

2014 年四川省内江市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) (2014•内江) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

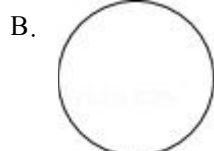
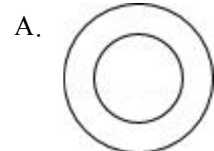
2. (3 分) (2014•内江) 一种微粒的半径是 0.00004 米，这个数据用科学记数法表示为 ()

- A. 4×10^6 B. 4×10^{-6} C. 4×10^{-5} D. 4×10^5

3. (3 分) (2014•内江) 下列调查中，①调查本班同学的视力；②调查一批节能灯管的使用寿命；③为保证“神舟 9 号”的成功发射，对其零部件进行检查；④对乘坐某班次客车的乘客进行安检。其中适合采用抽样调查的是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

4. (3 分) (2014•内江) 如图，桌面上有一个一次性纸杯，它的正视图应是 ()



5. (3 分) (2014•内江) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$ B. $x \leq 2$ 且 $x \neq 1$ C. $x \neq 1$ D. $x \leq -2$

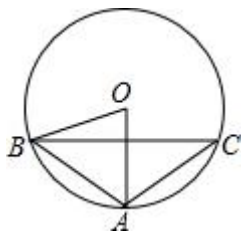
6. (3 分) (2014•内江) 某班数学兴趣小组 10 名同学的年龄情况如下表：

年龄 (岁)	12	13	14	15
人数	1	4	4	1

则这 10 名同学年龄的平均数和中位数分别是 ()

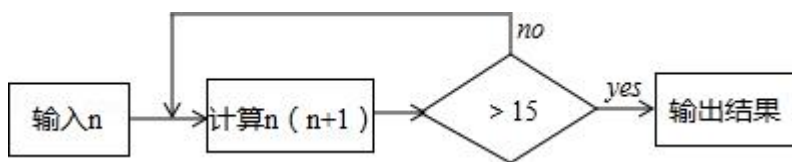
- A. 13.5, 13.5 B. 13.5, 13 C. 13, 13.5 D. 13, 14

7. (3 分) (2014•内江) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ，则弦 BC 的长为 ()



- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

8. (3分) (2014•内江) 按如图所示的程序计算, 若开始输入的 n 值为 $\sqrt{2}$, 则最后输出的结果是 ()

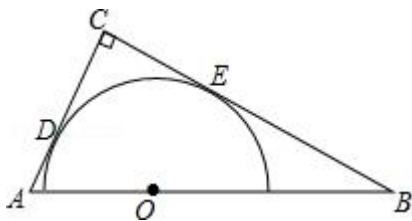


- A. 14 B. 16 C. $8+5\sqrt{2}$ D. $14+\sqrt{2}$

9. (3分) (2014•内江) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+2x-2=0$ 有不相等实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k > \frac{1}{2}$ B. $k \geq \frac{1}{2}$ C. $k > \frac{1}{2}$ 且 $k \neq 1$ D. $k \geq \frac{1}{2}$ 且 $k \neq 1$

10. (3分) (2014•内江) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=4$, $BC=6$, 以斜边 AB 上的一点 O 为圆心所作的半圆分别与 AC 、 BC 相切于点 D 、 E , 则 AD 为 ()

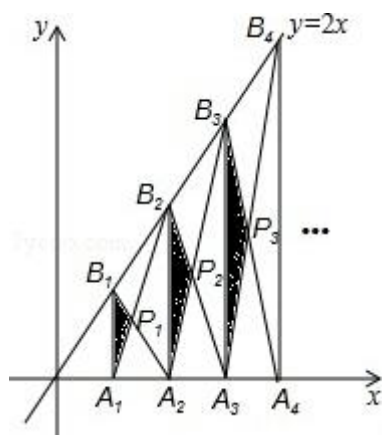


- A. 2.5 B. 1.6 C. 1.5 D. 1

11. (3分) (2014•内江) 关于 x 的方程 $m(x+h)^2+k=0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 的解是 $x_1=-3$, $x_2=2$, 则方程 $m(x+h-3)^2+k=0$ 的解是 ()

- A. $x_1=-6$, $x_2=-1$ B. $x_1=0$, $x_2=5$ C. $x_1=-3$, $x_2=5$ D. $x_1=-6$, $x_2=2$

12. (3分) (2014•内江) 如图, 已知 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 是 x 轴上的点, 且 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\dots=A_nA_{n+1}=1$, 分别过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 作 x 轴的垂线交直线 $y=2x$ 于点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n, B_{n+1}$, 连接 $A_1B_2, B_1A_2, B_2A_3, \dots, A_nB_{n+1}, B_nA_{n+1}$, 依次相交于点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$. $\triangle A_1B_1P_1, \triangle A_2B_2P_2, \triangle A_nB_nP_n$ 的面积依次记为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$, 则 S_n 为 ()

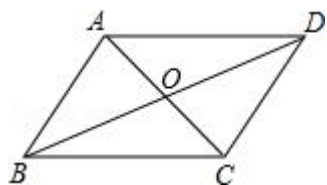


- A. $\frac{n+1}{2n+1}$ B. $\frac{n}{3n-1}$ C. $\frac{n^2}{2n-1}$ D. $\frac{n^2}{2n+1}$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. (5 分) (2014•内江) $a - 4ab^2$ 分解因式结果是_____.

14. (5 分) (2014•内江) 如图，在四边形 ABCD 中，对角线 AC、BD 交于点 O， $AD \parallel BC$ ，请添加一个条件：_____，使四边形 ABCD 为平行四边形 (不添加任何辅助线).



15. (5 分) (2014•内江) 有 6 张背面完全相同的卡片，每张正面分别有三角形、平行四边形、矩形、正方形、梯形和圆，现将其全部正面朝下搅匀，从中任取一张卡片，抽中正面画的图形是中心对称图形的概率为_____.

16. (5 分) (2014•内江) 如图，将若干个正三角形、正方形和圆按一定规律从左向右排列，那么第 2014 个图形是_____.



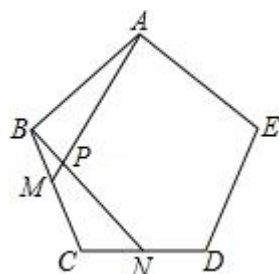
三、解答题（本大题共 5 小题，共 44 分，解答题应写出必要的文字说明或推演步骤。）

17. (8 分) (2014•内江) 计算： $2\tan 60^\circ - |\sqrt{3} - 2| - \sqrt{27} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

18. (9分) (2014•内江) 如图, 点 M、N 分别是正五边形 ABCDE 的边 BC、CD 上的点, 且 $BM=CN$, AM 交 BN 于点 P.

(1) 求证: $\triangle ABM \cong \triangle BCN$;

(2) 求 $\angle APN$ 的度数.

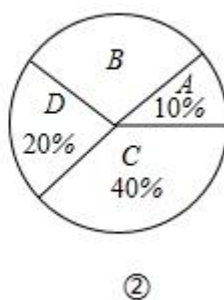
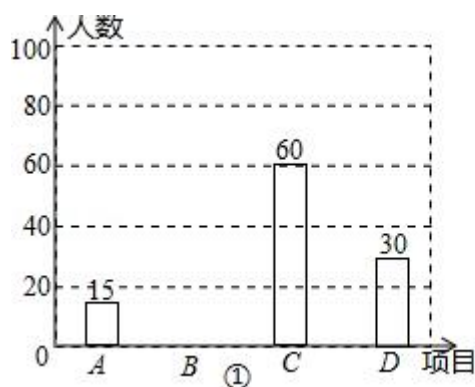


19. (9分) (2014•内江) 为推广阳光体育“大课间”活动, 我市某中学决定在学生中开设 A: 实心球, B: 立定跳远, C: 跳绳, D: 跑步四种活动项目. 为了了解学生对四种项目的喜欢情况, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成如图①②的统计图. 请结合图中的信息解答下列问题:

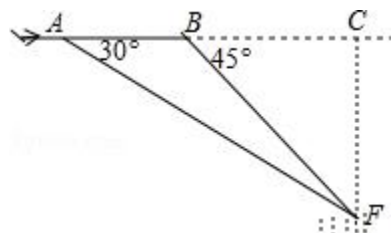
(1) 在这项调查中, 共调查了多少名学生?

(2) 请计算本项调查中喜欢“立定跳远”的学生人数和所占百分比, 并将两个统计图补充完整;

(3) 若调查到喜欢“跳绳”的 5 名学生中有 3 名男生, 2 名女生. 现从这 5 名学生中任意抽取 2 名学生. 请用画树状图或列表的方法, 求出刚好抽到同性别学生的概率.

