

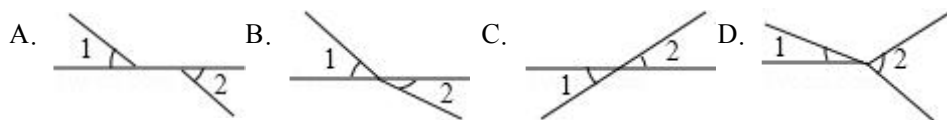
2014 年四川省凉山州中考数学试卷

一、选择题 (共 12 小题, 满分 48 分)

1. (4 分) (2014•凉山州) 在实数 $\sqrt{5}$, $\frac{22}{7}$, 0, $\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{36}$, -1.414, 有理数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. (4 分) (2014•凉山州) 下列图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角的是 ()



3. (4 分) (2014•凉山州) 下列计算正确的是 ()

- A. $a \cdot a = a^2$ B. $(-a)^3 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^0 = 1$

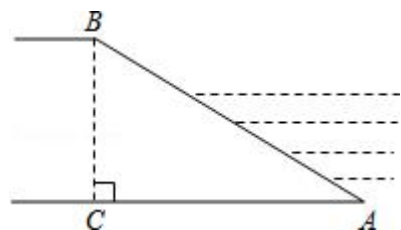
4. (4 分) (2014•凉山州) 某班数学学习小组某次测验成绩分别是 63, 72, 49, 66, 81,

53, 92, 69, 则这组数据的极差是 ()

- A. 47 B. 43 C. 34 D. 29

5. (4 分) (2014•凉山州) 如图, 河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1: \sqrt{3}$, 堤高 BC=10m,

则坡面 AB 的长度是 ()



- A. 15m B. $20\sqrt{3}$ m C. 20m D. $10\sqrt{3}$ m

6. (4 分) (2014•凉山州) 凉山州的人口约有 473 万人, 将 473 万人用科学记数法表示应为 ()

- A. 473×10^4 人 B. 4.73×10^6 人 C. 4.7×10^6 人 D. 47.3×10^5 人

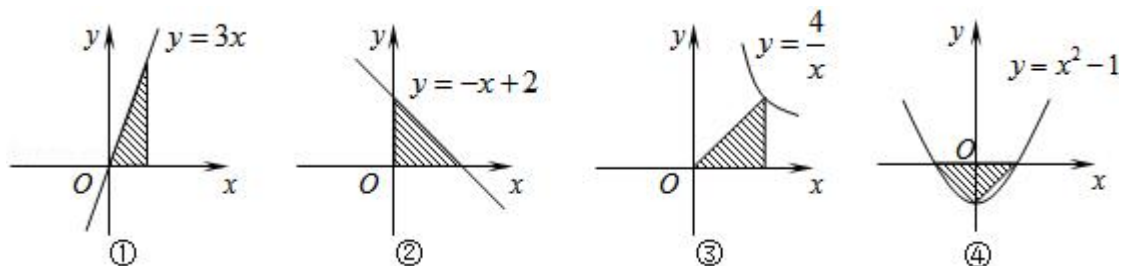
7. (4 分) (2014•凉山州) 如果两个相似多边形面积的比为 1: 5, 则它们的相似比为 ()

- A. 1: 25 B. 1: 5 C. 1: 2.5 D. $1: \sqrt{5}$

8. (4 分) (2014•凉山州) 分式 $\frac{|x| - 3}{x + 3}$ 的值为零, 则 x 的值为 ()

- A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 任意实数

9. (4 分) (2014•凉山州) 下列图形中阴影部分的面积相等的是 ()

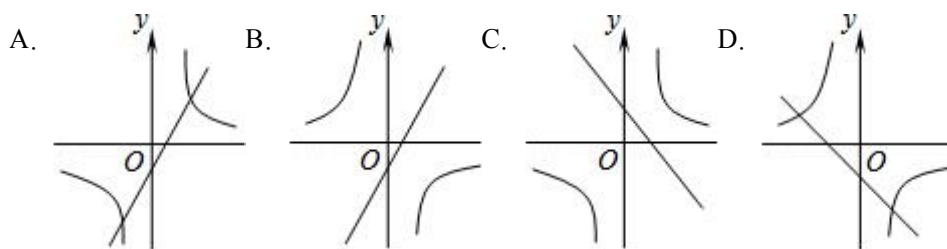


- A. ②③ B. ③④ C. ①② D. ①④

10. (4分) (2014•凉山州) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\cos A - \frac{1}{2}| + (1 - \tan B)^2 = 0$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()

- A. 45° B. 60° C. 75° D. 105°

11. (4分) (2014•凉山州) 函数 $y=mx+n$ 与 $y=\frac{n}{mx}$, 其中 $m \neq 0$, $n \neq 0$, 那么它们在同一坐标系中的图象可能是 ()



12. (4分) (2014•凉山州) 已知 $\odot O$ 的直径 $CD=10\text{cm}$, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$, 垂足为 M , 且 $AB=8\text{cm}$, 则 AC 的长为 ()

- A. $2\sqrt{5}\text{cm}$ B. $4\sqrt{5}\text{cm}$ C. $2\sqrt{5}\text{cm}$ 或 $4\sqrt{5}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}$ 或 $4\sqrt{3}\text{cm}$

二、填空题

13. (4分) (2014•凉山州) 函数 $y=\sqrt{x+1}+\frac{2}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

14. (4分) (2014•凉山州) 顺次连接矩形四边中点所形成的四边形是_____. 学校的一块菱形花园两对角线的长分别是 6m 和 8m , 则这个花园的面积为_____.

15. (4分) (2014•凉山州) 已知 $x_1=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $x_2=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, 则 $x_1^2+x_2^2$ =_____.

16. (4分) (2014•凉山州) 已知一个直角三角形的两边的长分别是 3 和 4 , 则第三边长为_____.

17. (4分) (2014•凉山州) “服务社会, 提升自我.”凉山州某学校积极开展志愿者服务活动, 来自九年级的 5 名同学(三男两女)成立了“交通秩序维护”小分队. 若从该小分队任选两名同学进行交通秩序维护, 则恰是一男一女的概率是_____.

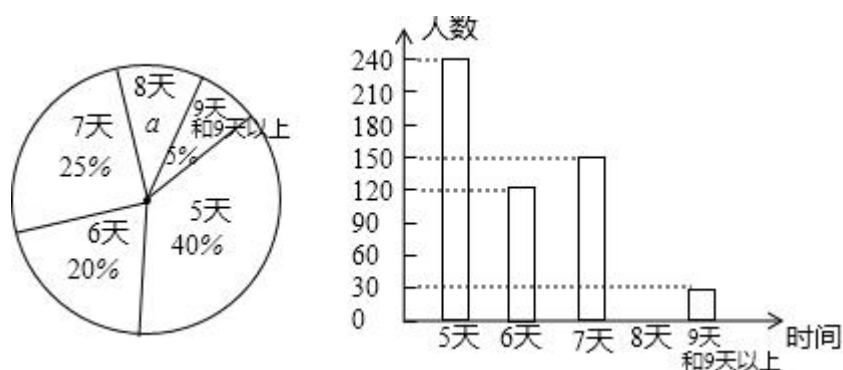
三、解答题

18. (6分) (2014•凉山州) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} - 6\sin 30^\circ - (\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}})^0 + \sqrt{2} + |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

19. (6分) (2014•凉山州) 先化简, 再求值: $\frac{a-3}{3a^2-6a} \div (a+2 - \frac{5}{a-2})$, 其中 $a^2+3a-1=0$.

