

2014 年四川省巴中市中考数学试卷

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

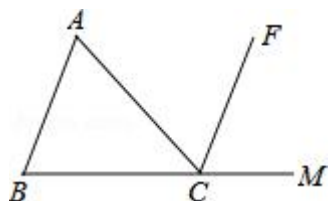
1. (2014 年四川巴中) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

2. (2014 年四川巴中) 2014 年三月发生了一件举国悲痛的空难事件——马航失联, 该飞机上有中国公民 154 名. 噩耗传来后, 我国为了搜寻生还者及找到失联飞机, 在搜救方面花费了大量的人力物力, 已花费人民币大约 934 千万元. 把 934 千万元用科学记数法表示为 () 元.

- A. 9.34×10^2 B. 0.934×10^3 C. 9.34×10^9 D. 9.34×10^{10}

3. (2014 年四川巴中) 如图, CF 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACM$ 的平分线, 且 $CF \parallel AB$, $\angle ACF = 50^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()

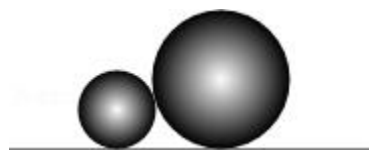


- A. 80° B. 40° C. 60° D. 50°

4. (2014 年四川巴中) 要使式子 $\frac{\sqrt{m+1}}{m-1}$ 有意义, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > -1$ B. $m \geq -1$ C. $m > -1$ 且 $m \neq 1$ D. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$

5. (2014 年四川巴中) 如图, 两个大小不同的实心球在水平面靠在一起组成如图所示的几何体, 则该几何体的左视图是 ()



- A. 两个外切的圆 B. 两个内切的圆 C. 两个内含的圆 D. 一个圆

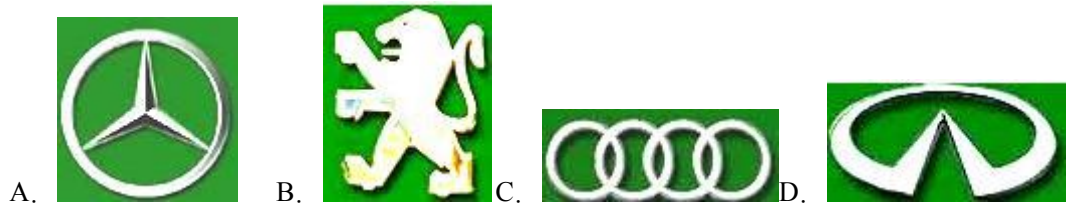
6. (2014 年四川巴中) 今年我市有 4 万名学生参加中考, 为了了解这些考生的数学成绩, 从中抽取 2000 名考生的数学成绩进行统计分析. 在这个问题中, 下列说法:

①这 4 万名考生的数学中考成绩的全体是总体; ②每个考生是个体; ③2000 名考生是总体的一个样本; ④样本容量是 2000.

其中说法正确的有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

7. (2014 年四川巴中) 下列汽车标志中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



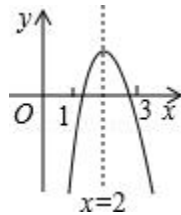
8. (2014 年四川巴中) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin A=\frac{5}{13}$, 则 $\tan B$ 的值为 ()

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{13}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

9. (2014 年四川巴中) 已知直线 $y=mx+n$, 其中 m, n 是常数且满足: $m+n=6$, $mn=8$, 那么该直线经过 ()

- A. 第二、三、四象限 B. 第一、二、三象限 C. 第一、三、四象限 D. 第一、二、四象限

10. (2014 年四川巴中) 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图, 则下列叙述正确的是 ()



- A. $abc < 0$ B. $-3a+c < 0$ C. $b^2-4ac \geq 0$
D. 将该函数图象向左平移 2 个单位后所得到抛物线的解析式为 $y=ax^2+c$

二、填空题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

11. (2014 年四川巴中) 若一个正多边形的一个内角等于 135° , 那么这个多边形是正____边形.

12. (2014 年四川巴中) 若分式方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{m}{1-x} = 2$ 有增根, 则这个增根是_____.

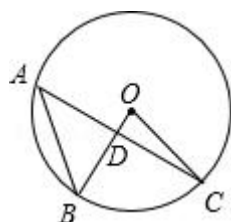
2014 年四川巴中) 分解因式: $3a^2-27=$ _____.

14. (2014 年四川巴中) 已知一组数据: 0, 2, x, 4, 5 的众数是 4, 那么这组数据的中位数是_____.

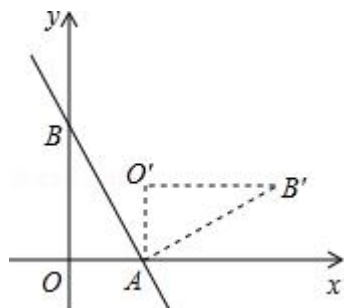
15. (2014 年四川巴中) 若圆锥的轴截面是一个边长为 4 的等边三角形, 则这个圆锥的侧面展开后所得到的扇形的圆心角的度数是_____.

16. (2014 年四川巴中) 菱形的两条对角线长分别是方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 的两实根, 则菱形的面积为_____.

17. (2014 年四川巴中) 如图, 已知 A、B、C 三点在 $\odot O$ 上, $AC \perp BO$ 于 D, $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数是_____.

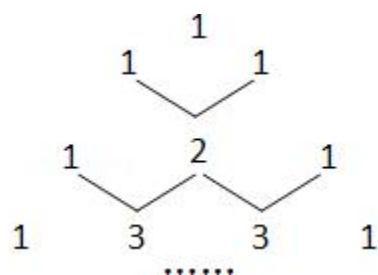


18. (2014 年四川巴中) 如图, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点, 把 $\triangle AOB$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle AO'B'$, 则点 B' 的坐标是_____.



19. (2014 年四川巴中) 在四边形 ABCD 中, (1) $AB \parallel CD$, (2) $AD \parallel BC$, (3) $AB = CD$, (4) $AD = BC$, 在这四个条件中任选两个作为已知条件, 能判定四边形 ABCD 是平行四边形的概率是_____.

20. (2014 年四川巴中) 如图是我国古代数学家杨辉最早发现的, 称为“杨辉三角”. 它的发现比西方要早五百年左右, 由此可见我国古代数学的成就是非常值得中华民族自豪的! “杨辉三角”中有许多规律, 如它的每一行的数字正好对应了 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 的展开式中 a 按次数从大到小排列的项的系数. 例如, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 展开式中的系数 1、2、1 恰好对应图中第三行的数字; 再如, $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 展开式中的系数 1、3、3、1 恰好对应图中第四行的数字. 请认真观察此图, 写出 $(a+b)^4$ 的展开式, $(a+b)^4 =$ _____.



三、解答题（共 3 小题，满分 15 分）

21. (2014 年四川巴中) 计算: $|- \sqrt{3}| + \sqrt{2} \sin 45^\circ + \tan 60^\circ - (-\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{12} + (\pi - 3)^0$.

22. (2014 年四川巴中) 定义新运算: 对于任意实数 a, b 都有 $a \triangle b = ab - a - b + 1$, 等式右边是通常的加法、减法及乘法运算, 例如: $2 \triangle 4 = 2 \times 4 - 2 - 4 + 1 = 8 - 6 + 1 = 3$, 请根据上述知识解决问题: 若 $3 \triangle x$ 的值大于 5 而小于 9, 求 x 的取值范围.

