

2014 年四川省宜宾市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2014•宜宾) 2 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\pm\frac{1}{2}$ D. 2

2. (3 分) (2014•宜宾) 下列运算的结果中，是正数的是 ()

- A. $(-2014)^{-1}$ B. $-(2014)^{-1}$ C. $(-1) \times (-2014)$ D. $(-2014) \div 2014$

3. (3 分) (2014•宜宾) 如图 1 放置的一个机器零件，若其主（正）视图如图 2，则其俯视图是 ()

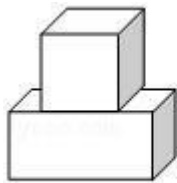


图1

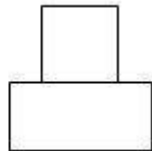
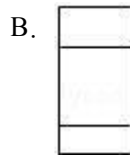
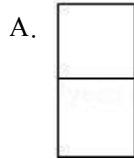


图2



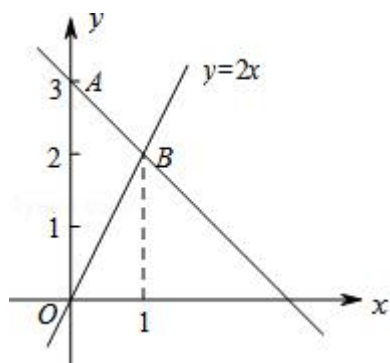
4. (3 分) (2014•宜宾) 一个袋子中装有 6 个黑球 3 个白球，这些球除颜色外，形状、大小、质地等完全相同，在看不到球的条件下，随机地从这个袋子中摸出一个球，摸到白球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

5. (3 分) (2014•宜宾) 若关于 x 的一元二次方程的两个根为 $x_1=1$, $x_2=2$, 则这个方程是 ()

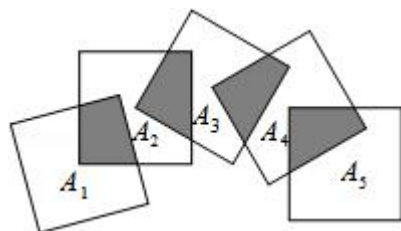
- A. $x^2+3x-2=0$ B. $x^2-3x+2=0$ C. $x^2-2x+3=0$ D. $x^2+3x+2=0$

6. (3 分) (2014•宜宾) 如图，过 A 点的一次函数的图象与正比例函数 $y=2x$ 的图象相交于点 B，则这个一次函数的解析式是 ()



- A. $y=2x+3$ B. $y=x-3$ C. $y=2x-3$ D. $y=-x+3$

7. (3分) (2014•宜宾) 如图, 将 n 个边长都为 2 的正方形按如图所示摆放, 点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 分别是正方形的中心, 则这 n 个正方形重叠部分的面积之和是 ()



- A. n B. $n-1$ C. $(\frac{1}{4})^{n-1}$ D. $\frac{1}{4}n$

8. (3分) (2014•宜宾) 已知 $\odot O$ 的半径 $r=3$, 设圆心 O 到一条直线的距离为 d , 圆上到这条直线的距离为 2 的点的个数为 m , 给出下列命题:

①若 $d>5$, 则 $m=0$; ②若 $d=5$, 则 $m=1$; ③若 $1<d<5$, 则 $m=3$; ④若 $d=1$, 则 $m=2$; ⑤若 $d<1$, 则 $m=4$.

其中正确命题的个数是 ()

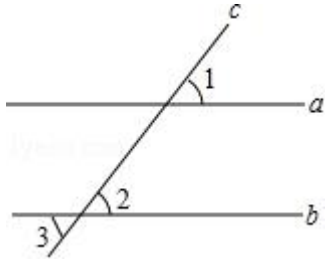
- A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

9. (3分) (2014•宜宾) 分解因式: $x^3 - x =$ _____.

10. (3分) (2014•宜宾) 分式方程 $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} = 1$ 的解是_____.

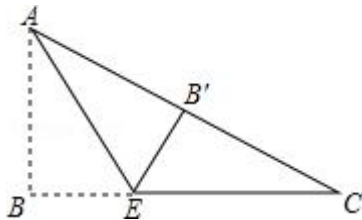
11. (3分) (2014•宜宾) 如图, 直线 a, b 被第三条直线 c 所截, 如果 $a \parallel b$, $\angle 1 = 70^\circ$, 那么 $\angle 3$ 的度数是_____.



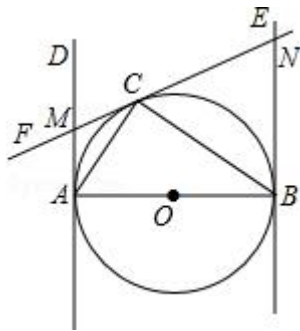
12. (3分) (2014•宜宾) 菱形的周长为 20cm, 两个相邻的内角的度数之比为 1: 2, 则较长的对角线长度是_____cm.

13. (3分) (2014•宜宾) 在平面直角坐标系中, 将点 A (-1, 2) 向右平移 3 个单位长度得到点 B, 则点 B 关于 x 轴的对称点 C 的坐标是_____.

14. (3分) (2014•宜宾) 如图, 在 Rt△ABC 中, $\angle B=90^\circ$, AB=3, BC=4, 将△ABC 折叠, 使点 B 恰好落在边 AC 上, 与点 B' 重合, AE 为折痕, 则 EB' =_____.



15. (3分) (2014•宜宾) 如图, 已知 AB 为⊙O 的直径, AB=2, AD 和 BE 是圆 O 的两条切线, A、B 为切点, 过圆上一点 C 作⊙O 的切线 CF, 分别交 AD、BE 于点 M、N, 连接 AC、CB, 若 $\angle ABC=30^\circ$, 则 AM=_____.



16. (3分) (2014•宜宾) 规定: $\sin(-x) = -\sin x$, $\cos(-x) = \cos x$, $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$. 据此判断下列等式成立的是_____ (写出所有正确的序号)

① $\cos(-60^\circ) = -\frac{1}{2}$;

② $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$;

③ $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$;

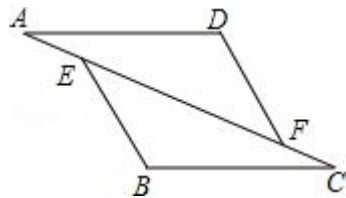
④ $\sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$.