四、解答题

20. (8分) (2014•凉山州) 州教育局为了解我州八年级学生参加社会实践活动情况, 随机抽查了某县部分八年级学生第一学期参加社会实践活动的天数, 并用得到的数据检测了两幅统计图, 下面给出了两幅不完整的统计图 (如图)



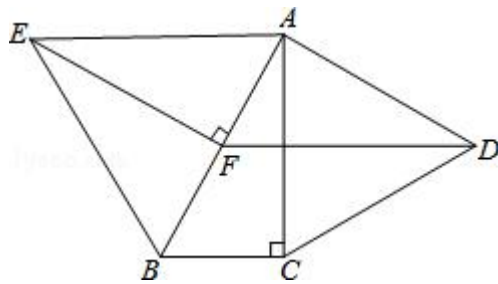
请根据图中提供的信息, 回答下列问题:

- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}\%$, 并写出该扇形所对圆心角的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$, 请补全条形图.
- (2) 在这次抽样调查中, 众数和中位数分别是多少?
- (3) 如果该县共有八年级学生 2000 人, 请你估计“活动时间不少于 7 天”的学生人数大约有多少人?

21. (8分) (2014•凉山州) 如图, 分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边 $\triangle ACD$, 等边 $\triangle ABE$. 已知 $\angle BAC = 30^\circ$, $EF \perp AB$, 垂足为 F , 连接 DF .

- (1) 试说明 $AC = EF$;

(2) 求证：四边形 ADFE 是平行四边形.



22. (8 分) (2014•凉山州) 实验与探究:

三角点阵前 n 行的点数计算

如图是一个三角点阵，从上向下数有无数多行，其中第一行有 1 个点，第二行有 2 个点...第 n 行有 n 个点...

容易发现，10 是三角点阵中前 4 行的点数之和，你能发现 300 是前多少行的点数的和吗？

如果要用试验的方法，由上而下地逐行的相加其点数，虽然你能发现

$1+2+3+4+\dots+23+24=300$ ，得知 300 是前 24 行的点数的和，但是这样寻找答案需我们先探求

三角点阵中前 n 行的点数的和与 n 的数量关系

前 n 行的点数的和是 $1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n$ ，可以发现.

$$2 \times [1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n]$$

$$=[1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n]+[n+(n-1)+(n-2)+\dots+3+2+1]$$

把两个中括号中的第一项相加，第二项相加...第 n 项相加，上式等号的后边变形为这 n 个小括号都等于 $n+1$ ，整个式子等于 $n(n+1)$ ，于是得到

$$1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

这就是说，三角点阵中前 n 项的点数的和是 $\frac{1}{2}n(n+1)$

下列用一元二次方程解决上述问题

设三角点阵中前 n 行的点数的和为 300，则有 $\frac{1}{2}n(n+1)$

整理这个方程，得： $n^2+n-600=0$

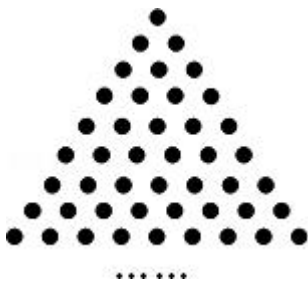
解方程得： $n_1=24$ ， $n_2=25$

根据问题中未知数的意义确定 $n=24$ ，即三角点阵中前 24 行的点数的和是 300.

请你根据上述材料回答下列问题:

(1) 三角点阵中前 n 行的点数的和能是 600 吗? 如果能, 求出 n ; 如果不能, 试用一元二次方程说明道理.

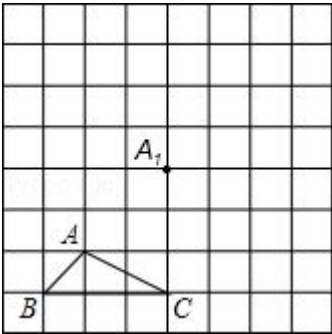
(2) 如果把图中的三角点阵中各行的点数依次换成 2、4、6、...、 $2n$ 、..., 你能探究出前 n 行的点数的和满足什么规律吗? 这个三角点阵中前 n 行的点数的和能使 600 吗? 如果能, 求出 n ; 如果不能, 试用一元二次方程说明道理.



五、解答题

23. (8 分) (2014•凉山州) 如图所示, 正方形网格中, $\triangle ABC$ 为格点三角形 (即三角形的顶点都在格点上) .

- (1) 把 $\triangle ABC$ 沿 BA 方向平移后, 点 A 移到点 A_1 , 在网格中画出平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 把 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 按逆时针方向旋转 90° , 在网格中画出旋转后的 $\triangle A_1B_2C_2$;
- (3) 如果网格中小正方形的边长为 1, 求点 B 经过 (1)、(2) 变换的路径总长.

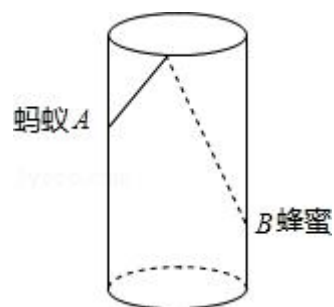


24. (8 分) (2014•凉山州) 我州某校计划购买甲、乙两种树苗共 1000 株用以绿化校园, 甲种树苗每株 25 元, 乙种树苗每株 30 元, 通过调查了解, 甲、乙两种树苗成活率分别是 90%和 95%.

- (1) 若购买这种树苗共用去 28000 元, 则甲、乙两种树苗各购买多少株?
- (2) 要使这批树苗的总成活率不低于 92%, 则甲种树苗最多购买多少株?
- (3) 在 (2) 的条件下, 应如何选购树苗, 使购买树苗的费用最低? 并求出最低费用.

六、填空题

25. (5 分) (2014•凉山州) 关于 x 的方程 $\frac{ax+1}{x-2} = -1$ 的解是正数, 则 a 的取值范围是_____.
26. (5 分) (2014•凉山州) 如图, 圆柱形容器高为 18cm, 底面周长为 24cm, 在杯内壁离杯底 4cm 的点 B 处有乙滴蜂蜜, 此时一只蚂蚁正好在杯外壁, 离杯上沿 2cm 与蜂蜜相对的点 A 处, 则蚂蚁从外币 A 处到达内壁 B 处的最短距离为_____cm.

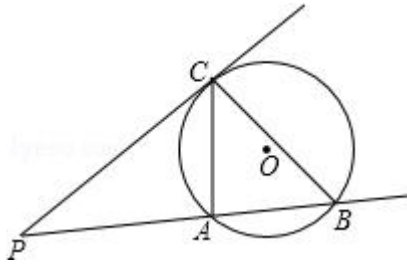


七、解答题

27. (8 分) (2014•凉山州) 已知: 如图, P 是 $\odot O$ 外一点, 过点 P 引圆的切线 PC (C 为切点) 和割线 PAB , 分别交 $\odot O$ 于 A 、 B , 连接 AC , BC .

(1) 求证: $\angle PCA = \angle PBC$;

(2) 利用 (1) 的结论, 已知 $PA=3$, $PB=5$, 求 PC 的长.



28. (12 分) (2014•凉山州) 如图①, 在平面直角坐标中, 点 A 的坐标为 $(1, -2)$, 点 B 的坐标为 $(3, -1)$, 二次函数 $y = -x^2$ 的图象为 l_1 .