23. (2014 年四川巴中) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2 - 2x + 4}{x - 1} + 2 - x) \div \frac{x^2 + 4x + 4}{1 - x}$, 其中 x 满足 $x^2 - 4x + 3 = 0$.

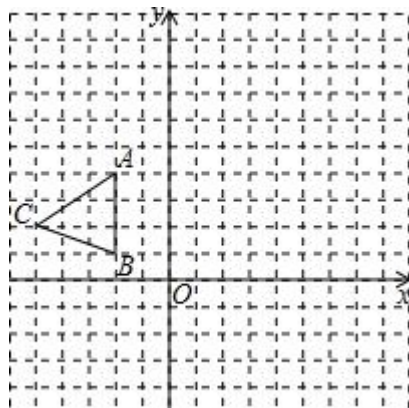
四、操作与统计（共 2 小题，满分 15 分）

24. (2014 年四川巴中) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 三个顶点坐标分别为 $A(-2, 4)$, $B(-2, 1)$, $C(-5, 2)$.

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个顶点的横坐标与纵坐标同时乘以 -2 , 得到对应的点 A_2, B_2, C_2 , 请画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

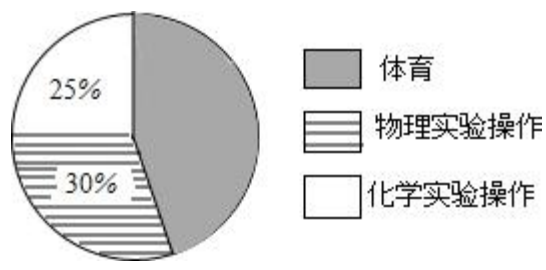
(3) 求 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积比, 即 $S_{\triangle A_1B_1C_1} : S_{\triangle A_2B_2C_2} = \underline{\hspace{2cm}}$ (不写解答过程, 直接写出结果).



25. (2014 年四川巴中) 巴中市对初三年级学生的体育、物理实验操作、化学实验操作成绩进行抽样调查，成绩评定为 A，B，C，D 四个等级. 现抽取这三种成绩共 1000 份进行统计分析，其中 A，B，C，D 分别表示优秀，良好，合格，不合格四个等级. 相关数据统计如下表及图所示.

等级/人数/科目	A	B	C	D
物理实验操作	120	—	90	20
化学实验操作	90	110	30	—
体育	—	140	160	27

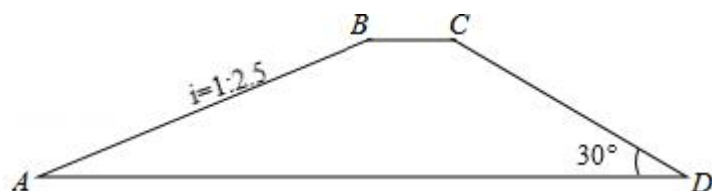
- (1) 请将上表补充完整 (直接填数据，不写解答过程).
- (2) 巴中市共有 40000 名学生参加测试，试估计该市初三年级学生化学实验操作合格及合格以上大约有多少人?
- (3) 在这 40000 名学生中，体育成绩不合格的大约有多少人?



五、方程及解直角三角形的应用 (共 2 小题，满分 18 分)

26. (2014 年四川巴中) 某商店准备进一批季节性小家电，单价 40 元. 经市场预测，销售定价为 52 元时，可售出 180 个，定价每增加 1 元，销售量净减少 10 个；定价每减少 1 元，销售量净增加 10 个. 因受库存的影响，每批次进货个数不得超过 180 个，商店若将准备获利 2000 元，则应进货多少个？定价为多少元？

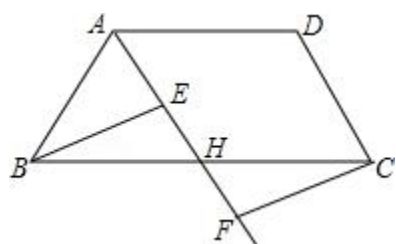
27. ((2014 年四川巴中) 如图, 一水库大坝的横断面为梯形 $ABCD$, 坝顶 BC 宽 6 米, 坝高 20 米, 斜坡 AB 的坡度 $i=1:2.5$, 斜坡 CD 的坡角为 30° , 求坝底 AD 的长度. (精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2}\approx 1.414$, $\sqrt{3}\approx 1.732$. 提示: 坡度等于坡面的铅垂高度与水平长度之比) $^\circ$.



六、推理 (共 2 小题, 满分 20 分)

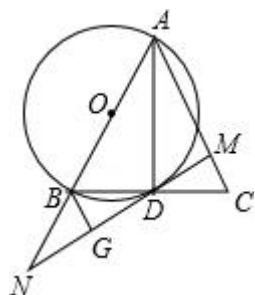
28. (2014 年四川巴中) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 H 是 BC 的中点, 作射线 AH , 在线段 AH 及其延长线上分别取点 E , F , 连结 BE , CF .

- (1) 请你添加一个条件, 使得 $\triangle BEH \cong \triangle CFH$, 你添加的条件是____, 并证明.
- (2) 在问题 (1) 中, 当 BH 与 EH 满足什么关系时, 四边形 $BFCE$ 是矩形, 请说明理由.



29. (2014 年四川巴中) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过 D 作 $MN \perp AC$ 于点 M , 交 AB 的延长线于点 N , 过点 B 作 $BG \perp MN$ 于 G .

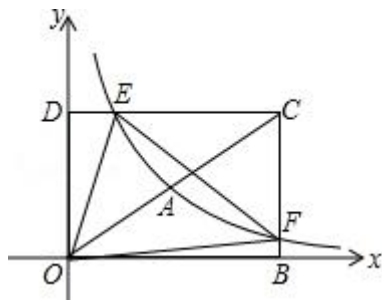
- (1) 求证: $\triangle BGD \sim \triangle DMA$;
- (2) 求证: 直线 MN 是 $\odot O$ 的切线.



七、函数的综合运用（共 1 小题，满分 10 分）

30. (2014 年四川巴中) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知四边形 $DOBC$ 是矩形，且 $D(0, 4)$ ， $B(6, 0)$ 。若反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过线段 OC 的中点 A ，交 DC 于点 E ，交 BC 于点 F 。设直线 EF 的解析式为 $y = k_2x + b$ 。

- (1) 求反比例函数和直线 EF 的解析式；
- (2) 求 $\triangle OEF$ 的面积；
- (3) 请结合图象直接写出不等式 $k_2x + b - \frac{k_1}{x} > 0$ 的解集。

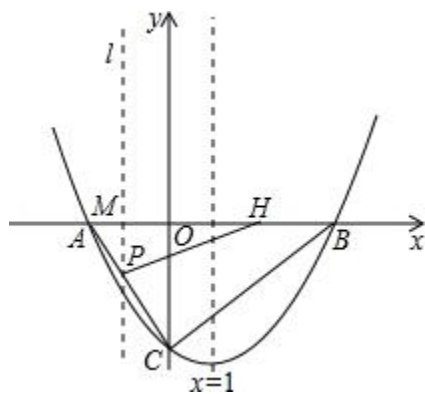


八、综合运用（共 1 小题，满分 12 分）

31. （2014 年四川巴中）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx-4$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 C ，直线 $x=1$ 是该抛物线的对称轴.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若两动点 M, H 分别从点 A, B 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴同时出发相向而行，当点 M 到达原点时，点 H 立刻掉头并以每秒 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的速度向点 B 方向移动，当点 M 到达抛物线的对称轴时，两点停止运动，经过点 M 的直线 $l \perp x$ 轴，交 AC 或 BC 于点 P ，设点 M 的运动时间为 t 秒 ($t > 0$)。求点 M 的运动时间 t 与 $\triangle APH$ 的面积 S 的函数关系式，并求出 S 的最大值.



