

2014 年四川省广安市中考数学试卷

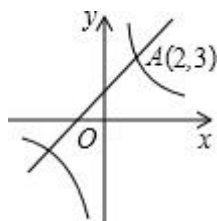
一、选择题：每题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意要求，请将正确选项填涂到机读卡上相应的位置（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•广安) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()
- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5
2. (3 分) (2014•广安) 下列运算正确的是 ()
- A. $(-a^2) \cdot a^3 = -a^6$ B. $x^6 \div x^3 = x^2$ C. $|\sqrt{5}-3| = \sqrt{5}-3$ D. $(a^2)^3 = a^6$
3. (3 分) (2014•广安) 参加广安市 2014 年高中阶段教育学生招生考试的学生大约有 4.3 万人，将 4.3 万人用科学记数法表示应为 ()
- A. 4.3×10^4 人 B. 43×10^5 人 C. 0.43×10^5 人 D. 4.3×10^5 人
4. (3 分) (2014•广安) 我市某校举办“行为规范在身边”演讲比赛中，7 位评委给其中一名选手的评分（单位：分）分别为：9.25，9.82，9.45，9.63，9.57，9.35，9.78. 则这组数据的中位数和平均数分别是 ()
- A. 9.63 和 9.54 B. 9.57 和 9.55 C. 9.63 和 9.56 D. 9.57 和 9.57
5. (3 分) (2014•广安) 要使二次根式 $\sqrt{5x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()
- A. $x = \frac{3}{5}$ B. $x \neq \frac{3}{5}$ C. $x \geq \frac{3}{5}$ D. $x \leq \frac{3}{5}$
6. (3 分) (2014•广安) 下列说法正确的是 ()
- A. 为了了解全国中学生每天体育锻炼的时间，应采用普查的方式
- B. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.03$ ，乙组数据的方差是 $S_{\text{乙}}^2 = 0.2$ ，则乙组数据比甲组数据稳定
- C. 广安市明天一定会下雨
- D. 一组数据 4、5、6、5、2、8 的众数是 5
7. (3 分) (2014•广安) 如图所示的几何体的俯视图是 ()

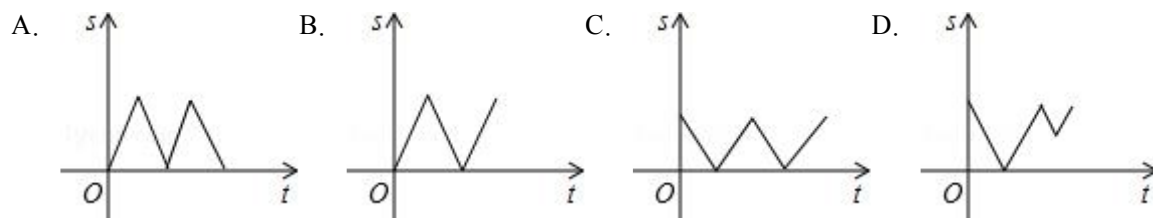
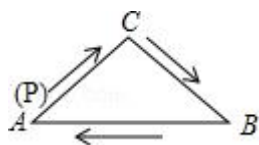




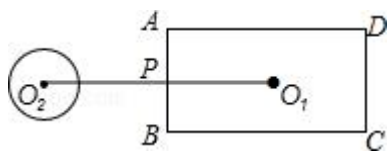
8. (3分) (2014•广安) 如图, 一次函数 $y_1=k_1x+b$ (k_1 、 b 为常数, 且 $k_1 \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ (k_2 为常数, 且 $k_2 \neq 0$) 的图象都经过点 $A(2, 3)$. 则当 $x > 2$ 时, y_1 与 y_2 的大小关系为 ()



- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 = y_2$ C. $y_1 < y_2$ D. 以上说法都不对
9. (3分) (2014•广安) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, 有一动点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 匀速运动. 则 CP 的长度 s 与时间 t 之间的函数关系用图象描述大致是 ()



10. (3分) (2014•广安) 如图, 矩形 $ABCD$ 的长为 6, 宽为 3, 点 O_1 为矩形的中心, $\odot O_2$ 的半径为 1, $O_1O_2 \perp AB$ 于点 P , $O_1O_2=6$. 若 $\odot O_2$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 360° , 在旋转过程中, $\odot O_2$ 与矩形的边只有一个公共点的情况一共出现 ()



- A. 3 次 B. 4 次 C. 5 次 D. 6 次

二、填空题：请把最简答案直接填写在题目后的横线上（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. (3 分) (2014•广安) 直线 $y=3x+2$ 沿 y 轴向下平移 5 个单位，则平移后直线与 y 轴的交点坐标为_____.

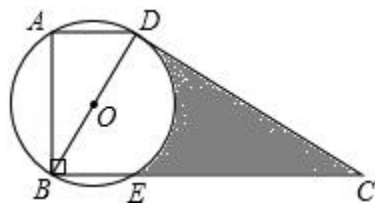
12. (3 分) (2014•广安) 分解因式： $my^2 - 9m =$ _____.

13. (3 分) (2014•广安) 化简 $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x-2}{x^2-2x+1}$ 的结果是_____.

14. (3 分) (2014•广安) 若 $\angle \alpha$ 的补角为 $76^\circ 28'$ ，则 $\angle \alpha =$ _____.

15. (3 分) (2014•广安) 一个多边形的内角和比四边形内角和的 3 倍多 180° ，这个多边形的边数是_____.

16. (3 分) (2014•广安) 如图，在直角梯形 ABCD 中， $\angle ABC=90^\circ$ ，上底 AD 为 $\sqrt{3}$ ，以对角线 BD 为直径的 $\odot O$ 与 CD 切于点 D，与 BC 交于点 E，且 $\angle ABD$ 为 30° 。则图中阴影部分的面积为_____（不取近似值）.

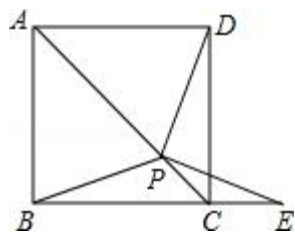


三、解答题（本大题共 4 个小题，第 17 小题 5 分，第 18、19、20 小题各 6 分，共 23 分）

17. (5 分) (2014•广安) $\sqrt{16} + (-\frac{1}{2})^{-1} + (\sqrt{3}-5)^0 - \sqrt{3}\cos 30^\circ$.

18. (6 分) (2014•广安) 解不等式组 $\begin{cases} 3x+2 \leq 2(x+3) \\ \frac{2x-1}{3} > \frac{x}{2} \end{cases}$ ，并写出不等式组的整数解.

