

2013 年四川省泸州市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

1. (2 分) -2 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

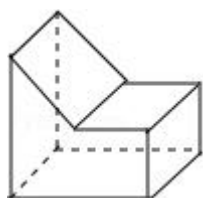
2. (2 分) 某校七年级有 5 名同学参加射击比赛，成绩分为 7, 8, 9, 10, 8 (单位: 环). 则这 5 名同学成绩的众数是 ()

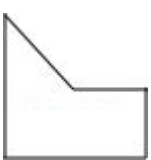
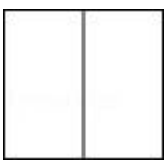
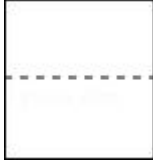
- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

3. (2 分) 下列各式计算正确的是 ()

- A. $(a^7)^2 = a^9$ B. $a^7 \cdot a^2 = a^{14}$
C. $2a^2 + 3a^3 = 5a^5$ D. $(ab)^3 = a^3b^3$

4. (2 分) 如图所示为某几何体的示意图，则该几何体的主视图应为 ()

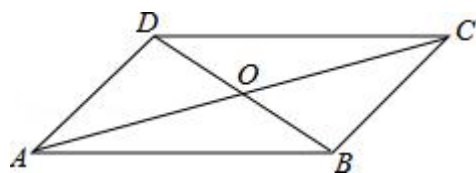


- A.  B.  C.  D. 

5. (2 分) 第六次全国人口普查数据显示：泸州市常住人口大约有 4220000 人，这个数用科学记数法表示正确的是 ()

- A. 4.22×10^5 B. 42.2×10^5 C. 4.22×10^6 D. 4.22×10^7

6. (2 分) 四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是 ()



- A. $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ B. $AB = DC$, $AD = BC$
C. $AO = CO$, $BO = DO$ D. $AB \parallel DC$, $AD = BC$

7. (2 分) 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$ 自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ 且 $x \neq 3$ B. $x \geq 1$ C. $x \neq 3$ D. $x > 1$ 且 $x \neq 3$

8. (2分) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $k > -1$ B. $k < 1$ 且 $k \neq 0$ C. $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

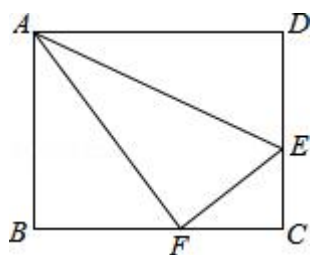
9. (2分) 已知 $\odot O$ 的直径 $CD = 10cm$, AB 是 $\odot O$ 的弦, $AB = 8cm$, 且 $AB \perp CD$, 垂足为 M , 则 AC 的长为 ()

- A. $2\sqrt{5}cm$ B. $4\sqrt{5}cm$ C. $2\sqrt{5}cm$ 或 $4\sqrt{5}cm$ D. $2\sqrt{3}cm$ 或 $4\sqrt{3}cm$

10. (2分) 设 x_1 、 x_2 是方程 $x^2 + 3x - 3 = 0$ 的两个实数根, 则 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ 的值为 ()

- A. 5 B. -5 C. 1 D. -1

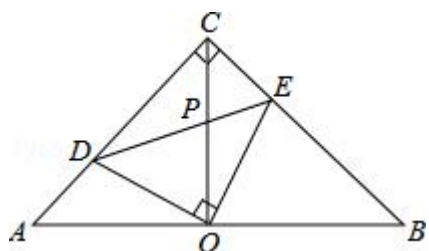
11. (2分) 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 CD 上一点, 把 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折, 点 D 的对称点 F 恰好落在 BC 上, 已知折痕 $AE = 10\sqrt{5}cm$, 且 $\tan \angle EFC = \frac{3}{4}$, 那么该矩形的周长为 ()



- A. $72cm$ B. $36cm$ C. $20cm$ D. $16cm$

12. (2分) 如图, 在等腰直角 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, O 是斜边 AB 的中点, 点 D 、 E 分别在直角边 AC 、 BC 上, 且 $\angle DOE = 90^\circ$, DE 交 OC 于点 P . 则下列结论:

- (1) 图形中全等的三角形只有两对;
 (2) $\triangle ABC$ 的面积等于四边形 $CDOE$ 的面积 2 倍;
 (3) $CD + CE = \sqrt{2}OA$;
 (4) $AD^2 + BE^2 = 2OP \cdot OC$. 其中正确的结论有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

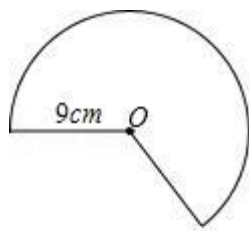
D. 4 个

二、填空题（共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分）

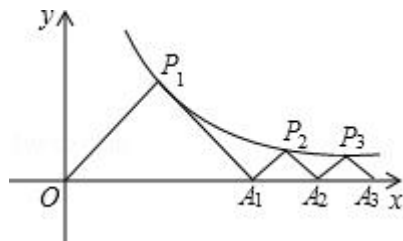
13.（4 分）分解因式： $x^2y - 4y =$ _____.

14.（4 分）在一只不透明的口袋中放入红球 6 个，黑球 2 个，黄球 n 个，这些球除颜色不同外，其它无任何差别．搅匀后随机从中摸出一个恰好是黄球的概率为 $\frac{1}{3}$ ，则放入口袋中的黄球总数 $n =$ _____.

15.（4 分）如图，从半径为 9cm 的圆形纸片上剪去 $\frac{1}{3}$ 圆周的一个扇形，将留下的扇形围成一个圆锥（接缝处不重叠），那么这个圆锥的高为_____ cm .



16.（4 分）如图，点 $P_1(x_1, y_1)$ ，点 $P_2(x_2, y_2)$ ， $\dots$ ，点 $P_n(x_n, y_n)$ 在函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的图象上， $\triangle P_1OA_1$ ， $\triangle P_2A_1A_2$ ， $\triangle P_3A_2A_3$ ， $\dots$ ， $\triangle P_nA_{n-1}A_n$ 都是等腰直角三角形，斜边 OA_1 、 A_1A_2 、 A_2A_3 ， $\dots$ ， $A_{n-1}A_n$ 都在 x 轴上（ n 是大于或等于 2 的正整数），则点 P_3 的坐标是_____；点 P_n 的坐标是_____（用含 n 的式子表示）.

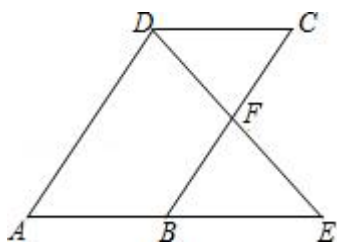


三、（共 3 个小题，每小题 6 分，共 18 分）

17.（6 分）计算： $(\frac{1}{3})^{-1} - 2 \div \sqrt{16} + (3.14 - \pi)^0 \times \sin 30^\circ$.

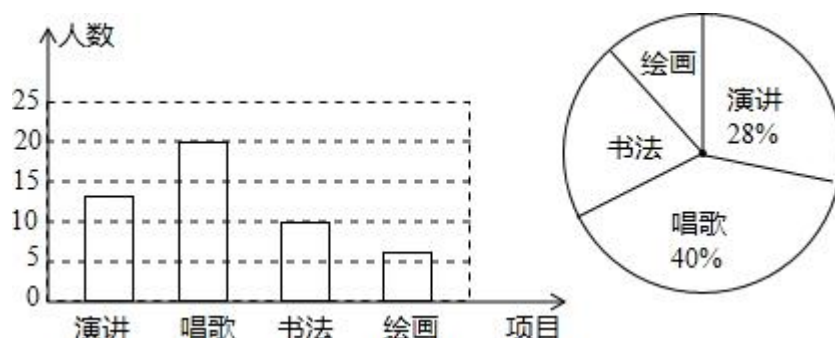
18.（6 分）先化简： $\frac{a-2}{a^2-1} \div (1 - \frac{2a-3}{a-1})$ ，再求值，其中 $a = \sqrt{2}$.

19.（6 分）如图，已知 $\square ABCD$ 中， F 是 BC 边的中点，连接 DF 并延长，交 AB 的延长线于点 E ．求证： $AB = BE$ ．



四、(共 2 个小题，每小题 7 分，共 14 分)

20. (7 分) 某校开展以感恩教育为主题的艺术活动，举办了四个项目的比赛，它们分别是演讲、唱歌、书法、绘画. 要求每位同学必须参加，且限报一项活动. 以九年级(1)班为样本进行统计，并将统计结果绘成如图 1、图 2 所示的两幅统计图. 请你结合图示所给出的信息解答下列问题.