2014 年四川省巴中市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (2014 年四川巴中) $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. -5 D. 5

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

【解答】 $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 $\frac{1}{5}$ ，故选：B.

【点评】本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (2014 年四川巴中) 2014 年三月发生了一件举国悲痛的空难事件——马航失联，该飞机上有中国公民 154 名. 噩耗传来后，我国为了搜寻生还者及找到失联飞机，在搜救方面花费了大量的人力物力，已花费人民币大约 934 千万元. 把 934 千万元用科学记数法表示为 () 元.

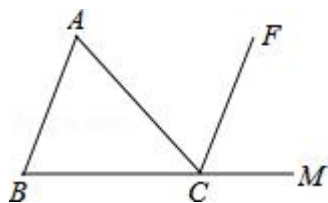
- A. 9.34×10^2 B. 0.934×10^3 C. 9.34×10^9 D. 9.34×10^{10}

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 150 千万有 11 位，所以可以确定 $n=11-1=10$.

【解答】934 千万 $= 934\,000\,000\,000 = 9.34 \times 10^{10}$. 故选：D.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (2014 年四川巴中) 如图，CF 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACM$ 的平分线，且 $CF \parallel AB$ ， $\angle ACF = 50^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数为 ()



- A. 80° B. 40° C. 60° D. 50°

【分析】根据角平分线的定义可得 $\angle FCM = \angle ACF$ ，再根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle B = \angle FCM$.

【解答】 $\because$ CF 是 $\angle ACM$ 的平分线， $\therefore \angle FCM = \angle ACF = 50^\circ$ ， $\because CF \parallel AB$ ，

$\therefore \angle B = \angle FCM = 50^\circ$. 故选 D.

【点评】 本题考查了平行线的性质，角平分线的定义，是基础题，熟记性质并准确识图是解题的关键.

4. (2014 年四川巴中) 要使式子 $\frac{\sqrt{m+1}}{m-1}$ 有意义, 则 m 的取值范围是 ()

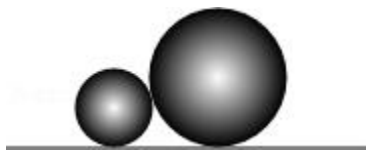
- A. $m > -1$ B. $m \geq -1$ C. $m > -1$ 且 $m \neq 1$ D. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$

【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于或等于 0, 分母不等于 0, 可以求出 x 的范围.

【解答】 根据题意得: $\begin{cases} m+1 \geq 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases}$, 解得: $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$. 故选 D.

【点评】 本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0; 二次根式的被开方数是非负数.

5. (2014 年四川巴中) 如图, 两个大小不同的实心球在水平面靠在一起组成如图所示的几何体, 则该几何体的左视图是 ()



- A. 两个外切的圆 B. 两个内切的圆 C. 两个内含的圆 D. 一个圆

【分析】 根据左视图是从左面看得到的视图, 圆的位置关系解答即可.

【解答】 从左面看, 为两个内切的圆, 切点在水平面上, 所以, 该几何体的左视图是两个内切的圆. 故选 B.

【点评】 本题考查了三视图的知识, 左视图是从物体的左面看得到的视图.

6. (2014 年四川巴中) 今年我市有 4 万名学生参加中考, 为了了解这些考生的数学成绩, 从中抽取 2000 名考生的数学成绩进行统计分析. 在这个问题中, 下列说法:

①这 4 万名考生的数学中考成绩的全体是总体; ②每个考生是个体; ③2000 名考生是总体的一个样本; ④样本容量是 2000.

其中说法正确的有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

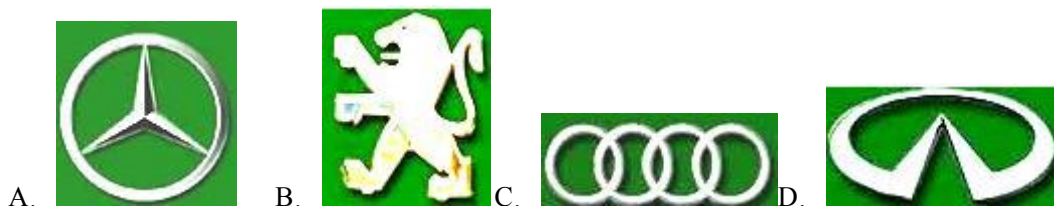
【分析】总体是指考查的对象的全体，个体是总体中的每一个考查的对象，样本是总体中所抽取的一部分个体，而样本容量则是指样本中个体的数目．我们在区分总体、个体、样本、样本容量，这四个概念时，首先找出考查的对象．从而找出总体、个体．再根据被收集数据的这一部分对象找出样本，最后再根据样本确定出样本容量．

【解答】这 4 万名考生的数学中考成绩的全体是总体；每个考生的数学中考成绩是个体；2000 名考生的中考数学成绩是总体的一个样本，样本容量是 2000．

故正确的是①④．故选 C．

【点评】本题考查了总体、个体、样本、样本容量的概念，解题要分清具体问题中的总体、个体与样本，关键是明确考查的对象．总体、个体与样本的考查对象是相同的，所不同的是范围的大小．样本容量是样本中包含的个体的数目，不能带单位．

7. (2014 年四川巴中) 下列汽车标志中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

如果一个图形绕某一点旋转 180° 后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

【解答】A、是轴对称图形，不是中心对称图形．故本选项错误；

B、不是轴对称图形，也不是中心对称图形．故本选项错误；

C、是轴对称图形，也是中心对称图形．故本选项正确；

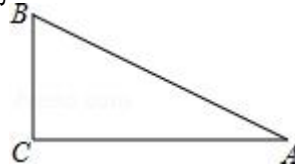
D、是轴对称图形，不是中心对称图形．故本选项错误．故选 C．

【点评】考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180° 度后与原图重合．

8. (2014 年四川巴中) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\sin A=\frac{5}{13}$ ，则 $\tan B$ 的值为 ()

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{12}$ C. $\frac{13}{12}$ D. $\frac{12}{5}$

【分析】根据题意作出直角 $\triangle ABC$ ，然后根据 $\sin A = \frac{5}{13}$ ，设一条直角边 BC 为 $5x$ ，斜边 AB 为 $13x$ ，根据勾股定理求出另一条直角边 AC 的长度，然后根据三角函数的定义可求出 $\tan \angle B$.



【解答】 $\because \sin A = \frac{5}{13}$, $\therefore$ 设 $BC = 5x$, $AB = 13x$, 则 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 12x$,
故 $\tan \angle B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{5}$. 故选 D.

【点评】 本题考查了互余两角三角函数的关系，属于基础题，解题的关键是掌握三角函数的定义和勾股定理的运用.

