

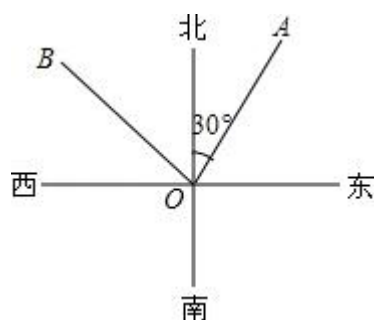
2014 年四川省乐山市中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) (2014•乐山) -2 的绝对值是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) (2014•乐山) 如图, OA 是北偏东 30° 方向的一条射线, 若射线 OB 与射线 OA 垂直, 则 OB 的方位角是 ()

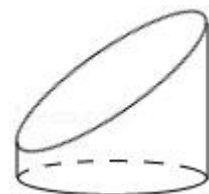


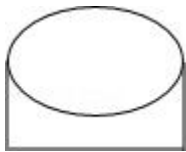
- A. 北偏西 30° B. 北偏西 60° C. 东偏北 30° D. 东偏北 60°

3. (3 分) (2014•乐山) 苹果的单价为 a 元/千克, 香蕉的单价为 b 元/千克, 买 2 千克苹果和 3 千克香蕉共需 ()

- A. $(a+b)$ 元 B. $(3a+2b)$ 元 C. $(2a+3b)$ 元 D. $5(a+b)$ 元

4. (3 分) (2014•乐山) 如图所示的立体图形, 它的正视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

5. (3 分) (2014•乐山) 如表是 10 支不同型号签字笔的相关信息, 则这 10 支签字笔的平均价格是 ()

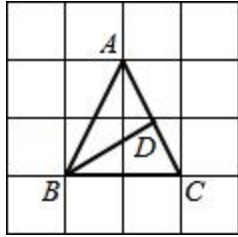
型号	A	B	C
价格 (元/支)	1	1.5	2
数量 (支)	3	2	5

- A. 1.4 元 B. 1.5 元 C. 1.6 元 D. 1.7 元

6. (3 分) (2014•乐山) 若不等式 $ax - 2 > 0$ 的解集为 $x < -2$, 则关于 y 的方程 $ay + 2 = 0$ 的解为 ()

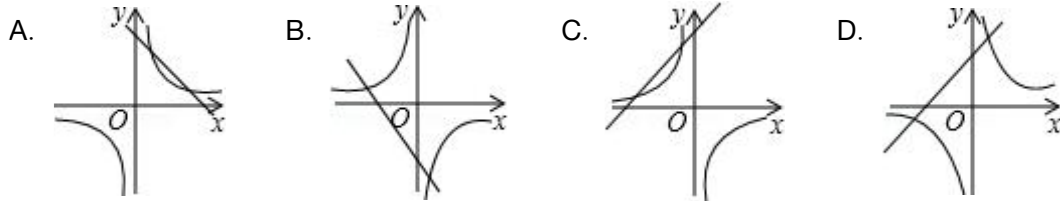
- A. $y = -1$ B. $y = 1$ C. $y = -2$ D. $y = 2$

7. (3 分) (2014•乐山) 如图, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 在边长为 1 的正方形网格的格点上, $BD \perp AC$ 于点 D . 则 CD 的长为 ()



- A. $\frac{2}{3}\sqrt{5}$ B. $\frac{3}{4}\sqrt{5}$ C. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$ D. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$

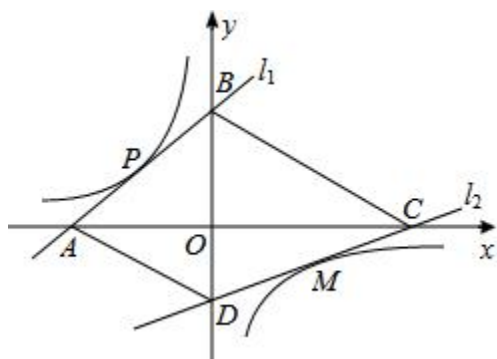
8. (3 分) (2014•乐山) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = kx - k + 2$ 在同一直角坐标系中的图象可能是 ()



9. (3 分) (2014•乐山) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $\odot O$ 过点 B 、 C 两点, 且 $\odot O$ 半径 $r = \sqrt{10}$, 则 OA 的值 ()

- A. 3 或 5 B. 5 C. 4 或 5 D. 4

10. (3 分) (2014•乐山) 如图, 点 $P(-1, 1)$ 在双曲线上, 过点 P 的直线 l_1 与坐标轴分别交于 A 、 B 两点, 且 $\tan \angle BAO = 1$. 点 M 是该双曲线在第四象限上的一点, 过点 M 的直线 l_2 与双曲线只有一个公共点, 并与坐标轴分别交于点 C 、点 D . 则四边形 $ABCD$ 的面积最小值为 ()

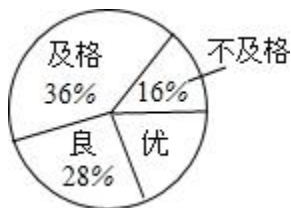


- A. 10 B. 8 C. 6 D. 不确定

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

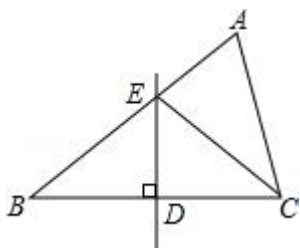
11. (3 分) (2014•乐山) 当分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义时, x 的取值范围为_____.

12. (3 分) (2014•乐山) 期末考试后, 小红将本班 50 名学生的数学成绩进行分类统计, 得到如图的扇形统计图, 则优生人数为_____.

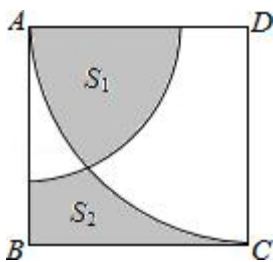


13. (3 分) (2014•乐山) 若 $a=2$, $a-2b=3$, 则 $2a^2-4ab$ 的值为_____.

14. (3 分) (2014•乐山) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边的中垂线交 BC 于 D , 交 AB 于 E . 若 CE 平分 $\angle ACB$, $\angle B=40^\circ$, 则 $\angle A=$ _____度.



15. (3 分) (2014•乐山) 如图. 在正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 以 A 为圆心, 2 为半径作圆弧. 以 D 为圆心, 3 为半径作圆弧. 若图中阴影部分的面积分为 S_1 、 S_2 . 则 $S_1-S_2=$ _____.



16. (3分) (2014•乐山) 对于平面直角坐标系中任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ ，称 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ 为 P_1 、 P_2 两点的直角距离，记作： $d(P_1, P_2)$ 。若 $P_0(x_0, y_0)$ 是一定点， $Q(x, y)$ 是直线 $y=kx+b$ 上的一动点，称 $d(P_0, Q)$ 的最小值为 P_0 到直线 $y=kx+b$ 的直角距离。令 $P_0(2, -3)$ ， O 为坐标原点。则：

(1) $d(O, P_0) =$ _____；

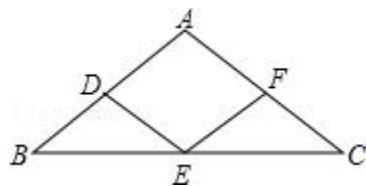
(2) 若 $P(a, -3)$ 到直线 $y=x+1$ 的直角距离为 6，则 $a=$ _____。

三、每小题 9 分，共 27 分

17. (9分) (2014•乐山) 计算： $\sqrt{12} + (\frac{2}{\pi} - 2014)^0 - 2\cos 30^\circ - (\frac{1}{2})^{-1}$ 。

18. (9分) (2014•乐山) 解方程： $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$ 。

19. (9分) (2014•乐山) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，四边形 $ADEF$ 是菱形，求证： $BE=CE$ 。



四、每小题 10 分，共 30 分

20. (10 分) (2014•乐山) 在一个不透明的口袋里有标号为 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 除数字不同外, 小球没有任何区别, 摸球前先搅拌均匀, 每次摸一个球.