- (1) 求出参加绘画比赛的学生人数占全班总人数的百分比?
- (2) 求出扇形统计图中参加书法比赛的学生所在扇形圆心角的度数?
- (3) 若该校九年级学生有 600 人，请你估计这次艺术活动中，参加演讲和唱歌的学生各有多少人?

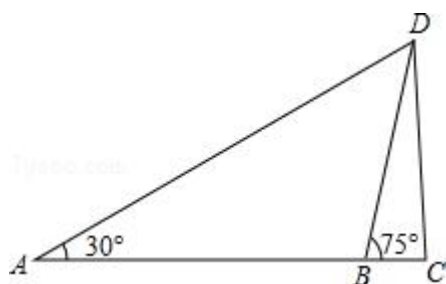
21. (7 分) 某中学为落实市教育局提出的“全员育人，创办特色学校”的会议精神，决心打造“书香校园”，计划用不超过 1900 本科技类书籍和 1620 本人文类书籍，组建中、小型两类图书角共 30 个. 已知组建一个中型图书角需科技类书籍 80 本，人文类书籍 50 本；组建一个小型图书角需科技类书籍 30 本，人文类书籍 60 本.

- (1) 符合题意的组建方案有几种? 请你帮学校设计出来;
- (2) 若组建一个中型图书角的费用是 860 元，组建一个小型图书角的费用是 570 元，试说明(1)中哪种方案费用最低，最低费用是多少元?

五、(共 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分)

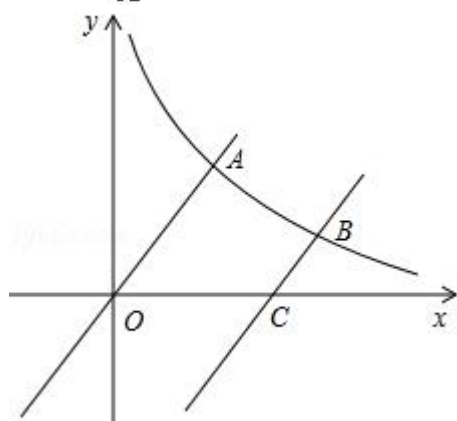
22. (8 分) 如图，为了测出某塔 CD 的高度，在塔前的平地上选择一点 A ，用测角仪测得塔顶 D 的仰角为 30° ，在 A 、 C 之间选择一点 B (A 、 B 、 C 三点在同一直线上). 用测角仪测得塔顶 D 的仰角为 75° ，且 AB 间的距离为 $40m$.

- (1) 求点 B 到 AD 的距离；
 (2) 求塔高 CD (结果用根号表示).



23. (8分) 如图, 已知函数 $y = \frac{4}{3}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 A . 将 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象向下平移 6 个单位后与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 B , 与 x 轴交于点 C .

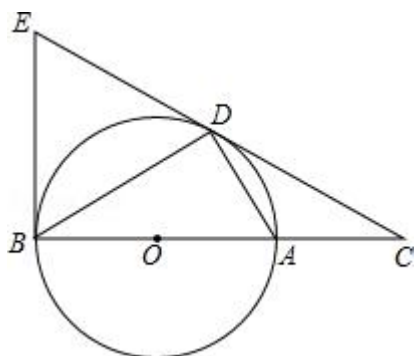
- (1) 求点 C 的坐标;
 (2) 若 $\frac{OA}{CB} = 2$, 求反比例函数的解析式.



六、(共 2 个小题, 其中第 24 小题 10 分, 第 25 小题 12 分, 共 22 分)

24. (10分) 如图, D 为 $\odot O$ 上一点, 点 C 在直径 BA 的延长线上, 且 $\angle CDA = \angle CBD$.

- (1) 求证: $CD^2 = CA \cdot CB$;
 (2) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
 (3) 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 CD 的延长线于点 E , 若 $BC = 12$, $\tan \angle CDA = \frac{2}{3}$, 求 BE 的长.