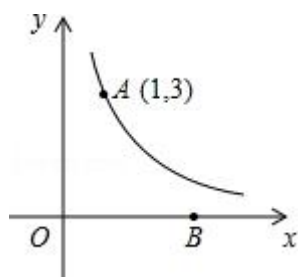
19. (6分) (2014•广安) 如图, 在正方形 ABCD 中, P 是对角线 AC 上的一点, 连接 BP、DP, 延长 BC 到 E, 使 PB=PE. 求证: $\angle PDC = \angle PEC$.



20. (6分) (2014•广安) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 经过点 A (1, 3).

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 在 x 轴正半轴上有一点 B, 若 $\triangle AOB$ 的面积为 6, 求直线 AB 的解析式.



四、实践应用: 本大题共 4 个小题, 第 21 题 6 分, 第 23、24、25 题各 8 分, 共 30 分)

21. (6分) (2014•广安) 大课间活动时, 有两个同学做了一个数字游戏: 有三张正面写有数字 -1, 0, 1 的卡片, 它们背面完全相同, 将这三张卡片背面朝上洗匀后, 其中一个同学随机抽取一张, 将其正面的数字作为 p 的值, 然后将卡片放回并洗匀, 另一个同学再从这三张卡片中随机抽取一张, 将其正面的数字作为 q 值, 两次结果记为 (p, q) .

(1) 请你帮他们用树状图或列表法表示 (p, q) 所有可能出现的结果;

(2) 求满足关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 没有实数解的概率.

22. (8分) (2014•广安) 广安某水果点计划购进甲、乙两种新出产的水果共 140 千克, 这两种水果的进价、售价如表所示:

	进价 (元/千克)	售价 (元/千克)
甲种	5	8
乙种	9	13

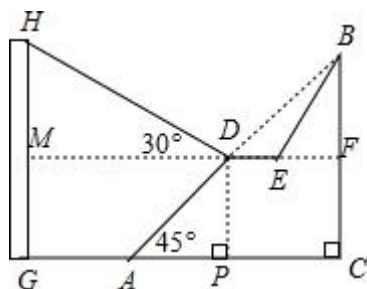
(1) 若该水果店预计进货款为 1000 元, 则这两种水果各购进多少千克?

(2) 若该水果店决定乙种水果的进货量不超过甲种水果的进货量的 3 倍, 应怎样安排进货才能使水果点在销售完这批水果时获利最多? 此时利润为多少元?

23. (8分) (2014•广安) 为邓小平诞辰 110 周年献礼, 广安市政府对城市建设进行了整改, 如图, 已知斜坡 AB 长 $60\sqrt{2}$ 米, 坡角 (即 $\angle BAC$) 为 45° , $BC \perp AC$, 现计划在斜坡中点 D 处挖去部分斜坡, 修建一个平行于水平线 CA 的休闲平台 DE 和一条新的斜坡 BE (下面两个小题结果都保留根号).

(1) 若修建的斜坡 BE 的坡比为 $\sqrt{3}:1$, 求休闲平台 DE 的长是多少米?

(2) 一座建筑物 GH 距离 A 点 33 米远 (即 $AG=33$ 米), 小亮在 D 点测得建筑物顶部 H 的仰角 (即 $\angle HDM$) 为 30° . 点 B、C、A、G、H 在同一个平面内, 点 C、A、G 在同一条直线上, 且 $HG \perp CG$, 问建筑物 GH 高为多少米?



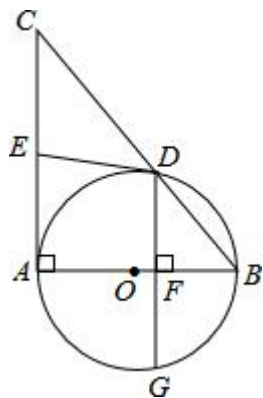
24. (8分) (2014•广安) 在校园文化建设活动中, 需要裁剪一些菱形来美化教室. 现有平行四边形 ABCD 的邻边长分别为 1, a ($a > 1$) 的纸片, 先剪去一个菱形, 余下一个四边形, 在余下的四边形纸片中再剪去一个菱形, 又余下一个四边形, ... 依此类推, 请画出剪三次后余下的四边形是菱形的裁剪线的各种示意图, 并求出 a 的值.

五、推理论证 (9分)

25. (9分) (2014•广安) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 以 AB 为直角边作 $Rt\triangle ABC$, $\angle CAB=90^\circ$, 斜边 BC 与 $\odot O$ 交于点 D, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE 交 AC 于点 E, $DG \perp AB$ 于点 F, 交 $\odot O$ 于点 G.

(1) 求证: E 是 AC 的中点;

(2) 若 $AE=3$, $\cos \angle ACB = \frac{2}{3}$, 求弦 DG 的长.



六、拓展探究 (10 分)

26. (10 分) (2014•广安) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 与 x 轴交于点 A $(-4, 0)$, B $(-1, 0)$ 两点.

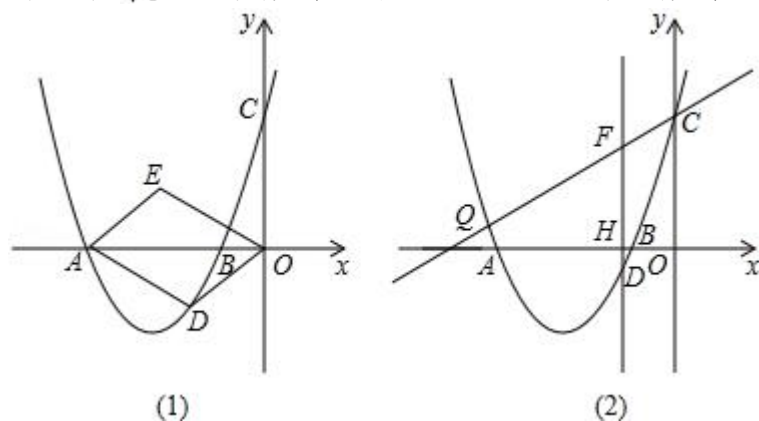
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在第三象限的抛物线上有一动点 D .

①如图 (1), 若四边形 $ODAE$ 是以 OA 为对角线的平行四边形, 当平行四边形 $ODAE$ 的面积为 6 时, 请判断平行四边形 $ODAE$ 是否为菱形? 说明理由.

