

## 2014 年四川省德阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2014•德阳) 实数  $-\frac{1}{2}$  的相反数是 ( )

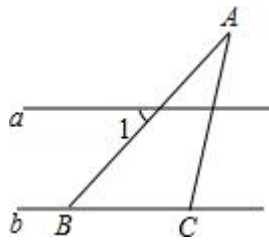
A.  $-2$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $2$

D.  $-|-0.5|$

2. (3 分) (2014•德阳) 如图，直线  $a \parallel b$ ， $\angle A=38^\circ$ ， $\angle 1=46^\circ$ ，则  $\angle ACB$  的度数是 ( )



A.  $84^\circ$

B.  $106^\circ$

C.  $96^\circ$

D.  $104^\circ$

3. (3 分) (2014•德阳) 下列运算正确的是 ( )

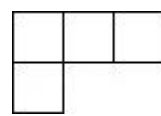
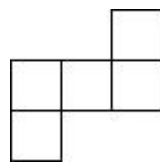
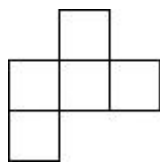
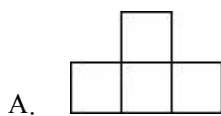
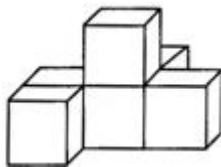
A.  $a^2+a=2a^4$

B.  $a^3 \cdot a^2=a^6$

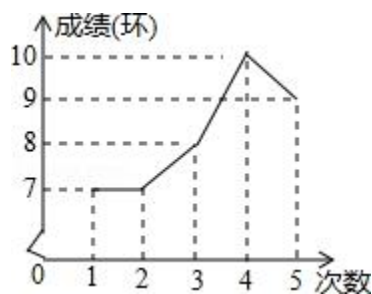
C.  $2a^6 \div a^2=2a^3$

D.  $(a^2)^4=a^8$

4. (3 分) (2014•德阳) 如图是由 6 个相同的小正方体搭成的几何体，那么这个几何体的俯视图是 ( )



5. (3 分) (2014•德阳) 如图是某射击选手 5 次设计成绩的折线图，根据图示信息，这 5 次成绩的众数、中位数分别是 ( )



A.  $7, 8$

B.  $7, 9$

C.  $8, 9$

D.  $8, 10$

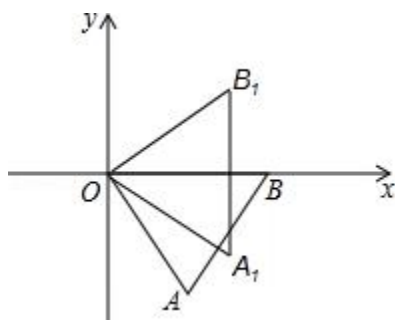
6. (3分) (2014•德阳) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径分别是3cm和5cm, 两圆的圆心距为4cm, 则两圆的位置关系是 ( )

- A. 相交                      B. 内切                      C. 外离                      D. 内含

7. (3分) (2014•德阳) 已知 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ , 那么函数 $y = -2x^2 + 8x - 6$ 的最大值是 ( )

- A. -10.5                      B. 2                      C. -2.5                      D. -6

8. (3分) (2014•德阳) 如图所示, 边长为2的正三角形ABO的边OB在x轴上, 将 $\triangle ABO$ 绕原点O逆时针旋转 $30^\circ$ 得到三角形 $OA_1B_1$ , 则点 $A_1$ 的坐标为 ( )



- A.  $(\sqrt{3}, 1)$                       B.  $(\sqrt{3}, -1)$                       C.  $(1, -\sqrt{3})$                       D.  $(2, -1)$

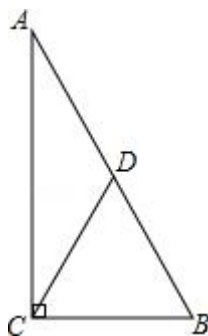
9. (3分) (2014•德阳) 下列说法中正确的个数是 ( )

- ①不可能事件发生的概率为0;  
②一个对象在实验中出现的次数越多, 频率就越大;  
③在相同条件下, 只要试验的次数足够多, 频率就可以作为概率的估计值;  
④收集数据过程中的“记录结果”这一步, 就是记录每个对象出现的频率.

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

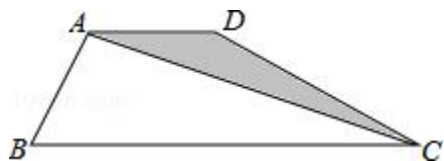
10. (3分) (2014•德阳) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点D是AB的中点, 且 $CD=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,

如果 $Rt\triangle ABC$ 的面积为1, 则它的周长为 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$                       B.  $\sqrt{5}+1$                       C.  $\sqrt{5}+2$                       D.  $\sqrt{5}+3$

11. (3分) (2014•德阳) 如图, 四边形 ABCD 中,  $AB=AD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $\angle BCD=30^\circ$ ,  $BC=6$ , 那么  $\triangle ACD$  的面积是 ( )



- A.  $\sqrt{3}$       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $2\sqrt{3}$       D.  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

12. (3分) (2014•德阳) 已知方程  $\frac{3-a}{a-4} - a = \frac{1}{4-a}$ , 且关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$  只有 4 个整数解, 那么  $b$  的取值范围是 ( )

- A.  $-1 < b \leq 3$       B.  $2 < b \leq 3$       C.  $8 \leq b < 9$       D.  $3 \leq b < 4$

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分, 将答案填在答题卡对应的题号后的横线上)

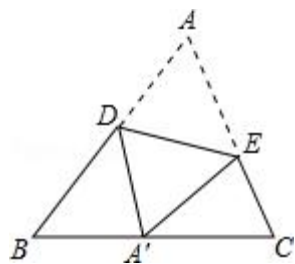
13. (3分) (2014•德阳) 下列运算正确的个数有\_\_\_\_\_个.

①分解因式  $ab^2 - 2ab + a$  的结果是  $a(b-1)^2$ ; ②  $(-2)^0 = 0$ ; ③  $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3$ .

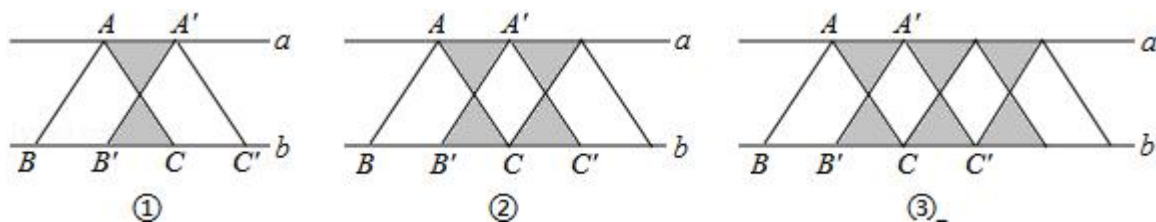
14. (3分) (2014•德阳) 一组数据 3, 4, 5,  $x$ , 7, 8 的平均数为 6, 则这组数据的方差是\_\_\_\_\_.

15. (3分) (2014•德阳) 半径为 1 的圆内接正三角形的边心距为\_\_\_\_\_.

16. (3分) (2014•德阳) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A=60^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  沿  $DE$  翻折后, 点  $A$  落在  $BC$  边上的点  $A'$  处. 如果  $\angle A'EC=70^\circ$ , 那么  $\angle A'DE$  的度数为\_\_\_\_\_.

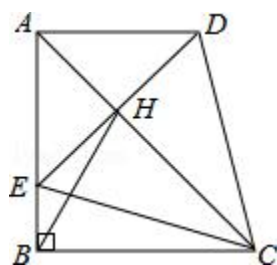


17. (3分) (2014•德阳) 如图, 直线  $a \parallel b$ ,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $A$  在直线  $a$  上, 边  $BC$  在直线  $b$  上, 把  $\triangle ABC$  沿  $BC$  方向平移  $BC$  的一半得到  $\triangle A'B'C'$  (如图①); 继续以上的平移得到图②, 再继续以上的平移得到图③, ...; 请问在第 100 个图形中等边三角形的个数是\_\_\_\_\_.