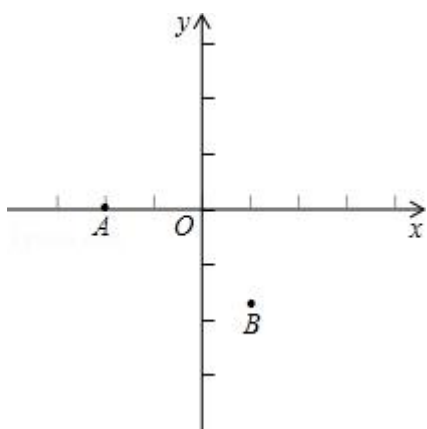
25. (12分) 如图, 在直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 B 的坐标为 $(1, -\sqrt{3})$,

已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过三点 A 、 B 、 O (O 为原点).

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在该抛物线的对称轴上, 是否存在点 C , 使 $\triangle BOC$ 的周长最小? 若存在, 求出点 C 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 如果点 P 是该抛物线上 x 轴上方的一个动点, 那么 $\triangle PAB$ 是否有最大面积? 若有, 求出此时 P 点的坐标及 $\triangle PAB$ 的最大面积; 若没有, 请说明理由. (注意: 本题中的结果均保留根号)



2013 年四川省泸州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分）

1. 【分析】根据相反数的定义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数即可得到答案.

【解答】解：-2 的相反数是 2，

故选：D.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的定义.

2. 【分析】根据众数的概念：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数求解即可.

【解答】解：数据 8 出现 2 次，次数最多，所以众数是 8.

故选：B.

【点评】考查众数的概念. 众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个.

3. 【分析】A、利用幂的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断；

B、利用同底数幂的乘法法则计算得到结果，即可做出判断；

C、原式不能合并，错误；

D、利用积的乘方运算法则计算得到结果，即可做出判断.

【解答】解：A、 $(a^7)^2 = a^{14}$ ，本选项错误；

B、 $a^7 \cdot a^2 = a^9$ ，本选项错误；

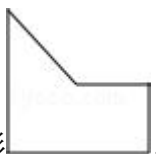
C、本选项不能合并，错误；

D、 $(ab)^3 = a^3b^3$ ，本选项正确，

故选：D.

【点评】此题考查了幂的乘方与积的乘方，同底数幂的乘法，以及合并同类项，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

4. 【分析】几何体的主视图就是从正面看所得到的图形，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.



【解答】解：从正面看可得到图形

故选：A.

【点评】本题主要考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图，关键是

掌握主视图所看的位置.

5. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 4220000 用科学记数法表示为: 4.22×10^6 .

故选: C.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

6. 【分析】根据平行四边形判定定理进行判断.

【解答】解: A、由 “ $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$ ” 可知, 四边形 $ABCD$ 的两组对边互相平行, 则该四边形是平行四边形. 故本选项不符合题意;

B、由 “ $AB = DC$, $AD = BC$ ” 可知, 四边形 $ABCD$ 的两组对边相等, 则该四边形是平行四边形. 故本选项不符合题意;

C、由 “ $AO = CO$, $BO = DO$ ” 可知, 四边形 $ABCD$ 的两条对角线互相平分, 则该四边形是平行四边形. 故本选项不符合题意;

D、由 “ $AB \parallel DC$, $AD = BC$ ” 可知, 四边形 $ABCD$ 的一组对边平行, 另一组对边相等, 据此不能判定该四边形是平行四边形. 故本选项符合题意;

故选: D.

【点评】本题考查了平行四边形的判定.

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形.

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

(4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.

(5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

7. 【分析】根据被开方数大于等于 0, 分母不等于 0 列式进行计算即可得解.

【解答】解: 根据题意得, $x - 1 \geq 0$ 且 $x - 3 \neq 0$,

解得 $x \geq 1$ 且 $x \neq 3$.

故选: A.

【点评】本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0; 二次根式的被开方数是非负数.

8. 【分析】根据方程有两个不相等的实数根, 得到根的判别式的值大于 0 列出不等式, 且二

次项系数不为 0，即可求出 k 的范围.

【解答】解：∵一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 4 + 4k > 0, \text{ 且 } k \neq 0,$$

解得： $k > -1$ 且 $k \neq 0$.

故选：D.

【点评】此题考查了一元二次方程根的判别式，根的判别式的值大于 0，方程有两个不相等的实数根；根的判别式的值等于 0，方程有两个相等的实数根；根的判别式的值小于 0，方程没有实数根.