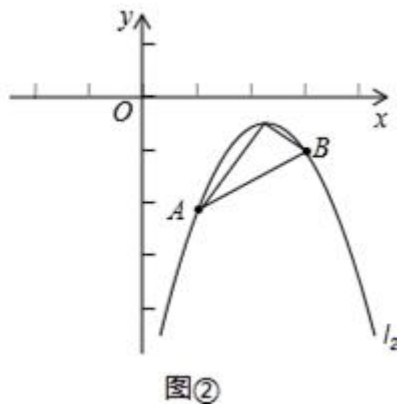
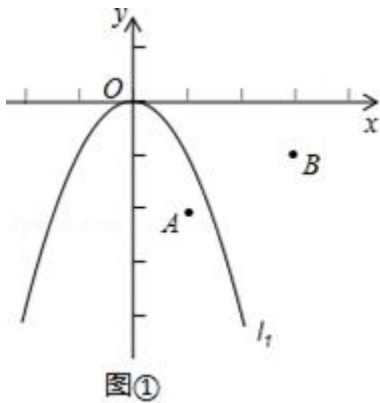
(1) 平移抛物线 l_1 , 使平移后的抛物线经过点 A, 但不过点 B.

①满足此条件的函数解析式有_____个.

②写出向下平移且经点 A 的解析式_____.

(2) 平移抛物线 l_1 , 使平移后的抛物线经过 A, B 两点, 所得的抛物线 l_2 , 如图②, 求抛物线 l_2 的函数解析式及顶点 C 的坐标, 并求 $\triangle ABC$ 的面积.

(3) 在 y 轴上是否存在点 P, 使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP}$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年四川省凉山州中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，满分 48 分）

1. （4 分）（2014•凉山州）在实数 $\sqrt{5}$, $\frac{22}{7}$, 0, $\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{36}$, -1.414, 有理数有（ ）

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

考点: 实数.

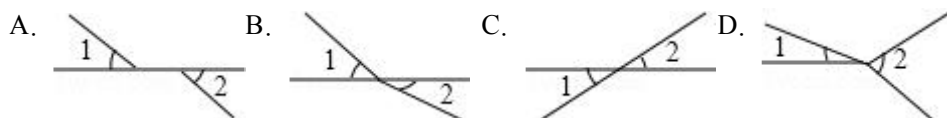
分析: 根据有理数是有限小数或无限循环小数, 可得答案.

解答: 解: $\frac{22}{7}$, 0, $\sqrt{36}$, -1.414, 是有理数,

故选: D.

点评: 本题考查了有理数, 有理数是有限小数或无限循环小数.

2. （4 分）（2014•凉山州）下列图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角的是（ ）



考点: 对顶角、邻补角

分析: 根据对顶角的特征, 有公共顶点, 且两边互为反向延长线, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

解答: 解: A. $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 没有公共顶点, 不是对顶角, 故本选项错误;
B. $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 两边不互为反向延长线, 不是对顶角, 故本选项错误;

C. $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 有公共顶点, 两边互为反向延长线, 是对顶角, 故本选项正确;

D. $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 两边不互为反向延长线, 不是对顶角, 故本选项错误;

故选: C.

点评: 本题主要考查了对顶角的定义, 熟记对顶角的图形特征是解题的关键, 是基础题, 比较简单.

3. （4 分）（2014•凉山州）下列计算正确的是（ ）

A. $a \cdot a = a^2$ B. $(-a)^3 = a^3$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^0 = 1$

考点: 幂的乘方与积的乘方; 同底数幂的乘法; 零指数幂

分析: 根据同底数幂的乘法, 可判断 A, 根据积的乘方, 可判断 B, 根据幂的乘方, 可判断 C, 根据非 0 得 0 次幂, 可判断 D.

解答: 解: A、底数不变指数相加, 故 A 正确;

B、 $(-a)^3 = -a^3$, 故 B 错误;

C、底数不变指数相乘，故 C 错误；

D、 $a=0$ 时错误，故 D 错误；

故选：A.

点评：

本题考查了幂的乘方与积的乘方，积的乘方等于每个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

4. (4 分) (2014•凉山州) 某班数学学习小组某次测验成绩分别是 63, 72, 49, 66, 81, 53, 92, 69, 则这组数据的极差是 ()

A. 47

B. 43

C. 34

D. 29

考点：

极差

分析：

根据极差的定义先找出这组数据的最大值和最小值，两者相减即可.

解答：

解：这组数据的最值是 92，最小值是 49，

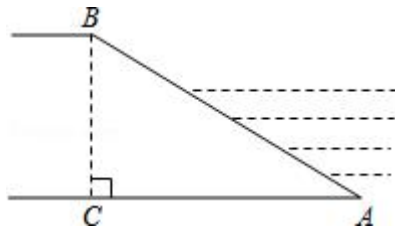
则这组数据的极差是 $92 - 49 = 43$ ；

故选 B.

点评：

此题考查了极差，极差反映了一组数据变化范围的大小，求极差的方法是用一组数据中的最大值减去最小值.

5. (4 分) (2014•凉山州) 如图，河堤横断面迎水坡 AB 的坡比是 $1 : \sqrt{3}$ ，堤高 BC=10m，则坡面 AB 的长度是 ()



A. 15m

B. $20\sqrt{3}$ m

C. 20m

D. $10\sqrt{3}$ m

考点：

解直角三角形的应用-坡度坡角问题

分析：

在 Rt△ABC 中，已知了坡面 AB 的坡比以及铅直高度 BC 的值，通过解直角三角形即可求出斜面 AB 的长.

解答：

解：Rt△ABC 中，BC=10m， $\tan A = 1 : \sqrt{3}$ ；

$\therefore AC = BC \div \tan A = 10\sqrt{3}$ m，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 20$ m.

故选 C.

点评：

此题主要考查学生对坡度坡角的掌握及三角函数的运用能力，熟练运用勾股定理是解答本题的关键.

6. (4 分) (2014•凉山州) 凉山州的人口约有 473 万人，将 473 万人用科学记数法表示应为 ()

A. 473×10^4 人

B. 4.73×10^6 人

C. 4.7×10^6 人

D. 47.3×10^5 人

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值是易错点, 由于 473 万有 7 位, 所以可以确定 $n=7-1=6$.

解答: 解: 473 万 $=4\,730\,000=4.73 \times 10^6$.
故选 B.

点评: 此题考查科学记数法表示较大的数的方法, 准确确定 a 与 n 值是关键.

7. (4 分) (2014•凉山州) 如果两个相似多边形面积的比为 1: 5, 则它们的相似比为 ()
- A. 1: 25 B. 1: 5 C. 1: 2.5 D. 1: $\sqrt{5}$

考点: 相似多边形的性质

分析: 根据相似多边形的面积的比等于相似比的平方解答.

解答: 解: $\because$ 两个相似多边形面积的比为 1: 5,
 $\therefore$ 它们的相似比为 1: $\sqrt{5}$.
故选 D.

点评: 本题考查了相似多边形的性质, 熟记性质是解题的关键.

8. (4 分) (2014•凉山州) 分式 $\frac{|x|-3}{x+3}$ 的值为零, 则 x 的值为 ()
- A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 任意实数

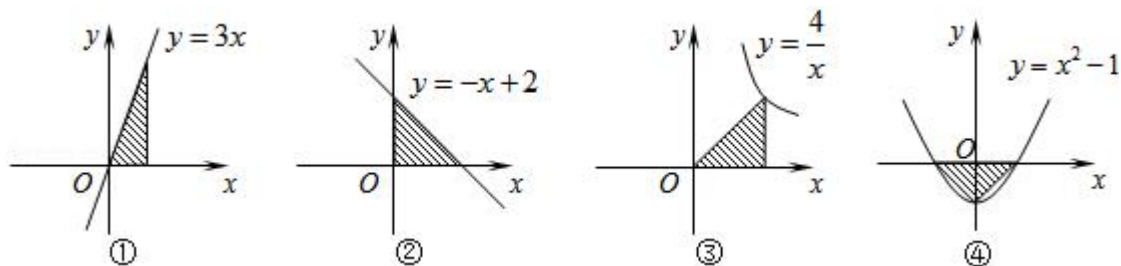
考点: 分式的值为零的条件

分析: 分式的值为零: 分子等于零, 且分母不等于零.