18. (3 分) (2014•德阳) 在四边形 ABCD 中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=BC$ , E 为 AB 边上一点,  $\angle BCE=15^\circ$ , 且  $AE=AD$ . 连接 DE 交对角线 AC 于 H, 连接 BH. 下列结论正确的是\_\_\_\_\_ . (填番号)

- ①  $AC \perp DE$ ; ②  $\frac{BE}{HE} = \frac{1}{2}$ ; ③  $CD=2DH$ ; ④  $\frac{S_{\triangle BEH}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{DH}{AC}$ .



三、解答题 (共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

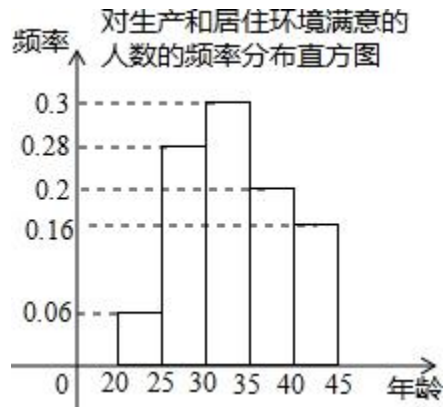
19. (6 分) (2014•德阳) 计算:  $-2^5 + (\frac{1}{2})^{-1} - |\sqrt{16} - 8| + 2\cos 60^\circ$ .

20. (11 分) (2014•德阳) 为增强环境保护意识, 争创“文明卫生城市”, 某企业对职工进行了依次“生产和居住环境满意度”的调查, 按年龄分组, 得到下面的各组人数统计表:

各组人数统计表

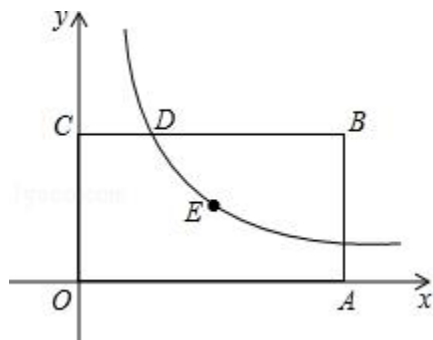
| 组号  | 年龄分组                | 频数 (人) | 频率   |
|-----|---------------------|--------|------|
| 第一组 | $20 \leq x < 25$    | 50     | 0.05 |
| 第二组 | $25 \leq x < 30$    | a      | 0.35 |
| 第三组 | $35 \leq x < 35$    | 300    | 0.3  |
| 第四组 | $35 \leq x < 40$    | 200    | b    |
| 第五组 | $40 \leq x \leq 45$ | 100    | 0.1  |

- (1) 求本次调查的样本容量及表中的  $a$ 、 $b$  的值；
- (2) 调查结果得到对生产和居住环境满意的人数的频率分布直方图如图，政策规定：本次调查满意人数超过调查人数的一半，则称调查结果为满意。如果第一组满意人数为 36，请问此次调查结果是否满意；并指出第五组满意人数的百分比；
- (3) 从第二组和第四组对生产和居住环境满意的职工中分别抽取 3 人和 2 人作义务宣传员，在这 5 人中随机抽取 2 人介绍经验，求第二组和第四组恰好各有 1 人被抽中介绍经验的概率。



21. (10 分) (2014•德阳) 如图，已知矩形  $OABC$  的一个顶点  $B$  的坐标是  $(4, 2)$ ，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象经过矩形的对称中心  $E$ ，且与边  $BC$  交于点  $D$ 。

- (1) 求反比例函数的解析式和点  $D$  的坐标；
- (2) 若过点  $D$  的直线  $y = mx + n$  将矩形  $OABC$  的面积分成 3: 5 的两部分，求此直线的解析式。



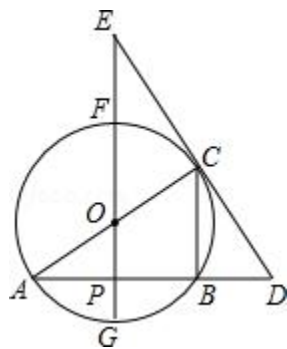
22. (11 分) (2014•德阳) 为落实国家“三农”政策, 某地政府组织 40 辆汽车装运 A、B、C 三种农产品共 200 吨到外地销售, 按计划, 40 辆车都要装运, 每辆车只能装运同一种农产品, 且必须装满, 根据下表提供的信息, 解答下列问题:

| 农产品种类        | A | B | C |
|--------------|---|---|---|
| 每辆汽车的装载量 (吨) | 4 | 5 | 6 |

- (1) 如果装运 C 种农产品需 13 辆汽车, 那么装运 A、B 两种农产品各需多少辆汽车?
- (2) 如果装运每种农产品至少需要 11 辆汽车, 那么车辆的装运方案有几种? 写出每种装运方案.

23. (14 分) (2014•德阳) 如图,  $\odot O$  中, FG、AC 是直径, AB 是弦,  $FG \perp AB$ , 垂足为点 P, 过点 C 的直线交 AB 的延长线于点 D, 交 GF 的延长线于点 E, 已知  $AB=4$ ,  $\odot O$  的半径为  $\sqrt{5}$ .

- (1) 分别求出线段 AP、CB 的长;
- (2) 如果  $OE=5$ , 求证: DE 是  $\odot O$  的切线;
- (3) 如果  $\tan \angle E = \frac{3}{2}$ , 求 DE 的长.

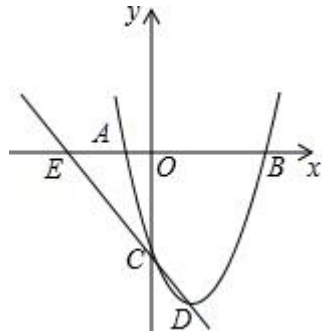


24. (14 分) (2014•德阳) 如图, 已知抛物线经过点 A (-2, 0)、B (4, 0)、C (0, -8).

(1) 求抛物线的解析式及其顶点 D 的坐标;

(2) 直线 CD 交 x 轴于点 E, 过抛物线上在对称轴的右边的点 P, 作 y 轴的平行线交 x 轴于点 F, 交直线 CD 于 M, 使  $PM = \frac{1}{5}EF$ , 请求出点 P 的坐标;

(3) 将抛物线沿对称轴平移, 要使抛物线与 (2) 中的线段 EM 总有交点, 那么抛物线向上最多平移多少个单位长度, 向下最多平移多少个单位长度.



## 2014 年四川省德阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2014•德阳) 实数  $-\frac{1}{2}$  的相反数是 ( )

- A.  $-2$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $2$                       D.  $-|-0.5|$

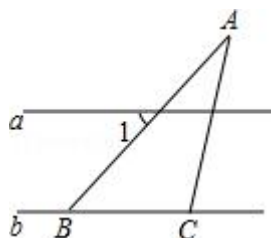
分析: 根据相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数即可得到答案.

解答: 解:  $-\frac{1}{2}$  的相反数是  $\frac{1}{2}$ ,

故选: B.

点评: 此题主要考查了相反数, 正确把握相反数的概念即可.

2. (3 分) (2014•德阳) 如图, 直线  $a \parallel b$ ,  $\angle A=38^\circ$ ,  $\angle 1=46^\circ$ , 则  $\angle ACB$  的度数是 ( )



- A.  $84^\circ$                       B.  $106^\circ$                       C.  $96^\circ$                       D.  $104^\circ$

考点: 平行线的性质.

分析: 根据两直线平行, 内错角相等可得  $\angle ABC=\angle 1$ , 再根据三角形的内角和定理列式计算即可得解.