②如图 (2), 直线 $y=-\frac{1}{2}x+3$ 与抛物线交于点 Q 、 C 两点, 过点 D 作直线 $DF \perp x$ 轴于点 H ,

交 QC 于点 F . 请问是否存在这样的点 D , 使点 D 到直线 CQ 的距离与点 C 到直线 DF 的距离之比为 $\sqrt{5}:2$? 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年四川省广安市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：每题给出的四个选项中，只有一个选项符合题意要求，请将正确选项填涂到机读卡上相应的位置（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•广安) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$ C. 5 D. -5

考点：相反数.

分析：求一个数的相反数，即在这个数的前面加负号.

解答：解： $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 $\frac{1}{5}$.

故选 A.

点评：本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“-”号. 一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0. 学生易把相反数的意义与倒数的意义混淆.

2. (3 分) (2014•广安) 下列运算正确的是 ()

- A. $(-a^2) \cdot a^3 = -a^6$ B. $x^6 \div x^3 = x^2$ C. $|\sqrt{5}-3| = \sqrt{5}-3$ D. $(a^2)^3 = a^6$

考点：同底数幂的除法；实数的性质；同底数幂的乘法；幂的乘方与积的乘方.

分析：分别进行积的乘方和幂的乘方、同底数幂的乘法、同底数幂的除法、绝对值的化简等运算，然后选择正确答案.

解答：解：A、 $(-a^2) \cdot a^3 = -a^5$ ，故本选项错误；

B、 $x^6 \div x^3 = x^3$ ，故本选项错误；

C、 $|\sqrt{5}-3| = 3-\sqrt{5}$ ，故本选项错误；

D、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故本选项正确.

故选 D.

点评：本题考查了积的乘方和幂的乘方、同底数幂的乘法、同底数幂的除法、绝对值的化简等知识，掌握运算法则是解答本题的关键.

3. (3 分) (2014•广安) 参加广安市 2014 年高中阶段教育学生招生考试的学生大约有 4.3 万人，将 4.3 万人用科学记数法表示应为 ()

- A. 4.3×10^4 人 B. 43×10^5 人 C. 0.43×10^5 人 D. 4.3×10^5 人

考点：科学记数法—表示较大的数.

分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时，n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时，n 是负数.

解答：解：4.3 万 $= 43000 = 4.3 \times 10^4$,

故选：A.

点评：此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) (2014•广安) 我市某校举办“行为规范在身边”演讲比赛中，7 位评委给其中一名选手的评分（单位：分）分别为：9.25，9.82，9.45，9.63，9.57，9.35，9.78. 则这组数据的中位数和平均数分别是（ ）

- A. 9.63 和 9.54 B. 9.57 和 9.55 C. 9.63 和 9.56 D. 9.57 和 9.57

考点：中位数；算术平均数.

分析：根据中位数和平均数的概念求解.

解答：解：这组数据按照从小到大的顺序排列为：9.25，9.35，9.45，9.57，9.63，9.78，9.82，则中位数为：9.57，

$$\text{平均数为：} \frac{9.25+9.35+9.45+9.57+9.63+9.78+9.82}{7}=9.55.$$

故选 B.

点评：本题考查了中位数和平均数的知识，平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数；将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

5. (3 分) (2014•广安) 要使二次根式 $\sqrt{5x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是

()

- A. $x=\frac{3}{5}$ B. $x \neq \frac{3}{5}$ C. $x \geq \frac{3}{5}$ D. $x \leq \frac{3}{5}$

考点：二次根式有意义的条件.

分析：根据二次根式有意义的条件可得 $5x-3 \geq 0$ ，再解不等式即可.

解答：解：由题意得： $5x-3 \geq 0$ ，

$$\text{解得：} x \geq \frac{3}{5}.$$

故选：C.

点评：此题主要考查了二次根式有意义的条件，关键是掌握二次根式中的被开方数是非负数.

6. (3 分) (2014•广安) 下列说法正确的是（ ）

- A. 为了了解全国中学生每天体育锻炼的时间，应采用普查的方式
B. 若甲组数据的方差 $S_{\text{甲}}^2=0.03$ ，乙组数据的方差是 $S_{\text{乙}}^2=0.2$ ，则乙组数据比甲组数据稳定
C. 广安市明天一定会下雨
D. 一组数据 4、5、6、5、2、8 的众数是 5

考点: 全面调查与抽样调查; 众数; 方差; 随机事件

分析: A. 根据普查的意义判断即可;

B. 方差越小越稳定;

C. 广安市明天会不会下雨不确定;

D. 根据众数的定义判断即可.

解答: 解: A. 了解全国中学生每天体育锻炼的时间, 由于人数较多, 应当采用抽样调查, 故本选项错误;

B. 甲的方差小于乙的方差所以甲组数据比乙组数据稳定, 故本选项错误;

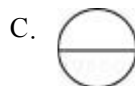
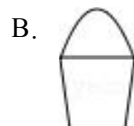
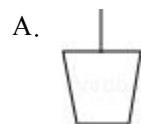
C. 广安市明天一定会下雨, 不正确;

D. 数据 4、5、6、5、2、8 中 5 的个数最多, 所以众数为 5, 故本项正确.

故选: D.

点评: 本题主要考查了全面调查、方差、众数的意义.

7. (3 分) (2014•广安) 如图所示的几何体的俯视图是 ()



考点: 简单几何体的三视图.

分析: 找到从上面看所得到的图形即可.

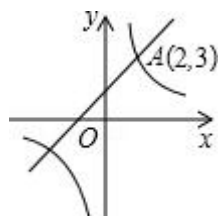
解答:

解: 该几何体的俯视图为:

故选 D.

点评: 本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面看得到的视图.

8. (3 分) (2014•广安) 如图, 一次函数 $y_1=k_1x+b$ (k_1 、 b 为常数, 且 $k_1 \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ (k_2 为常数, 且 $k_2 \neq 0$) 的图象都经过点 A (2, 3). 则当 $x > 2$ 时, y_1 与 y_2 的大小关系为 ()



A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 < y_2$

D. 以上说法都不对

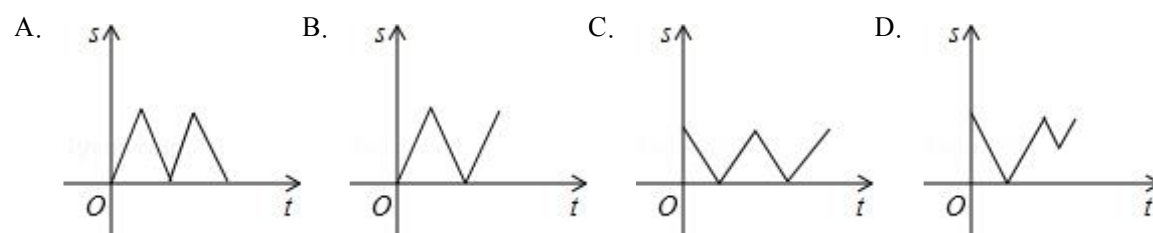
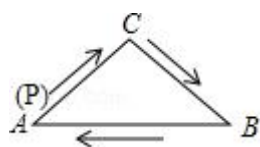
考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: 根据两函数的交点坐标, 结合图象得出答案即可.