9. (2014 年四川巴中) 已知直线 $y = mx + n$ ，其中 m, n 是常数且满足： $m + n = 6$ ， $mn = 8$ ，那么该直线经过 ()

- A. 第二、三、四象限 B. 第一、二、三象限 C. 第一、三、四象限 D. 第一、二、四象限

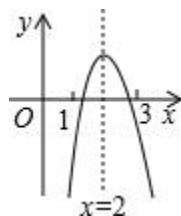
【分析】根据 $m + n = 6$ ， $mn = 8$ ，可得出 m 与 n 为同号且都大于 0，再进行选择即可.

【解答】 $\because mn = 8 > 0$, $\therefore m$ 与 n 为同号, $\because m + n = 6$, $\therefore m > 0$, $n > 0$,

$\therefore$ 直线 $y = mx + n$ 经过第一、二、三象限，故选 B.

【点评】 本题考查了一次函数图象在坐标平面内的位置与 m, n 的关系. 解答本题注意理解. 直线 $y = mx + n$ 所在的位置与 m, n 的符号有直接的关系. $m > 0$ 时，直线必经过一、三象限. $m < 0$ 时，直线必经过二、四象限. $n > 0$ 时，直线与 y 轴正半轴相交. $n = 0$ 时，直线过原点； $n < 0$ 时，直线与 y 轴负半轴相交.

10. (2014 年四川巴中) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图，则下列叙述正确的是 ()



- A. $abc < 0$ B. $-3a + c < 0$ C. $b^2 - 4ac \geq 0$

D. 将该函数图象向左平移 2 个单位后所得抛物线的解析式为 $y = ax^2 + c$

【分析】 A. 由开口向下，可得 $a < 0$ ；又由抛物线与 y 轴交于负半轴，可得 $c < 0$ ，然后由对称轴在 y 轴右侧，得到 b 与 a 异号，则可得 $b > 0$ ，故得 $abc > 0$.

B. 根据图知对称轴为直线 $x=2$, 即 $-\frac{b}{2a}=2$, 得 $b=-4a$, 再根据图象知当 $x=1$ 时, $y<0$, 即可判断;

C. 由抛物线与 x 轴有两个交点, 可得 $b^2-4ac>0$;

D. 把二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 化为顶点式, 再求出平移后的解析式即可判断.

【解答】A. 由开口向下, 可得 $a<0$; 又由抛物线与 y 轴交于负半轴, 可得 $c<0$, 然后由对称轴在 y 轴右侧, 得到 b 与 a 异号, 则可得 $b>0$, 故得 $abc>0$, 故本选项错误;

B. 根据图知对称轴为直线 $x=2$, 即 $-\frac{b}{2a}=2$, 得 $b=-4a$, 再根据图象知当 $x=1$ 时, $y=a+b+c=a-4a+c=-3a+c<0$, 故本选项正确;

C. 由抛物线与 x 轴有两个交点, 可得 $b^2-4ac>0$, 故本选项错误;

D. $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$, $\because -\frac{b}{2a}=2$, $\therefore$ 原式 $=a(x-2)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$,

向左平移 2 个单位后所得抛物线的解析式为 $y=ax^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$, 故本选项错误; 故选: B.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 系数符号由抛物线开口方向、对称轴、抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

二、填空题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

11. (2014 年四川巴中) 若一个正多边形的一个内角等于 135° , 那么这个多边形是正____边形.

【分析】一个正多边形的每个内角都相等, 根据内角与外角互为邻补角, 因而就可以求出外角的度数. 根据任何多边形的外角和都是 360 度, 利用 360 除以外角的度数就可以求出外角和中外角的个数, 即多边形的边数.

【解答】外角是 $180-135=45$ 度, $360\div 45=8$, 则这个多边形是八边形.

【点评】根据外角和的大小与多边形的边数无关, 由外角和求正多边形的边数, 是常见的题目, 需要熟练掌握.

12. (2014 年四川巴中) 若分式方程 $\frac{x}{x-1}-\frac{m}{1-x}=2$ 有增根, 则这个增根是_____.

【分析】分式方程变形后, 去分母转化为整式方程, 根据分式方程有增根, 得到 $x-1=0$, 求出 x 的值, 代入整式方程即可求出 m 的值.

【解答】根据分式方程有增根，得到 $x - 1 = 0$ ，即 $x = 1$ ，则方程的增根为 $x = 1$ 。故答案为： $x = 1$

【点评】此题考查了分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：①让最简公分母为 0 确定增根；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值。

13. (3 分) (2014 年四川巴中) 分解因式： $3a^2 - 27 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【分析】应先提取公因式 3，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解。

【解答】 $3a^2 - 27 = 3(a^2 - 9) = 3(a^2 - 3^2) = 3(a + 3)(a - 3)$ 。

【点评】本题考查了提公因式法和平方差公式分解因式，需要进行二次分解因式，分解因式要彻底。

14. (2014 年四川巴中) 已知一组数据：0，2， x ，4，5 的众数是 4，那么这组数据的中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【分析】根据众数为 4，可得 $x = 4$ ，然后把这组数据按照从小到大的顺序排列，找出中位数。

【解答】 $\because$ 数据 0，2， x ，4，5 的众数是 4， $\therefore x = 4$ ，

这组数据按照从小到大的顺序排列为：0，2，4，4，5，则中位数为：4。

故答案为：4。

【点评】本题考查了中位数的知识：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数。

15. (2014 年四川巴中) 若圆锥的轴截面是一个边长为 4 的等边三角形，则这个圆锥的侧面展开后所得到的扇形的圆心角的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【分析】根据圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长得到扇形的弧长为 4π ，扇形的半径为 4，再根据弧长公式求解。

【解答】设这个圆锥的侧面展开后所得到的扇形的圆心角的度数为 n ，根据题意得

$$4\pi = \frac{n \cdot \pi \cdot 4}{180}, \text{ 解得 } n = 180^\circ. \text{ 故答案为 } 180^\circ.$$

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长。

16. (2014 年四川巴中) 菱形的两条对角线长分别是方程 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 的两实根, 则菱形的面积为_____.

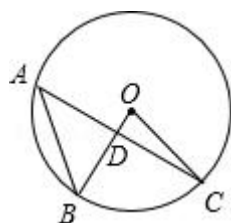
【分析】菱形的对角线互相垂直, 四边形的对角线互相垂直的话, 面积等于对角线乘积的一半, 先解出方程的解, 可求出结果.

【解答】 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 或 $x = 4$ 或 $x = 12$.

所以菱形的面积为: $(4 \times 12) \div 2 = 24$. 菱形的面积为: 24. 故答案为: 24.

【点评】本题考查菱形的性质, 菱形的对角线互相垂直, 以即对角线互相垂直的四边形的面积的特点和根与系数的关系.

17. (2014 年四川巴中) 如图, 已知 A、B、C 三点在 $\odot O$ 上, $AC \perp BO$ 于 D, $\angle B = 55^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数是_____.



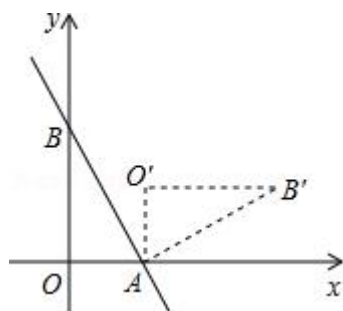
【分析】根据垂直的定义得到 $\angle ADB = 90^\circ$, 再利用互余的定义计算出 $\angle A = 90^\circ - \angle B = 35^\circ$, 然后根据圆周角定理求解.