解答: 解:  $\because a \parallel b$ ,  
 $\therefore \angle ABC=\angle 1=46^\circ$ ,  
 $\because \angle A=38^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ACB=180^\circ-\angle A-\angle ABC=180^\circ-38^\circ-46^\circ=96^\circ$ .  
故选 C.

点评: 本题考查了平行线的性质, 三角形的内角和定理, 熟记性质是解题的关键.

3. (3 分) (2014•德阳) 下列运算正确的是 ( )

- A.  $a^2+a=2a^4$                       B.  $a^3 \cdot a^2=a^6$                       C.  $2a^6 \div a^2=2a^3$                       D.  $(a^2)^4=a^8$

考点: 整式的除法; 合并同类项; 同底数幂的乘法; 幂的乘方与积的乘方.

专题: 计算题.

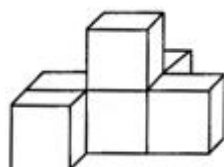
分析: A、原式不能合并, 错误;  
B、原式利用同底数幂的乘法法则计算得到结果, 即可做出判断;  
C、原式利用单项式除以单项式法则计算得到结果, 即可做出判断;  
D、原式利用幂的乘方运算法则计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式不能合并, 错误;

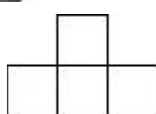
- B、原式= $a^5$ ，错误；  
 C、原式= $2a^4$ ，错误；  
 D、原式= $a^8$ ，正确，  
 故选 D

**点评：**此题考查了整式的除法，合并同类项，同底数幂的乘法，以及幂的乘方与积的乘方，熟练掌握运算是解本题的关键.

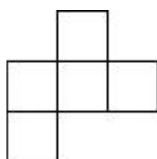
4. (3 分) (2014•德阳) 如图是由 6 个相同的小正方体搭成的几何体，那么这个几何体的俯视图是 ( )



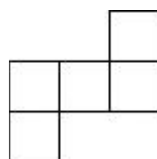
A.



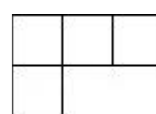
B.



C.



D.



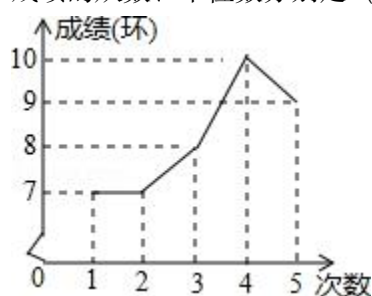
**考点：**简单组合体的三视图.

**分析：**根据俯视图是从上面看到的图形判定则可.

**解答：**解：从上面可看到第一横行左下角有一个正方形，  
 第二横行有 3 个正方形，  
 第三横行中间有一个正方形.  
 故选 B.

**点评：**本题考查了三视图的知识，俯视图是从物体的上面看得到的视图.

5. (3 分) (2014•德阳) 如图是某射击选手 5 次设计成绩的折线图，根据图示信息，这 5 次成绩的众数、中位数分别是 ( )



A. 7、8

B. 7、9

C. 8、9

D. 8、10

**考点：**折线统计图；中位数；众数.

**分析：**由折线图可知，射击选手五次射击的成绩为：7、7、8、10、9，再根据众数、中位数的计算方法即可求得.

**解答：**解： $\because$ 射击选手五次射击的成绩为：7、7、8、10、9，  
 $\therefore$ 众数为 7，中位数为 8，  
 故选：A.

**点评：**本题考查了折线图的意义和众数、中位数的概念. 中位数是将一组数据从小到大（或

从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数. 众数是数据中出现最多的一个数.

6. (3 分) (2014•德阳) 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的半径分别是 3cm 和 5cm, 两圆的圆心距为 4cm, 则两圆的位置关系是 ( )

- A. 相交                      B. 内切                      C. 外离                      D. 内含

考点: 圆与圆的位置关系.

分析: 先求两圆半径的和或差, 再与圆心距进行比较, 确定两圆位置关系.

解答: 解:  $\because \odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径分别为 5cm 和 3cm, 圆心距  $O_1O_2=4$ cm,  
 $5-3 < 4 < 5+3$ ,

$\therefore$ 根据圆心距与半径之间的数量关系可知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交.

故选 A.

点评: 本题考查了由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 设两圆的半径分别为 R 和 r, 且  $R \geq r$ , 圆心距为 P: 外离  $P > R+r$ ; 外切  $P=R+r$ ; 相交  $R-r < P < R+r$ ; 内切  $P=R-r$ ; 内含  $P < R-r$ .

7. (3 分) (2014•德阳) 已知  $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ , 那么函数  $y = -2x^2 + 8x - 6$  的最大值是 ( )

- A. -10.5                      B. 2                      C. -2.5                      D. -6

考点: 二次函数的最值.

分析: 把二次函数的解析式整理成顶点式形式, 然后确定出最大值.

解答: 解:  $\because y = -2x^2 + 8x - 6 = -2(x-2)^2 + 2$ .

$\therefore$ 该抛物线的对称轴是  $x=2$ , 且在  $x < 2$  上  $y$  随  $x$  的增大而增大.

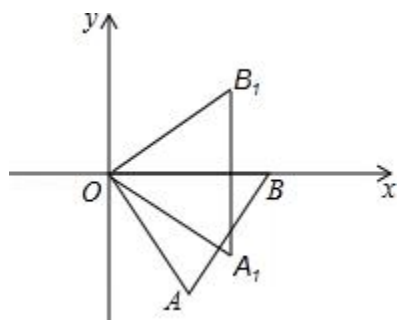
又  $\because 0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ ,

$\therefore$ 当  $x = \frac{1}{2}$  时,  $y$  取最大值,  $y_{\text{最大}} = -2(\frac{1}{2} - 2)^2 + 2 = -2.5$ .

故选: C.

点评: 本题考查了二次函数的最值. 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标; 当自变量取某个范围时, 要分别求出顶点和函数端点处的函数值, 比较这些函数值, 从而获得最值.

8. (3 分) (2014•德阳) 如图所示, 边长为 2 的正三角形 ABO 的边 OB 在 x 轴上, 将 $\triangle ABO$ 绕原点 O 逆时针旋转  $30^\circ$  得到三角形  $OA_1B_1$ , 则点  $A_1$  的坐标为 ( )

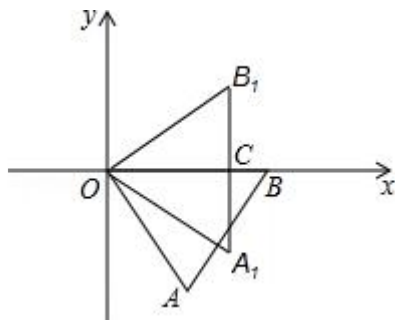


- A.  $(\sqrt{3}, 1)$       B.  $(\sqrt{3}, -1)$       C.  $(1, -\sqrt{3})$       D.  $(2, -1)$

**考点:** 坐标与图形变化-旋转；等边三角形的性质.

**分析:** 设  $A_1B_1$  与  $x$  轴相交于  $C$ ，根据等边三角形的性质求出  $OC$ 、 $A_1C$ ，然后写出点  $A_1$  的坐标即可.

**解答:** 解：如图，设  $A_1B_1$  与  $x$  轴相交于  $C$ ，  
 $\because \triangle ABO$  是等边三角形，旋转角为  $30^\circ$ ，  
 $\therefore \angle A_1OC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ ，  
 $\therefore A_1B_1 \perp x$  轴，  
 $\because$  等边  $\triangle ABO$  的边长为 2，  
 $\therefore OC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$ ，  
 $A_1C = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ ，  
 $\therefore$  点  $A_1$  的坐标为  $(\sqrt{3}, -1)$ .  
 故选 B.