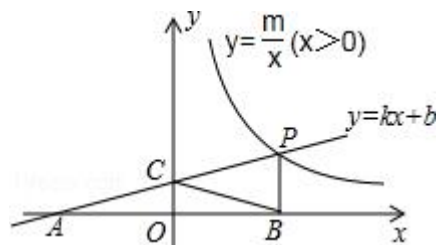


20. (9分) (2014•内江) “马航事件”的发生引起了我国政府的高度重视，迅速派出了舰船和飞机到相关海域进行搜寻．如图，在一次空中搜寻中，水平飞行的飞机观测得在点 A 俯角为 30° 方向的 F 点处有疑似飞机残骸的物体（该物体视为静止）．为了便于观察，飞机继续向前飞行了 800 米到达 B 点，此时测得点 F 在点 B 俯角为 45° 的方向上，请你计算当飞机飞临 F 点的正上方点 C 时（点 A、B、C 在同一直线上），竖直高度 CF 约为多少米？（结果保留整数，参考数值： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）



21. (9分) (2014•内江) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 P ($n, 2$)，与 x 轴交于点 A ($-4, 0$)，与 y 轴交于点 C，PB $\perp$ x 轴于点 B，且 AC=BC．

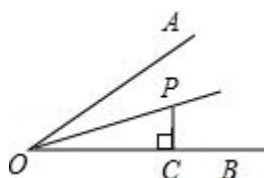
- (1) 求一次函数、反比例函数的解析式；
(2) 反比例函数图象上是否存在点 D，使四边形 BCPD 为菱形？如果存在，求出点 D 的坐标；如果不存在，说明理由．



四、填空题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

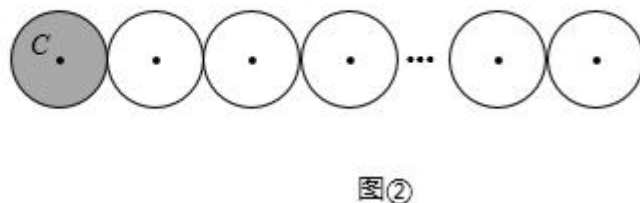
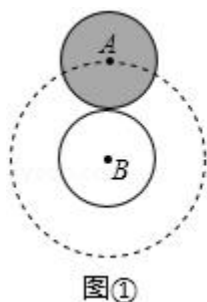
22. (6分) (2014•内江) 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = 3$ ，则代数式 $\frac{2a - 5ab + 4b}{4ab - 3a - 6b}$ 的值为_____．

23. (6分) (2014•内江) 如图， $\angle AOB = 30^\circ$ ，OP 平分 $\angle AOB$ ，PC $\perp$ OB 于点 C．若 OC=2，则 PC 的长是_____．



24. (6分) (2014•内江) 已知实数 x、y 满足 $2x - 3y = 4$ ，并且 $x \geq -1$ ， $y < 2$ ，现有 $k = x - y$ ，则 k 的取值范围是_____．

25. (6分) (2014•内江) 通过对课本中《硬币滚动中的数学》的学习, 我们知道滚动圆滚动的周数取决于滚动圆的圆心运动的路程 (如图①). 在图②中, 有 2014 个半径为 r 的圆紧密排列成一条直线, 半径为 r 的动圆 C 从图示位置绕这 2014 个圆排成的图形无滑动地滚动一圈回到原位, 则动圆 C 自身转动的周数为_____.



五、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 12 分, 共 36 分)

26. (12分) (2014•内江) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上的点 (不与点 B 、 C 重合), 连结 AD .

问题引入:

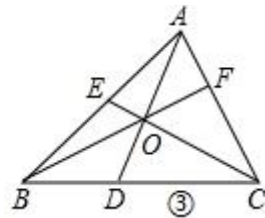
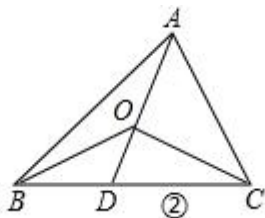
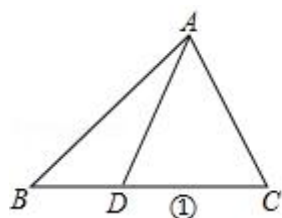
(1) 如图①, 当点 D 是 BC 边上的中点时, $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABC} =$ _____; 当点 D 是 BC 边上任意一点时, $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABC} =$ _____ (用图中已有线段表示).

探索研究:

(2) 如图②, 在 $\triangle ABC$ 中, O 点是线段 AD 上一点 (不与点 A 、 D 重合), 连结 BO 、 CO , 试猜想 $S_{\triangle BOC}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 之比应该等于图中哪两条线段之比, 并说明理由.

拓展应用:

(3) 如图③, O 是线段 AD 上一点 (不与点 A 、 D 重合), 连结 BO 并延长交 AC 于点 F , 连结 CO 并延长交 AB 于点 E , 试猜想 $\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{CE} + \frac{OF}{BF}$ 的值, 并说明理由.



27. (12 分) (2014•内江) 某汽车销售公司经销某品牌 A 款汽车, 随着汽车的普及, 其价格也在不断下降. 今年 5 月份 A 款汽车的售价比去年同期每辆降价 1 万元, 如果卖出相同数量的 A 款汽车, 去年销售额为 100 万元, 今年销售额只有 90 万元.

(1) 今年 5 月份 A 款汽车每辆售价多少万元?

(2) 为了增加收入, 汽车销售公司决定再经销同品牌的 B 款汽车, 已知 A 款汽车每辆进价为 7.5 万元, B 款汽车每辆进价为 6 万元, 公司预计用不多于 105 万元且不少于 99 万元的资金购进这两款汽车共 15 辆, 有几种进货方案?

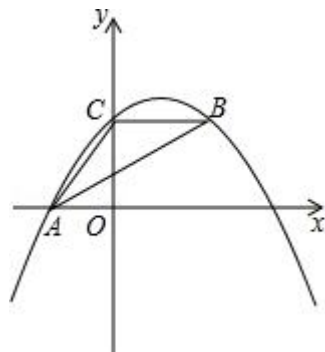
(3) 如果 B 款汽车每辆售价为 8 万元, 为打开 B 款汽车的销路, 公司决定每售出一辆 B 款汽车, 返还顾客现金 a 万元, 要使 (2) 中所有的方案获利相同, a 值应是多少? 此时, 哪种方案对公司更有利?

28. (12 分) (2014•内江) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A (-3, 0)、C (0, 4), 点 B 在抛物线上, $CB \parallel x$ 轴, 且 AB 平分 $\angle CAO$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 线段 AB 上有一动点 P, 过点 P 作 y 轴的平行线, 交抛物线于点 Q, 求线段 PQ 的最大值;

(3) 抛物线的对称轴上是否存在点 M, 使 $\triangle ABM$ 是以 AB 为直角边的直角三角形? 如果存在, 求出点 M 的坐标; 如果不存在, 说明理由.



2014 年四川省内江市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (3 分) (2014•内江) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

考点: 实数的性质.

分析: 根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

解答: 解: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的相反数是 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$,

故选: A.

点评: 本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) (2014•内江) 一种微粒的半径是 0.00004 米, 这个数据用科学记数法表示为 ()

- A. 4×10^6 B. 4×10^{-6} C. 4×10^{-5} D. 4×10^5

考点: 科学记数法—表示较小的数.

分析: 绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

解答: 解: $0.00004 = 4 \times 10^{-5}$,

故选: C.

点评: 本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) (2014•内江) 下列调查中, ①调查本班同学的视力; ②调查一批节能灯管的使用寿命; ③为保证“神舟 9 号”的成功发射, 对其零部件进行检查; ④对乘坐某班次客车的乘客进行安检. 其中适合采用抽样调查的是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

考点: 全面调查与抽样调查.

分析: 由普查得到的调查结果比较准确, 但所费人力、物力和时间较多, 而抽样调查得到的调查结果比较近似.

解答: 解: ①适合普查, 故①不适合抽样调查;

②调查具有破坏性, 故适合抽样调查, 故②符合题意;

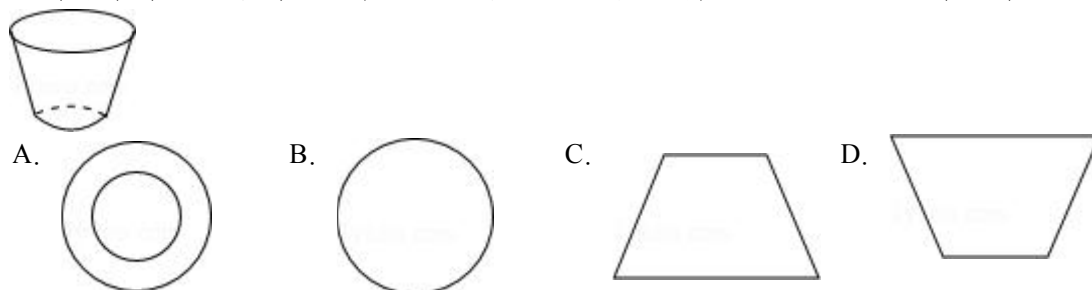
③调查要求准确性, 故③不适合抽样调查;

④安检适合普查, 故④不适合抽样调查;

故选: B.