解答: 解: $\because$ 两图象都经过点 $A(2, 3)$,
 $\therefore$ 根据图象当 $x > 2$ 时, $y_1 > y_2$,
 故选 A.

点评: 本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题的应用, 主要考查学生的理解能力和观察图象的能力, 题目比较典型, 难度不大.

9. (3 分) (2014•广安) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$, 有一动点 P 从点 A 出发, 沿 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 匀速运动. 则 CP 的长度 s 与时间 t 之间的函数关系用图象描述大致是 ()



考点: 动点问题的函数图象

分析: 该题属于分段函数: 点 P 在边 AC 上时, s 随 t 的增大而减小; 当点 P 在边 BC 上时, s 随 t 的增大而增大; 当点 P 在线段 BD 上时, s 随 t 的增大而减小; 当点 P 在线段 AD 上时, s 随 t 的增大而增大.

解答: 解: 如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D .

$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=BC$,
 $\therefore AD=BD$.

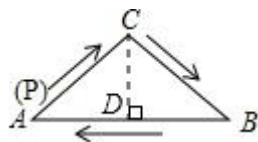
①点 P 在边 AC 上时, s 随 t 的增大而减小. 故 A、B 错误;

②当点 P 在边 BC 上时, s 随 t 的增大而增大;

③当点 P 在线段 BD 上时, s 随 t 的增大而减小, 点 P 与点 D 重合时, s 最小, 但是不等于零. 故 C 错误;

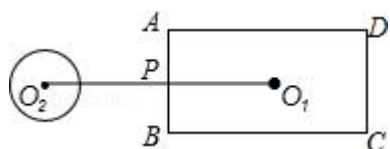
④当点 P 在线段 AD 上时, s 随 t 的增大而增大. 故 D 正确.

故选: D.



点评: 本题考查了动点问题的函数图象. 用图象解决问题时, 要理清图象的含义即会识图.

10. (3 分) (2014•广安) 如图, 矩形 $ABCD$ 的长为 6, 宽为 3, 点 O_1 为矩形的中心, $\odot O_2$ 的半径为 1, $O_1O_2 \perp AB$ 于点 P , $O_1O_2=6$. 若 $\odot O_2$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 360° , 在旋转过程中, $\odot O_2$ 与矩形的边只有一个公共点的情况一共出现 ()



A. 3 次

B. 4 次

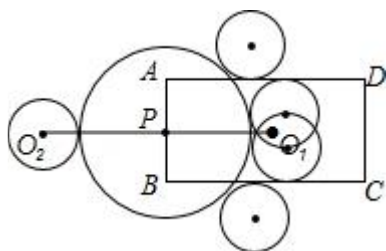
C. 5 次

D. 6 次

考点: 直线与圆的位置关系.

分析: 根据题意作出图形, 直接写出答案即可.

解答: 解: 如图:, $\odot O_2$ 与矩形的边只有一个公共点的情况一共出现 4 次,
故选 B.



点评: 本题考查了直线与圆的位置关系, 解题的关键是了解当圆与直线相切时, 点到圆心的距离等于圆的半径.

二、填空题: 请把最简答案直接填写在题目后的横线上 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•广安) 直线 $y=3x+2$ 沿 y 轴向下平移 5 个单位, 则平移后直线与 y 轴的交点坐标为 $(0, -3)$.

考点: 一次函数图象与几何变换.

分析: 先由直线 $y=3x+2$ 沿 y 轴向下平移 5 个单位可得 $y=3x-3$, 再根据一次函数 $y=kx+b$ 与 y 轴交点为 $(0, b)$ 可得答案.

解答: 解: 直线 $y=3x+2$ 沿 y 轴向下平移 5 个单位可得 $y=3x+2-5$,
即 $y=3x-3$,
则平移后直线与 y 轴的交点坐标为: $(0, -3)$.
故答案为: $(0, -3)$.

点评: 此题主要考查了一次函数图象的几何变换, 关键是掌握直线 $y=kx+b$ 沿 y 轴平移后, 函数解析式的 k 值不变, b 值上移加、下移减.

12. (3 分) (2014•广安) 分解因式: $my^2 - 9m = \underline{m(y+3)(y-3)}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

分析: 首先提取公因式 m , 进而利用平方差公式进行分解即可.

解答: 解: $my^2 - 9m = m(y^2 - 9) = m(y+3)(y-3)$.
故答案为: $m(y+3)(y-3)$.

点评: 此题主要考查了提取公因式法和公式法分解因式, 熟练掌握平方差公式是解题关键.

13. (3分) (2014•广安) 化简 $(1 - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x-2}{x^2-2x+1}$ 的结果是 $x-1$.

考点: 分式的混合运算

分析: 根据分式混合运算的法则进行计算即可.

解答:

$$\text{解: 原式} = \frac{x-2}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x-2}$$

$$= x-1.$$

故答案为: $x-1$.

点评: 本题考查的是分式的混合运算, 熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键

14. (3分) (2014•广安) 若 $\angle \alpha$ 的补角为 $76^\circ 28'$, 则 $\angle \alpha =$ $103^\circ 32'$.

考点: 余角和补角; 度分秒的换算.

分析: 根据互为补角的概念可得出 $\angle \alpha = 180^\circ - 76^\circ 28'$.

解答: 解: $\because \angle \alpha$ 的补角为 $76^\circ 28'$,

$$\therefore \angle \alpha = 180^\circ - 76^\circ 28' = 103^\circ 32',$$

故答案为 $103^\circ 32'$.

点评: 本题考查了余角和补角以及度分秒的换算, 是基础题, 要熟练掌握.

15. (3分) (2014•广安) 一个多边形的内角和比四边形内角和的 3 倍多 180° , 这个多边形的边数是 9.

考点: 多边形内角与外角

分析: 多边形的外角和是 360 度, 多边形的外角和是内角和的 3 倍多 180° , 则多边形的内角和是 $360 \times 3 + 180^\circ$ 度, 再由多边形的内角和列方程解答即可.

解答: 解: 设这个多边形的边数是 n , 由题意得,

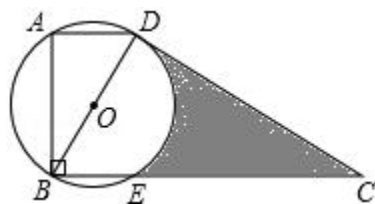
$$(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 3 + 180^\circ$$

解得 $n=9$.