**点评:** 本题考查了坐标与图形变化 - 旋转，等边三角形的性质，熟记等边三角形的性质是解题的关键.

9. (3 分) (2014•德阳) 下列说法中正确的个数是 ( )

- ①不可能事件发生的概率为 0；
- ②一个对象在实验中出现的次数越多，频率就越大；
- ③在相同条件下，只要试验的次数足够多，频率就可以作为概率的估计值；
- ④收集数据过程中的“记录结果”这一步，就是记录每个对象出现的频率.

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

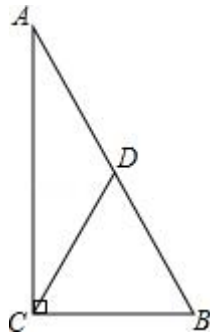
**考点:** 利用频率估计概率；概率的意义.

**分析:** 利用概率的意义、利用频率估计概率的方法对各选项进行判断后即可确定正确的选项.

**解答:** 解：①不可能事件发生的概率为 0，正确；  
 ②一个对象在实验中出现的次数越多，频率就越大，正确；  
 ③在相同条件下，只要试验的次数足够多，频率就可以作为概率的估计值，正确；  
 ④收集数据过程中的“记录结果”这一步，就是记录每个对象出现的频率，错误，  
 故选 C.

**点评:** 本题考查了用频率估计概率的知识，解题的关键是了解多次重复试验事件发生的频率可以估计概率.

10. (3分) (2014•德阳) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点, 且  $CD=\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 如果  $\text{Rt}\triangle ABC$  的面积为 1, 则它的周长为 ( )



- A.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$       B.  $\sqrt{5}+1$       C.  $\sqrt{5}+2$       D.  $\sqrt{5}+3$

**考点:** 勾股定理; 直角三角形斜边上的中线.

**分析:** 根据“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半求得  $AB=\sqrt{5}$ ; 然后利用勾股定理、三角形的面积求得  $(AC+BC)$  的值, 则易求该三角形的周长.

**解答:** 解: 如图,  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点, 且  $CD=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ,

$$\therefore AB=2CD=\sqrt{5}.$$

$$\therefore AC^2+BC^2=5$$

又  $\text{Rt}\triangle ABC$  的面积为 1,

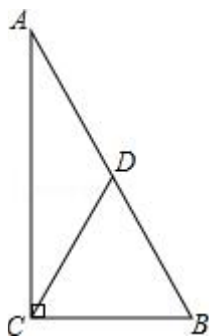
$$\therefore \frac{1}{2}AC \cdot BC=1, \text{ 则 } AC \cdot BC=2.$$

$$\therefore (AC+BC)^2=AC^2+BC^2+2AC \cdot BC=9,$$

$$\therefore AC+BC=3 \text{ (舍去负值),}$$

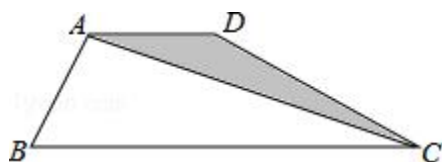
$$\therefore AC+BC+AB=3+\sqrt{5}, \text{ 即 } \triangle ABC \text{ 的周长是 } 3+\sqrt{5}.$$

故选: D.



**点评:** 本题考查了勾股定理, 直角三角形斜边上的中线. 此题借助于完全平方和公式求得  $(AC+BC)$  的长度, 减少了繁琐的计算.

11. (3分) (2014•德阳) 如图, 四边形  $ABCD$  中,  $AB=AD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $\angle BCD=30^\circ$ ,  $BC=6$ , 那么  $\triangle ACD$  的面积是 ( )



A.  $\sqrt{3}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $2\sqrt{3}$

D.  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

**考点:** 勾股定理; 含 30 度角的直角三角形.

**分析:** 如图, 过点 A 作  $AE \perp BC$  于 E, 过点 D 作  $DF \perp BC$  于 F. 构建矩形 AEFD 和直角三角形, 通过含 30 度角的直角三角形的性质求得 AE 的长度, 然后由三角形的面积公式进行解答即可.

**解答:** 解: 如图, 过点 A 作  $AE \perp BC$  于 E, 过点 D 作  $DF \perp BC$  于 F. 设  $AB=AD=x$ .

又  $\because AD \parallel BC$ ,

$\therefore$  四边形 AEFD 是矩形,

$\therefore AD=EF=x$ .

在  $Rt\triangle ABE$  中,  $\angle ABC=60^\circ$ , 则  $\angle BAE=30^\circ$ ,

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}x$ ,

$\therefore DF=AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$ ,

在  $Rt\triangle CDF$  中,  $\angle FCD=30^\circ$ , 则  $CF=DF \cdot \cot 30^\circ=\frac{3}{2}x$ .

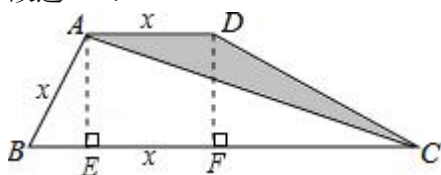
又  $BC=6$ ,

$\therefore BE+EF+CF=6$ , 即  $\frac{1}{2}x+x+\frac{3}{2}x=6$ ,

解得  $x=2$

$\therefore \triangle ACD$  的面积是:  $\frac{1}{2}AD \cdot DF=\frac{1}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=\sqrt{3}$ .

故选: A.



**点评:** 本题考查了勾股定理, 三角形的面积以及含 30 度角的直角三角形. 解题的难点是作出辅助线, 构建矩形和直角三角形, 目的是求得  $\triangle ADC$  的底边 AD 以及该边上的高线 DF 的长度.

12. (3 分) (2014•德阳) 已知方程  $\frac{3-a}{a-4}-a=\frac{1}{4-a}$ , 且关于 x 的不等式组  $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$  只有 4 个

整数解, 那么 b 的取值范围是 ( )

A.  $-1 < b \leq 3$

B.  $2 < b \leq 3$

C.  $8 \leq b < 9$

D.  $3 \leq b < 4$

**考点:** 分式方程的解; 一元一次不等式组的整数解.

**专题:** 计算题.

**分析:** 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到  $a$  的值, 经检验确定出分式方程的解, 根据已知不等式组只有 4 个正整数解, 即可确定出  $b$  的范围.

**解答:** 解: 分式方程去分母得:  $3 - a - a^2 + 4a = -1$ , 即  $(a - 4)(a + 1) = 0$ ,

解得:  $a = 4$  或  $a = -1$ ,

经检验  $a = 4$  是增根, 分式方程的解为  $a = -1$ ,

已知不等式组解得:  $-1 < x \leq b$ ,

$\therefore$  不等式组只有 4 个正整数解,

$\therefore 3 \leq b < 4$ .

故选 D

**点评:** 此题考查了分式方程的解, 以及一元一次不等式组的整数解, 弄清题意是解本题的关键.

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分, 将答案填在答题卡对应的题号后的横线上)

13. (3 分) (2014•德阳) 下列运算正确的个数有 1 个.

①分解因式  $ab^2 - 2ab + a$  的结果是  $a(b - 1)^2$ ; ②  $(-2)^0 = 0$ ; ③  $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 3$ .

**考点:** 提公因式法与公式法的综合运用; 零指数幂; 二次根式的加减法.

**分析:** ①先提取公因式  $a$ , 再根据完全平方公式进行二次分解; ②根据任何非零数的零指数次幂等于 1 解答; ③合并同类二次根式即可.

**解答:** 解: ①  $ab^2 - 2ab + a$ ,

$= a(b^2 - 2b + 1)$ ,

$= a(b - 1)^2$ , 故本小题正确;

②  $(-2)^0 = 1$ , 故本小题错误;

③  $3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ , 故本小题错误;

综上所述, 运算正确的是①共 1 个.

故答案为: 1.

**点评:** 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

14. (3 分) (2014•德阳) 一组数据 3, 4, 5,  $x$ , 7, 8 的平均数为 6, 则这组数据的方差是  $\frac{14}{3}$ .