点评: 本题考查了抽样调查和全面调查的区别, 选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象特征灵活选用, 一般来说, 对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大, 应选择抽样调查, 对于精确度要求高的调查, 事关重大的调查往往选用普查.

4. (3 分) (2014•内江) 如图, 桌面上有一个一次性纸杯, 它的正视图应是 ()



考点: 简单几何体的三视图.

分析: 根据主视图是从正面看到的图形, 可得答案.

解答: 解: 从正面看是一个上底在下的梯形.

故选: D.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 从正面看得到的图形是主视图.

5. (3 分) (2014•内江) 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$ B. $x \leq 2$ 且 $x \neq 1$ C. $x \neq 1$ D. $x \leq -2$

考点: 函数自变量的取值范围

分析: 根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式计算即可得解.

解答: 解: 由题意得, $x+2 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$,

解得 $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$.

故选 A.

点评: 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

6. (3 分) (2014•内江) 某班数学兴趣小组 10 名同学的年龄情况如下表:

年龄 (岁)	12	13	14	15
人数	1	4	4	1

则这 10 名同学年龄的平均数和中位数分别是 ()

A. 13.5, 13.5 B. 13.5, 13 C. 13, 13.5 D. 13, 14

考点: 中位数; 加权平均数.

分析: 根据中位数及平均数的定义求解即可.

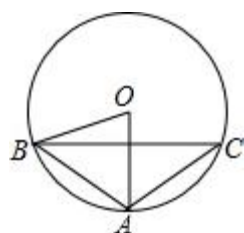
解答: 解: 将各位同学的成绩从小到大排列为: 12, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 14, 15,

中位数是 $\frac{13+14}{2}=13.5$ ，平均数是 $\frac{12+13+13+13+13+14+14+14+14+15}{10}=13.5$.

故选 A.

点评: 本题考查了中位数及平均数的知识，解答本题的关键是掌握平均数及中位数的求解方法.

7. (3 分) (2014•内江) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle AOB=60^\circ$ ， $AB=AC=2$ ，则弦 BC 的长为 ()



- A. $\sqrt{3}$ B. 3 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

考点: 垂径定理；圆周角定理；解直角三角形.

分析: 如图，首先证得 $OA \perp BC$ ；然后由圆周角定理推知 $\angle C=30^\circ$ ，通过解直角 $\triangle ACD$ 可以求得 CD 的长度. 则 $BC=2CD$.

解答: 解：如图，设 AO 与 BC 交于点 D.

$\because \angle AOB=60^\circ$ ， $OB=OA$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，

$\therefore \angle BAO=60^\circ$ ，即 $\angle BAD=60^\circ$.

又 $\because AB=AC$ ，

$\therefore \widehat{AB}=\widehat{AC}$

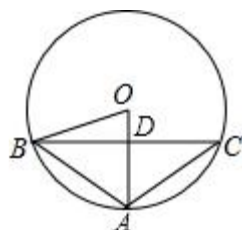
$\therefore AD \perp BC$ ，

$\therefore BD=CD$ ，

$\therefore$ 在直角 $\triangle ABD$ 中， $BD=AB \cdot \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ ，

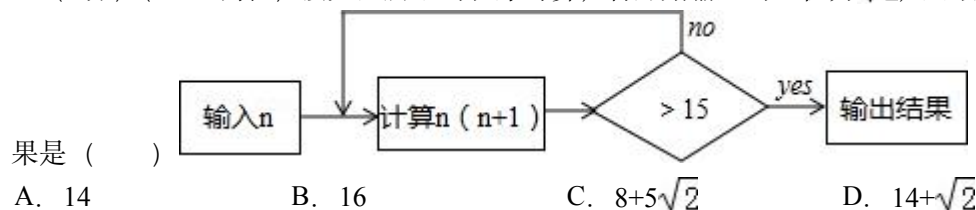
$\therefore BC=2CD=2\sqrt{3}$.

故选：C.



点评: 本题考查了解直角三角形，圆周角定理等知识点. 推知 $\triangle OAB$ 是等边三角形是解题的难点，证得 $AD \perp BC$ 是解题的关键.

8. (3分) (2014•内江) 按如图所示的程序计算, 若开始输入的 n 值为 $\sqrt{2}$, 则最后输出的结果



考点: 实数的运算.

专题: 图表型.

分析: 将 n 的值代入计算框图, 判断即可得到结果.

解答: 解: 当 $n=\sqrt{2}$ 时, $n(n+1)=\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=2+\sqrt{2}<15$;
 当 $n=2+\sqrt{2}$ 时, $n(n+1)=(2+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=6+5\sqrt{2}+2=8+5\sqrt{2}>15$,
 则输出结果为 $8+5\sqrt{2}$.
 故选 C

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

9. (3分) (2014•内江) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+2x-2=0$ 有不相等实数根, 则 k 的取值范围是 ()

- A. $k>\frac{1}{2}$ B. $k\geq\frac{1}{2}$ C. $k>\frac{1}{2}$ 且 $k\neq 1$ D. $k\geq\frac{1}{2}$ 且 $k\neq 1$

考点: 根的判别式; 一元二次方程的定义

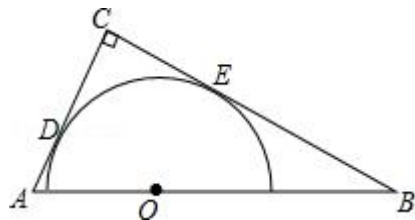
分析: 根据判别式的意义得到 $\Delta=2^2-4(k-1)\times(-2)>0$, 然后解不等式即可.

解答: 解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+2x-2=0$ 有不相等实数根,
 $\therefore \Delta=2^2-4(k-1)\times(-2)>0$,
 解得 $k>\frac{1}{2}$; 且 $k-1\neq 0$, $k\neq 1$.

故选: C.

点评: 此题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a\neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$: 当 $\Delta>0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta=0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta<0$, 方程没有实数根.

10. (3分) (2014•内江) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=4$, $BC=6$, 以斜边 AB 上的一点 O 为圆心所作的半圆分别与 AC 、 BC 相切于点 D 、 E , 则 AD 为 ()



- A. 2.5 B. 1.6 C. 1.5 D. 1

考点: 切线的性质; 相似三角形的判定与性质.

分析: 连接 OD 、 OE , 先设 $AD=x$, 再证明四边形 $ODCE$ 是矩形, 可得出 $OD=CE$, $OE=CD$,

从而得出 $CD=CE=4-x$, $BE=6-(4-x)$, 可证明 $\triangle AOD \sim \triangle OBE$, 再由比例式得出 AD 的长即可.

解答: 解: 连接 OD 、 OE ,

设 $AD=x$,

$\because$ 半圆分别与 AC 、 BC 相切,

$\therefore \angle CDO = \angle CEO = 90^\circ$,

$\because \angle C = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ODCE$ 是矩形,

$\therefore OD=CE$, $OE=CD$,

$\therefore CD=CE=4-x$, $BE=6-(4-x)=x+2$,

$\therefore \angle AOD + \angle A = 90^\circ$, $\angle AOD + \angle BOE = 90^\circ$,

$\therefore \angle A = \angle BOE$,

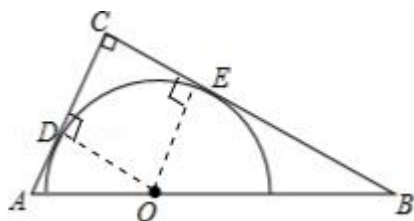
$\therefore \triangle AOD \sim \triangle OBE$,

$$\therefore \frac{AD}{OE} = \frac{OD}{BE},$$

$$\therefore \frac{x}{4-x} = \frac{4-x}{x+2},$$

解得 $x=1.6$,

故选 B.



点评: 本题考查了切线的性质. 相似三角形的性质与判定, 运用切线的性质来进行计算或论证, 常通过作辅助线连接圆心和切点, 利用垂直构造直角三角形, 证明三角形相似解决有关问题.