【解答】 $\because AC \perp BO, \therefore \angle ADB = 90^\circ, \therefore \angle A = 90^\circ - \angle B = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 70^\circ$. 故答案为 70° .

【点评】本题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

18. (2014 年四川巴中) 如图, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、y 轴分别交于 A、B 两点, 把 $\triangle AOB$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle AO'B'$, 则点 B' 的坐标是_____.



【分析】首先根据直线 AB 来求出点 A 和点 B 的坐标，B' 的横坐标等于 OA+OB，而纵坐标等于 OA，进而得出 B' 的坐标.

【解答】直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴，y 轴分别交于 A (3, 0)，B (0, 4) 两点.

旋转前后三角形全等.

由图易知点 B' 的纵坐标为 OA 长，即为 3，

即横坐标为 $OA + OB = OA + O'B' = 3 + 4 = 7$.

故点 B' 的坐标是 (7, 3). 故答案为: (7, 3).

【点评】本题主要考查了对于图形翻转的理解，其中要考虑到点 B 和点 B' 位置的特殊性，以及点 B' 的坐标与 OA 和 OB 的关系.

19. (2014 年四川巴中) 在四边形 ABCD 中，(1) $AB \parallel CD$ ，(2) $AD \parallel BC$ ，(3) $AB = CD$ ，(4) $AD = BC$ ，在这四个条件中任选两个作为已知条件，能判定四边形 ABCD 是平行四边形的概率是_____.

【分析】列表得出所有等可能的情况数，找出能判定四边形 ABCD 是平行四边形的情况数，即可求出所求的概率.

【解答】列表如下:

	1	2	3	4
1	— — —	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)
2	(1, 2)	— — —	(3, 2)	(4, 2)
3	(1, 3)	(2, 3)	— — —	(4, 3)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	— — —

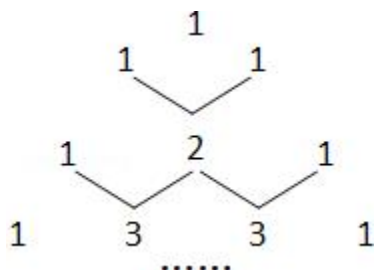
所有等可能的情况有 12 种，其中能判定出四边形 ABCD 为平行四边形的情况有 8 种，分别为 (2, 1); (3, 1); (1, 2); (4, 2); (1, 3); (4, 3); (2, 4); (3, 4),

则 $P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$. 故答案为: $\frac{2}{3}$

【点评】此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

20. (2014 年四川巴中) 如图是我国古代数学家杨辉最早发现的，称为“杨辉三角”. 它的发现比西方要早五百年左右，由此可见我国古代数学的成就是非常值得中华民族自豪的! “杨

辉三角”中有许多规律，如它的每一行的数字正好对应了 $(a+b)^n$ (n 为非负整数) 的展开式中 a 按次数从大到小排列的项的系数。例如， $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 展开式中的系数 1、2、1 恰好对应图中第三行的数字；再如， $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 展开式中的系数 1、3、3、1 恰好对应图中第四行的数字。请认真观察此图，写出 $(a+b)^4$ 的展开式， $(a+b)^4=$ _____.



【分析】 由 $(a+b)=a+b$ ， $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ， $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ 可得 $(a+b)^n$ 的各项展开式的系数除首尾两项都是 1 外，其余各项系数都等于 $(a+b)^{n-1}$ 的相邻两个系数的和，由此可得 $(a+b)^4$ 的各项系数依次为 1、4、6、4、1.

【解答】 $(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$. 故答案为: $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$.

【点评】 本题考查了完全平方公式，学生的观察分析逻辑推理能力，读懂题意并根据所给的式子寻找规律，是快速解题的关键.

三、解答题 (共 3 小题, 满分 15 分)

21. (2014 年四川巴中) 计算: $|- \sqrt{3}| + \sqrt{2} \sin 45^\circ + \tan 60^\circ - (-\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{12} + (\pi - 3)^0$.

【分析】 原式第一项利用绝对值的代数意义化简, 第二、三项利用特殊角的三角函数值计算, 第四项利用负指数幂法则计算, 第五项化为最简二次根式, 最后一项利用零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】 原式 $= \sqrt{3} + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} - (-3) - 2\sqrt{3} + 1$
 $= \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} + 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 5$.

【点评】 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (2014 年四川巴中) 定义新运算: 对于任意实数 a , b 都有 $a \triangle b = ab - a - b + 1$, 等式右边是通常的加法、减法及乘法运算, 例如: $2 \triangle 4 = 2 \times 4 - 2 - 4 + 1 = 8 - 6 + 1 = 3$, 请根据上述知识解决问题: 若 $3 \triangle x$ 的值大于 5 而小于 9, 求 x 的取值范围.

【分析】首先根据运算的定义化简 $3\triangle x$ ，则可以得到关于 x 的不等式组，即可求解.

【解答】 $3\triangle x=3x-3-x+1=2x-2$ ，根据题意得： $\begin{cases} 2x-2>5 \\ 2x-2<9 \end{cases}$ ，解得： $\frac{7}{2}<x<\frac{11}{2}$.

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法，正确理解运算的定义是关键.

23. (2014 年四川巴中) 先化简，再求值： $(\frac{x^2-2x+4}{x-1}+2-x) \div \frac{x^2+4x+4}{1-x}$ ，其中 x 满足 $x^2-4x+3=0$.

【分析】通分相加，因式分解后将除法转化为乘法，再将方程的解代入化简后的分式解答.

【解答】原式=
$$\frac{(x-2)^2+(2-x)(x-1)}{x-1} \div \frac{(x+2)^2}{1-x}$$
$$=\frac{x^2-2x+4+(2-x)(x-1)}{x-1} \div \frac{(x+2)^2}{1-x}$$
$$=\frac{x+2}{x-1} \cdot \frac{1-x}{(x+2)^2} = -\frac{1}{x+2},$$

解方程 $x^2-4x+3=0$ 得， $(x-1)(x-3)=0$ ， $x_1=1$ ， $x_2=3$.

当 $x=1$ 时，原式无意义；当 $x=3$ 时，原式= $-\frac{1}{3+2}=-\frac{1}{5}$.

【点评】本题综合考查了分式的混合运算及因式分解同时考查了一元二次方程的解法. 在代入求值时，要使分式的值有意义.

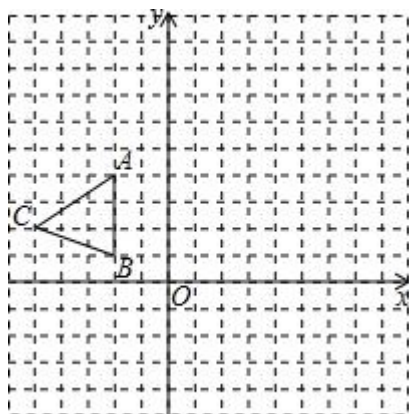
四、操作与统计 (共 2 小题，满分 15 分)

24. (2014 年四川巴中) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中， $\triangle ABC$ 三个顶点坐标分别为 $A(-2, 4)$ ， $B(-2, 1)$ ， $C(-5, 2)$.