三、解答题（共 8 小题，满分 72 分）解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (10 分) (2014•宜宾) (1) 计算: $|-2| - (-\sqrt{2})^0 + (\frac{1}{3})^{-1}$

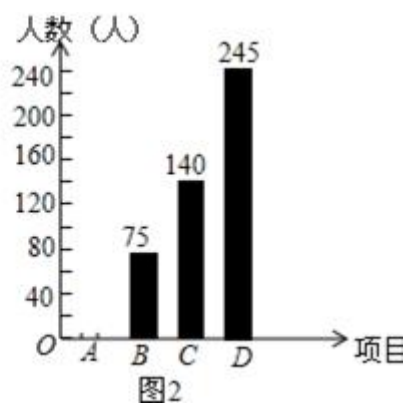
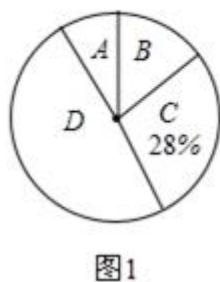
(2) 化简: $(\frac{3a}{a-3} - \frac{a}{a+3}) \cdot \frac{a^2-9}{a}$.

18. (6 分) (2014•宜宾) 如图, 已知: 在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle CEB$ 中, 点 A、E、F、C 在同一直线上, $AE=CF$, $\angle B=\angle D$, $AD \parallel BC$. 求证: $AD=BC$.



19. (8 分) (2014•宜宾) 我市中小学全面开展“阳光体育”活动, 某校在大课间中开设了 A: 体操, B: 跑操, C: 舞蹈, D: 健美操四项活动, 为了解学生最喜欢哪一项活动, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成了如下两幅不完整的统计图, 请根据统计图回答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生共有_____人.
- (2) 请将统计图 2 补充完整.
- (3) 统计图 1 中 B 项目对应的扇形的圆心角是_____度.
- (4) 已知该校共有学生 3600 人, 请根据调查结果估计该校喜欢健美操的学生人数.



20. (8分) (2014•宜宾) 在我市举行的中学生安全知识竞赛中共有 20 道题. 每一题答对得 5 分, 答错或不答都扣 3 分.

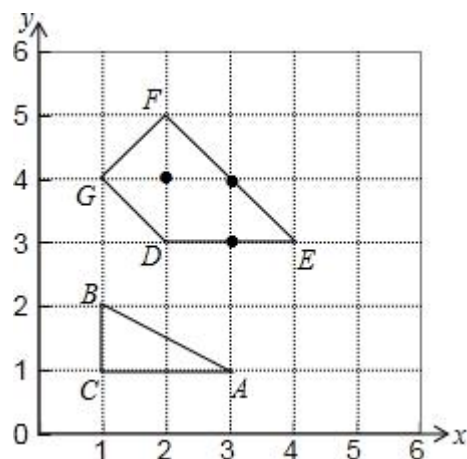
(1) 小李考了 60 分, 那么小李答对了多少道题?

(2) 小王获得二等奖 (75 ~ 85 分), 请你算算小王答对了几道题?

21. (8分) (2014•宜宾) 在平面直角坐标系中, 若点 $P(x, y)$ 的坐标 x, y 均为整数, 则称点 P 为格点, 若一个多边形的面积记为 S , 其内部的格点数记为 N , 边界上的格点数记为 L , 例如图中 $\triangle ABC$ 是格点三角形, 对应的 $S=1, N=0, L=4$.

(1) 求出图中格点四边形 $DEFG$ 对应的 S, N, L .

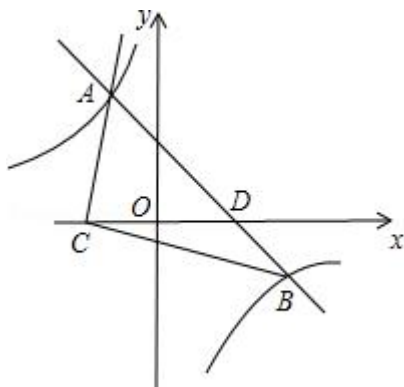
(2) 已知格点多边形的面积可表示为 $S=N+aL+b$, 其中 a, b 为常数, 若某格点多边形对应的 $N=82, L=38$, 求 S 的值.



22. (10 分) (2014•宜宾) 如图, 一次函数 $y = -x + 2$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象交于 A、B 两点, 与 x 轴交于 D 点, 且 C、D 两点关于 y 轴对称.

(1) 求 A、B 两点的坐标;

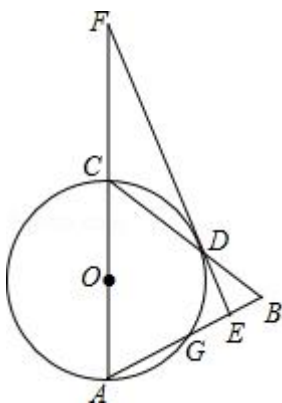
(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



23. (10 分) (2014•宜宾) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AC 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D, 交 AB 于点 G, 且 D 是 BC 中点, $DE \perp AB$, 垂足为 E, 交 AC 的延长线于点 F.

(1) 求证: 直线 EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CF = 5$, $\cos \angle A = \frac{2}{5}$, 求 BE 的长.

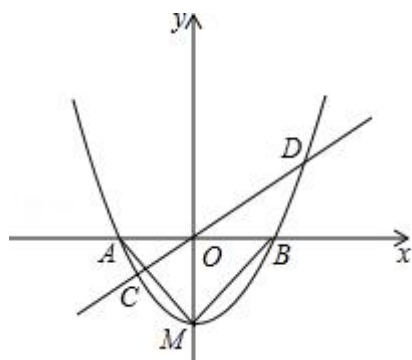


24. (12 分) (2014•宜宾) 如图, 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点坐标为 $M(0, -1)$, 与 x 轴交于 A 、 B 两点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 判断 $\triangle MAB$ 的形状, 并说明理由;

(3) 过原点的任意直线 (不与 y 轴重合) 交抛物线于 C 、 D 两点, 连接 MC , MD , 试判断 MC 、 MD 是否垂直, 并说明理由.