9. **【分析】**先根据题意画出图形，由于点 C 的位置不能确定，故应分两种情况进行讨论.

【解答】解：连接 AC ， AO ，

$$\because \odot O \text{ 的直径 } CD = 10\text{cm}, AB \perp CD, AB = 8\text{cm},$$

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 8 = 4\text{cm}, OD = OC = 5\text{cm},$$

当 C 点位置如图 1 所示时，

$$\because OA = 5\text{cm}, AM = 4\text{cm}, CD \perp AB,$$

$$\therefore OM = \sqrt{OA^2 - AM^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{cm},$$

$$\therefore CM = OC + OM = 5 + 3 = 8\text{cm},$$

$$\therefore AC = \sqrt{AM^2 + CM^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}\text{cm};$$

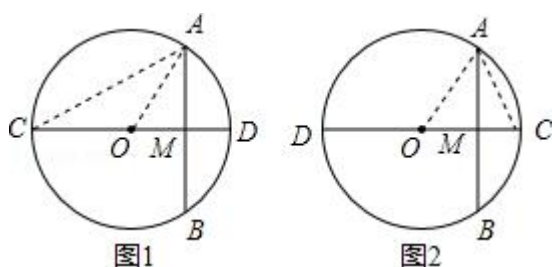
当 C 点位置如图 2 所示时，同理可得 $OM = 3\text{cm}$,

$$\because OC = 5\text{cm},$$

$$\therefore MC = 5 - 3 = 2\text{cm},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AMC \text{ 中}, AC = \sqrt{AM^2 + MC^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}\text{cm}.$$

故选：C.



【点评】本题考查的是垂径定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键.

10. 【分析】先利用根与系数的关系求出两根之和与两根之积，所求式子通分并利用同分母分式的加法法则计算，再利用完全平方公式变形，将两根之和与两根之积代入计算即可求出值.

【解答】解： $\because x_1, x_2$ 是方程 $x^2+3x-3=0$ 的两个实数根，

$$\therefore x_1+x_2 = -3, x_1x_2 = -3,$$

$$\text{则原式} = \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} = \frac{9+6}{-3} = -5.$$

故选：B.

【点评】此题考查了一元二次方程根与系数的关系，熟练掌握根与系数的关系是解本题的关键.

11. 【分析】根据矩形的性质可得 $AB=CD$, $AD=BC$, $\angle B=\angle D=90^\circ$, 再根据翻折变换的性质可得 $\angle AFE=\angle D=90^\circ$, $AD=AF$, 然后根据同角的余角相等求出 $\angle BAF=\angle EFC$, 然后根据 $\tan \angle EFC=\frac{3}{4}$, 设 $BF=3x$ 、 $AB=4x$, 利用勾股定理列式求出 $AF=5x$, 再求出 CF , 根据 $\tan \angle EFC=\frac{3}{4}$ 表示出 CE 并求出 DE , 最后在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 利用勾股定理列式求出 x , 即可得解.

【解答】解：在矩形 $ABCD$ 中, $AB=CD$, $AD=BC$, $\angle B=\angle D=90^\circ$,

$\because \triangle ADE$ 沿 AE 对折, 点 D 的对称点 F 恰好落在 BC 上,

$$\therefore \angle AFE = \angle D = 90^\circ, AD = AF,$$

$$\because \angle EFC + \angle AFB = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$

$$\angle BAF + \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle EFC,$$

$$\because \tan \angle EFC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \text{设 } BF = 3x, AB = 4x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ABF \text{ 中, } AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{(4x)^2 + (3x)^2} = 5x,$$

$$\therefore AD = BC = 5x,$$

$$\therefore CF = BC - BF = 5x - 3x = 2x,$$

$$\because \tan \angle EFC = \frac{3}{4},$$

$$\therefore CE = CF \cdot \tan \angle EFC = 2x \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore DE = CD - CE = 4x - \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}x,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $AD^2 + DE^2 = AE^2$,

$$\text{即 } (5x)^2 + \left(\frac{5}{2}x\right)^2 = (10\sqrt{5})^2,$$

整理得, $x^2 = 16$,

解得 $x = 4$,

$$\therefore AB = 4 \times 4 = 16\text{cm}, AD = 5 \times 4 = 20\text{cm},$$

矩形的周长 $= 2(16+20) = 72\text{cm}$.