11. (3分) (2014•内江) 关于 x 的方程 $m(x+h)^2+k=0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 的解是 $x_1=-3$, $x_2=2$, 则方程 $m(x+h-3)^2+k=0$ 的解是 ()

A. $x_1=-6$, $x_2=-1$ B. $x_1=0$, $x_2=5$ C. $x_1=-3$, $x_2=5$ D. $x_1=-6$, $x_2=2$

考点: 解一元二次方程-直接开平方法.

专题: 计算题.

分析: 利用直接开平方法得方程 $m(x+h)^2+k=0$ 的解 $x = -h \pm \sqrt{-\frac{k}{m}}$, 则 $-h - \sqrt{-\frac{k}{m}} = -3$, $-h + \sqrt{-\frac{k}{m}} = 2$, 再解方程 $m(x+h-3)^2+k=0$ 得 $x = 3 - h \pm \sqrt{-\frac{k}{m}}$, 所以 $x_1=0$, $x_2=5$.

解答: 解: 解方程 $m(x+h)^2+k=0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 得 $x = -h \pm \sqrt{-\frac{k}{m}}$, 而关于 x 的方程 $m(x+h)^2+k=0$ (m, h, k 均为常数, $m \neq 0$) 的解是 $x_1=-3$, $x_2=2$, 所以 $-h - \sqrt{-\frac{k}{m}} = -3$, $-h + \sqrt{-\frac{k}{m}} = 2$,

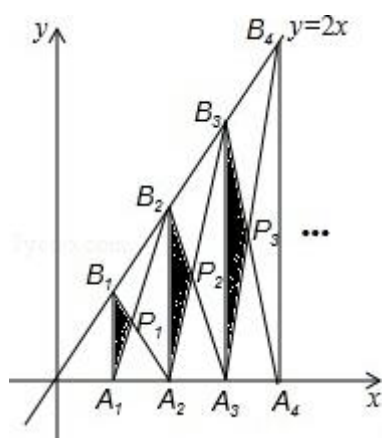
方程 $m(x+h-3)^2+k=0$ 的解为 $x=3-h\pm\sqrt{-\frac{k}{m}}$,

所以 $x_1=3-3=0$, $x_2=3+2=5$.

故选 B.

点评: 本题考查了解一元二次方程—直接开平方法: 形如 $x^2=p$ 或 $(nx+m)^2=p$ ($p\geq 0$) 的一元二次方程可采用直接开平方的方法解一元二次方程. 如果方程化成 $x^2=p$ 的形式, 那么可得 $x=\pm p$; 如果方程能化成 $(nx+m)^2=p$ ($p\geq 0$) 的形式, 那么 $nx+m=\pm p$.

12. (3分) (2014•内江) 如图, 已知 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 是 x 轴上的点, 且 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\dots=A_nA_{n+1}=1$, 分别过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 作 x 轴的垂线交直线 $y=2x$ 于点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n, B_{n+1}$, 连接 $A_1B_2, B_1A_2, B_2A_3, \dots, A_nB_{n+1}, B_nA_{n+1}$, 依次相交于点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$. $\triangle A_1B_1P_1, \triangle A_2B_2P_2, \triangle A_nB_nP_n$ 的面积依次记为 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$, 则 S_n 为 ()



A. $\frac{n+1}{2n+1}$

B. $\frac{n}{3n-1}$

C. $\frac{n^2}{2n-1}$

D. $\frac{n^2}{2n+1}$

考点: 一次函数图象上点的坐标特征.

专题: 规律型.

分析: 根据图象上点的坐标性质得出点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n, B_{n+1}$ 各点坐标, 进而利用相似三角形的判定与性质得出 $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$, 进而得出答案.

解答: 解: $\because A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 是 x 轴上的点, 且 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\dots=A_nA_{n+1}=1$, 分别过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$

作 x 轴的垂线交直线 $y=2x$ 于点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n, B_{n+1}$,

$\therefore B_1$ 的横坐标为: 1, 纵坐标为: 2,

则 $B_1(1, 2)$,

同理可得: B_2 的横坐标为: 2, 纵坐标为: 4,

则 $B_2(2, 4)$,

$B_3(2, 6) \dots$

$\therefore A_1B_1 \parallel A_2B_2$,

$\therefore \triangle A_1B_1P_1 \sim \triangle A_2B_2P_1$,

$$\therefore \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 对应高的比为: 1: 2,

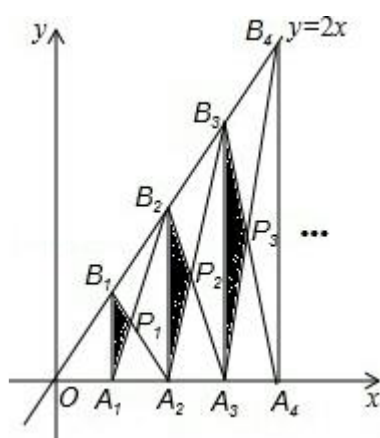
$\therefore A_1B_1$ 边上的高为: $\frac{1}{3}$,

$$\therefore S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{3},$$

同理可得出: $S_{\triangle A_2B_2C_2} = \frac{4}{5}, S_{\triangle A_3B_3C_3} = \frac{9}{7},$

$$\therefore S_n = \frac{n^2}{2n+1}.$$

故选: D.



点评: 此题主要考查了一次函数函数图象上点的坐标性质得出 B 点坐标变化规律进而得出 S 的变化规律, 得出图形面积变化规律是解题关键.

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. (5 分) (2014•内江) $a - 4ab^2$ 分解因式结果是 $a(1 - 2b)(1 + 2b)$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

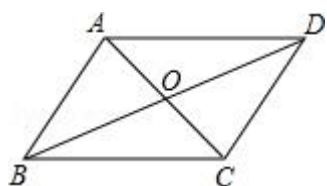
分析: 首先提取公因式 a, 再利用平方差公式进行二次分解即可.

解答: 解: 原式 $= a(1 - 4b^2) = a(1 - 2b)(1 + 2b),$

故答案为: $a(1 - 2b)(1 + 2b).$

点评: 此题主要考查了提公因式法和公式法分解因式, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

14. (5 分) (2014•内江) 如图, 在四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 交于点 O, $AD \parallel BC$, 请添加一个条件: $AD = BC$ (答案不唯一), 使四边形 ABCD 为平行四边形 (不添加任何辅助线).



考点: 平行四边形的判定.

专题: 开放型.

分析: 直接利用平行四边形的判定方法直接得出答案.

解答: 解: 当 $AD \parallel BC$, $AD=BC$ 时, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

故答案为: $AD=BC$ (答案不唯一).

点评: 此题主要考查了平行四边形的判定, 正确掌握平行四边形的判定方法是解题关键.

15. (5 分) (2014•内江) 有 6 张背面完全相同的卡片, 每张正面分别有三角形、平行四边形、矩形、正方形、梯形和圆, 现将其全部正面朝下搅匀, 从中任取一张卡片, 抽中正面画的图形是中心对称图形的概率为 $\frac{2}{3}$.

考点: 概率公式; 中心对称图形

分析: 由有 6 张背面完全相同的卡片, 每张正面分别有三角形、平行四边形、矩形、正方形、梯形和圆, 是中心对称图形的有平行四边形、矩形、正方形和圆, 直接利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: $\because$ 有 6 张背面完全相同的卡片, 每张正面分别有三角形、平行四边形、矩形、正方形、梯形和圆, 是中心对称图形的有平行四边形、矩形、正方形和圆,

$\therefore$ 从中任取一张卡片, 抽中正面画的图形是中心对称图形的概率为: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

故答案为: $\frac{2}{3}$.

点评: 此题考查了概率公式的应用. 注意用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

16. (5 分) (2014•内江) 如图, 将若干个正三角形、正方形和圆按一定规律从左向右排列, 那么第 2014 个图形是 $\square$.



考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 去掉开头的两个三角形, 剩下的由三个正方形, 一个三角形, 两个圆 6 个图形为一组, 依次不断循环出现, 由此用 $(2014 - 2) \div 6$ 算出余数, 余数是几, 就与循环的第几个图形相同, 由此解决问题.

解答: 解: 由图形看出去掉开头的两个三角形, 剩下的由三个正方形, 一个三角形, 两个圆 6 个图形为一组, 不断循环出现,

$$(2014 - 2) \div 6 = 335 \dots 2$$

所以第 2014 个图形是与循环的第二个图形相同是正方形.

故答案为: $\square$.

点评: 此题考查图形的变化规律, 找出图形的循环规律, 利用规律解决问题.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 共 44 分, 解答题应写出必要的文字说明或推演步骤.)