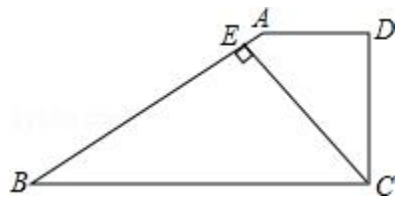
(1) 下列说法:

- ①摸一次, 摸出一号球和摸出 5 号球的概率相同;
- ②有放回的连续摸 10 次, 则一定摸出 2 号球两次;
- ③有放回的连续摸 4 次, 则摸出四个球标号数字之和可能是 20.

其中正确的序号是_____.

(2) 若从袋中不放回地摸两次, 求两球标号数字是一奇一偶的概率.

21. (10 分) (2014•乐山) 如图, 在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $CE \perp AB$, 垂足为点 E. 若 $AD = 1$, $AB = 2\sqrt{3}$, 求 CE 的长.



选做题

22. (10 分) (2014•乐山) 已知 a 为大于 2 的整数, 若关于 x 的不等式 $\begin{cases} 2x - a \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$ 无解.

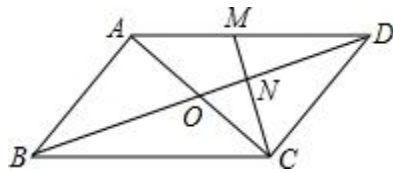
(1) 求 a 的值;

(2) 化简并求 $(\frac{a^2 - 2}{a} - 1) + \frac{a - 2}{a}$ 的值.

23. (2014•乐山) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于点 O . M 为 AD 中点, 连接 CM 交 BD 于点 N , 且 $ON=1$.

(1) 求 BD 的长;

(2) 若 $\triangle DCN$ 的面积为 2, 求四边形 $ABCM$ 的面积.



五、每小题 10 分, 共 20 分

24. (10 分) (2014•乐山) 某校一课外小组准备进行“绿色环保”的宣传活动, 需要制作宣传单, 校园附近有甲、乙两家印刷社, 制作此种宣传单的收费标准如下:

甲印刷社收费 y (元) 与印制数 x (张) 的函数关系如下表:

印制 x (张)	...	100	200	300	...
收费 y (元)	...	15	30	45	...

乙印刷社的收费方式为: 500 张以内 (含 500 张), 按每张 0.20 元收费; 超过 500 张部分, 按每张 0.10 元收费.

(1) 根据表中规律, 写出甲印刷社收费 y (元) 与印数 x (张) 的函数关系式;

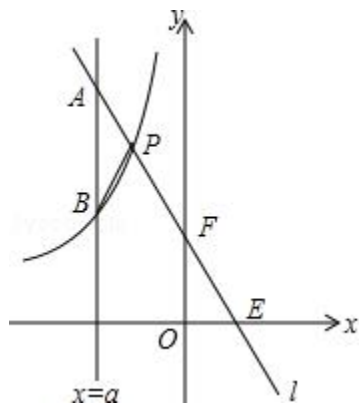
(2) 若该小组在甲、乙两家印刷社共印制 400 张宣传单, 用去 65 元, 问甲、乙两家印刷社个印多少张?

(3) 活动结束后, 市民反应良好, 兴趣小组决定再加印 800 张宣传单, 若在甲、乙印刷社中选一家, 兴趣小组应选择哪家印刷社比较划算?

25. (10 分) (2014•乐山) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象 l 与坐标轴分别交于点 E 、 F 与双曲线, $y=-\frac{4}{x}$ ($x<0$) 交于点 $P(-1, n)$, 且 F 是 PE 的中点.

(1) 求直线 l 的解析式;

(2) 若直线 $x=a$ 与 l 交于点 A , 与双曲线交于点 B (不同于 A), 问 a 为何值时, $PA=PB$?



六、25 题 12 分, 26 题 13 分, 共 25 分

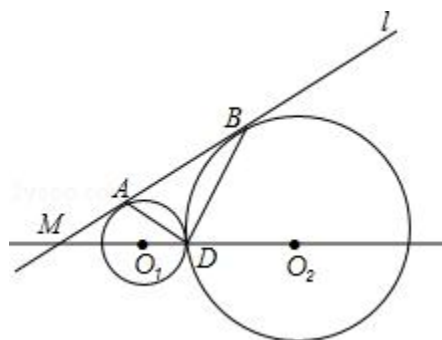
26. (12 分) (2014•乐山) 如图, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切于点 D , 直线 l 与两圆分别相切于点 A 、 B , 与直线

O_1O_2 相交于点 M , 且 $\tan \angle AMO_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $MD = 4\sqrt{3}$.

(1) 求 $\odot O_2$ 的半径;

(2) 求 $\triangle ADB$ 内切圆的面积;

(3) 在直线 l 上是否存在点 P , 使 $\triangle MO_2P$ 相似于 $\triangle MDB$? 若存在, 求出 PO_2 的长; 若不存在, 请说明理由.

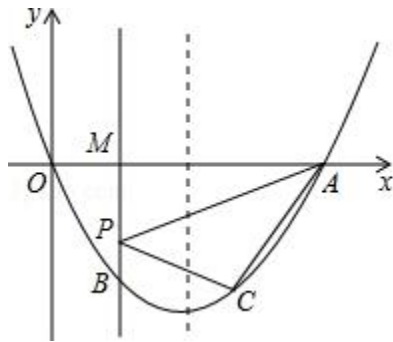


27. (13 分) (2014•乐山) 如图, 抛物线 $y=x^2-2mx$ ($m>0$) 与 x 轴的另一个交点为 A , 过 $P(1, -m)$ 作 $PM \perp x$ 轴与点 M , 交抛物线于点 B . 点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C .

(1) 若 $m=2$, 求点 A 和点 C 的坐标;

(2) 令 $m>1$, 连接 CA , 若 $\triangle ACP$ 为直角三角形, 求 m 的值;

(3) 在坐标轴上是否存在点 E , 使得 $\triangle PEC$ 是以 P 为直角顶点的等腰直角三角形? 若存在, 求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2014 年四川省乐山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2014•乐山) -2 的绝对值是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

考点: 绝对值. .

分析: 根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

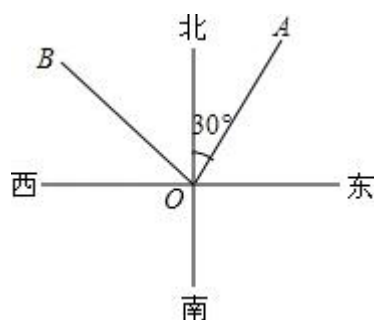
解答: 解: -2 的绝对值是 2,

即 $|-2|=2$.

故选 A.

点评: 本题考查了绝对值的性质, 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2014•乐山) 如图, OA 是北偏东 30° 方向的一条射线, 若射线 OB 与射线 OA 垂直, 则 OB 的方位角是 ()



- A. 北偏西 30° B. 北偏西 60° C. 东偏北 30° D. 东偏北 60°

考点: 方向角. .

分析: 根据垂直, 可得 $\angle AOB$ 的度数, 根据角的和差, 可得答案.

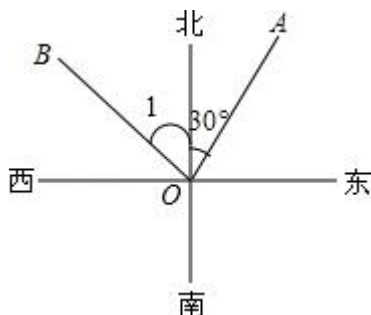
解答: 解: 若射线 OB 与射线 OA 垂直,

$\therefore \angle AOB=90^\circ$,

$\angle 1=60^\circ$,

OB 是北偏西 60° ,

故选: B.



点评: 本题考查了方向角，方向角的表示方法是北偏东或北偏西，南偏东或南偏西.

3. (3 分) (2014•乐山) 苹果的单价为 a 元/千克，香蕉的单价为 b 元/千克，买 2 千克苹果和 3 千克香蕉共需 ()

- A. $(a+b)$ 元 B. $(3a+2b)$ 元 C. $(2a+3b)$ 元 D. $5(a+b)$ 元

考点: 列代数式. .