故选: A.

【点评】 本题考查了矩形的对边相等, 四个角都是直角的性质, 锐角三角函数, 勾股定理的应用, 根据正切值设出未知数并表示出图形中的各线段是解题的关键, 也是本题的难点.

12. **【分析】** 结论 (1) 错误. 因为图中全等的三角形有 3 对;

结论 (2) 正确. 由全等三角形的性质可以判断;

结论 (3) 正确. 利用全等三角形和等腰直角三角形的性质可以判断.

结论 (4) 正确. 利用相似三角形、全等三角形、等腰直角三角形和勾股定理进行判断.

【解答】 解:

结论 (1) 错误. 理由如下:

图中全等的三角形有 3 对, 分别为 $\triangle AOC \cong \triangle BOC$, $\triangle AOD \cong \triangle COE$, $\triangle COD \cong \triangle BOE$.

由等腰直角三角形的性质, 可知 $OA = OC = OB$, 易得 $\triangle AOC \cong \triangle BOC$.

$$\because OC \perp AB, OD \perp OE, \therefore \angle AOD = \angle COE.$$

在 $\triangle AOD$ 与 $\triangle COE$ 中,

$$\begin{cases} \angle OAD = \angle OCE = 45^\circ \\ OA = OC \\ \angle AOD = \angle COE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COE \text{ (ASA)}.$$

同理可证: $\triangle COD \cong \triangle BOE$.

结论 (2) 正确. 理由如下:

$$\because \triangle AOD \cong \triangle COE,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COE},$$

$$\therefore S_{\text{四边形}CDOE} = S_{\triangle COD} + S_{\triangle COE} = S_{\triangle COD} + S_{\triangle AOD} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC},$$

即 $\triangle ABC$ 的面积等于四边形 $CDOE$ 的面积 2 倍.

结论 (3) 正确, 理由如下:

$$\because \triangle AOD \cong \triangle COE,$$

$$\therefore CE = AD,$$

$$\therefore CD + CE = CD + AD = AC = \sqrt{2}OA.$$

结论 (4) 正确, 理由如下:

$$\because \triangle AOD \cong \triangle COE, \therefore AD = CE; \because \triangle COD \cong \triangle BOE, \therefore BE = CD.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, 由勾股定理得: $CD^2 + CE^2 = DE^2$, $\therefore AD^2 + BE^2 = DE^2$.

$$\because \triangle AOD \cong \triangle COE, \therefore OD = OE,$$

又 $\because OD \perp OE$, $\therefore \triangle DOE$ 为等腰直角三角形, $\therefore DE^2 = 2OE^2$, $\angle DEO = 45^\circ$.

$$\because \angle DEO = \angle OCE = 45^\circ, \angle COE = \angle COE,$$

$$\therefore \triangle OEP \sim \triangle OCE,$$

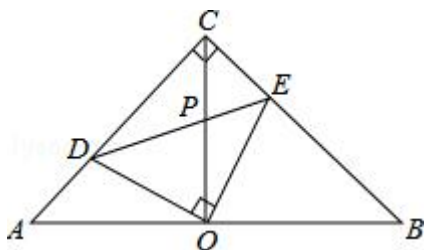
$$\therefore \frac{OE}{OC} = \frac{OP}{OE}, \text{ 即 } OP \cdot OC = OE^2.$$

$$\therefore DE^2 = 2OE^2 = 2OP \cdot OC,$$

$$\therefore AD^2 + BE^2 = 2OP \cdot OC.$$

综上所述, 正确的结论有 3 个,

故选: C.



【点评】 本题是几何综合题, 考查了等腰直角三角形、全等三角形、相似三角形和勾股定理等重要几何知识点. 难点在于结论 (4) 的判断, 其中对于 “ $OP \cdot OC$ ” 线段乘积的形式, 可以寻求相似三角形解决问题.

二、填空题 (共 4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. **【分析】** 先提取公因式 y , 然后再利用平方差公式进行二次分解.

【解答】 解: $x^2y - 4y$,

$$=y(x^2-4),$$

$$=y(x+2)(x-2).$$

故答案为: $y(x+2)(x-2)$.