**考点:** 方差; 算术平均数.

**分析:** 先由平均数的公式计算出  $x$  的值, 再根据方差的公式计算.

**解答:** 解:  $\because$  3, 4, 5,  $x$ , 7, 8 的平均数是 6,

$\therefore x = 9$ ,

$\therefore s^2 = \frac{1}{6}[(3 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (9 - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (8 - 6)^2] = \frac{1}{6} \times 28 = \frac{14}{3}$ ,

故答案为:  $\frac{14}{3}$ .

**点评:** 本题考查方差的定义, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波动性越大, 反之

也成立.

15. (3分) (2014•德阳) 半径为1的圆内接正三角形的边心距为  $\frac{1}{2}$ .

考点: 正多边形和圆.

分析: 作出几何图形, 再由外接圆半径、边心距和边长的一半组成的三角形中, 已知外接圆半径和特殊角, 可求得边心距.

解答: 解: 如图,  $\triangle ABC$  是  $\odot O$  的内接等边三角形,  $OB=1$ ,  $OD \perp BC$ .

$\because$  等边三角形的内心和外心重合,

$\therefore OB$  平分  $\angle ABC$ , 则  $\angle OBD=30^\circ$ ;

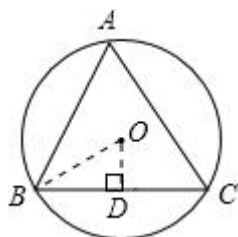
$\because OD \perp BC$ ,

$\therefore BD=DC$ ,

又  $\because OB=1$ ,

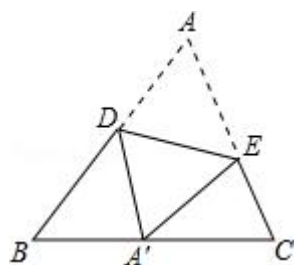
$\therefore OD = \frac{1}{2}$ .

故答案是:  $\frac{1}{2}$ .



点评: 考查了等边三角形的性质. 注意: 等边三角形的外接圆和内切圆是同心圆, 圆心到顶点的距离等于外接圆半径, 边心距等于内切圆半径.

16. (3分) (2014•德阳) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle A=60^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  沿  $DE$  翻折后, 点  $A$  落在  $BC$  边上的点  $A'$  处. 如果  $\angle A'EC=70^\circ$ , 那么  $\angle A'DE$  的度数为  $65^\circ$ .



考点: 翻折变换 (折叠问题).

分析: 首先求得  $\angle AEA'$ , 根据折叠的性质可得  $\angle A'ED = \angle AED = \frac{1}{2} \angle AEA'$ , 在  $\triangle A'DE$  中利用三角形内角和定理即可求解.

解答: 解:  $\because \angle AEA' = 180^\circ - \angle A'EC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ,

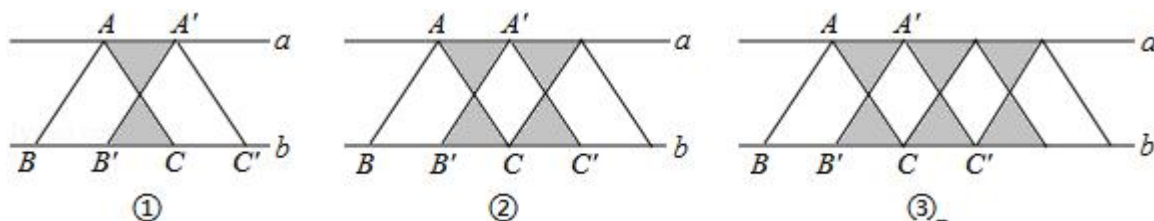
又  $\because \angle A'ED = \angle AED = \frac{1}{2} \angle AEA' = 55^\circ$ ,  $\angle DA'E = \angle A = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle A'DE = 180^\circ - \angle A'ED - \angle DA'E = 180^\circ - 55^\circ - 60^\circ = 65^\circ.$$

故答案是：65°.

**点评：**本题考查了折叠的性质，找出图形中相等的角和相等的线段是关键.

17. (3分) (2014•德阳) 如图，直线  $a \parallel b$ ， $\triangle ABC$  是等边三角形，点  $A$  在直线  $a$  上，边  $BC$  在直线  $b$  上，把  $\triangle ABC$  沿  $BC$  方向平移  $BC$  的一半得到  $\triangle A'B'C'$  (如图①)；继续以上的平移得到图②，再继续以上的平移得到图③，...；请问在第 100 个图形中等边三角形的个数是 301.



**考点：**等边三角形的判定与性质；平移的性质.

**专题：**规律型.

**分析：**先证出阴影的三角形是等边三角形，又观察图可得，第  $n$  个图形中大等边三角形有  $n+1$  个，小等边三角形有  $2n$  个，据此求出第 100 个图形中等边三角形的个数.

**解答：**解：如图①

$\because \triangle ABC$  是等边三角形，

$\therefore AB=BC=AC$ ,

$\because A'B' \parallel AB$ ,  $BB'=B'C=\frac{1}{2}BC$ ,

$\therefore B'O=\frac{1}{2}AB$ ,  $CO=\frac{1}{2}AC$ ,

$\therefore \triangle B'OC$  是等边三角形，同理阴影的三角形都是等边三角形.

又观察图可得，第 1 个图形中大等边三角形有 2 个，小等边三角形有 2 个，

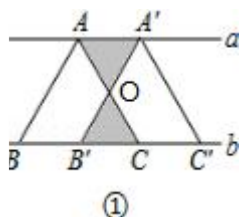
第 2 个图形中大等边三角形有 3 个，小等边三角形有 4 个，

第 3 个图形中大等边三角形有 4 个，小等边三角形有 6 个，...

依次可得第  $n$  个图形中大等边三角形有  $n+1$  个，小等边三角形有  $2n$  个.

故第 100 个图形中等边三角形的个数是：100+1+2×100=301.

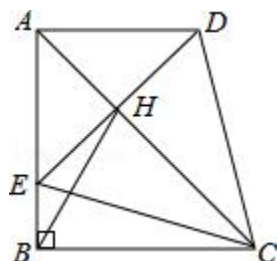
故答案为：301.



**点评：**本题主要考查了等边三角形的判定和性质及平移的性质，解题的关键是据图找出规律.

18. (3分) (2014•德阳) 在四边形ABCD中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle ABC=90^\circ$ ,  $AB=BC$ , E为AB边上一点,  $\angle BCE=15^\circ$ , 且  $AE=AD$ . 连接DE交对角线AC于H, 连接BH. 下列结论正确的是 ①③④. (填番号)

①  $AC \perp DE$ ; ②  $\frac{BE}{HE} = \frac{1}{2}$ ; ③  $CD=2DH$ ; ④  $\frac{S_{\triangle BEH}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{DH}{AC}$



**考点:** 直角梯形; 全等三角形的判定与性质; 含  $30^\circ$  度角的直角三角形; 等腰直角三角形.

**分析:** 在等腰直角 $\triangle ADE$ 中, 根据等腰三角形三线合一的性质可得  $AH \perp ED$ , 即  $AC \perp ED$ , 判定①正确; 进而可判定③; 因为 $\triangle CHE$ 为直角三角形, 且 $\angle HEC=60^\circ$ 所以  $EC=2EH$ , 因为 $\angle ECB=15^\circ$ , 所以  $EC \neq 4EB$ , 所以  $\frac{BE}{HE} \neq \frac{1}{2}$  不成立②错误; 根据全等三角形对应边相等可得  $CD=CE$ , 再求出 $\angle CED=60^\circ$ , 得到 $\triangle CDE$ 为等边三角形, 判定③正确; 过H作  $HM \perp AB$  于M, 所以  $HM \parallel BC$ , 所以 $\triangle AHM \sim \triangle ABC$ , 利用相似三角形的性质以及底相等的三角形面积之比等于高之比即可判定④正确.