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个顶点的横坐标与纵坐标同时乘以 -2 ，得到对应的点 A_2 ， B_2 ， C_2 ，请画出 $\triangle A_2B_2C_2$.

(3) 求 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积比，即 $S_{\triangle A_1B_1C_1} : S_{\triangle A_2B_2C_2} = \underline{1:4}$ (不写解答过程，直接写出结果).

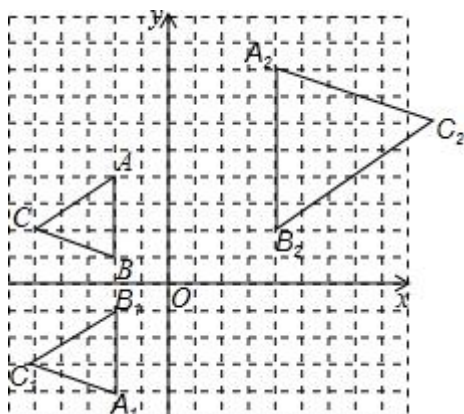


【分析】(1) 根据关于 x 轴对称点的性质得出对应点位置进而得出答案；

(2) 根据将 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个顶点的横坐标与纵坐标同时乘以 -2 ，得出各点坐标，进而得出答案；

(3) 利用位似图形的性质得出位似比，进而得出答案.

【解答】(1) 如图所示： $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



(2) 如图所示： $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求；

(3) $\because$ 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个顶点的横坐标与纵坐标同时乘以 -2 ，得到对应的点 A_2 ， B_2 ， C_2 ，
 $\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的相似比为： $1:2$ ，

$\therefore S_{\triangle A_1B_1C_1} : S_{\triangle A_2B_2C_2} = 1:4$. 故答案为： $1:4$.

【点评】 此题主要考查了位似变换以及轴对对称变换，得出对应点位置是解题关键.

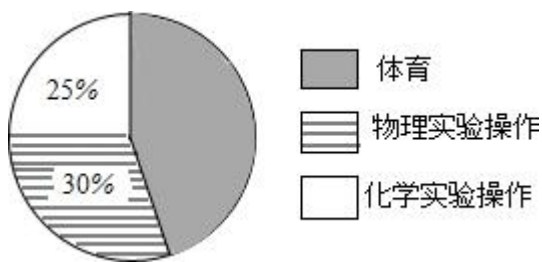
25. (2014 年四川巴中) 巴中市对初三年级学生的体育、物理实验操作、化学实验操作成绩进行抽样调查，成绩评定为 A，B，C，D 四个等级. 现抽取这三种成绩共 1000 份进行统计分析，其中 A，B，C，D 分别表示优秀，良好，合格，不合格四个等级. 相关数据统计如下表及图所示.

等级/人数/科目	A	B	C	D
物理实验操作	120	<u>70</u>	90	20
化学实验操作	90	110	30	<u>20</u>
体育	<u>123</u>	140	160	27

(1) 请将上表补充完整 (直接填数据, 不写解答过程).

(2) 巴中市共有 40000 名学生参加测试, 试估计该市初三年级学生化学实验操作合格及合格以上大约有多少人?

(3) 在这 40000 名学生中, 体育成绩不合格的大约有多少人?



【分析】 (1) 根据体育、物理实验操作、化学实验操作所占的百分比求得人数, 然后减去其他等级的人数, 从而完整表格;

(2) 用全市所有人数乘以化学实验操作合格及合格以上所占的百分比即可;

(3) 用全市所有人数乘以体育成绩不合格的所占的百分比即可;

【解答】 (1)

等级/人数/科目	A	B	C	D
物理实验操作	120	70	90	20
化学实验操作	90	110	30	20
体育	123	140	160	27

(2) 初三年级学生化学实验操作合格及合格以上大约有 $40000 \times \frac{90+110+30}{250} = 36800$ 人;

(3) 40000 名学生中, 体育成绩不合格的大约有 $40000 \times \frac{27}{550} \approx 1963$ 人.

【点评】 本题考查了扇形统计图的知识, 解题的关键是仔细的读图, 并从统计图中整理出进一步解题的有关信息.

五、方程及解直角三角形的应用 (共 2 小题, 满分 18 分)

26. (2014 年四川巴中) 某商店准备进一批季节性小家电, 单价 40 元. 经市场预测, 销售定价为 52 元时, 可售出 180 个, 定价每增加 1 元, 销售量净减少 10 个; 定价每减少 1 元, 销售量净增加 10 个. 因受库存的影响, 每批次进货个数不得超过 180 个, 商店若将准备获利 2000 元, 则应进货多少个? 定价为多少元?

【分析】利用销售利润=售价-进价, 根据题中条件可以列出利润与 x 的关系式, 求出即可.

【解答】设每个商品的定价是 x 元,

由题意, 得 $(x - 40) [180 - 10(x - 52)] = 2000$,

整理, 得 $x^2 - 110x + 3000 = 0$,

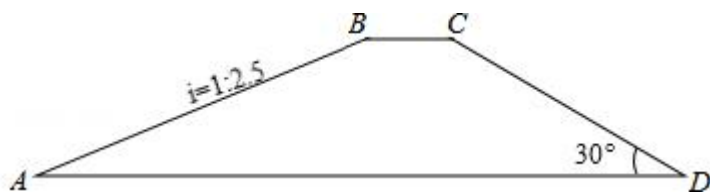
解得 $x_1 = 50$, $x_2 = 60$.

$x_1 = 50$ 时, 进货 $180 - 10(x - 52) = 200$ 个, 不符合题意舍去.

答: 当该商品每个单价为 60 元时, 进货 100 个.

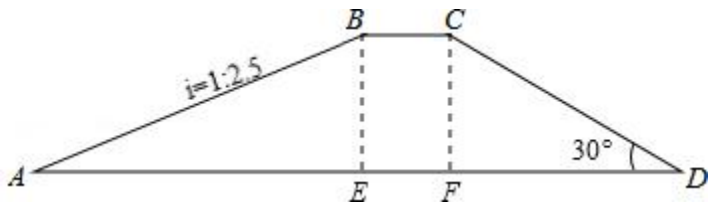
【点评】此题主要考查了一元二次方程的应用; 找到关键描述语, 找到等量关系准确的列出方程是解决问题的关键.

27. ((2014 年四川巴中) 如图, 一水库大坝的横断面为梯形 $ABCD$, 坝顶 BC 宽 6 米, 坝高 20 米, 斜坡 AB 的坡度 $i = 1: 2.5$, 斜坡 CD 的坡角为 30° , 求坝底 AD 的长度. (精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$. 提示: 坡度等于坡面的铅垂高度与水平长度之比) °.



【分析】过梯形上底的两个顶点向下底引垂线, 得到两个直角三角形和一个矩形, 利用相应的性质求解即可.

【解答】作 $BE \perp AD$, $CF \perp AD$, 垂足分别为点 E , F , 则四边形 $BCFE$ 是矩形,



由题意得, $BC = EF = 6$ 米, $BE = CF = 20$ 米, 斜坡 AB 的坡度 i 为 $1: 2.5$,

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $BE=20$ 米, $\frac{BE}{AE}=\frac{1}{2.5}$, $\therefore AE=50$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle CFD$ 中, $\angle D=30^\circ$, $\therefore DF=CF\cot\angle D=20\sqrt{3}$ 米,

$\therefore AD=AE+EF+FD=50+6+20\sqrt{3}\approx 90.6$ (米). 故坝底 AD 的长度约为 90.6 米.