解答: 解: 依题意, 得
 $|x|-3=0$ 且 $x+3 \neq 0$,
解得, $x=3$.
故选: A.

点评: 本题考查了分式的值为零的条件. 若分式的值为零, 需同时具备两个条件: (1) 分子为 0; (2) 分母不为 0. 这两个条件缺一不可.

9. (4 分) (2014•凉山州) 下列图形中阴影部分的面积相等的是 ()



- A. ②③ B. ③④ C. ①② D. ①④

考点: 抛物线与 x 轴的交点; 正比例函数的性质; 一次函数图象上点的坐标特征;

反比例函数系数 k 的几何意义

分析:

首先根据各图形的函数解析式求出函数与坐标轴交点的坐标,进而可求得各个阴影部分的面积,进而可比较出个阴影部分面积的大小关系.

解答:

解: ②: 直线 $y = -x + 2$ 与坐标轴的交点坐标为: $(2, 0)$, $(0, 2)$, 故

$$S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2;$$

①: 图中的函数为正比例函数, 与坐标轴只有一个交点 $(0, 0)$, 由于缺少条件, 无法求出阴影部分的面积;

④: 该抛物线与坐标轴交于: $(-1, 0)$, $(1, 0)$, $(0, -1)$, 故阴影部分的三角形是等腰直角三角形, 其面积 $S = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1;$

③: 此函数是反比例函数, 那么阴影部分的面积为: $S = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2} \times 4 = 2;$

②③的面积相等,

故选 A.

点评:

此题主要考查了函数图象与坐标轴交点坐标的求法以及图形面积的求法, 是基础题, 熟练掌握各函数的图象特点是解决问题的关键.

10. (4 分) (2014•凉山州) 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\cos A - \frac{1}{2}| + (1 - \tan B)^2 = 0$, 则 $\angle C$ 的度数是 ()

A. 45°

B. 60°

C. 75°

D. 105°

考点:

特殊角的三角函数值; 非负数的性质: 绝对值; 非负数的性质: 偶次方; 三角形内角和定理

分析:

根据非负数的性质可得出 $\cos A$ 及 $\tan B$ 的值, 继而可得出 A 和 B 的度数, 根据三角形的内角和定理可得出 $\angle C$ 的度数.

解答:

解: 由题意, 得 $\cos A = \frac{1}{2}$, $\tan B = 1$,

$$\therefore \angle A = 60^\circ, \angle B = 45^\circ,$$

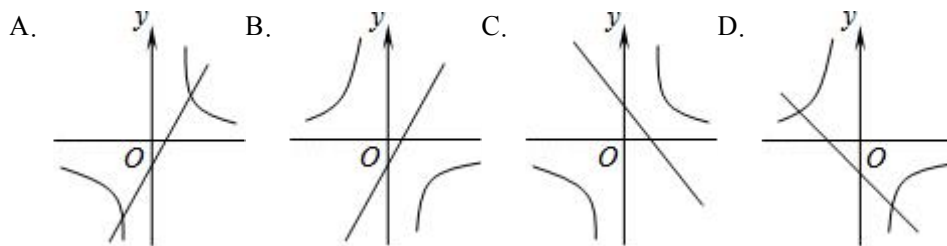
$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ.$$

故选: C.

点评:

此题考查了特殊角的三角形函数值及绝对值、偶次方的非负性, 属于基础题, 关键是熟记一些特殊角的三角形函数值, 也要注意运用三角形的内角和定理.

11. (4 分) (2014•凉山州) 函数 $y = mx + n$ 与 $y = \frac{n}{mx}$, 其中 $m \neq 0$, $n \neq 0$, 那么它们在同一坐标系中的图象可能是 ()



考点: 反比例函数的图象; 一次函数的图象

分析: 根据图象中一次函数图象的位置确定 m 、 n 的值; 然后根据 m 、 n 的值来确定反比例函数所在的象限.

解答: 解: A、 $\because$ 函数 $y=mx+n$ 经过第一、三、四象限,

$$\therefore m > 0, n < 0,$$

$$\therefore \frac{n}{m} < 0,$$

$\therefore$ 函数的 $y=\frac{n}{mx}$ 图象经过第二、四象限.

与图示图象不符.

故本选项错误;

B、 $\because$ 函数 $y=mx+n$ 经过第一、三、四象限,

$$\therefore m > 0, n < 0,$$

$$\therefore \frac{n}{m} < 0,$$

$\therefore$ 函数的 $y=\frac{n}{mx}$ 图象经过第二、四象限.

与图示图象一致.

故本选项正确;

C、 $\because$ 函数 $y=mx+n$ 经过第一、二、四象限,

$$\therefore m < 0, n > 0,$$

$$\therefore \frac{n}{m} < 0,$$

$\therefore$ 函数的 $y=\frac{n}{mx}$ 图象经过第二、四象限.

与图示图象不符.

故本选项错误;

D、 $\because$ 函数 $y=mx+n$ 经过第二、三、四象限,

$$\therefore m < 0, n < 0,$$

$$\therefore \frac{n}{m} > 0,$$

$\therefore$ 函数的 $y=\frac{n}{mx}$ 图象经过第一、三象限.

与图示图象不符.

故本选项错误.

故选: B.

点评: 本题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质,

要掌握它们的性质才能灵活解题.

12. (4分) (2014•凉山州) 已知 $\odot O$ 的直径 $CD=10\text{cm}$, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB \perp CD$, 垂足为 M , 且 $AB=8\text{cm}$, 则 AC 的长为 ()

- A. $2\sqrt{5}\text{cm}$ B. $4\sqrt{5}\text{cm}$ C. $2\sqrt{5}\text{cm}$ 或 $4\sqrt{5}\text{cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{cm}$ 或 $4\sqrt{3}\text{cm}$

考点: 垂径定理; 勾股定理.

专题: 分类讨论.

分析: 先根据题意画出图形, 由于点 C 的位置不能确定, 故应分两种情况进行讨论.

解答: 解: 连接 AC , AO ,

$\because \odot O$ 的直径 $CD=10\text{cm}$, $AB \perp CD$, $AB=8\text{cm}$,

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4\text{cm}, \quad OD = OC = 5\text{cm},$$

当 C 点位置如图1所示时,

$\because OA=5\text{cm}$, $AM=4\text{cm}$, $CD \perp AB$,

$$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm},$$

$$\therefore CM = OC + OM = 5 + 3 = 8\text{cm},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AM^2 + CM^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}\text{cm};$$

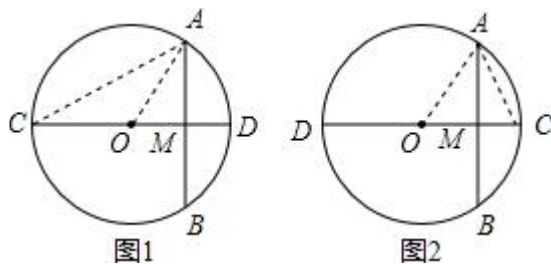
当 C 点位置如图2所示时, 同理可得 $OM=3\text{cm}$,

$\because OC=5\text{cm}$,

$$\therefore MC = 5 - 3 = 2\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AMC \text{ 中, } AC = \sqrt{AM^2 + MC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}\text{cm}.$$

故选 C.



点评: 本题考查的是垂径定理, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

二、填空题

13. (4分) (2014•凉山州) 函数 $y = \sqrt{x+1} + \frac{2}{x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

考点: 函数自变量的取值范围

分析: 根据被开方数大于等于0, 分母不等于0列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $x+1 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

故答案为: $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

点评:

本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

14. (4 分) (2014•凉山州) 顺次连接矩形四边中点所形成的四边形是 菱形. 学校的一块菱形花园两对角线的长分别是 6m 和 8m, 则这个花园的面积为 24m^2 .