2014 年四川省宜宾市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) (2014•宜宾) 2 的倒数是 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\pm\frac{1}{2}$

D. 2

考点: 倒数.

分析: 根据乘积为 1 的两个数互为倒数, 可得一个数的倒数.

解答: 解: 2 的倒数是 $\frac{1}{2}$.

故选: A.

点评: 本题考查了倒数, 分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

2. (3 分) (2014•宜宾) 下列运算的结果中, 是正数的是 ()

A. $(-2014)^{-1}$

B. $-(2014)^{-1}$

C. $(-1) \times (-2014)$

D. $(-2014) \div 2014$

考点: 负整数指数幂; 正数和负数; 有理数的乘法; 有理数的除法.

分析: 分别根据负指数幂和有理数的乘除法进行计算求得结果, 再判断正负即可.

解答: 解: A、原式 $= \frac{1}{-2014} < 0$, 故 A 错误;

B、原式 $= -\frac{1}{2014} < 0$, 故 B 错误;

C、原式 $= 1 \times 2014 = 2014 > 0$, 故 C 正确;

D、原式 $= -2014 \div 2014 = -1 < 0$, 故 D 错误;

故选 C.

点评: 本题主要考查了有理数的乘除法, 负指数幂的运算. 负整数指数为正整数指数的倒数.

3. (3 分) (2014•宜宾) 如图 1 放置的一个机器零件, 若其主 (正) 视图如图 2, 则其俯视图是 ()

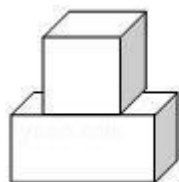


图1

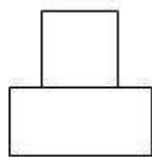
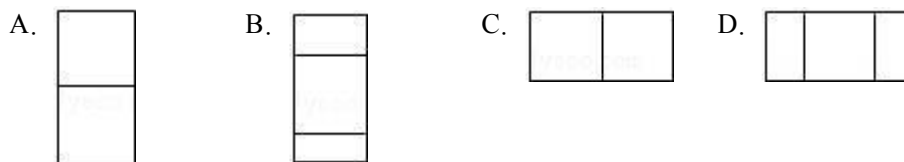


图2



考点: 简单组合体的三视图.
分析: 找到从上面看所得到的图形即可.
解答: 解: 从上面看可得到左右相邻的 3 个矩形. 故选 D.
点评: 本题考查了三视图的知识, 俯视图是从物体的上面看得到的视图.

4. (3 分) (2014•宜宾) 一个袋子中装有 6 个黑球 3 个白球, 这些球除颜色外, 形状、大小、质地等完全相同, 在看不到球的条件下, 随机地从这个袋子中摸出一个球, 摸到白球的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

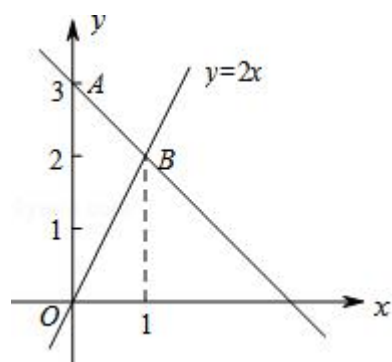
考点: 概率公式.
专题: 应用题; 压轴题.
分析: 让白球的个数除以球的总数即为摸到白球的概率.
解答: 解: 6 个黑球 3 个白球一共有 9 个球, 所以摸到白球的概率是 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.
 故选 B.
点评: 本题考查了概率的基本计算, 摸到白球的概率是白球数比总的球数.

5. (3 分) (2014•宜宾) 若关于 x 的一元二次方程的两个根为 $x_1=1$, $x_2=2$, 则这个方程是 ()

- A. $x^2+3x-2=0$ B. $x^2-3x+2=0$ C. $x^2-2x+3=0$ D. $x^2+3x+2=0$

考点: 根与系数的关系.
分析: 解决此题可用验算法, 因为两实数根的和是 $1+2=3$, 两实数根的积是 $1 \times 2=2$. 解题时检验两根之和 $-\frac{b}{a}$ 是否为 3 及两根之积 $\frac{c}{a}$ 是否为 2.
解答: 解: 两个根为 $x_1=1$, $x_2=2$ 则两根的和是 3, 积是 2.
 A、两根之和等于 -3, 两根之积却等于 -2, 所以此选项不正确.
 B、两根之积等于 2, 两根之和等于 3, 所以此选项正确.
 C、两根之和等于 2, 两根之积却等 3, 所以此选项不正确.
 D、两根之和等于 -3, 两根之积等于 2, 所以此选项不正确.
 故选 B.
点评: 验算时要注意方程中各项系数的正负.

6. (3分) (2014•宜宾) 如图, 过 A 点的一次函数的图象与正比例函数 $y=2x$ 的图象相交于点 B, 则这个一次函数的解析式是 ()



- A. $y=2x+3$ B. $y=x-3$ C. $y=2x-3$ D. $y=-x+3$

考点: 待定系数法求一次函数解析式; 两条直线相交或平行问题.

分析: 根据正比例函数图象确定 A 点坐标再根据图象确定 B 点的坐标, 设出一次函数解析式, 代入一次函数解析式, 即可求出.