【点评】 本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 利用平方差公式进行二次分解因式是解本题的难点, 也是关键.

14. **【分析】** 根据口袋中放入红球 6 个, 黑球 2 个, 黄球 n 个, 故球的总个数为 $6+2+n$, 再根据黄球的概率公式列式解答即可.

【解答】 解: $\because$ 口袋中放入红球 6 个, 黑球 2 个, 黄球 n 个,

$\therefore$ 球的总个数为 $6+2+n$,

$\therefore$ 搅匀后随机从中摸出一个恰好是黄球的概率为 $\frac{1}{3}$,

$$\frac{n}{6+2+n} = \frac{1}{3},$$

解得, $n=4$.

故答案为: 4.

【点评】 此题考查概率的求法: 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. **【分析】** 首先求得扇形的弧长, 即圆锥的底面周长, 则底面半径即可求得, 然后利用勾股定理即可求得圆锥的高.

【解答】 解: 圆心角是: $360 \times (1 - \frac{1}{3}) = 240^\circ$,

则弧长是: $\frac{240\pi \times 9}{180} = 12\pi$ (cm),

设圆锥的底面半径是 r , 则 $2\pi r = 12\pi$,

解得: $r=6$,

则圆锥的高是: $\sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}$ (cm).

故答案是: $3\sqrt{5}$.

【点评】 正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键, 理解圆锥的母线长是扇形的半径, 圆锥的底面圆周长是扇形的弧长.

16. **【分析】** 过点 P_1 作 $P_1E \perp x$ 轴于点 E , 过点 P_2 作 $P_2F \perp x$ 轴于点 F , 过点 P_3 作 $P_3G \perp x$ 轴于点 G , 根据 $\triangle P_1OA_1$, $\triangle P_2A_1A_2$, $\triangle P_3A_2A_3$ 都是等腰直角三角形, 可求出 P_1 , P_2 , P_3 的坐标, 从而总结出一般规律得出点 P_n 的坐标.

【解答】解：过点 P_1 作 $P_1E \perp x$ 轴于点 E ，过点 P_2 作 $P_2F \perp x$ 轴于点 F ，过点 P_3 作 $P_3G \perp x$ 轴于点 G ，

$\because \triangle P_1OA_1$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore P_1E = OE = A_1E = \frac{1}{2}OA_1,$$

设点 P_1 的坐标为 (a, a) , $(a > 0)$,

将点 $P_1(a, a)$ 代入 $y = \frac{1}{x}$, 可得 $a = 1$,

故点 P_1 的坐标为 $(1, 1)$,

则 $OA_1 = 2$,

设点 P_2 的坐标为 $(b+2, b)$ ，将点 $P_2(b+2, b)$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ ，可得 $b = \sqrt{2} - 1$ ，

故点 P_2 的坐标为 $(\sqrt{2}+1, \sqrt{2}-1)$ ，

则 $A_1F = A_2F = \sqrt{2} - 1$ ， $OA_2 = OA_1 + A_1A_2 = 2\sqrt{2}$ ，

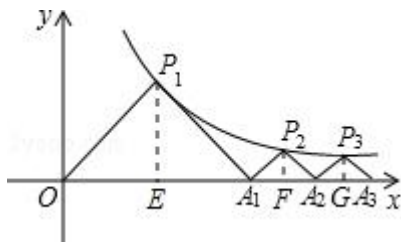
设点 P_3 的坐标为 $(c+2\sqrt{2}, c)$ ，将点 $P_3(c+2\sqrt{2}, c)$ 代入 $y = \frac{1}{x}$ ，可得 $c = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ，

故点 P_3 的坐标为 $(\sqrt{3}+\sqrt{2}, \sqrt{3}-\sqrt{2})$ ，

综上所述：点 P_1 的坐标为 $(1, 1)$ ，点 P_2 的坐标为 $(\sqrt{2}+1, \sqrt{2}-1)$ ，点 P_3 的坐标为 $(\sqrt{3}+\sqrt{2}, \sqrt{3}-\sqrt{2})$ ，

总结规律可得：点 P_n 坐标为： $(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}, \sqrt{n}-\sqrt{n-1})$ 。

故答案为： $(\sqrt{3}+\sqrt{2}, \sqrt{3}-\sqrt{2})$ ， $(\sqrt{n}+\sqrt{n-1}, \sqrt{n}-\sqrt{n-1})$ 。