考点:

菱形的判定与性质; 中点四边形

分析:

因为题中给出的条件是中点, 所以可利用三角形中位线性质, 以及矩形对角线相等去证明四条边都相等, 从而说明是一个菱形. 根据菱形的面积公式求出即可.

解答:

解: 连接 AC、BD,

在 $\triangle ABD$ 中,

$\therefore AH=HD, AE=EB$

$\therefore EH=\frac{1}{2}BD,$

同理 $FG=\frac{1}{2}BD, HG=\frac{1}{2}AC, EF=\frac{1}{2}AC,$

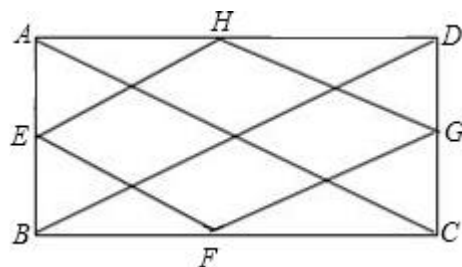
又 $\therefore$ 在矩形 ABCD 中, $AC=BD,$

$\therefore EH=HG=GF=FE,$

$\therefore$ 四边形 EFGH 为菱形;

这个花园的面积是 $\frac{1}{2} \times 6\text{m} \times 8\text{m} = 24\text{m}^2,$

故答案为: 菱形, 24m^2 .



点评:

本题考查了菱形的判定和菱形的面积, 三角形的中位线的应用, 注意: 菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法: ①定义, ②四边相等, ③对角线互相垂直平分.

15. (4 分) (2014•凉山州) 已知 $x_1=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $x_2=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, 则 $x_1^2+x_2^2=\underline{10}$.

考点:

二次根式的混合运算.

分析:

首先把 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$, 再进一步代入求得数值即可.

解答:

解: $\because x_1=\sqrt{3}+\sqrt{2}, x_2=\sqrt{3}-\sqrt{2},$

$\therefore x_1^2+x_2^2$

$$\begin{aligned}
&= (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 \\
&= (\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \\
&= 12 - 2 \\
&= 10.
\end{aligned}$$

故答案为：10.

点评：

此题考查二次根式的混合运算，把代数式利用完全平方公式化简是解决问题的关键.

16. (4分) (2014•凉山州) 已知一个直角三角形的两边的长分别是3和4，则第三边长为 5或 $\sqrt{7}$.

考点：

勾股定理.

专题：

分类讨论.

分析：

已知直角三角形两边的长，但没有明确是直角边还是斜边，因此分两种情况讨论：①3是直角边，4是斜边；②3、4均为直角边；可根据勾股定理求出上述两种情况下，第三边的长.

解答：

解：①长为3的边是直角边，长为4的边是斜边时：

第三边的长为： $\sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$ ；

②长为3、4的边都是直角边时：

第三边的长为： $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ；

故第三边的长为：5或 $\sqrt{7}$.

点评：

此题主要考查的是勾股定理的应用，要注意的是由于已知的两边是直角边还是斜边并不明确，所以一定要分类讨论，以免漏解.

17. (4分) (2014•凉山州) “服务社会，提升自我.”凉山州某学校积极开展志愿者服务活动，来自九年级的5名同学(三男两女)成立了“交通秩序维护”小分队.若从该小分队任选两名同学进行交通秩序维护，则恰是一男一女的概率是 $\frac{3}{5}$.

考点：

列表法与树状图法

分析：

画出树状图，然后根据概率公式列式计算即可得解.

解答：

解：根据题意画出树状图如下：



一共有20种情况，恰好是一男一女的有12种情况，

所以， $P(\text{恰好是一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.

故答案为: $\frac{3}{5}$.

点评: 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件.

三、解答题

18. (6分) (2014•凉山州) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} - 6\sin 30^\circ - (\frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}})^0 + \sqrt{2} + |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$

考点: 二次根式的混合运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值

分析: 先算负指数幂, 特殊角的三角函数值, 0 指数幂, 以及绝对值, 再算乘法, 最后算加减, 由此顺序计算即可.

解答: 解: 原式 $= 4 - 6 \times \frac{1}{2} - 1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3}$
 $= 4 - 3 - 1 + \sqrt{3}$
 $= \sqrt{3}$.

点评: 此题考查负指数幂, 特殊角的三角函数值, 0 指数幂, 以及绝对值, 二次根式的混合运算, 按照运算顺序, 正确判定符号计算即可.

19. (6分) (2014•凉山州) 先化简, 再求值: $\frac{a-3}{3a^2-6a} \div (a+2 - \frac{5}{a-2})$, 其中 $a^2+3a-1=0$.

考点: 分式的化简求值

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 已知方程变形后代入计算即可求出值.

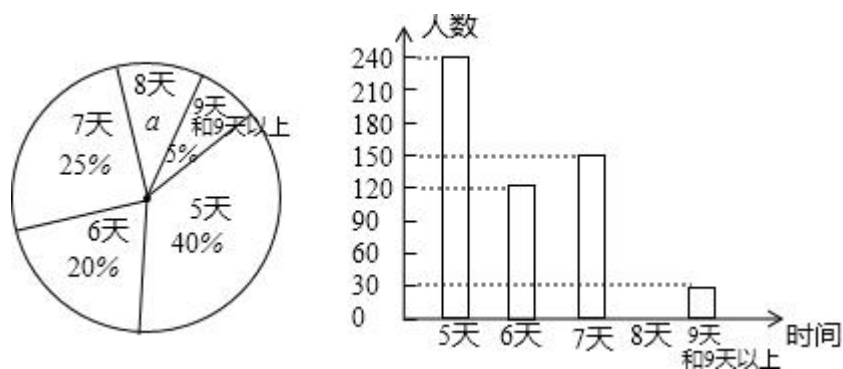
解答: 解: 原式 $= \frac{a-3}{3a(a-2)} \div \frac{a^2-4-5}{a-2} \cdot \frac{a-3}{3a(a-2)} \cdot \frac{a-2}{(a+3)(a-3)} = \frac{1}{3(a^2+3a)}$,

当 $a^2+3a-1=0$, 即 $a^2+3a=1$ 时, 原式 $= \frac{1}{3}$.

点评: 此题考查了分式的化简求值, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

四、解答题

20. (8分) (2014•凉山州) 州教育局为了解我州八年级学生参加社会实践活动情况, 随机抽查了某县部分八年级学生第一学期参加社会实践活动的天数, 并用得到的数据检测了两幅统计图, 下面给出了两幅不完整的统计图 (如图)



请根据图中提供的信息，回答下列问题：

- (1) $a = 10\%$ ，并写出该扇形所对圆心角的度数为 36° ，请补全条形图.
- (2) 在这次抽样调查中，众数和中位数分别是多少？
- (3) 如果该县共有八年级学生 2000 人，请你估计“活动时间不少于 7 天”的学生人数大约有多少人？

考点： 条形统计图；用样本估计总体；扇形统计图；中位数；众数

专题： 图表型.

分析： (1) 根据各部分所占的百分比等于 1 列式计算即可求出 a ，再用 360° 乘以所占的百分比求出所对的圆心角的度数，然后求出 8 天的人数，补全条形统计图即可；

(2) 众数和中位数的定义解答；

(3) 用总人数乘以“活动时间不少于 7 天”的百分比，计算即可得解.