解答: 解: $\because$ B 点在正比例函数 $y=2x$ 的图象上, 横坐标为 1,
 $\therefore y=2 \times 1=2$,

$\therefore B(1, 2)$,

设一次函数解析式为: $y=kx+b$,

$\because$ 过点 A 的一次函数的图象过点 A(0, 3), 与正比例函数 $y=2x$ 的图象相交于点 B(1, 2),

$\therefore$ 可得出方程组 $\begin{cases} b=3 \\ k+b=2 \end{cases}$,

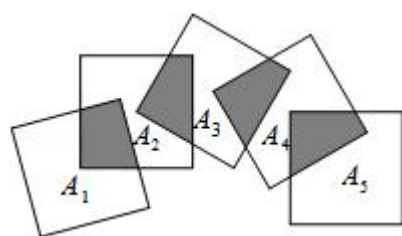
解得 $\begin{cases} b=3 \\ k=-1 \end{cases}$,

则这个一次函数的解析式为 $y=-x+3$,

故选 D.

点评: 此题主要考查了待定系数法求一次函数解析式, 解决问题的关键是利用一次函数的特点, 来列出方程组, 求出未知数, 即可写出解析式.

7. (3分) (2014•宜宾) 如图, 将 n 个边长都为 2 的正方形按如图所示摆放, 点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 分别是正方形的中心, 则这 n 个正方形重叠部分的面积之和是 ()



- A. n B. $n-1$ C. $(\frac{1}{4})^{n-1}$ D. $\frac{1}{4}n$

考点: 正方形的性质; 全等三角形的判定与性质

专题: 规律型.

分析: 根据题意可得, 阴影部分的面积是正方形的面积的 $\frac{1}{4}$, 已知两个正方形可得到一个阴影部分, 则 n 个这样的正方形重叠部分即为 $(n-1)$ 个阴影部分的和.

解答: 解: 由题意可得一个阴影部分面积等于正方形面积的 $\frac{1}{4}$, 即是

$$\frac{1}{4} \times 4 = 1,$$

5 个这样的正方形重叠部分 (阴影部分) 的面积和为: 1×4 ,

n 个这样的正方形重叠部分 (阴影部分) 的面积和为: $1 \times (n-1) = n-1$.

故选: B.

点评: 此题考查了正方形的性质, 解决本题的关键是得到 n 个这样的正方形重叠部分 (阴影部分) 的面积和的计算方法, 难点是求得一个阴影部分的面积.

8. (3 分) (2014•宜宾) 已知 $\odot O$ 的半径 $r=3$, 设圆心 O 到一条直线的距离为 d , 圆上到这条直线的距离为 2 的点的个数为 m , 给出下列命题:

①若 $d > 5$, 则 $m=0$; ②若 $d=5$, 则 $m=1$; ③若 $1 < d < 5$, 则 $m=3$; ④若 $d=1$, 则 $m=2$; ⑤若 $d < 1$, 则 $m=4$.

其中正确命题的个数是 ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. 5

考点: 直线与圆的位置关系; 命题与定理.

分析: 根据直线与圆的位置关系和直线与圆的交点个数结合答案分析即可得到答案.

解答: 解: ①若 $d > 5$ 时, 直线与圆相离, 则 $m=0$, 正确;
②若 $d=5$ 时, 直线与圆相切, 则 $m=1$, 故正确;
③若 $1 < d < 5$, 则 $m=3$, 正确;
④若 $d=1$ 时, 直线与圆相交, 则 $m=2$ 正确;
⑤若 $d < 1$ 时, 直线与圆相交, 则 $m=2$, 故错误.
故选 C.

点评: 考查了直线与圆的位置关系, 解题的关键是了解直线与圆的位置关系与 d 与 r 的数量关系.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

9. (3 分) (2014•宜宾) 分解因式: $x^3 - x = x(x+1)(x-1)$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

专题: 压轴题.

分析: 本题可先提公因式 x , 分解成 $x(x^2 - 1)$, 而 $x^2 - 1$ 可利用平方差公式分解.

解答: 解: $x^3 - x$,
 $= x(x^2 - 1)$,

$$=x(x+1)(x-1).$$

点评: 本题考查了提公因式法，公式法分解因式，先提取公因式后再利用平方差公式继续进行因式分解，分解因式一定要彻底.

10. (3 分) (2014•宜宾) 分式方程 $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x^2-4} = 1$ 的解是 $x = -1.5$.

考点: 解分式方程.

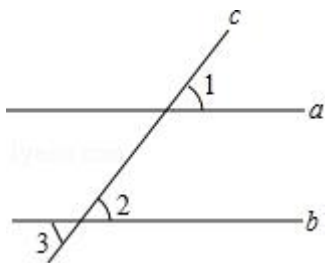
专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解：去分母得： $x(x+2) - 1 = x^2 - 4$ ，
整理得： $x^2 + 2x - 1 = x^2 - 4$ ，
移项合并得： $2x = -3$
解得： $x = -1.5$ ，
经检验 $x = -1.5$ 是分式方程的解.
故答案为： $x = -1.5$

点评: 此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意验根.

11. (3 分) (2014•宜宾) 如图，直线 a 、 b 被第三条直线 c 所截，如果 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 70^\circ$ ，那么 $\angle 3$ 的度数是 70° .



考点: 平行线的性质

分析: 根据两直线平行，同位角相等可得 $\angle 2 = \angle 1$ ，再根据对顶角相等可得 $\angle 3 = \angle 2$.

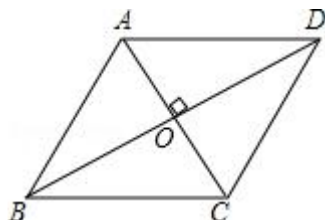
解答: 解： $\because a \parallel b$ ，
 $\therefore \angle 2 = \angle 1 = 70^\circ$ ，
 $\therefore \angle 3 = \angle 2 = 70^\circ$.
故答案为： 70° .

点评: 本题考查了平行线的性质，对顶角相等的性质，熟记性质是解题的关键.

12. (3 分) (2014•宜宾) 菱形的周长为 20cm，两个相邻的内角的度数之比为 1: 2，则较长的对角线长度是 $5\sqrt{3}$ cm.

考点: 菱形的性质；特殊角的三角函数值
分析: 根据菱形的对角线互相垂直且平分各角，可设较小角为 x ，因为邻角之和为 180° ， $\therefore x+2x=180^\circ$ ，所以 $x=60^\circ$ ，画出其图形，根据三角函数，可以得到其中较长的对角线的长.