**解答:** 解:  $\because \angle BAD=90^\circ$ ,  $AB=BC$ ,

$$\therefore \angle BAC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD - \angle BAC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle CAD,$$

$$\therefore AH \perp ED,$$

即  $AC \perp ED$ , 故①正确;

$\because \triangle CHE$  为直角三角形, 且  $\angle HEC=60^\circ$

$$\therefore EC=2EH$$

$$\therefore \angle ECB=15^\circ,$$

$$\therefore EC \neq 4EB,$$

$$\therefore EH \neq 2EB; \text{ 故②错误.}$$

$\because \angle BAD=90^\circ$ ,  $AB=BC$ ,

$$\therefore \angle BAC=45^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD - \angle BAC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle CAD,$$

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AE=AD \\ \angle BAC=\angle CAD, \\ AC=AC \end{cases}$$

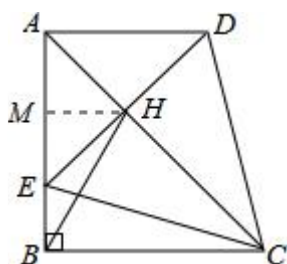
$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ACE \text{ (SAS),}$$

$$\therefore CD=CE,$$

$$\therefore \angle BCE=15^\circ,$$

$\therefore \angle BEC = 90^\circ - \angle BCE = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$ ,  
 $\therefore \angle CED = 180^\circ - \angle BEC - \angle AED = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \triangle CDE$  为等边三角形,  
 $\therefore \angle DCH = 30^\circ$ ,  
 $\therefore CD = 2DH$ , 故③正确;  
 过  $H$  作  $HM \perp AB$  于  $M$ ,  
 $\therefore HM \parallel BC$ ,  
 $\therefore \triangle AHM \sim \triangle ABC$ ,  
 $\therefore \frac{MH}{BC} = \frac{AH}{AC}$ ,  
 $\therefore DH = AH$ ,  
 $\therefore \frac{DH}{AC} = \frac{HM}{BC}$ ,  
 $\therefore \triangle BEH$  和  $\triangle CBE$  有公共底  $BE$ ,  
 $\therefore \frac{S_{\triangle BEH}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{MH}{BC} = \frac{DH}{AC}$ , 故④正确,

故答案为: ①③④.



**点评:** 此题考查了直角梯形的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、等边三角形的判定与性质以及等腰直角三角形性质. 此题难度较大, 注意掌握数形结合思想的应用. 熟记各性质是解题的关键.

### 三、解答题 (共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

19. (6 分) (2014·德阳) 计算:  $-2^5 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - |\sqrt{16} - 8| + 2\cos 60^\circ$ .

**考点:** 实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

**专题:** 计算题.

**分析:** 原式第一项利用乘方的意义化简, 第二项利用负指数幂法则计算, 第三项利用绝对值的代数意义化简, 最后一项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

**解答:** 解: 原式  $= -32 + 2 - 4 + 1 = -33$ .

**点评:** 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (11 分) (2014·德阳) 为增强环境保护意识, 争创“文明卫生城市”, 某企业对职工进行了依次“生产和居住环境满意度”的调查, 按年龄分组, 得到下面的各组人数统计表:

各组人数统计表

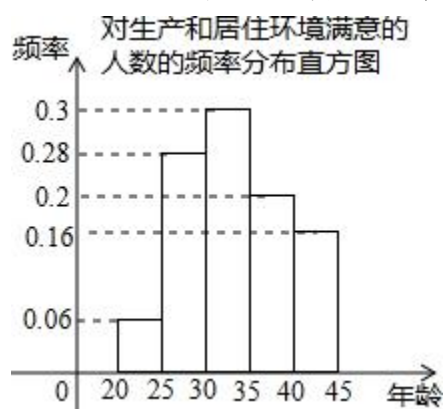
| 组号 | 年龄分组 | 频数 (人) | 频率 |
|----|------|--------|----|
|----|------|--------|----|

|     |                     |     |      |
|-----|---------------------|-----|------|
| 第一组 | $20 \leq x < 25$    | 50  | 0.05 |
| 第二组 | $25 \leq x < 30$    | a   | 0.35 |
| 第三组 | $35 \leq x < 35$    | 300 | 0.3  |
| 第四组 | $35 \leq x < 40$    | 200 | b    |
| 第五组 | $40 \leq x \leq 45$ | 100 | 0.1  |

(1) 求本次调查的样本容量及表中的 a、b 的值；

(2) 调查结果得到对生产和居住环境满意的人数的频率分布直方图如图，政策规定：本次调查满意人数超过调查人数的一半，则称调查结果为满意。如果第一组满意人数为 36，请问此次调查结果是否满意；并指出第五组满意人数的百分比；

(3) 从第二组和第四组对生产和居住环境满意的职工中分别抽取 3 人和 2 人作义务宣传员，在这 5 人中随机抽取 2 人介绍经验，求第二组和第四组恰好各有 1 人被抽中介绍经验的概率。



**考点：**频数（率）分布直方图；频数（率）分布表；列表法与树状图法。

**分析：**（1）根据第一组的人数是 50，频率是 0.05 即可求得总人数，则根据频率公式即可求得 a、b 的值；

（2）根据第一组的频数是 36 人，频率是 0.06 据此即可求得调查的总人数，则满意度即可求得；

（3）用 A 表示从第二组抽取的人，用 B 表示从第四组抽取的人，利用列举法即可求解。

**解答：**解：（1）调查的总人数： $50 \div 0.05 = 1000$ （人），

则  $a = 1000 \times 0.35 = 350$ ，

$$b = \frac{200}{1000} = 0.2;$$

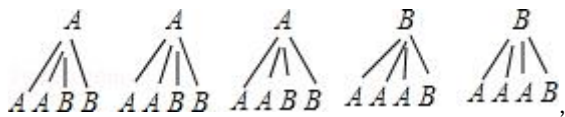
（2）满意的总人数是： $36 \div 0.06 = 600$ （人），

则调查的满意率是： $\frac{600}{1000} = 0.6$ ，则此次调查结果为满意；

第五组的满意的人数是： $600 \times 0.16 = 96$ （人），

则第五组的满意率是： $\frac{96}{100} \times 100\% = 96\%$ ；

（3）用 A 表示从第二组抽取的人，用 B 表示从第四组抽取的人。



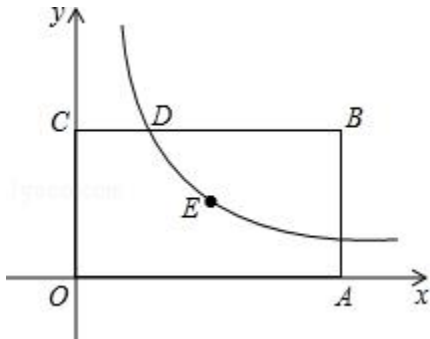
总共有 20 种情况，则第二组和第四组恰好各有 1 人被抽中的概率是： $\frac{12-3}{20-5}$ .

**点评：**本题考查读频数分布直方图的能力和利用统计图获取信息的能力；利用统计图获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计图，才能作出正确的判断和解决问题.

21. (10 分) (2014•德阳) 如图，已知矩形 OABC 的一个顶点 B 的坐标是 (4, 2)，反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $x>0$ ) 的图象经过矩形的对称中心 E，且与边 BC 交于点 D.

(1) 求反比例函数的解析式和点 D 的坐标；

(2) 若过点 D 的直线  $y=mx+n$  将矩形 OABC 的面积分成 3: 5 的两部分，求此直线的解析式.



**考点：**矩形的性质；待定系数法求一次函数解析式；待定系数法求反比例函数解析式.

**分析：**(1) 根据中心对称求出点 E 的坐标，再代入反比例函数解析式求出 k，然后根据点 D 的纵坐标与点 B 的纵坐标相等代入求解即可得到点 D 的坐标；

(2) 设直线与 x 轴的交点为 F，根据点 D 的坐标求出 CD，再根据梯形的面积分两种情况求出 OF 的长，然后写出点 F 的坐标，再利用待定系数法求一次函数解析式求出直线解析式即可.