解答： 解：(1) $a = 1 - (40\% + 20\% + 25\% + 5\%) = 1 - 90\% = 10\%$ ，

所对的圆心角度数 $= 360^\circ \times 10\% = 36^\circ$ ，

被抽查的学生人数： $240 \div 40\% = 600$ ，

8 天的人数： $600 \times 10\% = 60$ 人，

补全统计图如图所示：

故答案为： 10， 36° ；

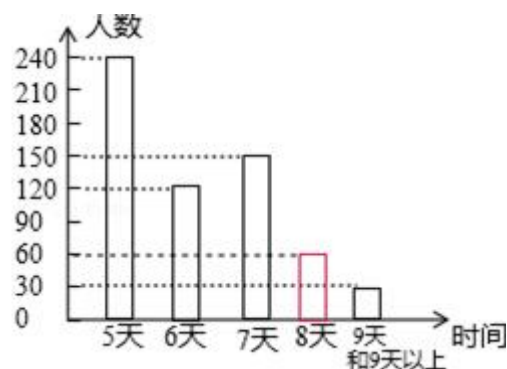
(2) 参加社会实践活动 5 天的最多，

所以，众数是 5 天，

600 人中，按照参加社会实践活动的天数从少到多排列，第 300 人和 301 人都是 6 天，

所以，中位数是 6 天；

(3) $2000 \times (25\% + 10\% + 5\%) = 2000 \times 40\% = 800$ 人.



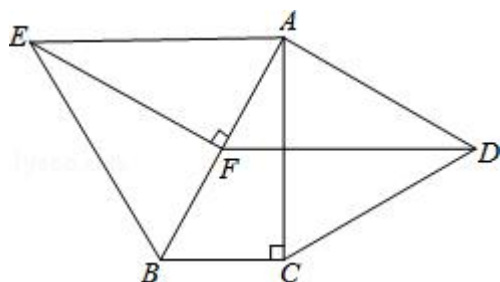
点评:

本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 除此之外, 本题也考查了中位数、众数的认识.

21. (8分) (2014•凉山州) 如图, 分别以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边 $\triangle ACD$, 等边 $\triangle ABE$. 已知 $\angle BAC=30^\circ$, $EF \perp AB$, 垂足为 F , 连接 DF .

(1) 试说明 $AC=EF$;

(2) 求证: 四边形 $ADFE$ 是平行四边形.



考点:

平行四边形的判定; 全等三角形的判定与性质; 等边三角形的性质

专题:

证明题; 压轴题.

分析:

(1) 首先 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由 $\angle BAC=30^\circ$ 可以得到 $AB=2BC$, 又因为 $\triangle ABE$ 是等边三角形, $EF \perp AB$, 由此得到 $AE=2AF$, 并且 $AB=2AF$, 然后即可证明 $\triangle AFE \cong \triangle BCA$, 再根据全等三角形的性质即可证明 $AC=EF$;

(2) 根据 (1) 知道 $EF=AC$, 而 $\triangle ACD$ 是等边三角形, 所以 $EF=AC=AD$, 并且 $AD \perp AB$, 而 $EF \perp AB$, 由此得到 $EF \parallel AD$, 再根据平行四边形的判定定理即可证明四边形 $ADFE$ 是平行四边形.

解答:

证明: (1) $\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=30^\circ$,

$\therefore AB=2BC$,

又 $\because \triangle ABE$ 是等边三角形, $EF \perp AB$,

$\therefore AB=2AF$

$\therefore AF=BC$,

在 $\text{Rt}\triangle AFE$ 和 $\text{Rt}\triangle BCA$ 中,

$$\begin{cases} AF=BC \\ AE=BA \end{cases},$$

$\therefore \triangle AFE \cong \triangle BCA \text{ (HL)},$

$\therefore AC=EF$;

(2) $\because \triangle ACD$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle DAC=60^\circ$, $AC=AD$,
 $\therefore \angle DAB=\angle DAC+\angle BAC=90^\circ$
 $\therefore EF \parallel AD$,
 $\therefore AC=EF$, $AC=AD$,
 $\therefore EF=AD$,
 $\therefore$ 四边形 $ADFE$ 是平行四边形.

点评:

此题是首先利用等边三角形的性质证明全等三角形, 然后利用全等三角形的性质和等边三角形的性质证明平行四边形.

22. (8 分) (2014•凉山州) 实验与探究:

三角点阵前 n 行的点数计算

如图是一个三角点阵, 从上向下数有无数多行, 其中第一行有 1 个点, 第二行有 2 个点...第 n 行有 n 个点...

容易发现, 10 是三角点阵中前 4 行的点数之和, 你能发现 300 是前多少行的点数的和吗?

如果要用试验的方法, 由上而下地逐行的相加其点数, 虽然你能发现

$1+2+3+4+\dots+23+24=300$. 得知 300 是前 24 行的点数的和, 但是这样寻找答案需我们先探求三角点阵中前 n 行的点数的和与 n 的数量关系

前 n 行的点数的和是 $1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n$, 可以发现.

$$2 \times [1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n]$$

$$=[1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n]+[n+(n-1)+(n-2)+\dots+3+2+1]$$

把两个中括号中的第一项相加, 第二项相加...第 n 项相加, 上式等号的后边变形为这 n 个小括号都等于 $n+1$, 整个式子等于 $n(n+1)$, 于是得到

$$1+2+3+\dots+(n-2)+(n-1)+n=\frac{1}{2}n(n+1)$$

这就是说, 三角点阵中前 n 项的点数的和是 $\frac{1}{2}n(n+1)$

下列用一元二次方程解决上述问题

设三角点阵中前 n 行的点数的和为 300, 则有 $\frac{1}{2}n(n+1)$

整理这个方程, 得: $n^2+n-600=0$

解方程得: $n_1=24$, $n_2=25$

根据问题中未知数的意义确定 $n=24$, 即三角点阵中前 24 行的点数的和是 300.

请你根据上述材料回答下列问题:

(1) 三角点阵中前 n 行的点数的和能是 600 吗? 如果能, 求出 n ; 如果不能, 试用一元二次方程说明道理.

(2) 如果把图中的三角点阵中各行的点数依次换成 2、4、6、...、 $2n$ 、..., 你能探究出前 n 行的点数的和满足什么规律吗? 这个三角点阵中前 n 行的点数的和能使 600 吗? 如果能, 求出 n ; 如果不能, 试用一元二次方程说明道理.



考点:

一元二次方程的应用；规律型：图形的变化类

分析:

(1) 由于第一行有 1 个点，第二行有 2 个点...第 n 行有 n 个点...，则前 n 行共有

$(1+2+3+4+5+\dots+n)$ 个点，然后求它们的和，前 n 行共有 $\frac{n(n+1)}{2}$ 个点，则

$\frac{n(n+1)}{2}=600$ ，然后解方程得到 n 的值；

(2) 根据 $2+4+6+\dots+2n=2(1+2+3+\dots+n)=2\times\frac{n(n+1)}{2}$ 个进而得出即可；根据

规律可得 $n(n+1)=600$ ，求 n 的值即可.

解答:

解: (1) 由题意可得: $\frac{n(n+1)}{2}=600$,

整理得 $n^2+n-1200=0$,

$(n+25)(n-24)=0$,

此方程无正整数解,

所以，三角点阵中前 n 行的点数的和不可能是 600;

(2) 由题意可得:

$2+4+6+\dots+2n=2(1+2+3+\dots+n)=2\times\frac{n(n+1)}{2}=n(n+1)$;

依题意，得 $n(n+1)=600$,

整理得 $n^2+n-600=0$,

$(n+25)(n-24)=0$,

$\therefore n_1=-25, n_2=24$,

$\therefore n$ 为正整数,

$\therefore n=24$.

故 n 的值是 24.

点评:

此题主要考查了一元二次方程的应用以及规律型：图形的变化，本题是一道找规律的题目，这类题型在中考中经常出现. 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的.