故答案为: 9.

点评: 本题主要考查了多边形的内角和定理与外角和定理, 熟练掌握定理是解题的关键.

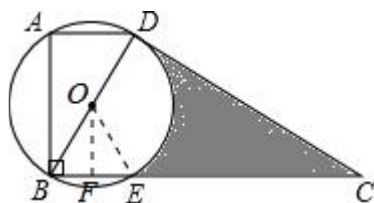
16. (3分) (2014•广安) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 上底 AD 为 $\sqrt{3}$, 以对角线 BD 为直径的 $\odot O$ 与 CD 切于点 D , 与 BC 交于点 E , 且 $\angle ABD$ 为 30° . 则图中阴影部分的面积为 $\frac{21\sqrt{3}}{4} - \pi$ (不取近似值).



考点：切线的性质；直角梯形；扇形面积的计算.

分析：连接 OE，根据 $\angle ABC=90^\circ$ ， $AD=\sqrt{3}$ ， $\angle ABD$ 为 30° ，可得出 AB 与 BD，可证明 $\triangle OBE$ 为等边三角形，即可得出 $\angle C=30^\circ$. 阴影部分的面积为直角梯形 ABCD 的面积 - 三角形 ABD 的面积 - 三角形 OBE 的面积 - 扇形 ODE 的面积.

解答：解：连接 OE，过点 O 作 $OF \perp BE$ 于点 F.



$$\because \angle ABC=90^\circ, AD=\sqrt{3}, \angle ABD \text{ 为 } 30^\circ,$$

$$\therefore BD=2\sqrt{3},$$

$$\therefore AB=3,$$

$$\therefore OB=OE,$$

$$\therefore \angle DBC=60^\circ,$$

$$\therefore OF=\frac{3}{2},$$

$$\because CD \text{ 为 } \odot O \text{ 的切线},$$

$$\therefore \angle BDC=90^\circ,$$

$$\therefore \angle C=30^\circ,$$

$$\therefore BC=4\sqrt{3},$$

$$S_{\text{阴影}}=S_{\text{梯形 } ABCD}-S_{\triangle ABD}-S_{\triangle OBE}-S_{\text{扇形 } ODE}$$

$$=\frac{(AD+BC) \times AB}{2}-\frac{AD \cdot AB}{2}-\frac{BE \cdot OF}{2}-\frac{120 \times \pi \times (\sqrt{3})^2}{360}$$

$$=\frac{(\sqrt{3}+4\sqrt{3}) \times 3}{2}-\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{\frac{3}{2}\sqrt{3}}{2}-\pi$$

$$=\frac{21\sqrt{3}}{4}-\pi.$$

$$\text{故答案为 } \frac{21\sqrt{3}}{4}-\pi.$$

点评：本题考查了切线的性质、直角梯形以及扇形面积的计算，要熟悉扇形的面积公式.

三、解答题 (本大题共 4 个小题，第 17 小题 5 分，第 18、19、20 小题各 6 分，共 23 分)

$$17. (5 \text{ 分}) (2014 \cdot \text{广安}) \sqrt{16} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + (\sqrt{3}-5)^0 - \sqrt{3}\cos 30^\circ.$$

考点：实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值

专题：计算题.

分析：原式第一项利用平方根定义化简，第二项利用负指数幂法则计算，第三项利用零指数幂法则计算，最后一项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

解答：解：原式 $= 4 - 2 + 1 - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$=4-2+1-\frac{3}{2}$$

$$=\frac{3}{2}$$

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (6分) (2014•广安) 解不等式组 $\begin{cases} 3x+2 \leq 2(x+3) \\ \frac{2x-1}{3} > \frac{x}{2} \end{cases}$, 并写出不等式组的整数解.

考点: 解一元一次不等式组; 一元一次不等式组的整数解.

分析: 首先分别解出两个不等式的解集, 再根据大小小大中间找确定不等式组的解集, 然后再根据 x 的取值范围找出整数解.

解答: 解: $\begin{cases} 3x+2 \leq 2(x+3) & \text{①} \\ \frac{2x-1}{3} > \frac{x}{2} & \text{②} \end{cases}$,

解①得: $x \leq 4$,

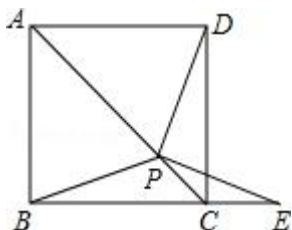
解②得: $x > 2$,

不等式组的解集为: $2 < x \leq 4$.

则不等式组的整数解: 3, 4.

点评: 此题主要考查了解一元一次不等式组, 以及不等式组的整数解, 关键是掌握解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

19. (6分) (2014•广安) 如图, 在正方形 ABCD 中, P 是对角线 AC 上的一点, 连接 BP、DP, 延长 BC 到 E, 使 $PB=PE$. 求证: $\angle PDC = \angle PEC$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 正方形的性质.

专题: 证明题.

分析: 根据正方形的四条边都相等可得 $BC=CD$, 对角线平分一组对角可得 $\angle BCP = \angle DCP$, 再利用“边角边”证明 $\triangle BCP$ 和 $\triangle DCP$ 全等, 根据全等三角形对应角相等可得 $\angle PDC = \angle PBC$, 再根据等边对等角可得 $\angle PBC = \angle PEC$, 从而得证.

解答: 证明: 在正方形 ABCD 中, $BC=CD$, $\angle BCP = \angle DCP$,
在 $\triangle BCP$ 和 $\triangle DCP$ 中,

$$\begin{cases} BC=CD \\ \angle BCP=\angle DCP, \\ PC=PC \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCP \cong \triangle DCP$ (SAS),

$\therefore \angle PDC = \angle PBC$,

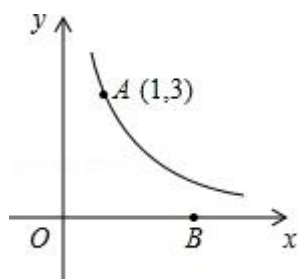
$$\begin{aligned}\therefore PB &= PE, \\ \therefore \angle PBC &= \angle PEC, \\ \therefore \angle PDC &= \angle PEC.\end{aligned}$$

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质, 正方形的性质, 等边对等角的性质, 熟记各性质并判断出全等三角形是解题的关键.

20. (6分) (2014•广安) 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 经过点 $A(1, 3)$.