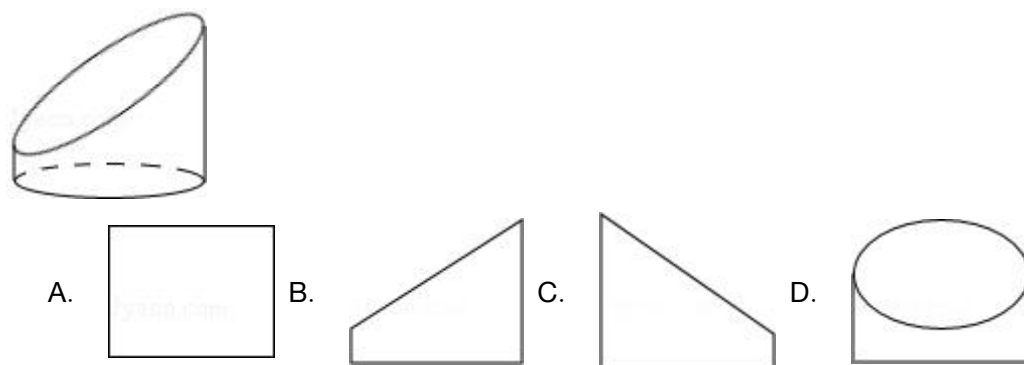
分析: 用单价乘数量得出，买 2 千克苹果和 3 千克香蕉的总价，再进一步相加即可.

解答: 解：单价为 a 元的苹果 2 千克用去 $2a$ 元，单价为 b 元的香蕉 3 千克用去 $3b$ 元，
共用去： $(2a+3b)$ 元.

故选： C.

点评: 此题主要考查了列代数式，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系.

4. (3 分) (2014•乐山) 如图所示的立体图形，它的正视图是 ()



考点: 简单组合体的三视图. .

分析: 找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

解答: 解：从正面看，应看到一个躺着的梯形，并且左边的底短，

故选： B.

点评: 本题考查了三视图的知识，正视图是从物体的正面看得到的视图.

5. (3 分) (2014•乐山) 如表是 10 支不同型号签字笔的相关信息，则这 10 支签字笔的平均价格是 ()

型号	A	B	C
价格 (元/支)	1	1.5	2
数量 (支)	3	2	5

- A. 1.4 元 B. 1.5 元 C. 1.6 元 D. 1.7 元

考点: 加权平均数. .

分析: 平均数的计算方法是求出所有数据的和，然后除以数据的总个数.

解答: 解：该组数据的平均数 $= \frac{1}{10} (1 \times 3 + 1.5 \times 2 + 2 \times 5) = 1.6$ (元).

故选 C.

点评: 本题考查的是加权平均数的求法. 本题易出现的错误是求 1, 1.5, 2 这三个数的平均

数，对平均数的理解不正确.

6. (3分) (2014•乐山) 若不等式 $ax - 2 > 0$ 的解集为 $x < -2$ ，则关于 y 的方程 $ay + 2 = 0$ 的解为 ()

- A. $y = -1$ B. $y = 1$ C. $y = -2$ D. $y = 2$

考点: 解一元一次不等式; 一元一次方程的解. .

分析: 根据不等式 $ax - 2 > 0$ 的解集为 $x < -2$ 即可确定 a 的值, 然后代入方程, 解方程求得.

解答: 解: 解 $ax - 2 > 0$, 移项, 得: $ax > 2$,

$\therefore$ 解集为 $x < -2$,

则 $a = -1$,

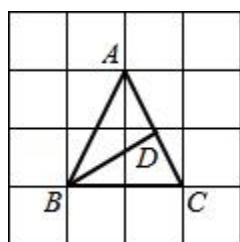
则 $ay + 2 = 0$ 即 $-y + 2 = 0$,

解得: $y = 2$.

故选 D.

点评: 本题考查了不等式的解法以及一元一次方程的解法, 正确确定 a 的值是关键.

7. (3分) (2014•乐山) 如图, $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 、 C 在边长为 1 的正方形网格的格点上, $BD \perp AC$ 于点 D . 则 CD 的长为 ()



- A. $\frac{2}{3}\sqrt{5}$ B. $\frac{3}{4}\sqrt{5}$ C. $\frac{4}{5}\sqrt{5}$ D. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$

考点: 勾股定理; 三角形的面积. .

分析: 利用勾股定理求得相关线段的长度, 然后由面积法求得 BD 的长度; 最后在直角 $\triangle BCD$ 中, 利用勾股定理来求 CD 的长度.

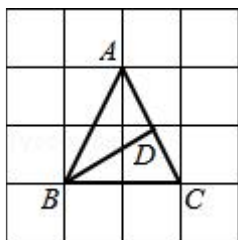
解答: 解: 如图, 由勾股定理得 $AC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.

$$\therefore \frac{1}{2}BC \times 2 = \frac{1}{2}AC \cdot BD, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{5}BD$$

$$\therefore BD = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

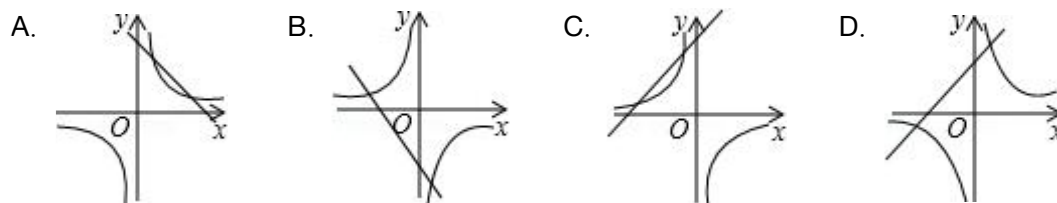
$$\text{在直角 } \triangle BCD \text{ 中, 由勾股定理知, } CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

故选: C.



点评: 本题考查了勾股定理, 三角形的面积. 利用面积法求得线段 BD 的长度是解题的关键.

8. (3 分) (2014•乐山) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = kx - k + 2$ 在同一直角坐标系中的图象可能是 ()



考点: 反比例函数的图象; 一次函数的图象.

分析: 根据反比例函数所在的象限判定 k 的符号, 然后根据 k 的符号判定一次函数图象所经过的象限.

解答: 解: A、如图所示, 反比例函数图象经过第一、三象限, 则 $k > 0$. 所以一次函数图象经过的一、三象限, 与图示不符. 故本选项错误;

B、如图所示, 反比例函数图象经过第二、四象限, 则 $k < 0$. $-k+2 > 0$, 所以一次函数图象经过的一、二、四象限, 与图示不符. 故本选项错误;

C、如图所示, 反比例函数图象经过第二、四象限, 则 $k < 0$. $-k+2 > 0$, 所以一次函数图象经过的一、二、四象限, 与图示不符. 故本选项错误;

D、如图所示, 反比例函数图象经过第二、四象限, 则 $k < 0$. $-k+2 > 0$, 所以一次函数图象经过的一、二、四象限, 与图示一致. 故本选项正确;

故选: D.

点评: 本题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质, 要掌握它们的性质才能灵活解题.

9. (3 分) (2014•乐山) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $\odot O$ 过点 B、C 两点, 且 $\odot O$ 半径 $r = \sqrt{10}$, 则 OA 的值 ()

- A. 3 或 5 B. 5 C. 4 或 5 D. 4

考点: 垂径定理; 等腰三角形的性质; 勾股定理; 解直角三角形.

专题: 分类讨论.

分析: 作 $AD \perp BC$ 于 D, 由于 $AB=AC=5$, 根据等腰三角形的性质得 AD 垂直平分 BC, 则根据垂径定理的推论得到点 O 在直线 AD 上, 连结 OB, 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 根据正弦的定义计算出 $AD=4$, 根据勾股定理计算出 $BD=3$, 再在 $Rt\triangle OBD$ 中, 根据勾股定理计算出 $OD=1$, 然后分类讨论: 当点 A 与点 O 在 BC 的两旁, 则 $OA=AD+OD$; 当点 A 与点 O 在 BC 的同旁, 则 $OA=AD-OD$.