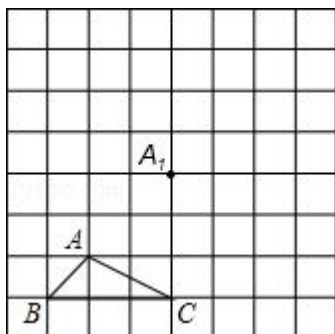
五、解答题

23. (8 分) (2014•凉山州) 如图所示，正方形网格中， $\triangle ABC$ 为格点三角形（即三角形的顶点都在格点上）.

(1) 把 $\triangle ABC$ 沿 BA 方向平移后，点 A 移到点 A_1 ，在网格中画出平移后得到的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 把 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 A_1 按逆时针方向旋转 90° ，在网格中画出旋转后的 $\triangle A_1B_2C_2$;

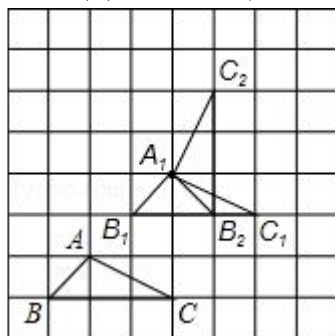
(3) 如果网格中小正方形的边长为 1，求点 B 经过 (1)、(2) 变换的路径总长.



考点: 弧长的计算; 作图-平移变换; 作图-旋转变换
 专题: 网格型.

分析: (1) 利用平移的性质画图, 即对应点都移动相同的距离;
 (2) 利用旋转的性质画图, 对应点都旋转相同的角度. 然后利用弧长公式求点 B 经过 (1)、(2) 变换的路径总长.

解答: 解: (1) 连接 AA_1 , 然后从 C 点作 AA_1 的平行线且 $A_1C_1=AC$.



同理找到点 B.

(2) 画图正确.

$$(3) BB_1 = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2};$$

$$\text{弧 } B_1B_2 \text{ 的长} = \frac{90\pi\sqrt{2}}{180} = \frac{\sqrt{2}\pi}{2}.$$

$$\text{点 B 所走的路径总长} = 2\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}\pi}{2}.$$

点评: 本题主要考查了平移变换、旋转变换的相关知识, 做这类题时, 理解平移旋转的性质是关键.

24. (8 分) (2014•凉山州) 我州某校计划购买甲、乙两种树苗共 1000 株用以绿化校园, 甲种树苗每株 25 元, 乙种树苗每株 30 元, 通过调查了解, 甲、乙两种树苗成活率分别是 90% 和 95%.

- (1) 若购买这种树苗共用去 28000 元, 则甲、乙两种树苗各购买多少株?
- (2) 要使这批树苗的总成活率不低于 92%, 则甲种树苗最多购买多少株?
- (3) 在 (2) 的条件下, 应如何选购树苗, 使购买树苗的费用最低? 并求出最低费用.

考点: 一次函数的应用; 二元一次方程组的应用; 一元一次不等式的应用

分析: (1) 设购甲种树苗 x 株, 乙种树苗 y 株, 根据购买两种树苗的总价为 28000 元建立方程组求出其解即可;

(2) 购买甲种树苗 a 株, 则购买乙种树苗 $(1000 - a)$ 株, 由这批树苗的总成活率不低于 92% 建立不等式求出其解即可;

(3) 设购买树苗的总费用为 W 元, 根据总费用=两种树苗的费用之和建立解析式, 由一次函数的性质求出结论.

解答: 解: (1) 设购甲种树苗 x 株, 乙种树苗 y 株, 由题意, 得

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ 25x+30y=28000 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=400 \\ y=600 \end{cases}$$

答: 购甲种树苗 400 株, 乙种树苗 600 株;

(2) 购买甲种树苗 a 株, 则购买乙种树苗 $(1000 - a)$ 株, 由题意, 得 $90\%a + 95\%(1000 - a) \geq 92\% \times 1000$,

解得: $a \leq 600$.

答: 甲种树苗最多购买 600 株;

(3) 设购买树苗的总费用为 W 元, 由题意, 得

$$W = 25a + 30(1000 - a) = -5a + 30000.$$

$$\therefore k = -5 < 0,$$

$\therefore W$ 随 a 的增大而减小,

$$\therefore 0 < a \leq 600,$$

$$\therefore a = 600 \text{ 时, } W \text{ 最小} = 27000 \text{ 元.}$$

$\therefore$ 购买家中树苗 600 株, 乙种树苗 400 株时总费用最低, 最低费用为 27000 元.

点评: 本题考查了总价=单价 $\times$ 数量的运用, 列二元一次方程解实际问题的运用, 一元一次不等式的解法的运用, 一次函数的运用, 解答时求出一次函数的解析式是关键.

六、填空题

25. (5 分) (2014•凉山州) 关于 x 的方程 $\frac{ax+1}{x-2} = -1$ 的解是正数, 则 a 的取值范围是 $a \geq -1$.

考点: 分式方程的解

分析: 根据解分式方程的步骤, 可得分式方程的解, 根据分式方程的解是正数, 可得答案.

解答: 解: $\frac{ax+1}{x-2} = -1$, 解得 $x = \frac{1}{a+1}$,

$$\frac{ax+1}{x-2} = -1 \text{ 的解是正数,}$$

$$\frac{1}{a+1} > 0$$

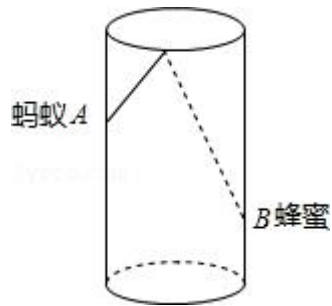
$$a > -1,$$

故答案为: $a > -1$.

点评:

本题考查了分式方程的解, 先求出分式方程的解, 再求出 a 的取值范围.

26. (5 分) (2014•凉山州) 如图, 圆柱形容器高为 18cm, 底面周长为 24cm, 在杯内壁离杯底 4cm 的点 B 处有乙滴蜂蜜, 此时一只蚂蚁正好在杯外壁, 离杯上沿 2cm 与蜂蜜相对的点 A 处, 则蚂蚁从外币 A 处到达内壁 B 处的最短距离为 20 cm.



考点:

平面展开-最短路径问题

分析:

将杯子侧面展开, 建立 A 关于 EF 的对称点 A', 根据两点之间线段最短可知 A'B 的长度即为所求.

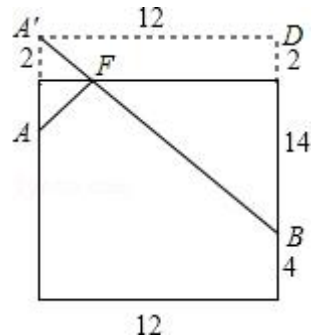
解答:

解: 如图:

将杯子侧面展开, 作 A 关于 EF 的对称点 A', 连接 A'B, 则 A'B 即为最短距离,

$$A'B = \sqrt{A'D^2 + BD^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ (cm)}.$$

故答案为: 20.



点评:

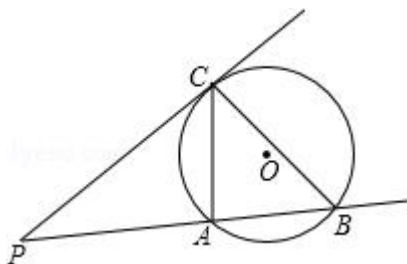
本题考查了平面展开——最短路径问题, 将图形展开, 利用轴对称的性质和勾股定理进行计算是解题的关键. 同时也考查了同学们的创造性思维能力.

七、解答题

27. (8 分) (2014•凉山州) 已知: 如图, P 是 $\odot O$ 外一点, 过点 P 引圆的切线 PC (C 为切点) 和割线 PAB, 分别交 $\odot O$ 于 A、B, 连接 AC, BC.