17. (8分) (2014•内江) 计算: $2\tan 60^\circ - |\sqrt{3} - 2| - \sqrt{27} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

考点: 实数的运算; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

专题: 计算题.

分析: 原式第一项利用特殊角的三角函数值计算, 第二项利用绝对值的代数意义化简, 第三项利用立方根定义化简, 最后一项利用负指数幂法则计算即可得到结果.

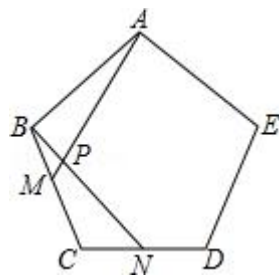
解答: 解: 原式 $= 2\sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 3 = 1$.

点评: 此题考查了实数的运算, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. (9分) (2014•内江) 如图, 点 M、N 分别是正五边形 ABCDE 的边 BC、CD 上的点, 且 $BM = CN$, AM 交 BN 于点 P.

(1) 求证: $\triangle ABM \cong \triangle BCN$;

(2) 求 $\angle APN$ 的度数.



考点: 全等三角形的判定与性质; 多边形内角与外角.

分析: (1) 利用正五边形的性质得出 $AB = BC$, $\angle ABM = \angle C$, 再利用全等三角形的判定得出即可;

(2) 利用全等三角形的性质得出 $\angle BAM + \angle ABP = \angle APN$, 进而得出 $\angle CBN + \angle ABP = \angle APN = \angle ABC$ 即可得出答案.

解答: (1) 证明: $\because$ 正五边形 ABCDE,

$\therefore AB = BC$, $\angle ABM = \angle C$,

$\therefore$ 在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle BCN$ 中

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABM = \angle C, \\ BM = CN \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle BCN$ (SAS);

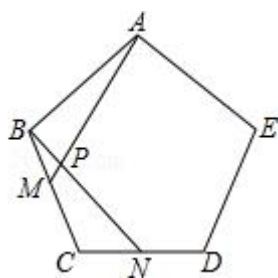
(2) 解: $\because \triangle ABM \cong \triangle BCN$,

$\therefore \angle BAM = \angle CBN$,

$\therefore \angle BAM + \angle ABP = \angle APN$,

$\therefore \angle CBN + \angle ABP = \angle APN = \angle ABC = \frac{(5-2) \times 180^\circ}{5} = 108^\circ$.

即 $\angle APN$ 的度数为 108° 度.



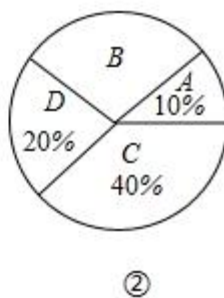
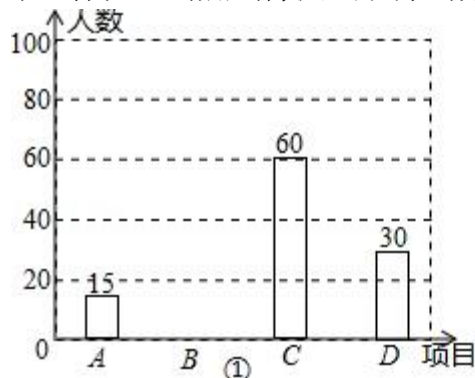
点评: 此题主要考查了全等三角形的判定与性质以及正五边形的性质等知识, 熟练掌握全等三角形的判定方法是解题关键.

19. (9分) (2014•内江) 为推广阳光体育“大课间”活动, 我市某中学决定在学生中开设 A: 实心球, B: 立定跳远, C: 跳绳, D: 跑步四种活动项目. 为了了解学生对四种项目的喜欢情况, 随机抽取了部分学生进行调查, 并将调查结果绘制成如图①②的统计图. 请结合图中的信息解答下列问题:

(1) 在这项调查中, 共调查了多少名学生?

(2) 请计算本项调查中喜欢“立定跳远”的学生人数和所占百分比, 并将两个统计图补充完整;

(3) 若调查到喜欢“跳绳”的 5 名学生中有 3 名男生, 2 名女生. 现从这 5 名学生中任意抽取 2 名学生. 请用画树状图或列表的方法, 求出刚好抽到同性别学生的概率.



考点: 条形统计图; 扇形统计图; 列表法与树状图法.

分析: (1) 用 A 的人数除以所占的百分比, 即可求出调查的学生数;

(2) 用抽查的总人数减去 A、C、D 的人数, 求出喜欢“立定跳远”的学生人数, 再除以被调查的学生数, 求出所占的百分比, 再画图即可;

(3) 用 A 表示男生, B 表示女生, 画出树形图, 再根据概率公式进行计算即可.

解答: 解: (1) 根据题意得:

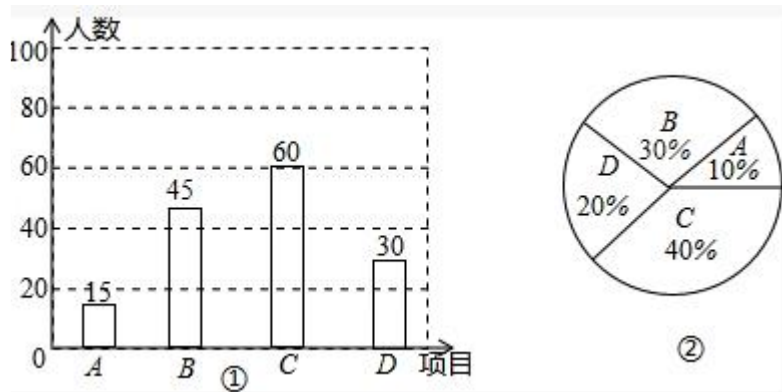
$$15 \div 10\% = 150 \text{ (名)}.$$

答: 在这项调查中, 共调查了 150 名学生;

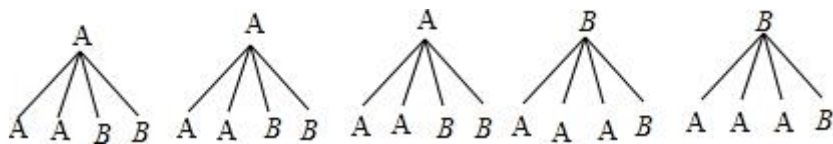
(2) 本项调查中喜欢“立定跳远”的学生人数是: $150 - 15 - 60 - 30 = 45$ (人),

$$\text{所占百分比是: } \frac{45}{150} \times 100\% = 30\%,$$

画图如下:



(3) 用 A 表示男生，B 表示女生，画图如下：

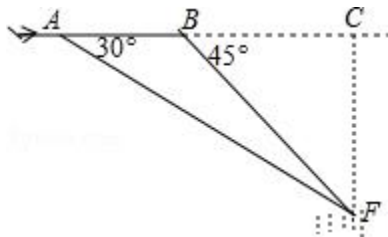


共有 20 种情况，同性别学生的情况是 8 种，

则刚好抽到同性别学生的概率是 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ 。

点评： 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用以及概率的求法，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

20. (9 分) (2014•内江) “马航事件”的发生引起了我国政府的高度重视，迅速派出了舰船和飞机到相关海域进行搜寻。如图，在一次空中搜寻中，水平飞行的飞机观测得在点 A 俯角为 30° 方向的 F 点处有疑似飞机残骸的物体（该物体视为静止）。为了便于观察，飞机继续向前飞行了 800 米到达 B 点，此时测得点 F 在点 B 俯角为 45° 的方向上，请你计算当飞机飞临 F 点的正上方点 C 时（点 A、B、C 在同一直线上），竖直高度 CF 约为多少米？（结果保留整数，参考数值： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）



考点： 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

分析： 易得 $BC=CF$ ，那么利用 30° 的正切值即可求得 CF 长。

解答： 解： $\because \angle BDC=90^\circ$ ， $\angle DBC=45^\circ$ ，

$$\therefore BC=CF,$$

$$\because \angle CAF=30^\circ,$$

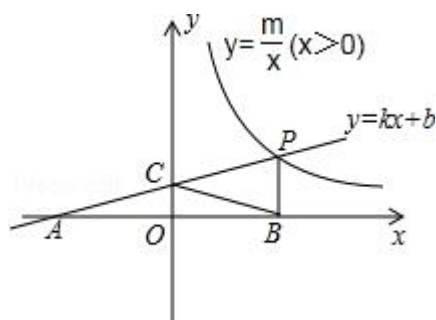
$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{CF}{AB+BC} = \frac{CF}{CF+AB} = \frac{CF}{800+CF} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得：} CF=400\sqrt{3}+400 \approx 400(1.7+1) = 1080 \text{ (米)}.$$

答：竖直高度 CF 约为 1080 米.