(1) 求反比例函数的解析式;

(2) 在 x 轴正半轴上有一点 B , 若 $\triangle AOB$ 的面积为 6, 求直线 AB 的解析式.



考点: 待定系数法求反比例函数解析式; 待定系数法求一次函数解析式

分析: (1) 利用待定系数法把 $A(1, 3)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 可得 k 的值, 进而得到解析式;

(2) 根据 $\triangle AOB$ 的面积为 6 求出 B 点坐标, 再设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$, 把 A 、 B 两点代入可得 k 、 b 的值, 进而得到答案.

解答: 解: (1) $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$) 经过点 $A(1, 3)$,

$$\therefore 3 = \frac{k}{1},$$

解得: $k = 3$,

$$\therefore \text{反比例函数解析式为 } y = \frac{3}{x};$$

(2) 设 $B(a, 0)$, 则 $BO = a$,

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 6,

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3 = 6,$$

解得: $a = 4$,

$\therefore B(4, 0)$,

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

$\therefore$ 经过 $A(1, 3)$ $B(4, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} 3 = k + b \\ 0 = 4k + b \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 4 \end{cases},$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 4$.

点评: 此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式和反比例函数解析式, 关键是正确确定出 B 点坐标.

四、实践应用: 本大题共 4 个小题, 第 21 题 6 分, 第 23、24、25 题各 8 分, 共 30 分)

21. (6 分) (2014•广安) 大课间活动时, 有两个同学做了一个数字游戏: 有三张正面写有数字 $-1, 0, 1$ 的卡片, 它们背面完全相同, 将这三张卡片背面朝上洗匀后, 其中一个同学随机抽取一张, 将其正面的数字作为 p 的值, 然后将卡片放回并洗匀, 另一个同学再从这三张卡片中随机抽取一张, 将其正面的数字作为 q 值, 两次结果记为 (p, q) .

(1) 请你帮他们用树状图或列表法表示 (p, q) 所有可能出现的结果;

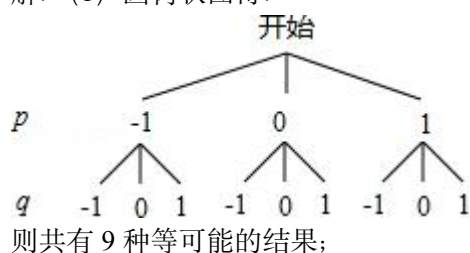
(2) 求满足关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 没有实数解的概率.

考点: 列表法与树状图法; 根的判别式

分析: (1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果;

(2) 由 (1) 可求得满足关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 没有实数解的有: $(-1, 1), (0, 1), (1, 1)$, 再利用概率公式即可求得答案.

解答: 解: (1) 画树状图得:



(2) 由 (1) 可得: 满足关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 没有实数解的有: $(-1, 1), (0, 1), (1, 1)$,

∴ 满足关于 x 的方程 $x^2 + px + q = 0$ 没有实数解的概率为: $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

22. (8 分) (2014•广安) 广安某水果店计划购进甲、乙两种新出产的水果共 140 千克, 这两种水果的进价、售价如表所示:

	进价 (元/千克)	售价 (元/千克)
甲种	5	8
乙种	9	13

(1) 若该水果店预计进货款为 1000 元, 则这两种水果各购进多少千克?

(2) 若该水果店决定乙种水果的进货量不超过甲种水果的进货量的 3 倍, 应怎样安排进货才能使水果店在销售完这批水果时获利最多? 此时利润为多少元?

考点: 一次函数的应用; 二元一次方程组的应用.

分析: (1) 根据计划购进甲、乙两种新出产的水果共 140 千克, 进而利用该水果店预计进货款为 1000 元, 得出等式求出即可;

(2) 利用两种水果每千克的利润，进而表示出总利润，进而利用一次函数增减性得出即可.

解答: 解: (1) 设购进甲种水果 x 千克, 则购进乙种水果 $(140 - x)$ 千克, 根据题意可得:

$$5x + 9(140 - x) = 1000,$$

$$\text{解得: } x = 65,$$

$$\therefore 140 - x = 75 \text{ (千克)},$$

答: 购进甲种水果 65 千克, 乙种水果 75 千克;

(2) 由图表可得: 甲种水果每千克利润为: 3 元, 乙种水果每千克利润为: 4 元, 设总利润为 W , 由题意可得出: $W = 3x + 4(140 - x) = -x + 560$,

故 W 随 x 的增大而减小, 则 x 越小 W 越大,

因为该水果店决定乙种水果的进货量不超过甲种水果的进货量的 3 倍,

$$\therefore 140 - x \leq 3x,$$

$$\text{解得: } x \geq 35,$$

$$\therefore \text{当 } x = 35 \text{ 时, } W_{\text{最大}} = -35 + 560 = 525 \text{ (元)},$$

$$\text{故 } 140 - 35 = 105 \text{ (kg)}.$$

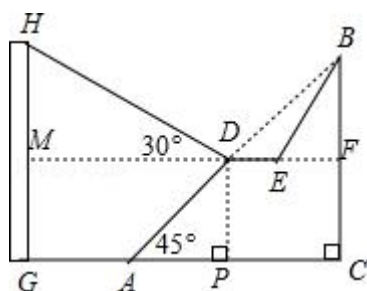
答: 当甲购进 35 千克, 乙种水果 105 千克时, 此时利润最大为 525 元.

点评: 主要考查了一次函数的应用以及一元一次不等式的应用和一元一次方程的应用等知识, 利用一次函数增减性得出函数最值是解题关键.

23. (8 分) (2014•广安) 为邓小平诞辰 110 周年献礼, 广安市政府对城市建设进行了整改, 如图, 已知斜坡 AB 长 $60\sqrt{2}$ 米, 坡角 (即 $\angle BAC$) 为 45° , $BC \perp AC$, 现计划在斜坡中点 D 处挖去部分斜坡, 修建一个平行于水平线 CA 的休闲平台 DE 和一条新的斜坡 BE (下面两个小题结果都保留根号).

(1) 若修建的斜坡 BE 的坡比为 $\sqrt{3}:1$, 求休闲平台 DE 的长是多少米?

(2) 一座建筑物 GH 距离 A 点 33 米远 (即 $AG = 33$ 米), 小亮在 D 点测得建筑物顶部 H 的仰角 (即 $\angle HDM$) 为 30° . 点 B 、 C 、 A 、 G 、 H 在同一个平面内, 点 C 、 A 、 G 在同一条直线上, 且 $HG \perp CG$, 问建筑物 GH 高为多少米?



考点: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题.