解答: 解: 如图,

作 $AD \perp BC$ 于 D ,

$\because AB=AC=5$,

$\therefore AD$ 垂直平分 BC ,

$\therefore$ 点 O 在直线 AD 上,

连结 OB ,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{4}{5}$,

$\therefore AD=4$,

$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 3$,

在 $Rt\triangle OBD$ 中, $OB = \sqrt{10}$, $BD=3$,

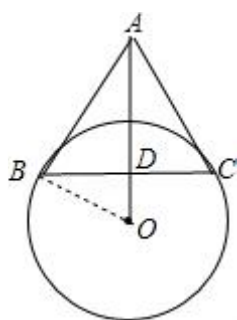
$\therefore OD = \sqrt{OB^2 - BD^2} = 1$,

当点 A 与点 O 在 BC 的两旁, 则 $OA = AD + OD = 4 + 1 = 5$;

当点 A 与点 O 在 BC 的同旁, 则 $OA = AD - OD = 4 - 1 = 3$,

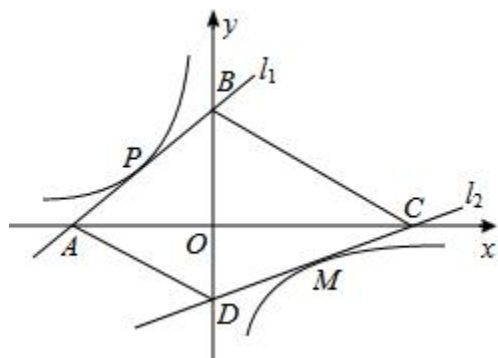
即 OA 的值为 3 或 5.

故选 A.



点评: 本题考查了垂径定理: 平分弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧; 弦的垂直平分线经过圆心, 并且平分弦所对的两条弧. 也考查了等腰三角形的性质和勾股定理.

10. (3 分) (2014•乐山) 如图, 点 $P(-1, 1)$ 在双曲线上, 过点 P 的直线 l_1 与坐标轴分别交于 A 、 B 两点, 且 $\tan \angle BAO = 1$. 点 M 是该双曲线在第四象限上的一点, 过点 M 的直线 l_2 与双曲线只有一个公共点, 并与坐标轴分别交于点 C 、点 D . 则四边形 $ABCD$ 的面积最小值为 ()



A. 10

B. 8

C. 6

D. 不确定

考点: 反比例函数综合题; 根的判别式; 待定系数法求一次函数解析式; 待定系数法求反比例函数解析式; 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 综合题; 待定系数法; 配方法; 判别式法.

分析: 根据条件可以求出直线 l_1 的解析式, 从而求出点 A、点 B 的坐标; 根据条件可以求

出反比例函数的解析式为 $y = -\frac{1}{x}$, 从而可以设点 M 的坐标为 $(a, -\frac{1}{a})$; 设直线 l_2

的解析式为 $y = bx + c$, 根据条件“过点 M 的直线 l_2 与双曲线只有一个公共点”可以得到

$b = \frac{1}{a^2}$, $c = -\frac{2}{a}$, 进而得到 D 的坐标为 $(0, -\frac{2}{a})$ 、点 C 的坐标为 $(2a, 0)$; 由 AC

$\perp$ BD 得到 S 四边形 ABCD = $\frac{1}{2}AC \cdot BD$, 通过化简、配方即可得到 S 四边形 ABCD = $8 + 2$

$(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})^2$, 从而可以求出 S 四边形 ABCD 的最小值为 8.

解答: 解: 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$\because$ 点 P $(-1, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore k = xy = -1$.

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{1}{x}$.

设直线 l_1 的解析式为 $y = mx + n$,

当 $x = 0$ 时, $y = n$, 则点 B 的坐标为 $(0, n)$, $OB = n$.

当 $y = 0$ 时, $x = -\frac{n}{m}$, 则点 A 的坐标为 $(-\frac{n}{m}, 0)$, $OA = \frac{n}{m}$.

$\because \tan \angle BAO = 1$, $\angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore OB = OA$.

$\therefore n = \frac{n}{m}$

$\therefore m = 1$.

$\because$ 点 P $(-1, 1)$ 在一次函数 $y = mx + n$ 的图象上,

$\therefore -m + n = 1$.

$\therefore n = 2$.

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 2)$.

$\because$ 点 M 在第四象限, 且在反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象上,

$\therefore$ 可设点 M 的坐标为 $(a, -\frac{1}{a})$, 其中 $a > 0$.

设直线 l_2 的解析式为 $y = bx + c$,

则 $ab + c = -\frac{1}{a}$.

$\therefore c = -\frac{1}{a} - ab$.

$$\therefore y = bx - \frac{1}{a} - ab.$$

$\therefore$ 直线 $y = bx - \frac{1}{a} - ab$ 与双曲线 $y = -\frac{1}{x}$ 只有一个交点,

$\therefore$ 方程 $bx - \frac{1}{a} - ab = -\frac{1}{x}$ 即 $bx^2 - (\frac{1}{a} + ab)x + 1 = 0$ 有两个相等的实根.

$$\therefore [-(\frac{1}{a} + ab)]^2 - 4b = (\frac{1}{a} + ab)^2 - 4b = (\frac{1}{a} - ab)^2 = 0.$$

$$\therefore \frac{1}{a} = ab.$$

$$\therefore b = \frac{1}{a^2}, \quad c = -\frac{2}{a}.$$

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{a^2}x - \frac{2}{a}.$$

$\therefore$ 当 $x=0$ 时, $y = -\frac{2}{a}$, 则点 D 的坐标为 $(0, -\frac{2}{a})$;

当 $y=0$ 时, $x=2a$, 则点 C 的坐标为 $(2a, 0)$.

$$\therefore AC = 2a - (-2) = 2a + 2, \quad BD = 2 - (-\frac{2}{a}) = 2 + \frac{2}{a}.$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD$$

$$= \frac{1}{2}(2a+2)(2+\frac{2}{a})$$

$$= 4 + 2(a + \frac{1}{a})$$

$$= 4 + 2[(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})^2 + 2]$$

$$= 8 + 2(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})^2.$$

$$\therefore 2(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}})^2 \geq 0,$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} \geq 8.$$

$\therefore$ 当且仅当 $\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}} = 0$ 即 $a=1$ 时, $S_{\text{四边形 } ABCD}$ 取到最小值 8.

故选: B.

点评: 本题考查了用待定系数法求反比例函数及一次函数的解析式、根的判别式、双曲线与直线的交点等知识, 考查了用配方法求代数式的最值, 突出了对能力的考查, 是一道好题.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. (3 分) (2014•乐山) 当分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义时, x 的取值范围为 $x \neq 2$.

考点: 分式有意义的条件. .

分析: 分式有意义, 分母 $x-2 \neq 0$, 易求 x 的取值范围.

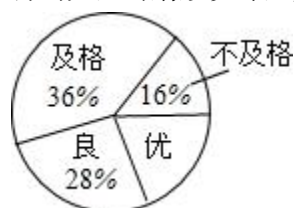
解答: 解: 当分母 $x-2 \neq 0$, 即 $x \neq 2$ 时, 分式 $\frac{1}{x-2}$ 有意义.

故填: $x \neq 2$.

点评: 本题考查了分式有意义的条件. 从以下三个方面透彻理解分式的概念:

- (1) 分式无意义 $\Leftrightarrow$ 分母为零;
- (2) 分式有意义 $\Leftrightarrow$ 分母不为零;
- (3) 分式值为零 $\Leftrightarrow$ 分子为零且分母不为零.

12. (3 分) (2014•乐山) 期末考试后, 小红将本班 50 名学生的数学成绩进行分类统计, 得到如图的扇形统计图, 则优生人数为 10.



考点: 扇形统计图. .

分析: 用总人数乘以对应的百分比即可求解.

解答: 解: $50 \times (1 - 16\% - 36\% - 28\%)$
 $= 50 \times 0.2$
 $= 10$ (人).
故优生人数为 10, .
故答案是: 10.

点评: 本题考查的是扇形统计图的运用, 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

13. (3 分) (2014•乐山) 若 $a=2$, $a-2b=3$, 则 $2a^2-4ab$ 的值为 12.

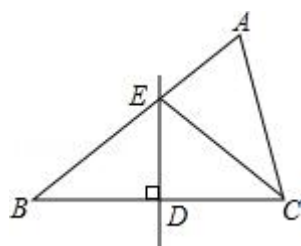
考点: 因式分解-提公因式法. .