**解答：**解：(1)  $\because$  矩形 OABC 的顶点 B 的坐标是 (4, 2)，E 是矩形 ABCD 的对称中心，  
 $\therefore$  点 E 的坐标为 (2, 1)，

代入反比例函数解析式得， $\frac{k}{2}=1$ ，

解得  $k=2$ ，

$\therefore$  反比例函数解析式为  $y=\frac{2}{x}$ ，

$\because$  点 D 在边 BC 上，

$\therefore$  点 D 的纵坐标为 2，

$\therefore y=2$  时， $\frac{2}{x}=2$ ，

解得  $x=1$ ，

$\therefore$  点 D 的坐标为 (1, 2)；

(2) 如图，设直线与 x 轴的交点为 F，

矩形 OABC 的面积  $=4 \times 2 = 8$ ,

$\therefore$  矩形 OABC 的面积分成 3: 5 的两部分,

$\therefore$  梯形 OFDC 的面积为  $\frac{3}{3+5} \times 8 = 3$ ,

或  $\frac{5}{3+5} \times 8 = 5$ ,

$\therefore$  点 D 的坐标为 (1, 2),

$\therefore$  若  $\frac{1}{2} (1+OF) \times 2 = 3$ ,

解得  $OF = 2$ ,

此时点 F 的坐标为 (2, 0),

若  $\frac{1}{2} (1+OF) \times 2 = 5$ ,

解得  $OF = 4$ ,

此时点 F 的坐标为 (4, 0), 与点 A 重合,

当 D (1, 2), F (2, 0) 时,  $\begin{cases} m+n=2 \\ 2m+n=0 \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} m=-2 \\ n=4 \end{cases}$ ,

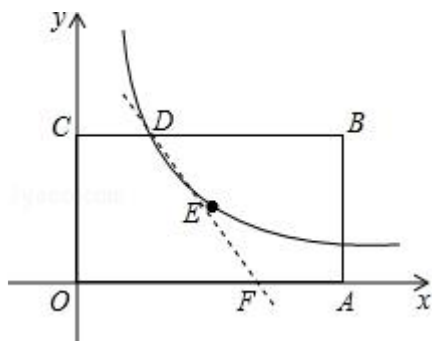
此时, 直线解析式为  $y = -2x + 4$ ,

当 D (1, 2), F (4, 0) 时,  $\begin{cases} m+n=2 \\ 4m+n=0 \end{cases}$ ,

解得  $\begin{cases} m=-\frac{2}{3} \\ n=\frac{8}{3} \end{cases}$ ,

此时, 直线解析式为  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ ,

综上所述, 直线的解析式为  $y = -2x + 4$  或  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$ .



**点评:** 本题考查了矩形的性质, 待定系数法求反比例函数解析式, 待定系数法求一次函数解析式, (1) 根据中心对称求出点 E 的坐标是解题的关键, (2) 难点在于要分情况讨论.

22. (11 分) (2014·德阳) 为落实国家“三农”政策, 某地政府组织 40 辆汽车装运 A、B、C 三种农产品共 200 吨到外地销售, 按计划, 40 辆车都要装运, 每辆车只能装运同一种农产品, 且必须装满, 根据下表提供的信息, 解答下列问题:

|             |   |   |   |
|-------------|---|---|---|
| 农产品种类       | A | B | C |
| 每辆汽车的装载量（吨） | 4 | 5 | 6 |

(1) 如果装运 C 种农产品需 13 辆汽车，那么装运 A、B 两种农产品各需多少辆汽车？

(2) 如果装运每种农产品至少需要 11 辆汽车，那么车辆的装运方案有几种？写出每种装运方案.

**考点：**一元一次不等式组的应用；二元一次方程组的应用.

**分析：**(1) 设装运 A、B 两种农产品各需  $x$ 、 $y$  辆汽车. 等量关系：40 辆车都要装运，A、B、C 三种农产品共 200 吨；

(2) 关系式为：装运每种农产品的车辆数  $\geq 11$ .

**解答：**解：(1) 设装运 A、B 两种农产品各需  $x$ 、 $y$  辆汽车. 则

$$\begin{cases} x+y+13=40 \\ 4x+5y+13 \times 6=200 \end{cases},$$

解得  $\begin{cases} x=13 \\ y=14 \end{cases}$ .

答：装运 A、B 两种农产品各需 13、14 辆汽车；

(2) 设装运 A、B 两种农产品各需  $x$ 、 $y$  辆汽车. 则

$$4x+5y+6(40-x-y)=200,$$

$$\text{解得: } y=-2x+40.$$

$$\text{由题意可得如下不等式组: } \begin{cases} x \geq 11 \\ y \geq 11 \\ 40-x-y \geq 11 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} x \geq 11 \\ -2x+40 \geq 11 \\ 40-x-(-2x+40) \geq 11 \end{cases},$$

$$\text{解得: } 11 \leq x \leq 14.5$$

因为  $x$  是正整数,

所以  $x$  的值可为 11, 12, 13, 14; 共 4 个值, 因而有四种安排方案.

方案一: 11 车装运 A, 18 车装运 B, 11 车装运 C

方案二: 12 车装运 A, 16 车装运 B, 12 车装运 C.

方案三: 13 车装运 A, 14 车装运 B, 13 车装运 C.

方案四: 14 车装运 A, 12 车装运 B, 14 车装运 C.

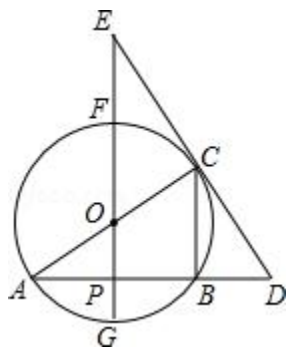
**点评：**本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式组的应用，解决本题的关键是读懂题意，根据关键描述语，找到所求量的等量关系，确定  $x$  的范围，得到装载的几种方案是解决本题的关键.

23. (14 分) (2014•德阳) 如图， $\odot O$  中，FG、AC 是直径，AB 是弦， $FG \perp AB$ ，垂足为点 P，过点 C 的直线交 AB 的延长线于点 D，交 GF 的延长线于点 E，已知  $AB=4$ ， $\odot O$  的半径为  $\sqrt{5}$ .

(1) 分别求出线段 AP、CB 的长；

(2) 如果  $OE=5$ ，求证：DE 是  $\odot O$  的切线；

(3) 如果  $\tan \angle E = \frac{3}{2}$ ，求 DE 的长.



**考点:** 切线的判定.

**专题:** 证明题.

**分析:** (1) 根据圆周角定理由 AC 为直径得  $\angle ABC=90^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 根据勾股定理可计算出  $BC=2$ , 再根据垂径定理由直径  $FG \perp AB$  得到  $AP=BP=\frac{1}{2}AB=2$ ;

(2) 易得 OP 为  $\triangle ABC$  的中位线, 则  $OP=\frac{1}{2}BC=1$ , 再计算出  $\frac{OC}{OP}=\frac{\sqrt{5}}{1}=\frac{OE}{OA}$ , 根据相似三角形的判定方法得到  $\triangle EOC \sim \triangle AOP$ , 根据相似的性质得到  $\angle OCE=\angle OPA=90^\circ$ , 然后根据切线的判定定理得到 DE 是  $\odot O$  的切线;

(3) 根据平行线的性质由  $BC \parallel EP$  得到  $\angle DCB=\angle E$ , 则  $\tan \angle DCB=\tan \angle E=\frac{3}{2}$ , 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中, 根据正切的定义计算出  $BD=3$ , 根据勾股定理计算出  $CD=\sqrt{13}$ , 然后根据平行线分线段成比例定理得  $\frac{DC}{DE}=\frac{DB}{DP}$ , 再利用比例性质可计算出  $DE=\frac{5\sqrt{13}}{3}$ .

