m = \sqrt{2}(4 - m),$$

解得： $m=\sqrt{2}$ 或 $m=4$ （与点 B 重合，舍去），

$$\therefore m=\sqrt{2}.$$

综上所述，当 $\triangle PQB$ 为等腰三角形时， m 的值为 1， 2 或 $\sqrt{2}$.

点评： 本题是二次函数压轴题，涉及考点较多，有一定的难度. 重点考查了分类讨论的数学思想，第 (2) (3) 问均需要进行分类讨论，避免漏解. 注意第 (2) 问中求面积表达式的方法，以及第 (3) 问中利用方程思想求 m 值的方法.