分析: 首先提取公因式 $2a$, 进而将已知代入求出即可.

解答: 解: $\because a=2$, $a-2b=3$,
 $\therefore 2a^2-4ab=2a(a-2b)=2 \times 2 \times 3=12$.
故答案为: 12.

点评: 此题主要考查了提取公因式法分解因式, 正确提取公因式是解题关键.

14. (3 分) (2014•乐山) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边的中垂线交 BC 于 D , 交 AB 于 E . 若 CE 平分 $\angle ACB$, $\angle B=40^\circ$, 则 $\angle A=$ 60 度.



考点: 线段垂直平分线的性质. .

分析: 根据线段垂直平分线得出 $BE=CE$, 推出 $\angle B=\angle BCE=40^\circ$, 求出 $\angle ACB=2\angle BCE=80^\circ$, 代入 $\angle A=180^\circ-\angle B-\angle ACB$ 求出即可.

解答: 解: $\because DE$ 是线段 BC 的垂直平分线,

$$\therefore BE=CE,$$

$$\therefore \angle B=\angle BCE=40^\circ,$$

$$\because CE \text{ 平分 } \angle ACB,$$

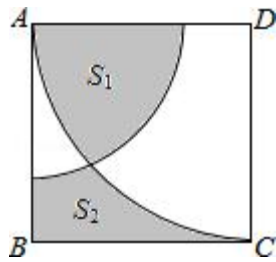
$$\therefore \angle ACB=2\angle BCE=80^\circ,$$

$$\therefore \angle A=180^\circ-\angle B-\angle ACB=60^\circ,$$

故答案为: 60.

点评: 本题考查了等腰三角形性质, 线段垂直平分线性, 三角形内角和定理的应用, 注意: 线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等.

15. (3分) (2014•乐山) 如图. 在正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 以 A 为圆心, 2 为半径作圆弧. 以 D 为圆心, 3 为半径作圆弧. 若图中阴影部分的面积分为 S_1 、 S_2 . 则 $S_1 - S_2 = \frac{15\pi}{4} - 9$.



考点: 整式的加减. .

分析: 先求出正方形的面积, 再根据扇形的面积公式求出以 A 为圆心, 2 为半径作圆弧. 以 D 为圆心, 3 为半径作圆弧的两扇形面积, 再求出其差即可.

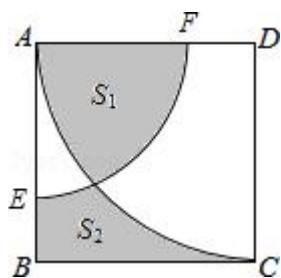
解答: 解: $\because S_{\text{正方形}}=3\times 3=9$,

$$S_{\text{扇形 ADC}}=\frac{90\pi\times 3^2}{360}=\frac{9\pi}{4},$$

$$S_{\text{扇形 EAF}}=\frac{90\pi\times 2^2}{360}=\pi,$$

$$\therefore S_1 - S_2 = \pi - (S_{\text{正方形}} - S_{\text{扇形 ADC}}) = \pi - (9 - \frac{9\pi}{4}) = \frac{15\pi}{4} - 9.$$

故答案为: $\frac{15\pi}{4} - 9$.



点评: 本题考查的是整式的加减，熟知整式的加减实质上是合并同类项是解答此题的关键.

16. (3分) (2014•乐山) 对于平面直角坐标系中任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ ，称 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ 为 P_1 、 P_2 两点的直角距离，记作： $d(P_1, P_2)$. 若 $P_0(x_0, y_0)$ 是一定点， $Q(x, y)$ 是直线 $y=kx+b$ 上的一动点，称 $d(P_0, Q)$ 的最小值为 P_0 到直线 $y=kx+b$ 的直角距离. 令 $P_0(2, -3)$. O 为坐标原点. 则:

(1) $d(O, P_0) = \underline{5}$;

(2) 若 $P(a, -3)$ 到直线 $y=x+1$ 的直角距离为 6，则 $a = \underline{2 \text{ 或 } -10}$.

考点: 一次函数图象上点的坐标特征；点的坐标. .

专题: 新定义；分类讨论. .

分析: (1) 根据题中所给出的两点的直角距离公式即可得出结论；

(2) 先根据题意得出关于 x 的式子，再由绝对值的几何意义即可得出结论.

解答: 解：(1) $\because P_0(2, -3)$. O 为坐标原点，

$$\therefore d(O, P_0) = |2 - 0| + |-3 - 0| = 5.$$

故答案为：5；

(2) $\because P(a, -3)$ 到直线 $y=x+1$ 的直角距离为 6，

$\therefore$ 设直线 $y=x+1$ 上一点 $Q(x, x+1)$ ，则 $d(P, Q) = 6$ ，

$$\therefore |a - x| + |-3 - x - 1| = 6, \text{ 即 } |a - x| + |x + 4| = 6,$$

当 $a - x \geq 0$, $x \geq -4$ 时，原式 $= a - x + x + 4 = 6$ ，解得 $a = 2$ ；

当 $a - x < 0$, $x < -4$ 时，原式 $= x - a - x - 4 = 6$ ，解得 $a = -10$.

故答案为：2 或 -10.

点评: 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上给点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

三、每小题 9 分，共 27 分

17. (9分) (2014•乐山) 计算： $\sqrt{12} + (\frac{2}{\pi} - 2014)^0 - 2\cos 30^\circ - (\frac{1}{2})^{-1}$.

考点: 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值. .

分析: 本题涉及零指数幂、乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答: 解：原式 $= 2\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - 2$
 $= \sqrt{3} - 1.$

点评: 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对

值等考点的运算.

18. (9分) (2014•乐山) 解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{x} = 1$.

考点: 解分式方程. .

专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $x^2 - 3x + 3 = x^2 - x$,

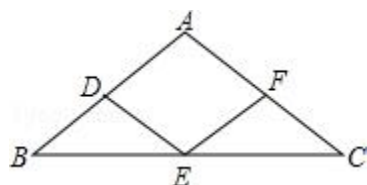
移项合并得: $-2x = 3$,

解得: $x = -1.5$,

经检验 $x = -1.5$ 是分式方程的解.

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

19. (9分) (2014•乐山) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 四边形 $ADEF$ 是菱形, 求证: $BE = CE$.



考点: 菱形的性质; 全等三角形的判定与性质. .

专题: 证明题.

分析: 根据四边形 $ADEF$ 是菱形, 得 $DE = EF$, $AB \parallel EF$, $DE \parallel AC$ 可证明 $\triangle DFE \cong \triangle FCE$, 即可得出 $BE = CE$.

解答: 证明: $\because$ 四边形 $ADEF$ 是菱形,

$\therefore DE = EF$, $AB \parallel EF$, $DE \parallel AC$,

$\therefore \angle C = \angle BED$, $\angle B = \angle CEF$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

在 $\triangle DFE$ 和 $\triangle FCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle C \\ DE = FE \\ \angle BED = \angle CEF \end{cases},$$

$\therefore \triangle DFE \cong \triangle FCE$,

$\therefore BE = CE$.

点评: 本题考查了菱形的性质以及全等三角形的判定和性质, 是基础题, 比较简单.

四、每小题 10 分, 共 30 分

20. (10分) (2014•乐山) 在一个不透明的口袋里有标号为 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 除数字不同外, 小球没有任何区别, 摸球前先搅拌均匀, 每次摸一个球.

(1) 下列说法:

- ①摸一次，摸出一号球和摸出 5 号球的概率相同；
 ②有放回的连续摸 10 次，则一定摸出 2 号球两次；
 ③有放回的连续摸 4 次，则摸出四个球标号数字之和可能是 20.
 其中正确的序号是 ①③.

(2) 若从袋中不放回地摸两次，求两球标号数字是一奇一偶的概率.

考点: 列表法与树状图法.

专题: 计算题.

分析: (1) ①1 号与 5 号球摸出概率相同，正确；

②不一定摸出 2 号球，错误；

③ $5+5+5+5=20$ ，可能，正确；

(2) 列表得出所有等可能的情况数，找出两球标号数字是一奇一偶的情况数，即可求出所求的概率.