点评：此题考查了考查俯角的定义，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形. 注意方程思想与数形结合思想的应用.

21. (9 分) (2014•内江) 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 $P(n, 2)$ ，与 x 轴交于点 $A(-4, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ， $PB \perp x$ 轴于点 B ，且 $AC=BC$.
- (1) 求一次函数、反比例函数的解析式；
- (2) 反比例函数图象上是否存在点 D ，使四边形 BCPD 为菱形？如果存在，求出点 D 的坐标；如果不存在，说明理由.



考点：反比例函数综合题.

专题：综合题.

分析： (1) 由 $AC=BC$ ，且 OC 垂直于 AB ，利用三线合一得到 O 为 AB 中点，求出 OB 的长，确定出 B 坐标，将 P 与 B 坐标代入一次函数解析式求出 k 与 b 的值，确定出一次函数解析式，将 P 坐标代入反比例解析式求出 m 的值，即可确定出反比例解析式；

(2) 假设存在这样的 D 点，使四边形 BCPD 为菱形，如图所示，由一次函数解析式求出 C 坐标，得出直线 BC 斜率，求出过 P 且与 BC 平行的直线 PD 解析式，与反比例解析式联立求出 D 坐标，检验得到四边形 BCPD 为菱形，符合题意.

解答： 解：(1) $\because AC=BC$ ， $CO \perp AB$ ， $A(-4, 0)$ ，

$\therefore O$ 为 AB 的中点，即 $OA=OB=4$ ，

$\therefore P(4, 2)$ ， $B(4, 0)$ ，

将 $A(-4, 0)$ 与 $P(4, 2)$ 代入 $y=kx+b$ 得：
$$\begin{cases} -4k+b=0 \\ 4k+b=2 \end{cases}$$

解得： $k=\frac{1}{4}$ ， $b=1$ ，

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y=\frac{1}{4}x+1$ ，

将 $P(4, 2)$ 代入反比例解析式得： $m=8$ ，即反比例解析式为 $y=\frac{8}{x}$ ；

(2) 假设存在这样的 D 点，使四边形 BCPD 为菱形，如图所示，

对于一次函数 $y=\frac{1}{4}x+1$ ，令 $x=0$ ，得到 $y=1$ ，即 $C(0, 1)$ ，

$\therefore$ 直线 BC 的斜率为 $\frac{0-1}{4-0}=-\frac{1}{4}$ ，

设过点 P，且与 BC 平行的直线解析式为 $y - 2 = -\frac{1}{4}(x - 4)$ ，即 $y = \frac{-x+12}{4}$ ，

与反比例解析式联立得：

$$\begin{cases} y = \frac{-x+12}{4} \\ y = \frac{8}{x} \end{cases},$$

消去 y 得： $\frac{-x+12}{4} = \frac{8}{x}$ ，

整理得： $x^2 - 12x + 32 = 0$ ，即 $(x - 4)(x - 8) = 0$ ，

解得： $x = 4$ （舍去）或 $x = 8$ ，

当 $x = 8$ 时， $y = 1$ ，

$\therefore D(8, 1)$ ，

此时 $PD = \sqrt{(4-8)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{17}$ ， $BC = \sqrt{(4-0)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{17}$ ，

即 $PD = BC$ ，

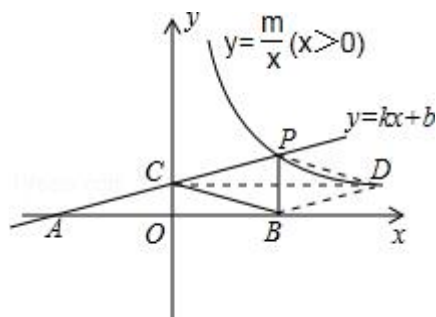
$\therefore PD \parallel BC$ ，

$\therefore$ 四边形 BCPD 为平行四边形，

$\therefore PC = \sqrt{(4-0)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{17}$ ，即 $PC = BC$ ，

$\therefore$ 四边形 BCPD 为菱形，满足题意，

则反比例函数图象上存在点 D，使四边形 BCPD 为菱形，此时 D 坐标为 $(8, 1)$ 。



点评：此题属于反比例函数综合题，涉及的知识有：待定系数法确定函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，坐标与图形性质，等腰三角形的性质，两点间的距离公式，两直线平行时斜率满足的关系，熟练掌握待定系数法是解本题的关键。

四、填空题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

22. (6 分) (2014•内江) 已知 $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = 3$ ，则代数式 $\frac{2a - 5ab + 4b}{4ab - 3a - 6b}$ 的值为 $-\frac{1}{2}$ 。

考点：分式的化简求值

分析：根据 $\frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = 3$ ，得出 $a + 2b = 6ab$ ，再把 $ab = \frac{1}{6}(a + 2b)$ 代入要求的代数式即可得出答案。

解答：解： $\because \frac{1}{a} + \frac{1}{2b} = 3$ ，

$\therefore a + 2b = 6ab$ ，

$$\therefore ab = \frac{1}{6}(a+2b),$$

$$\text{把 } ab \text{ 代入原式} = \frac{2a - 5 \times \frac{1}{6}(a+2b) + 4b}{4 \times \frac{1}{6}(a+2b) - 3a - 6b}$$

$$= \frac{\frac{7}{6}a + \frac{7}{3}b}{-\frac{7}{3}a - \frac{14}{3}b}$$

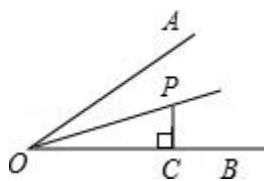
$$= \frac{7a+14b}{-14a-28b}$$

$$= -\frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为 } -\frac{1}{2}.$$

点评: 本题考查了分式的化简求值, 要注意把 ab 看作整体, 整体代入才可以.

23. (6分) (2014•内江) 如图, $\angle AOB=30^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$, $PC \perp OB$ 于点 C . 若 $OC=2$, 则 PC 的长是 $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$.



考点: 含 30° 度角的直角三角形; 勾股定理; 矩形的判定与性质.

专题: 计算题.

分析: 延长 CP , 与 OA 交于点 Q , 过 P 作 $PD \perp OA$, 利用角平分线定理得到 $PD=PC$, 在直角三角形 OQC 中, 利用锐角三角函数定义求出 QC 的长, 在直角三角形 QDP 中, 利用锐角三角函数定义表示出 PQ , 由 $QP+PC=QC$, 求出 PC 的长即可.

解答: 解: 延长 CP , 与 OA 交于点 Q , 过 P 作 $PD \perp OA$,

$\therefore OP$ 平分 $\angle AOB$, $PD \perp OA$, $PC \perp OB$,

$\therefore PD=PC$,

在 $Rt\triangle QOC$ 中, $\angle AOB=30^\circ$, $OC=2$,

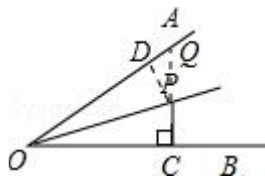
$\therefore QC=OC \tan 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\angle APD=30^\circ$,

在 $Rt\triangle QPD$ 中, $\cos 30^\circ = \frac{DP}{PQ} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 即 $PQ = \sqrt{3}DP = \sqrt{3}PC$,

$\therefore QC = PQ + PC$, 即 $\sqrt{3}PC + PC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

解得: $PC = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$.

故答案为: $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$



点评: 此题考查了含 30 度直角三角形的性质, 锐角三角函数定义, 熟练掌握直角三角形的性质是解本题的关键.

24. (6 分) (2014•内江) 已知实数 x 、 y 满足 $2x - 3y = 4$, 并且 $x \geq -1$, $y < 2$, 现有 $k = x - y$, 则 k 的取值范围是 $1 \leq k < 3$.

考点: 解一元一次不等式.

专题: 计算题.

分析: 先把 $2x - 3y = 4$ 变形得到 $y = \frac{1}{3}(2x - 4)$, 由 $y < 2$ 得到 $\frac{1}{3}(2x - 4) < 2$, 解得 $x < 5$, 所以 x 的取值范围为 $-1 \leq x < 5$, 再用 x 变形 k 得到 $k = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$, 然后利用一次函数的性质确定 k 的范围.