解答: 解： $\because$ 菱形的周长为 20cm
 $\therefore$ 菱形的边长为 5cm
 $\because$ 两邻角之比为 $1:2$
 $\therefore$ 较小角为 60°
 画出图形如下所示：
 $\therefore \angle ABO=30^\circ$ ， $AB=5\text{cm}$ ，
 $\therefore$ 最长边为 BD ， $BO=AB \cdot \cos \angle ABO=5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore BD=2BO=5\sqrt{3}$.



点评: 本题考查了菱形的对角线互相垂直且平分各角，特殊三角函数的熟练掌握.

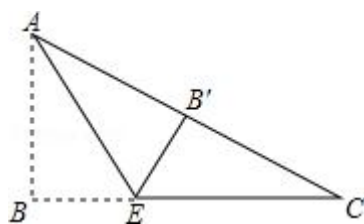
13. (3 分) (2014•宜宾) 在平面直角坐标系中，将点 $A(-1, 2)$ 向右平移 3 个单位长度得到点 B ，则点 B 关于 x 轴的对称点 C 的坐标是 $(2, -2)$.

考点: 坐标与图形变化-平移；关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标
分析: 首先根据横坐标，右移加，左移减可得 B 点坐标，然后再关于 x 轴对称点的坐标特点可得答案.

解答: 解：点 $A(-1, 2)$ 向右平移 3 个单位长度得到的 B 的坐标为 $(-1+3, 2)$ ，即 $(2, 2)$ ，
 则点 B 关于 x 轴的对称点 C 的坐标是 $(2, -2)$ ，
 故答案为： $(2, -2)$.

点评: 此题主要考查了坐标与图形变化 - 平移，以及关于 x 轴对称点的坐标，关键是掌握点的坐标变化规律.

14. (3 分) (2014•宜宾) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ，将 $\triangle ABC$ 折叠，使点 B 恰好落在边 AC 上，与点 B' 重合， AE 为折痕，则 $EB' = \underline{1.5}$.



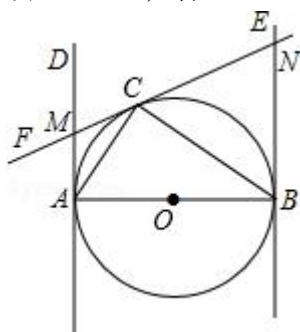
考点: 翻折变换 (折叠问题)

分析: 首先根据折叠可得 $BE=EB'$, $AB'=AB=3$, 然后设 $BE=EB'=x$, 则 $EC=4-x$, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理求得 AC 的值, 再在 $Rt\triangle B'EC$ 中, 由勾股定理可得方程 $x^2+2^2=(4-x)^2$, 再解方程即可算出答案.

解答: 解: 根据折叠可得 $BE=EB'$, $AB'=AB=3$
 设 $BE=EB'=x$, 则 $EC=4-x$,
 $\because \angle B=90^\circ$, $AB=3$, $BC=4$,
 $\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$,
 $\therefore B'C=5-3=2$,
 在 $Rt\triangle B'EC$ 中, 由勾股定理得, $x^2+2^2=(4-x)^2$,
 解得 $x=1.5$.
 故答案为: 1.5.

点评: 此题主要考查了翻折变换, 关键是分析清楚折叠以后哪些线段是相等的.

15. (3分) (2014•宜宾) 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, $AB=2$, AD 和 BE 是圆 O 的两条切线, A 、 B 为切点, 过圆上一点 C 作 $\odot O$ 的切线 CF , 分别交 AD 、 BE 于点 M 、 N , 连接 AC 、 CB , 若 $\angle ABC=30^\circ$, 则 $AM=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



考点: 切线的性质

专题: 计算题.

分析: 连接 OM , OC , 由 $OB=OC$, 且 $\angle ABC$ 的度数求出 $\angle BCO$ 的度数, 利用外角性质求出 $\angle AOC$ 度数, 利用切线长定理得到 $MA=MC$, 利用 HL 得到三角形 AOM 与三角形 COM 全等, 利用全等三角形对应角相等得到 OM 为角平分线, 求出 $\angle AOM$ 为 30° , 在直角三角形 AOM 值, 利用锐角三角函数定义即可求出 AM 的长.

解答: 解: 连接 OM , OC ,
 $\because OB=OC$, 且 $\angle ABC=30^\circ$,
 $\therefore \angle BCO=\angle ABC=30^\circ$,
 $\therefore \angle AOC$ 为 $\triangle BOC$ 的外角,
 $\therefore \angle AOC=2\angle ABC=60^\circ$,
 $\because MA$, MC 分别为圆 O 的切线,
 $\therefore MA=MC$, 且 $\angle MAO=\angle MCO=90^\circ$,
 在 $Rt\triangle AOM$ 和 $Rt\triangle COM$ 中,

$$\begin{cases} MA=MC \\ OM=OM \end{cases},$$

$\therefore \text{Rt}\triangle AOM \cong \text{Rt}\triangle COM \text{ (HL)},$

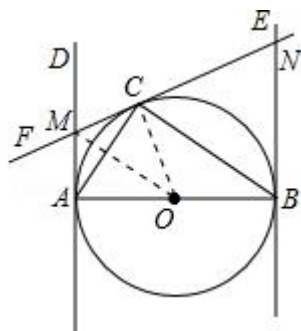
$$\therefore \angle AOM = \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中, $OA = \frac{1}{2} AB = 1, \angle AOM = 30^\circ,$

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{AM}{OA}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{AM}{1},$$

$$\text{解得: } AM = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{3}}{3}$$



点评:

此题考查了切线的性质, 锐角三角函数定义, 外角性质, 以及等腰三角形的性质, 熟练掌握切线的性质是解本题的关键.

16. (3 分) (2014•宜宾) 规定: $\sin(-x) = -\sin x, \cos(-x) = \cos x, \sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$. 据此判断下列等式成立的是 ②③④ (写出所有正确的序号)

$$\textcircled{1} \cos(-60^\circ) = -\frac{1}{2};$$

$$\textcircled{2} \sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4};$$

$$\textcircled{3} \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x;$$

$$\textcircled{4} \sin(x-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y.$$

考点:

锐角三角函数的定义; 特殊角的三角函数值.