解答: 解: (1) ①1 号与 5 号球摸出概率相同，正确；

②不一定摸出 2 号球，错误；

③若 $5+5+5+5=20$ ，可能，正确；

故答案为: ①③；

(2) 列表如下:

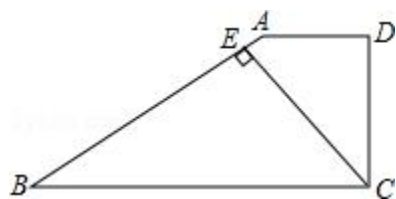
	1	2	3	4	5
1	--	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)
2	(2, 1)	--	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)
3	(3, 1)	(3, 2)	--	(3, 4)	(3, 5)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	--	(4, 5)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	--

所有等可能的情况有 20 种，其中数字是一奇一偶的情况有 12 种，

$$\text{则 } P(\text{一奇一偶}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}.$$

点评: 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

21. (10 分) (2014•乐山) 如图，在梯形 ABCD 中，AD//BC， $\angle ADC=90^\circ$ ， $\angle B=30^\circ$ ，CE⊥AB，垂足为点 E. 若 AD=1， $AB=2\sqrt{3}$ ，求 CE 的长.



考点: 直角梯形；矩形的判定与性质；解直角三角形.

分析: 利用锐角三角函数关系得出 BH 的长，进而得出 BC 的长，即可得出 CE 的长.

解答: 解: 过点 A 作 AH⊥BC 于 H，则 AD=HC=1，

在△ABH 中， $\angle B=30^\circ$ ， $AB=2\sqrt{3}$ ，

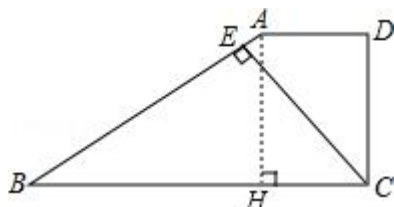
$$\therefore \cos 30^\circ = \frac{BH}{AB},$$

$$\text{即 } BH = AB \cos 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3,$$

$$\therefore BC = BH + HC = 4,$$

$$\therefore CE \perp AB,$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}BC = 2.$$



点评: 此题主要考查了锐角三角函数关系应用以及直角三角形中 30° 所对的边等于斜边的一半等知识, 得出 BH 的长是解题关键.

选做题

22. (10 分) (2014·乐山) 已知 a 为大于 2 的整数, 若关于 x 的不等式 $\begin{cases} 2x - a \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases}$ 无解.

(1) 求 a 的值;

(2) 化简并求 $(\frac{a^2 - 2}{a} - 1) + \frac{a - 2}{a}$ 的值.

考点: 解一元一次不等式组; 分式的化简求值.

分析: (1) 首先解第一个不等式, 然后根据不等式组无解即可得到关于 a 的不等式从而求解;

(2) 首先对括号内的式子进行通分相减, 然后进行同分母的分式的加法计算即可, 最后代入 a 的值计算即可.

解答: 解: (1) 解不等式 $2x - a \leq 0$ 得: $x \leq \frac{a}{2}$,

$$\text{则 } \frac{a}{2} < 2,$$

$$\text{解得: } a < 4,$$

又 $\because a$ 为大于 2 的整数,

$$\therefore a = 3;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{a^2 - 2 - a}{a} + \frac{a - 2}{a} = \frac{a^2 - 2 - a + a - 2}{a} = \frac{a^2 - 4}{a}.$$

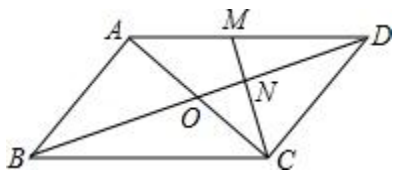
$$\therefore \text{原式} = \frac{9 - 4}{3} = \frac{5}{3}.$$

点评: 本题考查的是一元一次不等式组的解, 解此类题目常常要结合数轴来判断. 还可以观察不等式的解, 若 $x >$ 较小的数、 $x <$ 较大的数, 那么解集为 x 介于两数之间.

23. (2014·乐山) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于点 O . M 为 AD 中

点，连接 CM 交 BD 于点 N，且 ON=1.

- (1) 求 BD 的长；
- (2) 若 $\triangle DCN$ 的面积为 2，求四边形 ABCM 的面积.



考点：相似三角形的判定与性质；平行四边形的性质．

专题：计算题.

分析： (1) 由四边形 ABCD 为平行四边形，得到对边平行且相等，且对角线互相平分，根据两直线平行内错角相等得到两对角相等，进而确定出三角形 MND 与三角形 BCN 相似，由相似得比例，得到 $DN:BN=1:2$ ，设 $OB=OD=x$ ，表示出 BN 与 DN，求出 x 的值，即可确定出 BD 的长；

(2) 由相似三角形相似比为 1:2，得到 $NC=2MN$ ，根据三角形 MND 与三角形 DNC 高相等，底边之比即为面积之比，由三角形 DCN 面积求出 MND 面积，进而求出三角形 DCM 面积，表示出平行四边形 ABCD 面积与三角形 MCD 面积，即可求出平行四边形 ABCD 面积.

解答： 解：(1) $\because$ 平行四边形 ABCD，
 $\therefore AD \parallel BC$ ， $AD=BC$ ， $OB=OD$ ，
 $\therefore \angle DMN = \angle BCN$ ， $\angle MDN = \angle NBC$ ，
 $\therefore \triangle MND \sim \triangle CNB$ ，

$$\therefore \frac{MD}{BC} = \frac{DN}{BN}$$

$\because$ M 为 AD 中点，

$$\therefore MD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC, \text{ 即 } \frac{MD}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{DN}{BN} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } BN = 2DN,$$

设 $OB=OD=x$ ，则有 $BD=2x$ ， $BN=OB+ON=x+1$ ， $DN=x-1$ ，

$$\therefore x+1=2(x-1),$$

解得： $x=3$ ，

$$\therefore BD=2x=6;$$

(2) $\because \triangle MND \sim \triangle CNB$ ，且相似比为 1:2，

$$\therefore MN:CN=1:2,$$

$$\therefore S_{\triangle MND}:S_{\triangle CND}=1:4,$$

$\because \triangle DCN$ 的面积为 2，

$$\therefore \triangle MND \text{ 面积为 } \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle MCD \text{ 面积为 } 2.5,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } ABCD} = AD \cdot h, S_{\triangle MCD} = \frac{1}{2}MD \cdot h = \frac{1}{4}AD \cdot h,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } ABCD} = 4S_{\triangle MCD} = 10.$$

点评： 此题考查了相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的

关键.

五、每小题 10 分，共 20 分

24. (10 分) (2014•乐山) 某校一课外小组准备进行“绿色环保”的宣传活动，需要制作宣传单，校园附近有甲、乙两家印刷社，制作此种宣传单的收费标准如下：

甲印刷社收费 y (元) 与印制数 x (张) 的函数关系如下表：

印制 x (张)	...	100	200	300	...
收费 y (元)	...	15	30	45	...

乙印刷社的收费方式为：500 张以内 (含 500 张)，按每张 0.20 元收费；超过 500 张部分，按每张 0.10 元收费.

(1) 根据表中规律，写出甲印刷社收费 y (元) 与印数 x (张) 的函数关系式；

(2) 若该小组在甲、乙两家印刷社共印制 400 张宣传单，用去 65 元，问甲、乙两家印刷社个印多少张？

(3) 活动结束后，市民反应良好，兴趣小组决定再加印 800 张宣传单，若在甲、乙印刷社中选一家，兴趣小组应选择哪家印刷社比较划算？

考点：一次函数的应用.

分析：(1) 设甲印刷社收费 y (元) 与印数 x (张) 的函数关系式为 $y=kx+b$ ，由待定系数法求出其解即可；

(2) 设在甲印刷社印刷 a 张，则在乙印刷社印刷 $(400-a)$ 张，由总费用为 65 元建立方程求出其解即可

(3) 分别计算在两家印刷社印刷的费用比较大就可以得出结论.