(1) 求证: $\angle PCA = \angle PBC$;

(2) 利用 (1) 的结论, 已知 $PA=3$, $PB=5$, 求 PC 的长.



考点:

切线的性质；相似三角形的判定与性质

分析:

(1) 连结 OC , OA , 先根据等腰三角形的性质得出 $\angle ACO = \angle CAO$, 再由 PC 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点得出 $\angle PCO = 90^\circ$, $\angle PCA + \angle ACO = 90^\circ$, 在 $\triangle AOC$ 中根据三角形内角和定理可知 $\angle ACO + \angle CAO + \angle AOC = 180^\circ$, 由圆周角定理可知 $\angle AOC = 2\angle PBC$, 故可得出 $\angle ACO + \angle PBC = 90^\circ$, 再根据 $\angle PCA + \angle ACO = 90^\circ$ 即可得出结论;

(2) 先根据相似三角形的判定定理得出 $\triangle PAC \sim \triangle PCB$, 由相似三角形的对应边成比例即可得出结论.

解答:

(1) 证明: 连结 OC , OA ,

$$\because OC = OA,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle CAO,$$

$\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线, C 为切点,

$$\therefore PC \perp OC,$$

$$\therefore \angle PCO = 90^\circ, \angle PCA + \angle ACO = 90^\circ,$$

在 $\triangle AOC$ 中, $\angle ACO + \angle CAO + \angle AOC = 180^\circ$,

$$\therefore \angle AOC = 2\angle PBC,$$

$$\therefore 2\angle ACO + 2\angle PBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle PBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCA + \angle ACO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCA = \angle PBC;$$

(2) 解: $\because \angle PCA = \angle PBC, \angle CPA = \angle BPC$,

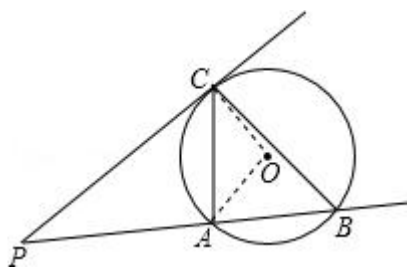
$$\therefore \triangle PAC \sim \triangle PCB,$$

$$\therefore \frac{PC}{PA} = \frac{PB}{PC},$$

$$\therefore PC^2 = PA \cdot PB,$$

$$\because PA = 3, PB = 5,$$

$$\therefore PC = \sqrt{3 \times 5} = \sqrt{15}.$$



点评:

本题考查的是切线的性质, 根据题意作出辅助线, 构造出圆心角是解答此题的

关键.

28. (12分) (2014•凉山州) 如图①, 在平面直角坐标中, 点 A 的坐标为 (1, -2), 点 B 的坐标为 (3, -1), 二次函数 $y = -x^2$ 的图象为 l_1 .

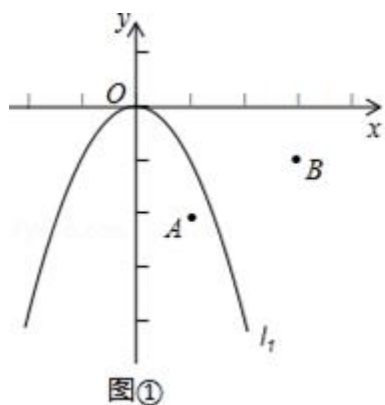
(1) 平移抛物线 l_1 , 使平移后的抛物线经过点 A, 但不过点 B.

①满足此条件的函数解析式有 无数 个.

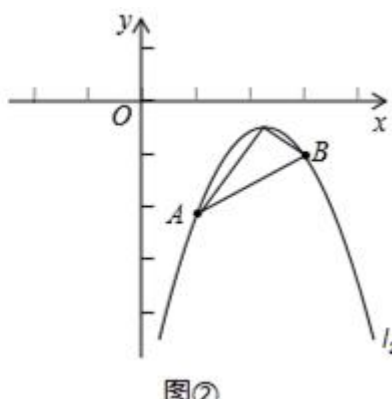
②写出向下平移且经点 A 的解析式 $y = -x^2 - 1$.

(2) 平移抛物线 l_1 , 使平移后的抛物线经过 A, B 两点, 所得的抛物线 l_2 , 如图②, 求抛物线 l_2 的函数解析式及顶点 C 的坐标, 并求 $\triangle ABC$ 的面积.

(3) 在 y 轴上是否存在点 P, 使 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP}$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



图①



图②

考点: 二次函数综合题

分析: (1) ①根据实际情况可以直接写出结果;

②设平移以后的二次函数解析式是: $y = -x^2 + c$, 把 (1, -2) 代入即可求得 c 的值, 得到函数的解析式;

(2) 利用待定系数法即可求得函数的解析式;

(3) 过点 A、B、C 三点分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 D、E、F, 求得 $\triangle ABC$ 的面积, 然后分当点 P 位于点 G 的下方和上方, 两种情况进行讨论求解.

解答: 解: (1) ①满足此条件的函数解析式有无数个;

②设平移以后的二次函数解析式是: $y = -x^2 + c$, 把 (1, -2) 代入得: $-1 + c = -2$,

解得: $c = -1$,

则函数的解析式是: $y = -x^2 - 1$;

(2) 设 l_2 的解析式是 $y = x^2 + bx + c$,

$\because l_2$ 经过点 A (1, -2) 和 B (3, -1),

根据题意得:
$$\begin{cases} -2 = -1 + b + c \\ -1 = -9 + 3b + c \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{9}{2} \\ c = -\frac{11}{2} \end{cases}$$

则 l_2 的解析式是: $y = -x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{11}{2}$,

则顶点 C 的坐标是 $(\frac{9}{4}, -\frac{7}{16})$.

(3) 过点 A、B、C 三点分别作 x 轴的垂线, 垂足分别为 D、E、F, 则 $AD=2$, $CF=\frac{7}{16}$, $BE=1$, $DE=2$, $DF=\frac{5}{4}$, $FE=\frac{3}{4}$.

得: $S_{\triangle ABC} = S_{\text{梯形 ABED}} - S_{\text{梯形 BCFE}} - S_{\text{梯形 ACFD}} = \frac{15}{16}$.

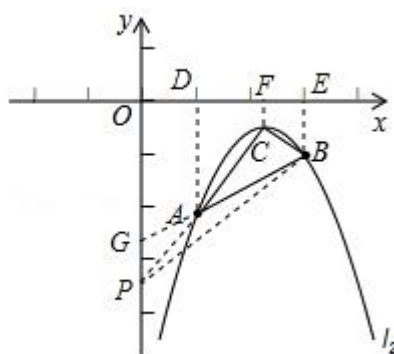
延长 BA 交 y 轴于点 G, 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$, 则点 G 的坐标为 $(0, -\frac{5}{2})$, 设点 P 的坐标为 $(0, h)$

①当点 P 位于点 G 的下方时, $PG = -\frac{5}{2} - h$, 连结 AP、BP, 则 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle EFG} - S_{\triangle AFG} = -\frac{5}{2} - h$,

又 $\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABP} = \frac{15}{16}$, 得 $h = -\frac{55}{16}$, 点 P 的坐标为 $(0, -\frac{55}{16})$.

②当点 P 位于点 G 的上方时, $PG = \frac{5}{2} + h$, 同理 $h = -\frac{25}{16}$, 点 P 的坐标为 $(0, -\frac{25}{16})$.

综上所述所求点 P 的坐标为 $(0, -\frac{55}{16})$ 或 $(0, -\frac{25}{16})$



点评:

本题是待定系数法求函数的解析式, 以及函数的平移的综合题, 正确理解平移时, 函数解析式的变化规律是关键.