分析: (1) 由三角函数的定义, 即可求得 DF 与 BF 的长, 又由坡度的定义, 即可求得 EF 的长, 继而求得平台 DE 的长;

(2) 首先设 $GH = x$ 米, 在 $Rt\triangle DMH$ 中由三角函数的定义, 即可求得 GH 的长.

解答: 解: (1) $\because FM \parallel CG$,

$$\therefore \angle BDF = \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \text{斜坡 } AB \text{ 长 } 60\sqrt{2} \text{ 米, } D \text{ 是 } AB \text{ 的中点,}$$

$$\therefore BD = 30\sqrt{2} \text{ 米,}$$

$$\therefore DF=BD \cdot \cos \angle BDF=30\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}=30 \text{ (米)}, BF=DF=30 \text{ 米},$$

$\therefore$ 斜坡 BE 的坡比为 $\sqrt{3}:1$,

$$\therefore \frac{BF}{EF}=\frac{\sqrt{3}}{1},$$

解得: $EF=10\sqrt{3}$ (米),

$$\therefore DE=DF-EF=30-10\sqrt{3} \text{ (米)};$$

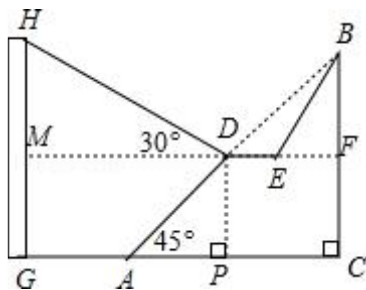
答: 休闲平台 DE 的长是 $(30-10\sqrt{3})$ 米;

(2) 设 $GH=x$ 米, 则 $MH=GH-GM=x-30$ (米), $DM=AG+AP=33+30=63$ (米),

$$\text{在 Rt}\triangle DMH \text{ 中, } \tan 30^\circ = \frac{MH}{DM}, \text{ 即 } \frac{x-30}{63} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得: $x=30+21\sqrt{3}$,

答: 建筑物 GH 的高为 $(30+21\sqrt{3})$ 米.



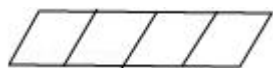
点评: 此题考查了坡度坡角问题以及俯角仰角的定义. 此题难度较大, 注意根据题意构造直角三角形, 并解直角三角形; 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用.

24. (8分) (2014•广安) 在校园文化建设活动中, 需要裁剪一些菱形来美化教室. 现有平行四边形 ABCD 的邻边长分别为 1, a ($a>1$) 的纸片, 先剪去一个菱形, 余下一个四边形, 在余下的四边形纸片中再剪去一个菱形, 又余下一个四边形, ...依此类推, 请画出剪三次后余下的四边形是菱形的裁剪线的各种示意图, 并求出 a 的值.

考点: 作图—应用与设计作图.

分析: 平行四边形 ABCD 的邻边长分别为 1, a ($a>1$), 剪三次后余下的四边形是菱形的 4 种情况画出示意图.

解答: 解: ①如图, $a=4$,



②如图, $a=\frac{5}{2}$,



③如图, $a=\frac{4}{3}$,



④如图, $a=\frac{5}{3}$,



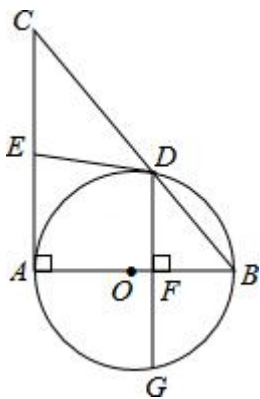
点评: 此题主要考查了图形的剪拼以及菱形的判定, 根据已知行四边形 ABCD 将平行四边形分割是解题关键.

五、推理论证 (9 分)

25. (9 分) (2014•广安) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 以 AB 为直角边作 $Rt\triangle ABC$, $\angle CAB=90^\circ$, 斜边 BC 与 $\odot O$ 交于点 D, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线 DE 交 AC 于点 E, $DG \perp AB$ 于点 F, 交 $\odot O$ 于点 G.

(1) 求证: E 是 AC 的中点;

(2) 若 $AE=3$, $\cos \angle ACB=\frac{2}{3}$, 求弦 DG 的长.



考点: 切线的性质

分析: (1) 连 AD, 由 AB 为直径, 根据圆周角定理得推论得到 $\angle ADB=90^\circ$, 而 $\angle ACB=90^\circ$, 根据切线的判定定理得到 AC 是 $\odot O$ 的切线, 而 DE 与 $\odot O$ 相切, 根据切线长定理得 $ED=EA$, 则 $\angle EDA=\angle EAD$, 利用等角的余角相等可得到 $\angle C=\angle CDE$, 则 $ED=EC$, 即可得到 $EA=EC$;

(2) 由 (1) 可得 $AC=2AE=6$, 结合 $\cos \angle ACB=\frac{2}{3}$ 推知 $\sin \angle ACB=\frac{\sqrt{5}}{3}$, 然后利用圆周角定理、垂径定理, 解直角三角形即可求得 DG 的长度.

解答: (1) 证明: 连 AD, 如图

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径, $\angle CAB=90^\circ$,

$\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线,

又 $\because DE$ 与 $\odot O$ 相切,

$\therefore ED=EA$,

$\therefore \angle EAD=\angle EDA$,

而 $\angle C = 90^\circ - \angle EAD$, $\angle CDE = 90^\circ - \angle EDA$,
 $\therefore \angle C = \angle CDE$,
 $\therefore ED = EC$,
 $\therefore EA = EC$,
 即 E 为 BC 的中点;

(2) 解: 由 (1) 知, E 为 BC 的中点, 则 $AC = 2AE = 6$.

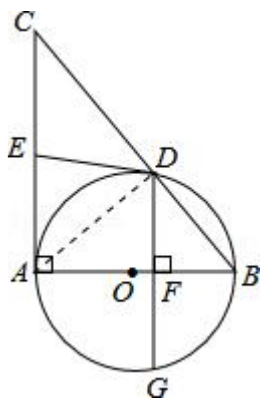
$$\therefore \cos \angle ACB = \frac{2}{3}, \therefore \sin \angle ACB = \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

连接 AD, 则 $\angle ADC = 90^\circ$.

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } AD = AC \cdot \sin \angle ACB = 6 \times \frac{\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADF \text{ 中, } DF = AD \cdot \sin \angle DAF = AD \cdot \sin \angle ACB = 2\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{10}{3},$$

$$\therefore DG = 2DF = \frac{20}{3}.$$



点评: 本题考查了圆的切线性质, 及解直角三角形的知识. 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过作辅助线连接圆心和切点, 利用垂直构造直角三角形解决有关问题.