解答：解：(1) 设甲印刷社收费 y (元) 与印数 x (张) 的函数关系式为 $y=kx+b$ ，由题意，得

$$\begin{cases} 15=100k+b \\ 30=200k+b \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=0.15 \\ b=0 \end{cases},$$

$$\therefore y=0.15x.$$

$\therefore$ 甲印刷社收费 y (元) 与印数 x (张) 的函数关系式为 $y=0.15x$;

(2) 设在甲印刷社印刷 a 张，则在乙印刷社印刷 $(400-a)$ 张，由题意，得 $0.15a+0.2(400-a)=65$,

解得: $a=300$,

在乙印刷社印刷 $400-300=100$ 张.

答：在甲印刷社印刷 300 张，在乙印刷社印刷 100 张；

(3) 由题意，得

在甲印刷社的费用为: $y=0.15 \times 800=120$ 元.

在乙印刷社的费用为: $500 \times 0.2+0.1(800-500)=130$ 元.

$$\therefore 120 < 130,$$

$\therefore$ 印刷社甲的收费 < 印刷社乙的收费.

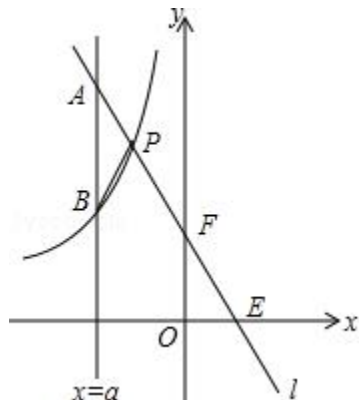
$\therefore$ 兴趣小组应选择甲印刷社比较划算.

点评：本题考查了单价 $\times$ 数量=总价的运用，待定系数法求一次函数的解析式的运用，列一元一次方程解实际问题的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键.

25. (10分) (2014•乐山) 如图, 一次函数 $y=kx+b$ 的图象 l 与坐标轴分别交于点 E 、 F 与双曲线, $y=-\frac{4}{x}$ ($x<0$) 交于点 $P(-1, n)$, 且 F 是 PE 的中点.

(1) 求直线 l 的解析式;

(2) 若直线 $x=a$ 与 l 交于点 A , 与双曲线交于点 B (不同于 A), 问 a 为何值时, $PA=PB$?



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

分析: (1) 先由 $y=-\frac{4}{x}$, 求出点 P 的坐标, 再根据 F 为 PE 中点, 求出 F 的坐标, 把 P , F 的坐标代入求出直线 l 的解析式;

(2) 过 P 作 $PD \perp AB$, 垂足为点 D , 由 A 点的纵坐标为 $-2a+2$, B 点的纵坐标为 $-\frac{4}{a}$, D 点的纵坐标为 4 , 列出方程求解即可.

解答: 解: 由 $P(-1, n)$ 在 $y=-\frac{4}{x}$, 得 $n=4$,

$\therefore P(-1, 4)$,

$\therefore F$ 为 PE 中点,

$\therefore OF = \frac{1}{2}PE = 2$,

$\therefore F(0, 2)$,

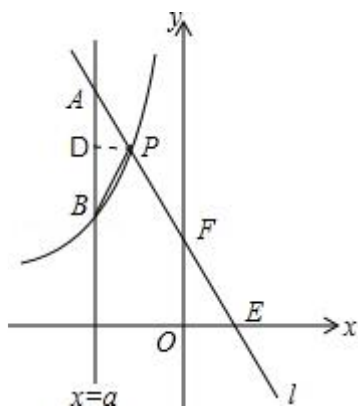
又 $\therefore P, F$ 在 $y=kx+b$ 上,

$\therefore \begin{cases} 4 = -k + b \\ 2 = b \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = 2 \end{cases}$.

$\therefore$ 直线 l 的解析式为: $y = -2x + 2$.

(2) 如图, 过 P 作 $PD \perp AB$, 垂足为点 D ,



$\therefore PA=PB$,

$\therefore$ 点 D 为 AB 的中点,

又由题意知 A 点的纵坐标为 $-2a+2$, B 点的纵坐标为 $-\frac{4}{a}$, D 点的纵坐标为 4,

$\therefore$ 得方程 $-2a+2-\frac{4}{a}=4 \times 2$,

解得 $a_1=-2$, $a_2=-1$ (舍去).

$\therefore$ 当 $a=-2$ 时, $PA=PB$.

点评: 本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点, 解题的重点是求出直线 l 的解析式.

六、25 题 12 分, 26 题 13 分, 共 25 分

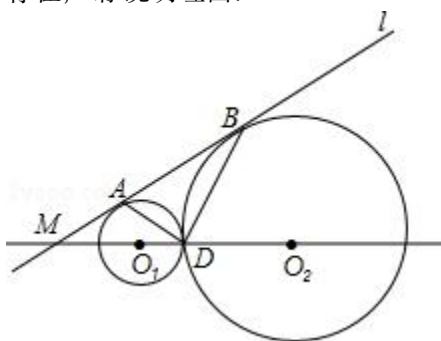
26. (12 分) (2014•乐山) 如图, $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切于点 D, 直线 l 与两圆分别相切于点 A、B, 与直线

O_1O_2 相交于点 M, 且 $\tan \angle AMO_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $MD = 4\sqrt{3}$.

(1) 求 $\odot O_2$ 的半径;

(2) 求 $\triangle ADB$ 内切圆的面积;

(3) 在直线 l 上是否存在点 P, 使 $\triangle MO_2P$ 相似于 $\triangle MDB$? 若存在, 求出 PO_2 的长; 若不存在, 请说明理由.



考点: 圆的综合题.

专题: 综合题.

分析: (1) 连结 O_1A 、 O_2B , 设 $\odot O_1$ 的半径为 r , $\odot O_2$ 的半径为 R , 根据两圆相切的性质得到直线 O_1O_2 过点 D, 则 $MO_2 = MD + O_2D = 4\sqrt{3} + R$, 再根据切线的性质由直线 l 与两圆分别相切于点 A、B 得到 $O_1A \perp AB$, $O_2B \perp AB$, 然后根据特殊角的三角函数值得到 $\angle AMO_1 = 30^\circ$, 在 $Rt \triangle MBO_2$ 中, 根据含 30° 的直角三角形三边的关系得

$MO_2=O_2B=2R$, 于是有 $4\sqrt{3}+R=2R$, 解得 $R=4\sqrt{3}$;

(2) 利用互余由 $\angle AMO_2=30^\circ$ 得到 $\angle MO_2B=60^\circ$, 则可判断 $\triangle O_2BD$ 为等边三角形, 所以 $BD=O_2B=4\sqrt{3}$, $\angle DBO_2=60^\circ$, 于是可计算出 $\angle ABD=30^\circ$, 同样可得

$\angle MO_1A=60^\circ$, 利用三角形外角性质可计算得 $\angle O_1AD=\frac{1}{2}\angle MO_1A=30^\circ$, 则 $\angle DAB=60^\circ$, 所以 $\angle ADB=90^\circ$, 在 $Rt\triangle ABD$ 中, 根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得 $AD=\frac{\sqrt{3}}{3}BD=4$, $AB=2AD=8$, 利用直角三角形内切圆的半径公式得到 $\triangle ADB$ 内

切圆的半径 $=\frac{AD+BD-AB}{2}=2\sqrt{3}-2$, 然后根据圆的面积公式求解;

(3) 先在 $Rt\triangle MBO_2$ 中, 根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得 $MB=\sqrt{3}O_2B=12$, 然后分类讨论: $\triangle MO_2P$ 与 $\triangle MDB$ 有一个公共角, 当 $\triangle MO_2P \sim \triangle MDB$ 时, 利用相似比可计算出 $O_2P=8\sqrt{3}$; 当 $\triangle MO_2P \sim \triangle MBD$ 时, 利用相似比可计算出 $O_2P=8$.