专题:

新定义.

分析:

根据已知中的定义以及特殊角的三角函数值即可判断.

解答:

解: $\textcircled{1} \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, 命题错误;

$$\textcircled{2} \sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ)$$

$$= \sin 30^\circ \cdot \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \text{ 命题正确};$$

$$\textcircled{3} \sin 2x = \sin x \cdot \cos x + \cos x \cdot \sin x = 2 \sin x \cdot \cos x, \text{ 故命题正确};$$

$$\textcircled{4} \sin(x-y) = \sin x \cdot \cos(-y) + \cos x \cdot \sin(-y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y, \text{ 命题正确}.$$

故答案是：②③④.

点评：

本题考查锐角三角函数以及特殊角的三角函数值，正确理解题目中的定义是关键.

三、解答题（共 8 小题，满分 72 分）解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (10 分) (2014•宜宾) (1) 计算： $|-2| - (-\sqrt{2})^0 + (\frac{1}{3})^{-1}$

(2) 化简： $(\frac{3a}{a-3} - \frac{a}{a+3}) \cdot \frac{a^2-9}{a}$.

考点：

实数的运算；分式的混合运算；零指数幂；负整数指数幂.

分析：

(1) 分别根据 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可；

(2) 根据分式混合运算的法则进行计算即可.

解答：

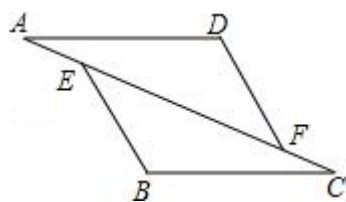
解：(1) 原式 $=2 - 1 + 3$
 $=4$;

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \frac{3a(a+3) - a(a-3)}{(a-3)(a+3)} \cdot \frac{(a+3)(a-3)}{a} \\ &= \frac{3a^2+9a - a^2+3a}{(a-3)(a+3)} \cdot \frac{(a+3)(a-3)}{a} \\ &= \frac{2a(a+6)}{(a-3)(a+3)} \cdot \frac{(a+3)(a-3)}{a} \\ &= 2a+12. \end{aligned}$$

点评：

本题考查的是实数的运算，熟知 0 指数幂及负整数指数幂的计算法则、绝对值的性质是解答此题的关键.

18. (6 分) (2014•宜宾) 如图，已知：在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle CEB$ 中，点 A、E、F、C 在同一直线上， $AE=CF$ ， $\angle B=\angle D$ ， $AD \parallel BC$. 求证： $AD=BC$.



考点：

全等三角形的判定与性质；平行线的性质.

专题：

证明题.

分析：

根据平行线求出 $\angle A=\angle C$ ，求出 $AF=CE$ ，根据 AAS 证出 $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ 即可.

解答：

证明： $\because AD \parallel BC$ ，
 $\therefore \angle A=\angle C$ ，
 $\because AE=CF$ ，

$\therefore AE+EF=CF+EF$,
 即 $AF=CE$,
 $\therefore$ 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} \angle B=\angle D \\ \angle A=\angle C, \\ AF=CE \end{cases}$$

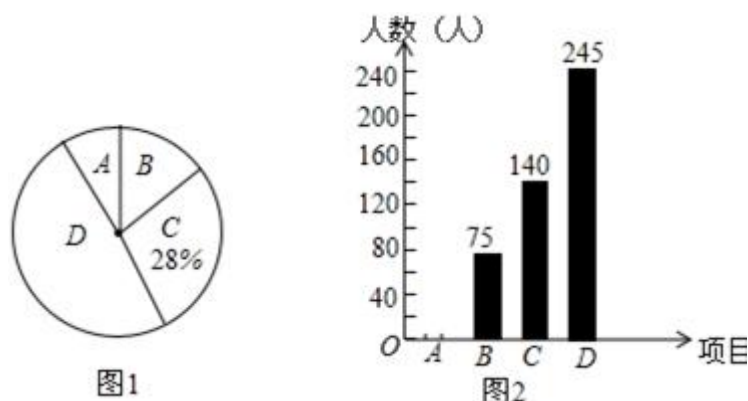
 $\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE$ (AAS),
 $\therefore AD=BC$.

点评:

本题考查了平行线的性质和全等三角形的性质和判定的应用, 判定两三角形全等的方法有: SAS、ASA、AAS、SSS.

19. (8分) (2014•宜宾) 我市中小学全面开展“阳光体育”活动, 某校在大课间中开设了 A: 体操, B: 跑操, C: 舞蹈, D: 健美操四项活动, 为了解学生最喜欢哪一项活动, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成了如下两幅不完整的统计图, 请根据统计图回答下列问题:

- (1) 这次被调查的学生共有 500 人.
- (2) 请将统计图 2 补充完整.
- (3) 统计图 1 中 B 项目对应的扇形的圆心角是 54 度.
- (4) 已知该校共有学生 3600 人, 请根据调查结果估计该校喜欢健美操的学生人数.



考点:

条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图

分析:

- (1) 利用 C 的人数 $\div$ 所占百分比可得被调查的学生总数;
- (2) 利用总人数减去其它各项的人数 = A 的人数, 再补图即可;
- (3) 计算出 B 所占百分比, 再用 $360^\circ \times B$ 所占百分比可得答案;
- (4) 首先计算出样本中喜欢健美操的学生所占百分比, 再利用样本估计总体的方法计算即可.

解答:

解: (1) $140 \div 28\% = 500$ (人),
 故答案为: 500;

(2) A 的人数: $500 - 75 - 140 - 245 = 40$;

(3) $75 \div 500 \times 100\% = 15\%$,
 $360^\circ \times 15\% = 54^\circ$,
 故答案为: 54;

(4) $245 \div 500 \times 100\% = 49\%$,
 $3600 \times 49\% = 1764$ (人) .