解答: 解: $\because 2x - 3y = 4$,

$$\therefore y = \frac{1}{3}(2x - 4),$$

$$\because y < 2,$$

$$\therefore \frac{1}{3}(2x - 4) < 2, \text{ 解得 } x < 5,$$

$$\therefore -1 \leq x < 5,$$

$$\therefore k = x - \frac{1}{3}(2x - 4)$$

$$= \frac{1}{3}x + \frac{4}{3},$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } k = \frac{1}{3} \times (-1) + \frac{4}{3} = 1;$$

$$\text{当 } x = 5 \text{ 时, } k = \frac{1}{3} \times 5 + \frac{4}{3} = 3,$$

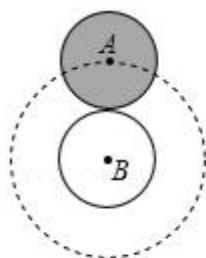
$$\therefore 1 \leq k < 3.$$

故答案为 $1 \leq k < 3$.

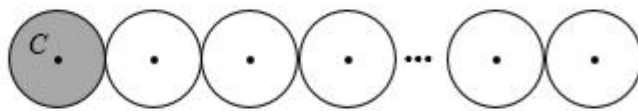
点评: 本题考查了解一元一次不等式: 根据不等式的性质解一元一次不等式, 基本步骤为: ①去分母; ②去括号; ③移项; ④合并同类项; ⑤化系数为 1. 也考查了代数式的变形和一次函数的性质.

25. (6 分) (2014•内江) 通过对课本中《硬币滚动中的数学》的学习, 我们知道滚动圆滚动的周数取决于滚动圆的圆心运动的路程 (如图①). 在图②中, 有 2014 个半径为 r 的圆紧

密排列成一条直线，半径为 r 的动圆 C 从图示位置绕这 2014 个圆排成的图形无滑动地滚动一圈回到原位，则动圆 C 自身转动的周数为 2014。



图①



图②

考点：弧长的计算；相切两圆的性质；轨迹。

分析：它从 A 位置开始，滚过与它相同的其他 2014 个圆的上部，到达最后位置。则该圆共滚过了 2014 段弧长，其中有 2 段是半径为 $2r$ ，圆心角为 120° ，2012 段是半径为 $2r$ ，圆心角为 60° 的弧长，所以可求得。

解答：解：弧长 $= \frac{2\pi r \times 120 \times 2 + 2012 \times 2\pi r \times 60}{180} = 1314\pi r$ ，

又因为是来回所以总路程为： $1314\pi r \times 2 = 2628\pi r$ 。

所以动圆 C 自身转动的周数为： $2628\pi r \div 2\pi r = 1314$

故答案为：1314

点评：本题考查了弧长的计算。关键是理解该点所经过的路线三个扇形的弧长。

五、解答题（本大题共 3 小题，每小题 12 分，共 36 分）

26. (12 分) (2014•内江) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 边上的点（不与点 B 、 C 重合），连结 AD 。

问题引入：

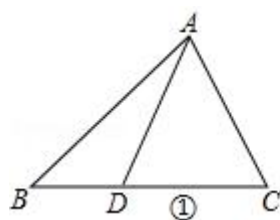
(1) 如图①，当点 D 是 BC 边上的中点时， $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABC} = \underline{1:2}$ ；当点 D 是 BC 边上任意一点时， $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABC} = \underline{BD:BC}$ （用图中已有线段表示）。

探索研究：

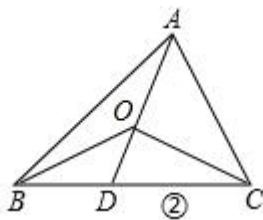
(2) 如图②，在 $\triangle ABC$ 中， O 点是线段 AD 上一点（不与点 A 、 D 重合），连结 BO 、 CO ，试猜想 $S_{\triangle BOC}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 之比应该等于图中哪两条线段之比，并说明理由。

拓展应用：

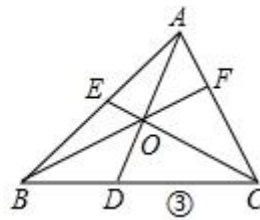
(3) 如图③， O 是线段 AD 上一点（不与点 A 、 D 重合），连结 BO 并延长交 AC 于点 F ，连结 CO 并延长交 AB 于点 E ，试猜想 $\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{CE} + \frac{OF}{BF}$ 的值，并说明理由。



①



②



③

考点：相似形综合题

分析：（1）根据三角形的面积公式，两三角形等高时，可得两三角形底与面积的关系，可

得答案；

(2) 根据三角形的面积公式，两三角形等底时，可得两三角形的高与面积的关系，可得答案；

(3) 根据三角形的面积公式，两三角形等底时，可得两三角形的高与面积的关系，再根据分式的加减，可得答案.

解答: 解: (1) 如图①，当点 D 是 BC 边上的中点时， $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABC} = 1 : 2$ ；当点 D 是 BC 边上任意一点时， $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ABC} = BD : BC$ ，故答案为：1：2，BD：BC；

(2) $S_{\triangle BOC} : S_{\triangle ABC} = OD : AD$ ，

如图②作 $OE \perp BC$ 与 E，作 $AF \perp BC$ 与 F，

$\therefore OE \parallel AF$ ，

$\therefore \triangle OED \sim \triangle AFD$ ，

$$\frac{OD}{AD} = \frac{OE}{AF}.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}BC \cdot OE}{\frac{1}{2}BC \cdot AF} = \frac{OE}{AF},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{OD}{AD};$$

(3) $\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{CE} + \frac{OF}{BF} = 1$ ，理由如下：

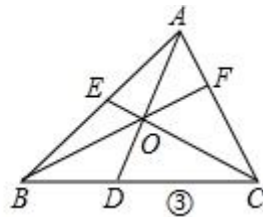
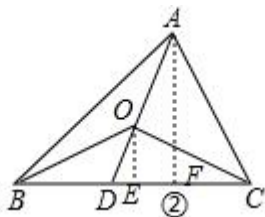
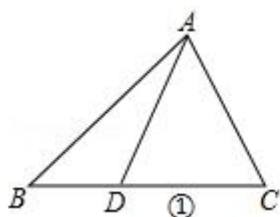
$$\text{由 (2) 得 } \frac{OD}{AD} = \frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle ABC}}, \quad \frac{OE}{CE} = \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle ABC}}, \quad \frac{OF}{BF} = \frac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle ABC}}.$$

$$\therefore \frac{OD}{AD} + \frac{OE}{CE} + \frac{OF}{BF} = \frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle ABC}}$$

$$= \frac{S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle ABC}}$$

$$= \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}}$$

$= 1$.



点评: 本题考查了相似形综合题，利用了等底的三角形面积与高的关系，相似三角形的判定与性质.

27. (12 分) (2014•内江) 某汽车销售公司经销某品牌 A 款汽车, 随着汽车的普及, 其价格也在不断下降. 今年 5 月份 A 款汽车的售价比去年同期每辆降价 1 万元, 如果卖出相同数量的 A 款汽车, 去年销售额为 100 万元, 今年销售额只有 90 万元.

(1) 今年 5 月份 A 款汽车每辆售价多少万元?

(2) 为了增加收入, 汽车销售公司决定再经销同品牌的 B 款汽车, 已知 A 款汽车每辆进价为 7.5 万元, B 款汽车每辆进价为 6 万元, 公司预计用不多于 105 万元且不少于 99 万元的资金购进这两款汽车共 15 辆, 有几种进货方案?

(3) 如果 B 款汽车每辆售价为 8 万元, 为打开 B 款汽车的销路, 公司决定每售出一辆 B 款汽车, 返还顾客现金 a 万元, 要使 (2) 中所有的方案获利相同, a 值应是多少? 此时, 哪种方案对公司更有利?

考点: 分式方程的应用; 一元一次不等式组的应用

分析: (1) 求单价, 总价明显, 应根据数量来列等量关系. 等量关系为: 今年的销售数量=去年的销售数量.

(2) 关系式为: $99 \leq \text{A 款汽车总价} + \text{B 款汽车总价} \leq 105$.

(3) 方案获利相同, 说明与所设的未知数无关, 让未知数 x 的系数为 0 即可; 对公司更有利, 因为 A 款汽车每辆进价为 7.5 万元, B 款汽车每辆进价为 6 万元, 所以要多进 B 款.

解答: 解: (1) 设今年 5 月份 A 款汽车每辆售价 m 万元. 则:

$$\frac{90}{m} = \frac{100}{m+1},$$

解得: $m=9$.

经检验, $m=9$ 是原方程的根且符合题意.

答: 今年 5 月份 A 款汽车每辆售价 m 万元;

(2) 设购进 A 款汽车 x 量. 则:

$$99 \leq 7.5x + 6(15 - x) \leq 105.$$

$$\text{解得: } \frac{8}{3} \leq x \leq 10.$$

因为 x 的正整数解为 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,

所以共有 8 种进货方案;

(3) 设总获利为 W 元. 则:

$$W = (9 - 7.5)x + (8 - 6 - a)(15 - x) = (a - 0.5)x + 30 - 15a.$$

当 $a=0.5$ 时, (2) 中所有方案获利相同.