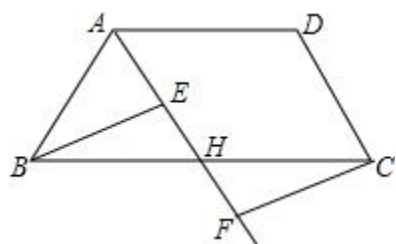
【点评】 本题考查了坡度及坡角的知识, 解答本题的关键是构造直角三角形和矩形, 注意理解坡度与坡角的定义.

六、推理 (共 2 小题, 满分 20 分)

28. (2014 年四川巴中) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 点 H 是 BC 的中点, 作射线 AH , 在线段 AH 及其延长线上分别取点 E, F , 连结 BE, CF .

(1) 请你添加一个条件, 使得 $\triangle BEH \cong \triangle CFH$, 你添加的条件是____, 并证明.

(2) 在问题 (1) 中, 当 BH 与 EH 满足什么关系时, 四边形 $BFCE$ 是矩形, 请说明理由.



【分析】 (1) 根据全等三角形的判定方法, 可得出当 $EH=FH$, $BE \parallel CF$, $\angle EBH = \angle FCH$ 时, 都可以证明 $\triangle BEH \cong \triangle CFH$,

(2) 由 (1) 可得出四边形 $BFCE$ 是平行四边形, 再根据对角线相等的平行四边形为矩形可得出 $BH=EH$ 时, 四边形 $BFCE$ 是矩形.

(1) 答: 添加: $EH=FH$, 证明: $\because$ 点 H 是 BC 的中点, $\therefore BH=CH$,

在 $\triangle BEH$ 和 $\triangle CFH$ 中,
$$\begin{cases} BH=CH \\ \angle BHE=\angle CHF \\ EH=FH \end{cases}, \therefore \triangle BEH \cong \triangle CFH \text{ (SAS)};$$

(2) **【解答】** $\because BH=CH$, $EH=FH$,

$\therefore$ 四边形 $BFCE$ 是平行四边形 (对角线互相平分的四边形为平行四边形),

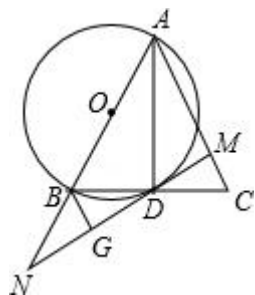
$\because$ 当 $BH=EH$ 时, 则 $BC=EF$,

$\therefore$ 平行四边形 $BFCE$ 为矩形 (对角线相等的平行四边形为矩形).

【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质以及平行四边形的判定, 是基础题, 难度不大.

29. (2014 年四川巴中) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过 D 作 $MN \perp AC$ 于点 M , 交 AB 的延长线于点 N , 过点 B 作 $BG \perp MN$ 于 G .

- (1) 求证: $\triangle BGD \sim \triangle DMA$;
- (2) 求证: 直线 MN 是 $\odot O$ 的切线.



分析 (1) 根据垂直定义得出 $\angle BGD = \angle DMA = 90^\circ$, 由圆周角定理、三角形内角和定理、对顶角性质及等角的余角相等得出 $\angle DBG = \angle ADM$, 再根据两角对应相等的两三角形相似即可证明 $\triangle BGD \sim \triangle DMA$;

(2) 连结 OD . 由三角形中位线的性质得出 $OD \parallel AC$, 根据垂直于同一直线的两直线平行得出 $AC \parallel BG$, 由平行公理推论得到 $OD \parallel BG$, 再由 $BG \perp MN$, 可得 $OD \perp MN$, 然后根据切线的判定定理即可证明直线 MN 是 $\odot O$ 的切线.

证明: (1) $\because MN \perp AC$ 于点 M , $BG \perp MN$ 于 G ,

$$\therefore \angle BGD = \angle DMA = 90^\circ.$$

$\because$ 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , $\therefore AD \perp BC$, $\angle ADC = 90^\circ$,

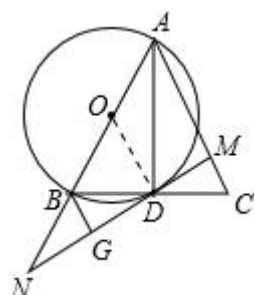
$$\therefore \angle ADM + \angle CDM = 90^\circ,$$

$$\because \angle DBG + \angle BDG = 90^\circ, \angle CDM = \angle BDG,$$

$$\therefore \angle DBG = \angle ADM.$$

在 $\triangle BGD$ 与 $\triangle DMA$ 中, $\begin{cases} \angle BGD = \angle DMA = 90^\circ \\ \angle DBG = \angle ADM \end{cases}$, $\therefore \triangle BGD \sim \triangle DMA$;

(2) 连结 OD . $\because BO = OA$, $BD = DC$,



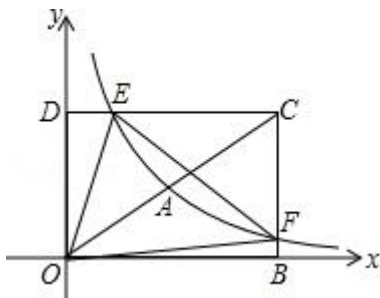
$\therefore OD$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore OD \parallel AC$. $\because MN \perp AC$, $BG \perp MN$,
 $\therefore AC \parallel BG$, $\therefore OD \parallel BG$, $\because BG \perp MN$, $\therefore OD \perp MN$,
 $\therefore$ 直线 MN 是 $\odot O$ 的切线.

【点评】 本题主要考查了切线的判定, 相似三角形的判定. 要证某线是圆的切线, 已知此线过圆上某点, 连接圆心与这点 (即为半径), 再证垂直即可.

七、函数的综合运用 (共 1 小题, 满分 10 分)

30. (2014 年四川巴中) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知四边形 $DOBC$ 是矩形, 且 $D(0, 4)$, $B(6, 0)$. 若反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过线段 OC 的中点 A , 交 DC 于点 E , 交 BC 于点 F . 设直线 EF 的解析式为 $y = k_2x + b$.

- (1) 求反比例函数和直线 EF 的解析式;
- (2) 求 $\triangle OEF$ 的面积;
- (3) 请结合图象直接写出不等式 $k_2x + b - \frac{k_1}{x} > 0$ 的解集.



【分析】 (1) 先利用矩形的性质确定 C 点坐标 $(6, 4)$, 再确定 A 点坐标为 $(3, 2)$, 则根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $k_1 = 6$, 即反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$; 然后利用反比例函数解析式确定 F 点的坐标为 $(6, 1)$, E 点坐标为 $(\frac{3}{2}, 4)$, 再利用待定系数法求直线 EF 的解析式;

(2) 利用 $\triangle OEF$ 的面积 $= S_{\text{矩形 } BCDO} - S_{\triangle ODE} - S_{\triangle OBF} - S_{\triangle CEF}$ 进行计算;

(3) 观察函数图象得到当 $\frac{3}{2} < x < 6$ 时, 一次函数图象都在反比例函数图象上方, 即 $k_2x + b > \frac{k_1}{x}$.