解答: 解: (1) 连结 O_1A 、 O_2B , 如图, 设 $\odot O_1$ 的半径为 r , $\odot O_2$ 的半径为 R ,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切与点 D ,

$\therefore$ 直线 O_1O_2 过点 D ,

$\therefore MO_2=MD+O_2D=4\sqrt{3}+R$,

$\therefore$ 直线 l 与两圆分别相切于点 A 、 B ,

$\therefore O_1A \perp AB$, $O_2B \perp AB$,

$\therefore \tan \angle AMO_1=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle AMO_1=30^\circ$,

在 $Rt\triangle MBO_2$ 中, $MO_2=O_2B=2R$,

$\therefore 4\sqrt{3}+R=2R$, 解得 $R=4\sqrt{3}$,

即 $\odot O_2$ 的半径为 $4\sqrt{3}$;

(2) $\therefore \angle AMO_2=30^\circ$,

$\therefore \angle MO_2B=60^\circ$,

而 $O_2B=O_2D$,

$\therefore \triangle O_2BD$ 为等边三角形,

$\therefore BD=O_2B=4\sqrt{3}$, $\angle DBO_2=60^\circ$,

$\therefore \angle ABD=30^\circ$,

$\therefore \angle AMO_1=30^\circ$,

$\therefore \angle MO_1A=60^\circ$,

而 $O_1A=O_1D$,

$\therefore \angle O_1AD=\angle O_1DA$,

$\therefore \angle O_1AD=\frac{1}{2}\angle MO_1A=30^\circ$,

$\therefore \angle DAB=60^\circ$,

$\therefore \angle ADB=180^\circ-30^\circ-60^\circ=90^\circ$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $AD=\frac{\sqrt{3}}{3}BD=4$, $AB=2AD=8$,

$\therefore \triangle ADB$ 内切圆的半径 $=\frac{AD+BD-AB}{2}=\frac{4+4\sqrt{3}-8}{2}=2\sqrt{3}-2$,

$\therefore \triangle ADB$ 内切圆的面积 $=\pi \cdot (2\sqrt{3}-2)^2 = (16-8\sqrt{3})\pi$;

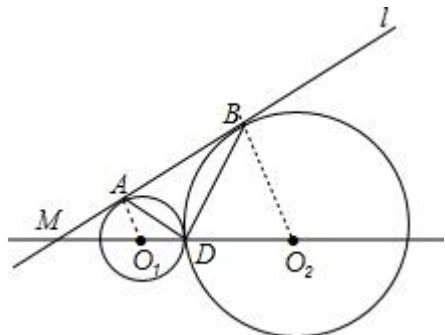
(3) 存在.

在 $\text{Rt}\triangle \text{MBO}_2$ 中, $\text{MB}=\sqrt{3}\text{O}_2\text{B}=\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}=12$,

当 $\triangle \text{MO}_2\text{P}\sim\triangle \text{MDB}$ 时, $\frac{\text{O}_2\text{P}}{\text{DB}}=\frac{\text{MO}_2}{\text{MD}}$, 即 $\frac{\text{O}_2\text{P}}{4\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$, 解得 $\text{O}_2\text{P}=8\sqrt{3}$;

当 $\triangle \text{MO}_2\text{P}\sim\triangle \text{MBD}$ 时, $\frac{\text{O}_2\text{P}}{\text{DB}}=\frac{\text{MO}_2}{\text{MB}}$, 即 $\frac{\text{O}_2\text{P}}{4\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{12}$, 解得 $\text{O}_2\text{P}=8$,

综上所述, 满足条件的 O_2P 的长为 8 或 $8\sqrt{3}$.



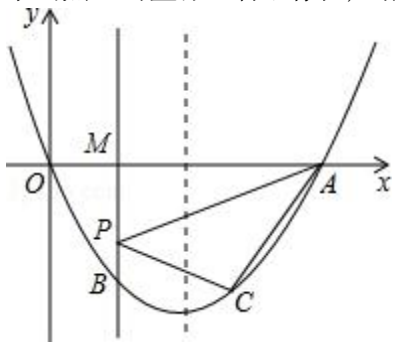
点评: 本题考查了圆的综合题: 熟练掌握切线的性质、两圆相切的性质和直角三角形内切圆的半径; 会利用含 30° 的直角三角形三边的关系和三角形相似比进行几何计算; 会运用分类讨论的思想解决数学问题.

27. (13 分) (2014•乐山) 如图, 抛物线 $y=x^2-2mx$ ($m>0$) 与 x 轴的另一个交点为 A , 过 $P(1, -m)$ 作 $\text{PM}\perp x$ 轴与点 M , 交抛物线于点 B . 点 B 关于抛物线对称轴的对称点为 C .

(1) 若 $m=2$, 求点 A 和点 C 的坐标;

(2) 令 $m>1$, 连接 CA , 若 $\triangle \text{ACP}$ 为直角三角形, 求 m 的值;

(3) 在坐标轴上是否存在点 E , 使得 $\triangle \text{PEC}$ 是以 P 为直角顶点的等腰直角三角形? 若存在, 求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 令 $y=0$ 即可求得 A 点坐标, 令 $x=1$ 求得 B 点, 根据对称轴的性质即可求得 C 点的坐标.

(2) 分别求出 PA 、 PC 、 AC 的平方, 根据勾股定理的逆定理即可求得 m 的值,

(3) 先求出 PC 的斜率, 根据互为垂直的两直线的斜率互为负倒数求出直线 PE 的斜率, 然后求出解析式, 分别求出与 x 轴的交点和与 y 轴的交点, 从而求出 PE 的长, 然后判断 PE^2 是否等于 PC^2 即可.

解答: 解: (1) 若 $m=2$, 抛物线 $y=x^2-2mx=x^2-4x$,

$\therefore$ 对称轴 $x=2$,

令 $y=0$, 则 $x^2-4x=0$,

解得 $x=0$, $x=4$,

$\therefore A(4, 0)$,

$\therefore P(1, -2)$, 令 $x=1$, 则 $y=-3$,

$\therefore B(1, -3)$,

$\therefore C(3, -3)$.

(2) $\therefore$ 抛物线 $y=x^2-2mx$ ($m>0$),

$\therefore A(2m, 0)$ 对称轴 $x=m$,

$\therefore P(1, -m)$

令 $x=1$, 则 $y=1-2m$,

$\therefore B(1, 1-2m)$,

$\therefore C(2m-1, 1-2m)$,

$\therefore PA_2 = (-m)^2 + (2m-1)^2 = 5m^2 - 4m + 1$, $PC_2 = (2m-2)^2 + (1-m)^2 = 5m^2 - 10m + 5$. $AC_2 = 1 + (1-2m)^2 = 2 - 4m + 4m^2$,

$\therefore \triangle ACP$ 为直角三角形,

$\therefore PA_2 = PC_2 + AC_2$,

即 $5m^2 - 4m + 1 = 5m^2 - 10m + 5 + 2 - 4m + 4m^2$, 整理得: $2m^2 - 5m + 6 = 0$,

解得: $m = \frac{3}{2}$, $m=1$ (舍去),

故 $m = \frac{3}{2}$.

(3) $\therefore P(1, -m)$, $C(2m-1, 1-2m)$, 设直线 PC 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\therefore \begin{cases} -m = k + b \\ 1 - 2m = (2m - 1)k + b \end{cases}, \text{ 解得: } k = -\frac{1}{2}$$

$\therefore PE \perp PC$,

$\therefore$ 直线 PE 的斜率 $=2$,

设直线 PE 为 $y=2x+b'$,

$\therefore -m = 2 + b'$, 解得 $b' = -2 - m$,

$\therefore$ 直线 PE : $y = -2x - 2 - m$,

令 $y=0$, 则 $x = -1 - \frac{1}{2}m$,

$\therefore E(-1 - \frac{1}{2}m, 0)$,

$\therefore PE_2 = (-m)^2 + (-2 - \frac{1}{2}m)^2 = \frac{5m^2}{4} \neq PC_2$

$\therefore$ 在 x 轴上不存在 E 点,

令 $x=0$, 则 $y = -2 - m$,

$\therefore E(0, -2 - m)$

$\therefore PE_2 = (-2 - 2m)^2 + 12 \neq PC_2$,

$\therefore y$ 轴上不存在 E 点,

故坐标轴上不存在点 E , 使得 $\triangle PEC$ 是以 P 为直角顶点的等腰直角三角形.

点评: 本题考查了二次函数的交点的求法, 以及直角三角形的判定, 等腰直角三角形的判定, 勾股定理的应用等.