六、拓展探究 (10 分)

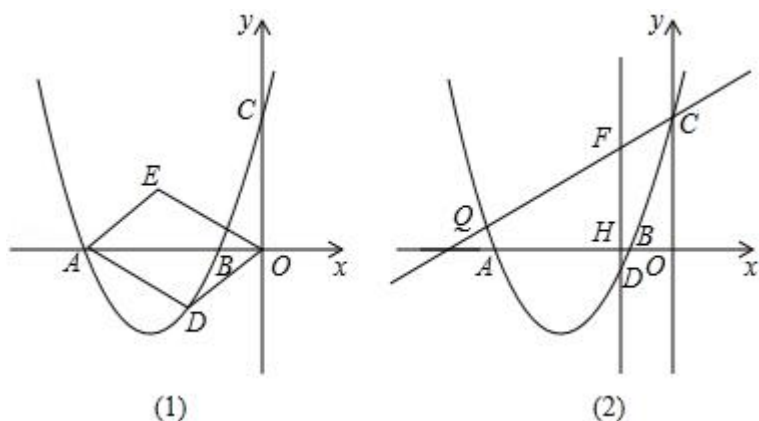
26. (10 分) (2014•广安) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于点 A (-4, 0), B (-1, 0) 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在第三象限的抛物线上有一动点 D.

①如图 (1), 若四边形 ODAE 是以 OA 为对角线的平行四边形, 当平行四边形 ODAE 的面积为 6 时, 请判断平行四边形 ODAE 是否为菱形? 说明理由.

②如图 (2), 直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 与抛物线交于点 Q、C 两点, 过点 D 作直线 $DF \perp x$ 轴于点 H, 交 QC 于点 F. 请问是否存在这样的点 D, 使点 D 到直线 CQ 的距离与点 C 到直线 DF 的距离之比为 $\sqrt{5}: 2$? 若存在, 请求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题

分析: (1) 利用待定系数法求出抛物线的解析式;

(2) ①本问需结合菱形、平行四边形的性质来进行分析. 如答图 2-1, 作辅助线, 求出点 D 的坐标, 进而判断平行四边形 ODAE 是否为菱形;

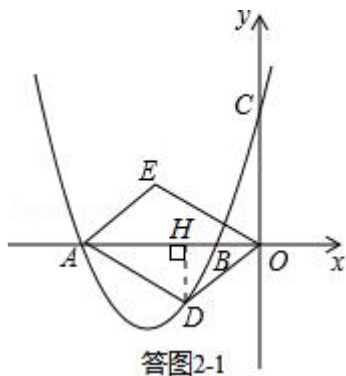
②本问为存在型问题. 如答图 2-2, 作辅助线, 构造相似三角形, 利用比例式, 列出一元二次方程, 求得点 D 的坐标.

解答: 解: (1) 把点 A (-4, 0)、B (-1, 0) 代入解析式 $y=ax^2+bx+3$,

$$\text{得} \begin{cases} 16a - 4b + 3 = 0 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = \frac{15}{4} \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + 3.$$

(2) ①如答图 2-1, 过点 D 作 $DH \perp x$ 轴于点 H.



$$\therefore S_{\square ODAE} = 6, \quad OA = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}OA \cdot DH = 3,$$

$$\therefore DH = \frac{3}{2}.$$

因为 D 在第三象限, 所以 D 的纵坐标为负, 且 D 在抛物线上,

$$\therefore \frac{3}{4}x^2 + \frac{15}{4}x + 3 = -\frac{3}{2},$$

$$\text{解得: } x_1 = -2, \quad x_2 = -3.$$

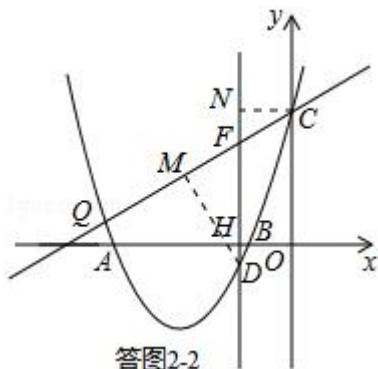
∴ 点 D 坐标为 $(-2, -\frac{3}{2})$ 或 $(-3, -\frac{3}{2})$.

当点 D 为 $(-2, -\frac{3}{2})$ 时, DH 垂直平分 OA, 平行四边形 ODAE 为菱形;

当点 D 为 $(-3, -\frac{3}{2})$ 时, $OD \neq AD$, 平行四边形 ODAE 不为菱形.

②假设存在.

如答图 2-2, 过点 D 作 $DM \perp CQ$ 于 M, 过点 C 作 $CN \perp DF$ 于 N, 则 $DM:CN=\sqrt{5}:2$.



设 $D(m, \frac{3}{4}m^2 + \frac{15}{4}m + 3)$ ($m < 0$), 则 $F(m, \frac{1}{2}m + 3)$.

$$\therefore CN = -m, NF = -\frac{1}{2}m$$

$$\therefore CF = \sqrt{CN^2 + NF^2} = -\frac{\sqrt{5}}{2}m.$$

$$\because \angle DMF = \angle CNF = 90^\circ, \angle DFM = \angle CFN,$$

$$\therefore \triangle DMF \sim \triangle CNF,$$

$$\therefore \frac{DF}{CF} = \frac{DM}{CN} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore DF = \frac{\sqrt{5}}{2}CF = -\frac{5}{4}m.$$

$$\therefore DN = NF + DF = -\frac{1}{2}m - \frac{5}{4}m = -\frac{7}{4}m.$$

$$\text{又 } DN = 3 - (\frac{3}{4}m^2 + \frac{15}{4}m + 3) = -\frac{3}{4}m^2 - \frac{15}{4}m,$$

$$\therefore -\frac{3}{4}m^2 - \frac{15}{4}m = -\frac{7}{4}m$$

$$\text{解得: } m = -\frac{8}{3} \text{ 或 } m = 0 \text{ (舍去)}$$

$$\therefore \frac{3}{4}m^2 + \frac{15}{4}m + 3 = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore D(-\frac{8}{3}, -\frac{5}{3}).$$

综上所述, 存在满足条件的点 D, 点 D 的坐标为 $(-\frac{8}{3}, -\frac{5}{3})$.

点评: 本题为二次函数压轴题, 综合考查了二次函数、待定系数法、相似三角形、平行四边形、菱形等知识点. 第 (2) 问涉及存在型问题, 有一定的难度. 在解题过程中, 注意数形结合思想、分类讨论思想及方程思想等的应用.