**解答:** (1) 解:  $\because AC$  为直径,

$$\therefore \angle ABC=90^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC=2\sqrt{5}$ ,  $AB=4$ ,

$$\therefore BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=2,$$

$\because$  直径  $FG \perp AB$ ,

$$\therefore AP=BP=\frac{1}{2}AB=2;$$

(2) 证明:  $\because AP=BP$ ,

$\therefore OP$  为  $\triangle ABC$  的中位线,

$$\therefore OP=\frac{1}{2}BC=1,$$

$$\therefore \frac{OC}{OP}=\frac{\sqrt{5}}{1},$$

$$\text{而 } \frac{OE}{OA}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5},$$

$$\therefore \frac{OC}{OP}=\frac{OE}{OA},$$

$$\therefore \angle EOC=\angle AOP,$$

$\therefore \triangle EOC \sim \triangle AOP$ ,  
 $\therefore \angle OCE = \angle OPA = 90^\circ$ ,  
 $\therefore OC \perp DE$ ,  
 $\therefore DE$  是  $\odot O$  的切线;

(3) 解:  $\because BC \parallel EP$ ,  
 $\therefore \angle DCB = \angle E$ ,

$$\therefore \tan \angle DCB = \tan \angle E = \frac{3}{2}$$

在  $Rt\triangle BCD$  中,  $BC=2$ ,  $\tan \angle DCB = \frac{BD}{BC} = \frac{3}{2}$ ,

$$\therefore BD=3,$$

$$\therefore CD = \sqrt{BC^2 + BD^2} = \sqrt{13},$$

$\because BC \parallel EP$ ,

$$\therefore \frac{DC}{DE} = \frac{DB}{EP}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{13}}{DE} = \frac{3}{3+2},$$

$$\therefore DE = \frac{5\sqrt{13}}{3}.$$

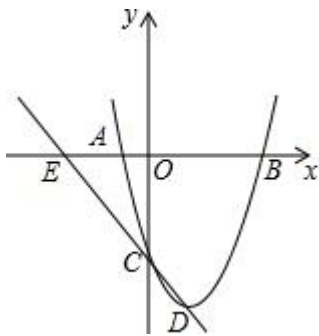
**点评:** 本题考查了切线的判定定理: 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线. 也考查了垂径定理、圆周角定理、勾股定理和相似三角形的判定与性质.

24. (14 分) (2014•德阳) 如图, 已知抛物线经过点  $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 、 $C(0, -8)$ .

(1) 求抛物线的解析式及其顶点  $D$  的坐标;

(2) 直线  $CD$  交  $x$  轴于点  $E$ , 过抛物线上在对称轴的右边的点  $P$ , 作  $y$  轴的平行线交  $x$  轴于点  $F$ , 交直线  $CD$  于  $M$ , 使  $PM = \frac{1}{5}EF$ , 请求出点  $P$  的坐标;

(3) 将抛物线沿对称轴平移, 要使抛物线与 (2) 中的线段  $EM$  总有交点, 那么抛物线向上最多平移多少个单位长度, 向下最多平移多少个单位长度.



**考点:** 二次函数综合题; 解一元二次方程-因式分解法; 根的判别式; 待定系数法求一次函数解析式; 待定系数法求二次函数解析式.

**专题:** 综合题.

**分析:** (1) 由于抛物线与  $x$  轴的两个交点已知, 抛物线的解析式可设成交点式:  $y=a(x+2)(x-4)$ , 然后将点  $C$  的坐标代入就可求出抛物线的解析式, 再将该解析式配成顶点式, 即可得到顶点坐标.

(2) 先求出直线 CD 的解析式, 再求出点 E 的坐标, 然后设点 P 的坐标为  $(m, n)$ , 从而可以用  $m$  的代数式表示出 PM、EF, 然后根据  $PM = \frac{1}{5}EF$  建立方程, 就可求出  $m$ , 进而求出点 P 的坐标.

(3) 先求出点 M 的坐标, 然后设平移后的抛物线的解析式为  $y = x^2 - 2x - 8 + c$ , 然后只需考虑三个临界位置 (①向上平移到与直线 EM 相切的位置, ②向下平移到经过点 M 的位置, ③向下平移到经过点 E 的位置) 所对应的  $c$  的值, 就可以解决问题.

**解答:** 解: (1) 根据题意可设抛物线的解析式为  $y = a(x+2)(x-4)$ .

$\because$  点 C  $(0, -8)$  在抛物线  $y = a(x+2)(x-4)$  上,

$$\therefore -8a = -8.$$

$$\therefore a = 1.$$

$$\therefore y = (x+2)(x-4)$$

$$= x^2 - 2x - 8$$

$$= (x-1)^2 - 9.$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y = x^2 - 2x - 8$ , 顶点 D 的坐标为  $(1, -9)$ .

(2) 如图,

设直线 CD 的解析式为  $y = kx + b$ .

$$\therefore \begin{cases} 0 + b = -8 \\ k + b = -9 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = -8 \end{cases}.$$

$\therefore$  直线 CD 的解析式为  $y = -x - 8$ .

当  $y = 0$  时,  $-x - 8 = 0$ ,

则有  $x = -8$ .

$\therefore$  点 E 的坐标为  $(-8, 0)$ .

设点 P 的坐标为  $(m, n)$ ,

则  $PM = (m^2 - 2m - 8) - (-m - 8) = m^2 - m$ ,  $EF = m - (-8) = m + 8$ .

$$\therefore PM = \frac{1}{5}EF,$$

$$\therefore m^2 - m = \frac{1}{5}(m + 8).$$

整理得:  $5m^2 - 6m - 8 = 0$ .

$$\therefore (5m + 4)(m - 2) = 0$$

$$\text{解得: } m_1 = -\frac{4}{5}, m_2 = 2.$$

$\because$  点 P 在对称轴  $x = 1$  的右边,

$$\therefore m = 2.$$

此时,  $n = 2^2 - 2 \times 2 - 8 = -8$ .

$\therefore$  点 P 的坐标为  $(2, -8)$ .

(3) 当  $m = 2$  时,  $y = -2 - 8 = -10$ .

∴ 点 M 的坐标为 (2, -10).

设平移后的抛物线的解析式为  $y=x^2-2x-8+c$ ,

①若抛物线  $y=x^2-2x-8+c$  与直线  $y=-x-8$  相切,

则方程  $x^2-2x-8+c=-x-8$  即  $x^2-x+c=0$  有两个相等的实数根.

$$\therefore (-1)^2-4\times 1\times c=0.$$

$$\therefore c=\frac{1}{4}.$$

②若抛物线  $y=x^2-2x-8+c$  经过点 M,

则有  $2^2-2\times 2-8+c=-10$ .

$$\therefore c=-2.$$

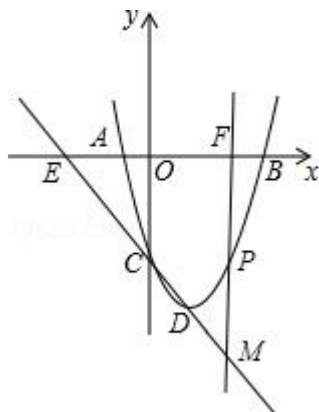
③若抛物线  $y=x^2-2x-8+c$  经过点 E,

则有  $(-8)^2-2\times (-8)-8+c=0$ .

$$\therefore c=-72.$$

综上所述: 要使抛物线与 (2) 中的线段 EM 总有交点, 抛物线向上最多平移  $\frac{1}{4}$  个单位

长度, 向下最多平移 72 个单位长度.



**点评:** 本题考查了用待定系数法求二次函数的解析式、用待定系数法求一次函数的解析式、解一元二次方程、根的判别式、抛物线与直线的交点问题等知识, 而把抛物线与直线相切的问题转化为一元二次方程有两个相等的实数根的问题是解决第三小题的关键, 有一定的综合性.