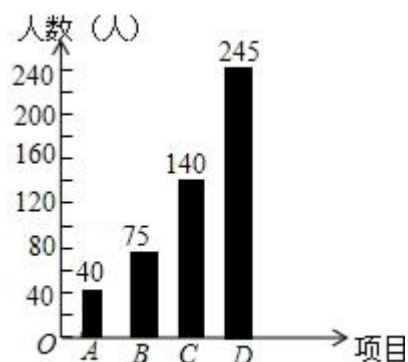


图2

点评:

本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

20. (8分) (2014•宜宾) 在我市举行的中学生安全知识竞赛中共有 20 道题．每一题答对得 5 分，答错或不答都扣 3 分．

(1) 小李考了 60 分，那么小李答对了多少道题？

(2) 小王获得二等奖 (75 ~ 85 分)，请你算算小王答对了几道题？

考点:

一元一次不等式组的应用；一元一次方程的应用

分析:

(1) 设小李答对了 x 道题，则有 $(20 - x)$ 道题答错或不答，根据答对题目的得分减去答错或不答题目的扣分是 60 分，即可得到一个关于 x 的方程，解方程即可求解；

(2) 先设小王答对了 y 道题，根据二等奖在 75 分 ~ 85 分之间，列出不等式组，求出 y 的取值范围，再根据 y 只能取正整数，即可得出答案．

解答:

解: (1) 设小李答对了 x 道题．

依题意得 $5x - 3(20 - x) = 60$ ．

解得 $x = 15$ ．

答: 小李答对了 16 道题．

(2) 设小王答对了 y 道题，依题意得:

$$\begin{cases} 5y - 3(20 - y) \geq 75 \\ 5y - 3(20 - y) \leq 85 \end{cases}$$

解得: $\frac{135}{8} \leq y \leq \frac{145}{8}$, 即

$\therefore y$ 是正整数,

$\therefore y = 17$ 或 18 ,

答: 小王答对了 17 道题或 18 道题．

点评:

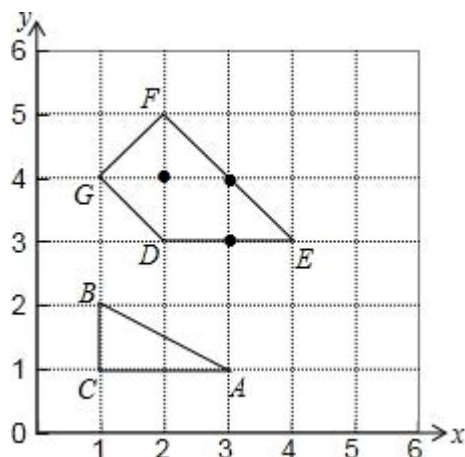
本题考查了一元一次方程的应用．利用方程解决实际问题的基本思路如下:

首先审题找出题中的未知量和所有的已知量，直接设要求的未知量或间接设一关键的未知量为 x ，然后用含 x 的式子表示相关的量，找出之间的相等关系列方程、求解、作答，即设、列、解、答。

21. (8分) (2014·宜宾) 在平面直角坐标系中，若点 $P(x, y)$ 的坐标 x, y 均为整数，则称点 P 为格点，若一个多边形的面积记为 S ，其内部的格点数记为 N ，边界上的格点数记为 L ，例如图中 $\triangle ABC$ 是格点三角形，对应的 $S=1$ ， $N=0$ ， $L=4$ 。

(1) 求出图中格点四边形 $DEFG$ 对应的 S, N, L 。

(2) 已知格点多边形的面积可表示为 $S=N+aL+b$ ，其中 a, b 为常数，若某格点多边形对应的 $N=82$ ， $L=38$ ，求 S 的值。



考点：规律型：图形的变化类；三元一次方程组的应用

分析：(1) 理解题意，观察图形，即可求得结论；

(2) 根据格点多边形的面积 $S=N+aL+b$ ，结合图中的格点三角形 ABC 及格点四边形 $DEFG$ ，建立方程组，求出 a, b 即可求得 S 。

解答：解：(1) 观察图形，可得 $S=3$ ， $N=1$ ， $L=6$ ；

(Ⅱ) 根据格点三角形 ABC 及格点四边形 $DEFG$ 中的 S, N, L 的值可得，

$$\begin{cases} 4a+b=1 \\ 1+6a+b=3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } a \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-1 \end{cases}$$

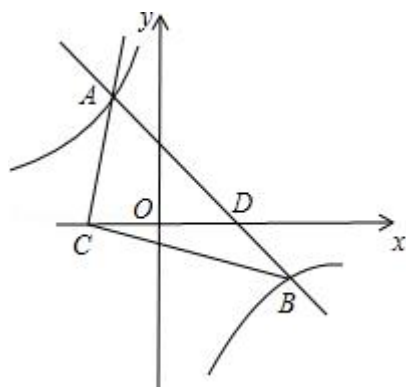
$$\therefore S=N+\frac{1}{2}L-1,$$

$$\text{将 } N=82, L=38 \text{ 代入可得 } S=82+\frac{1}{2}\times 38-1=100.$$

点评：此题考查格点图形的面积变化与多边形内部格点数和边界格点数的关系，从简单情况分析，找出规律解决问题。

22. (10分) (2014·宜宾) 如图，一次函数 $y=-x+2$ 的图象与反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，与 x 轴交于 D 点，且 C, D 两点关于 y 轴对称。

- (1) 求 A、B 两点的坐标；
 (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题
 专题: 计算题.

分析: (1) 根据反比例函数与一次函数的交点问题得到方程组 $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases}$, 然

后解方程组即可得到 A、B 两点的坐标;

(2) 先利用 x 轴上点的坐标特征确定 D 点坐标, 再利用关于 y 轴对称的点的坐标特征得到 C 点坐标, 然后利用 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD}$ 进行计算.