此时, 购买 A 款汽车 3 辆, B 款汽车 12 辆时对公司更有利.

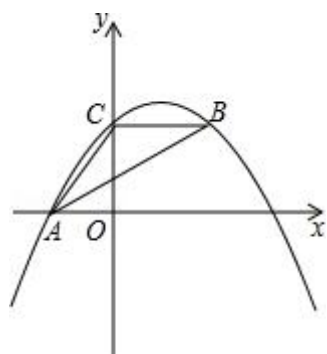
点评: 本题考查分式方程和一元一次不等式组的综合应用, 找到合适的等量关系及不等关系是解决问题的关键.

28. (12 分) (2014•内江) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 A (-3, 0)、C (0, 4), 点 B 在抛物线上, CB//x 轴, 且 AB 平分 $\angle CAO$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 线段 AB 上有一动点 P, 过点 P 作 y 轴的平行线, 交抛物线于点 Q, 求线段 PQ 的最大值;

(3) 抛物线的对称轴上是否存在点 M, 使 $\triangle ABM$ 是以 AB 为直角边的直角三角形? 如果存在, 求出点 M 的坐标; 如果不存在, 说明理由.



考点: 二次函数综合题; 待定系数法求一次函数解析式; 二次函数的最值; 待定系数法求二次函数解析式; 平行线的性质; 等腰三角形的判定; 相似三角形的判定与性质.

专题: 压轴题; 存在型.

分析: (1) 如图 1, 易证 $BC=AC$, 从而得到点 B 的坐标, 然后运用待定系数法求出二次函数的解析式.

(2) 如图 2, 运用待定系数法求出直线 AB 的解析式. 设点 P 的横坐标为 t, 从而可以用 t 的代数式表示出 PQ 的长, 然后利用二次函数的最值性质就可解决问题.

(3) 由于 AB 为直角边, 分别以 $\angle BAM=90^\circ$ (如图 3) 和 $\angle ABM=90^\circ$ (如图 4) 进行讨论, 通过三角形相似建立等量关系, 就可以求出点 M 的坐标.

解答: 解: (1) 如图 1,

$$\because A(-3, 0), C(0, 4),$$

$$\therefore OA=3, OC=4.$$

$$\because \angle AOC=90^\circ,$$

$$\therefore AC=5.$$

$$\because BC \parallel AO, AB \text{ 平分 } \angle CAO,$$

$$\therefore \angle CBA = \angle BAO = \angle CAB.$$

$$\therefore BC=AC.$$

$$\therefore BC=5.$$

$$\because BC \parallel AO, BC=5, OC=4,$$

$$\therefore \text{点 B 的坐标为 } (5, 4).$$

$$\because A(-3, 0), C(0, 4), B(5, 4) \text{ 在抛物线 } y=ax^2+bx+c \text{ 上,}$$

$$\therefore \begin{cases} 9a-3b+c=0 \\ c=4 \\ 25a+5b+c=4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{1}{6} \\ b=\frac{5}{6} \\ c=4 \end{cases}$$

∴ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x + 4$.

(2) 如图 2,

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + n$,

∵ A (-3, 0)、B (5, 4) 在直线 AB 上,

$$\therefore \begin{cases} -3m + n = 0 \\ 5m + n = 4 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{3}{2} \end{cases}$$

∴ 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$.

设点 P 的横坐标为 t ($-3 \leq t \leq 5$), 则点 Q 的横坐标也为 t .

$$\therefore y_P = \frac{1}{2}t + \frac{3}{2}, \quad y_Q = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{6}t + 4.$$

$$\therefore PQ = y_Q - y_P = -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{6}t + 4 - \left(\frac{1}{2}t + \frac{3}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{6}t^2 + \frac{5}{6}t + 4 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{2}$$

$$= -\frac{1}{6}t^2 + \frac{t}{3} + \frac{5}{2}$$

$$= -\frac{1}{6}(t^2 - 2t - 15)$$

$$= -\frac{1}{6}[(t-1)^2 - 16]$$

$$= -\frac{1}{6}(t-1)^2 + \frac{8}{3}$$

$$\therefore -\frac{1}{6} < 0, \quad -3 \leq t \leq 5,$$

∴ 当 $t=1$ 时, PQ 取到最大值, 最大值为 $\frac{8}{3}$.

∴ 线段 PQ 的最大值为 $\frac{8}{3}$.

(3) ①当 $\angle BAM = 90^\circ$ 时, 如图 3 所示.

$$\text{抛物线的对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{5}{6}}{2 \times (-\frac{1}{6})} = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore x_H = x_G = x_M = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore y_G = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{11}{4}.$$

$$\therefore GH = \frac{11}{4}.$$

$$\because \angle GHA = \angle GAM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAH = 90^\circ - \angle GAH = \angle AGM.$$

$$\because \angle AHG = \angle MHA = 90^\circ, \quad \angle MAH = \angle AGM,$$

$$\therefore \triangle AHG \sim \triangle MHA.$$

$$\therefore \frac{GH}{AH} = \frac{AH}{MH}.$$

$$\therefore \frac{\frac{11}{4}}{\frac{5}{2} - (-3)} = \frac{\frac{5}{2} - (-3)}{MH}.$$

$$\text{解得: } MH = 11.$$

$$\therefore \text{点 M 的坐标为 } \left(\frac{5}{2}, -11\right).$$

②当 $\angle ABM = 90^\circ$ 时, 如图 4 所示.

$$\because \angle BDG = 90^\circ, \quad BD = 5 - \frac{5}{2} = \frac{5}{2}, \quad DG = 4 - \frac{11}{4} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore BG = \sqrt{BD^2 + DG^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{5\sqrt{5}}{4}.$$

$$\text{同理: } AG = \frac{11\sqrt{5}}{4}.$$

$$\because \angle AGH = \angle MGB, \quad \angle AHG = \angle MBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AGH \sim \triangle MGB.$$

$$\therefore \frac{AG}{MG} = \frac{GH}{GB}.$$

$$\therefore \frac{\frac{11\sqrt{5}}{4}}{MG} = \frac{\frac{11}{4}}{\frac{5\sqrt{5}}{4}}.$$

$$\text{解得: } MG = \frac{25}{4}.$$

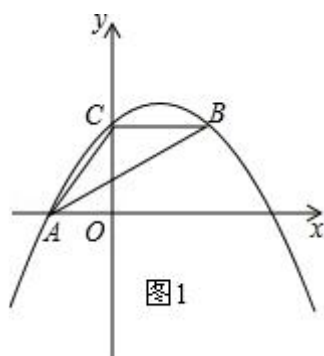
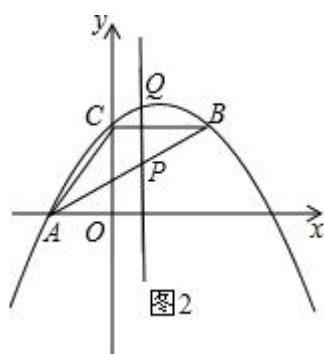
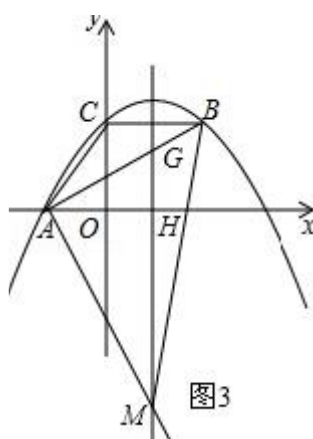
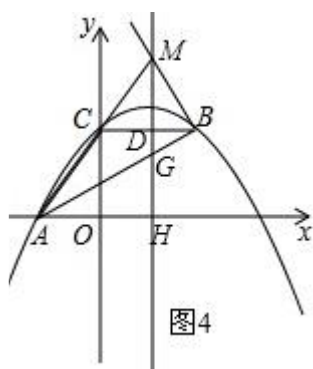
$$\therefore MH = MG + GH$$

$$= \frac{25}{4} + \frac{11}{4}$$

$$= 9.$$

$$\therefore \text{点 M 的坐标为 } \left(\frac{5}{2}, 9\right).$$

综上所述: 符合要求的点 M 的坐标为 $\left(\frac{5}{2}, 9\right)$ 和 $\left(\frac{5}{2}, -11\right)$.



点评: 本题考查了平行线的性质、等腰三角形的判定、相似三角形的性质与判定、二次函数的最值等知识，考查了用待定系数法求一次函数及二次函数的解析式，考查了分类讨论的思想，综合性比较强.