【解答】 (1) $\because$ 四边形 $DOBC$ 是矩形, 且 $D(0, 4)$, $B(6, 0)$,
 $\therefore C$ 点坐标为 $(6, 4)$, $\therefore$ 点 A 为线段 OC 的中点,

∴ A 点坐标为 (3, 2), ∴ $k_1 = 3 \times 2 = 6$,

∴ 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$;

把 $x=6$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $x=1$, 则 F 点的坐标为 (6, 1); 把 $y=4$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ 得 $x = \frac{3}{2}$, 则 E 点坐标为 $(\frac{3}{2}, 4)$,

把 F (6, 1)、E $(\frac{3}{2}, 4)$ 代入 $y = k_2x + b$ 得 $\begin{cases} 6k_1 + b = 1 \\ \frac{3}{2}k_1 + b = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} k_1 = -\frac{2}{3} \\ b = 5 \end{cases}$,

∴ 直线 EF 的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x + 5$;

(2) $\triangle OEF$ 的面积 = $S_{\text{矩形 BCDO}} - S_{\triangle ODE} - S_{\triangle OBF} - S_{\triangle CEF}$

$$= 4 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 - \frac{1}{2} \times (6 - \frac{3}{2}) \times (4 - 1) = \frac{45}{2};$$

(3) 不等式 $k_2x + b - \frac{k_1}{x} > 0$ 的解集为 $\frac{3}{2} < x < 6$.

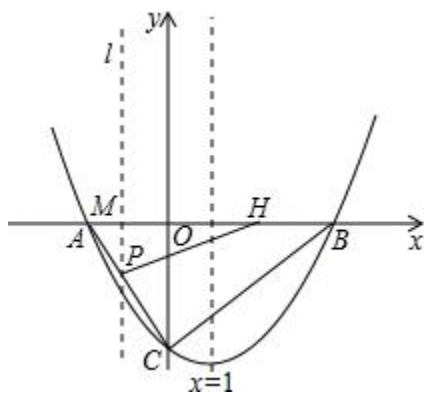
【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点. 也考查了待定系数法确定函数解析式.

八、综合运用 (共 1 小题, 满分 12 分)

31. (2014 年四川巴中) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 与 x 轴交于点 A (-2, 0) 和点 B, 与 y 轴交于点 C, 直线 $x=1$ 是该抛物线的对称轴.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若两动点 M, H 分别从点 A, B 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴同时出发相向而行, 当点 M 到达原点时, 点 H 立刻掉头并以每秒 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的速度向点 B 方向移动, 当点 M 到达抛物线的对称轴时, 两点停止运动, 经过点 M 的直线 $l \perp x$ 轴, 交 AC 或 BC 于点 P, 设点 M 的运动时间为 t 秒 ($t > 0$). 求点 M 的运动时间 t 与 $\triangle APH$ 的面积 S 的函数关系式, 并求出 S 的最大值.



【分析】(1) 根据抛物线 $y=ax^2+bx-4$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ ，直线 $x=1$ 是该抛物线的对称轴，得到方程组
$$\begin{cases} 4a-2b-4=0 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases}$$
，解方程组即可求出抛物线的解析式；

(2) 由于点 M 到达抛物线的对称轴时需要 3 秒，所以 $t \leq 3$ ，又当点 M 到达原点时需要 2 秒，且此时点 H 立刻掉头，所以可分两种情况进行讨论：①当 $0 < t \leq 2$ 时，由 $\triangle AMP \sim \triangle AOC$ ，得出比例式，求出 PM ， AH ，根据三角形的面积公式求出即可；②当 $2 < t \leq 3$ 时，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于 M ， $PF \perp y$ 轴于点 F ，表示出三角形 APH 的面积，利用配方法求出最值即可。

【解答】(1) $\because$ 抛物线 $y=ax^2+bx-4$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ ，直线 $x=1$ 是该抛物线的对称轴，

$$\therefore \begin{cases} 4a-2b-4=0 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-1 \end{cases}, \therefore \text{ 抛物线的解析式是: } y=\frac{1}{2}x^2-x-4,$$

(2) 分两种情况：

①当 $0 < t \leq 2$ 时， $\because PM \parallel OC$ ， $\therefore \triangle AMP \sim \triangle AOC$ ，

$$\therefore \frac{PM}{OC} = \frac{AM}{AO}, \text{ 即 } \frac{PM}{4} = \frac{t}{2}, \therefore PM=2t.$$

解方程 $\frac{1}{2}x^2 - x - 4 = 0$ ，得 $x_1 = -2$ ， $x_2 = 4$ ，

$\because A(-2, 0)$ ， $\therefore B(4, 0)$ ， $\therefore AB = 4 - (-2) = 6$ 。

$\therefore AH = AB - BH = 6 - t$ ，

$$\therefore S = \frac{1}{2}PM \cdot AH = \frac{1}{2} \times 2t(6-t) = -t^2 + 6t = -(t-3)^2 + 9,$$

当 $t=2$ 时 S 的最大值为 8；

②当 $2 < t \leq 3$ 时，过点 P 作 $PM \perp x$ 轴于 M ，作 $PF \perp y$ 轴于点 F ，则 $\triangle COB \sim \triangle CFP$ ，

又 $\because CO=OB$ ，

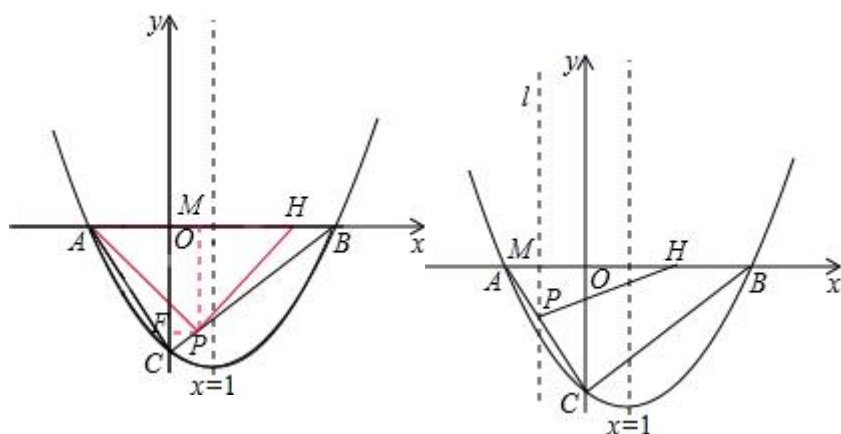
$$\therefore FP=FC=t-2, PM=4-(t-2)=6-t, AH=4+\frac{3}{2}(t-2)=\frac{3}{2}t+1,$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}PM \cdot AH=\frac{1}{2}(6-t)\left(\frac{3}{2}t+1\right)=-\frac{3}{4}t^2+4t+3=-\frac{3}{4}\left(t-\frac{8}{3}\right)^2+\frac{25}{3},$$

当 $t=\frac{8}{3}$ 时, S 最大值为 $\frac{25}{3}$.

综上所述, 点 M 的运动时间 t 与 $\triangle APQ$ 面积 S 的函数关系式是

$$S=\begin{cases} -t^2+6t & (0 < t \leq 2) \\ -\frac{3}{4}t^2+4t+3 & (2 < t \leq 3) \end{cases}, S \text{ 的最大值为 } \frac{25}{3}.$$



【点评】 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到运用待定系数法求二次函数的解析式, 三角形的面积, 二次函数的最值等知识, 综合性较强, 难度适中. 运用数形结合、分类讨论及方程思想是解题的关键.