解答: 解: (1) 根据题意得 $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -\frac{3}{x} \end{cases}$, 解方程组得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$,

所以 A 点坐标为 $(-1, 3)$, B 点坐标为 $(3, -1)$;

(2) 把 $y=0$ 代入 $y = -x + 2$ 得 $-x + 2 = 0$, 解得 $x=2$,

所以 D 点坐标为 $(2, 0)$,

因为 C、D 两点关于 y 轴对称,

所以 C 点坐标为 $(-2, 0)$,

所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD}$

$$= \frac{1}{2} \times (2+2) \times 3 + \frac{1}{2} \times (2+2) \times 1$$

$$= 8.$$

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点.

23. (10 分) (2014•宜宾) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 AC 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D, 交 AB 于点 G, 且 D 是 BC 中点, $DE \perp AB$, 垂足为 E, 交 AC 的延长线于点 F.

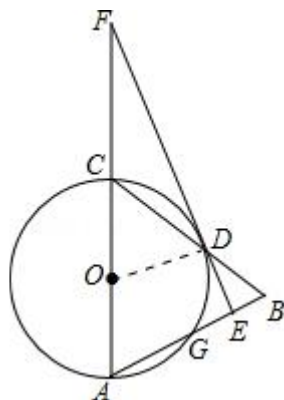
(1) 求证: 直线 EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CF=5$, $\cos \angle A = \frac{2}{5}$, 求 BE 的长.

$$\therefore \cos \angle A = \frac{AE}{AF} = \frac{AE}{5 + \frac{20}{3}} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{14}{3},$$

$$\therefore BE = AB - AE = \frac{20}{3} - \frac{14}{3} = 2.$$

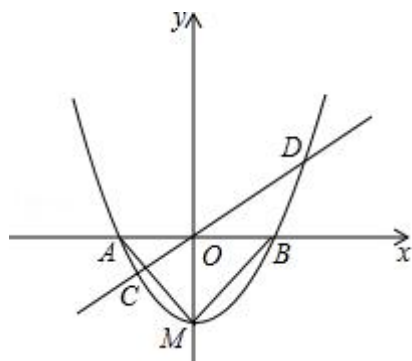


点评:

本题考查了切线的判定，解直角三角形，三角形中位线的性质知识点. 要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），再证垂直即可.

24. (12分) (2014•宜宾) 如图，已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $M(0, -1)$ ，与 x 轴交于 A 、 B 两点.

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 判断 $\triangle MAB$ 的形状，并说明理由;
- (3) 过原点的任意直线（不与 y 轴重合）交抛物线于 C 、 D 两点，连接 MC ， MD ，试判断 MC 、 MD 是否垂直，并说明理由.



考点:

二次函数综合题.

分析:

- (1) 待定系数法即可解得.
- (2) 由抛物线的解析式可知 $OA = OB = OC = 1$ ，得出 $\angle AMO = \angle MAO = \angle BMO = \angle BOM = 45^\circ$ 从而得出 $\triangle MAB$ 是等腰直角三角形.
- (3) 分别过 C 点， D 点作 y 轴的平行线，交 x 轴于 E 、 F ，过 M 点作 x 轴的平行线交 EC 于 G ，交 DF 于 H ，设 $D(m, m^2 - 1)$ ， $C(n, n^2 - 1)$ ，

通过 $FG \parallel DH$, 得出 $\frac{EC}{DF} = \frac{OE}{OF}$, 从而求得 m 、 n 的关系, 根据 m 、 n 的关系,

得出 $\triangle CGM \sim \triangle MHD$, 即可求得结论.

解答:

解: (1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的顶点坐标为 $M(0, -1)$,

$\therefore b = 0, c = -1$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = x^2 - 1$.

(2) $\triangle MAB$ 是等腰直角三角形,

由抛物线的解析式为: $y = x^2 - 1$ 可知 $A(-1, 0), B(1, 0)$,

$\therefore OA = OB = OC = 1$,

$\therefore \angle AMO = \angle MAO = \angle BMO = \angle BOM = 45^\circ$,

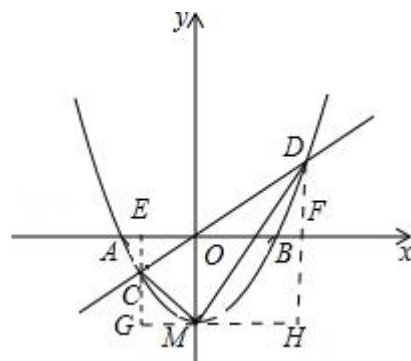
$\therefore \angle AMB = \angle AMO + \angle BMO = 90^\circ$

$\therefore y$ 轴是对称轴,

$\therefore A、B$ 为对称点,

$\therefore AM = BM$,

$\therefore \triangle MAB$ 是等腰直角三角形.



(3) $MC \perp MF$;

分别过 C 点, D 点作 y 轴的平行线, 交 x 轴于 $E、F$, 过 M 点作 x 轴的平行线交 EC 于 G , 交 DF 于 H ,

设 $D(m, m^2 - 1), C(n, n^2 - 1)$,

$\therefore OE = -n, CE = 1 - n^2, OF = m, DF = m^2 - 1$,

$\therefore OM = 1$,

$\therefore CG = n^2, DH = m^2$,

$\therefore FG \parallel DH$,

$\therefore \frac{EC}{DF} = \frac{OE}{OF}$,

即 $\frac{1 - n^2}{m^2 - 1} = \frac{-n}{m}$

解得 $m = -\frac{1}{n}$,

$\therefore \frac{CG}{GM} = \frac{n^2}{-n} = -n, \frac{MH}{FH} = \frac{m}{m^2} = \frac{1}{m}$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{CG}{GM} &= \frac{MH}{FH}, \\ \therefore \angle CGM &= \angle MHD = 90^\circ, \\ \therefore \triangle CGM &\sim \triangle MHD, \\ \therefore \angle CMG &= \angle MDH, \\ \therefore \angle MDH + \angle DMH &= 90^\circ \\ \therefore \angle CMG + \angle DMH &= 90^\circ, \\ \therefore \angle CMD &= 90^\circ, \\ \text{即 } MC &\perp MF. \end{aligned}$$

点评:

本题考查了待定系数法求解析式，等腰三角形的判定，三角形相似的判定和性质，作出辅助线是本题的关键.