【点评】本题考查了反比例函数的综合，涉及了点的坐标的规律变化，解答本题的关键是根据等腰三角形的性质结合反比例函数解析式求出 P_1 ， P_2 ， P_3 的坐标，从而总结出一般规律，难度较大。

三、（共 3 个小题，每小题 6 分，共 18 分）

17. 【分析】原式第一项利用负指数幂法则计算，第二项先利用平方根的定义化简，再计算除法运算，最后一项先计算零指数幂及特殊角的三角函数值，再计算乘法运算，即可得到结果。

【解答】解：原式 $= 3 - 2 \div 4 + 1 \times \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 3$.

【点评】此题考查了实数的运算，涉及的知识有：零指数、负指数幂，平方根的定义，绝对值的代数意义，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. 【分析】先根据分式混合运算的法则把原式进行化简，再求出 x 的值，把 x 的值代入进行计算即可.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= \frac{a-2}{(a+1)(a-1)} \div \frac{-(a-2)}{a-1} \\ &= \frac{a-2}{(a+1)(a-1)} \times \frac{a-1}{-(a-2)} \\ &= -\frac{1}{a+1},\end{aligned}$$

$$\text{当 } a = \sqrt{2} \text{ 时, 原式} = -\frac{1}{\sqrt{2}+1} = 1 - \sqrt{2}.$$

【点评】本题考查的是分式的化简求值，熟知分式混合运算的法则是解答此题的关键.

19. 【分析】根据平行四边形性质得出 $AB = DC$, $AB \parallel CD$, 推出 $\angle C = \angle FBE$, $\angle CDF = \angle E$, 证 $\triangle CDF \cong \triangle BEF$, 推出 $BE = DC$ 即可.

【解答】证明： $\because F$ 是 BC 边的中点，

$$\therefore BF = CF,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = DC, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle C = \angle FBE, \angle CDF = \angle E,$$

$\because$ 在 $\triangle CDF$ 和 $\triangle BEF$ 中

$$\begin{cases} \angle C = \angle FBE \\ \angle CDF = \angle E \\ CF = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CDF \cong \triangle BEF (AAS),$$

$$\therefore BE = DC,$$

$$\because AB = DC,$$

$$\therefore AB = BE.$$

【点评】本题考查了平行四边形性质，全等三角形的性质和判定，平行线的性质的应用，关键是推出 $\triangle CDF \cong \triangle BEF$.

四、(共 2 个小题，每小题 7 分，共 14 分)

20. 【分析】(1) 各个项目的人数的和就是总人数，然后利用参加绘画比赛的学生数除以总

人数即可求解；

(2) 利用对应的百分比乘以 360 度即可求解；

(3) 利用总人数 600 乘以对应的百分比即可求解．

【解答】解：(1) 学生的总数是： $\frac{20}{40\%} \times 100\% = 50$ (人)，

参加书法比赛的学生所占的比例是： $\frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$ ，

则参加绘画比赛的学生所占的比例是： $1 - 28\% - 40\% - 20\% = 12\%$ ，

(2) 参加书法比赛的学生所占的比例是 20%，

则扇形的圆心角的度数是： $360 \times 20\% = 72^\circ$ ；

(3) 参加演讲比赛的人数是： $600 \times 28\% = 168$ (人)，

参加唱歌比赛的人数是： $600 \times 40\% = 240$ (人)．

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

21. 【分析】(1) 设组建中型图书角 x 个、小型图书角 $(30 - x)$ 个，由于组建中、小型图书角共 30 个，已知组建一个中型图书角需科技类书籍 80 本，人文类书籍 50 本；组建一个小型图书角需科技类书籍 30 本，人文类书籍 60 本．若组建一个中型图书角的费用是 860 本，组建一个小型图书角的费用是 570 本，因此可以列出不等式组

$$\begin{cases} 80x + 30(30 - x) \leq 1900 \\ 50x + 60(30 - x) \leq 1620 \end{cases}, \text{解不等式组然后去整数即可求解.}$$

(2) 根据 (1) 求出的数，分别计算出每种方案的费用即可．

【解答】解：(1) 设组建中型图书角 x 个，则组建小型图书角为 $(30 - x)$ 个．

由题意，得
$$\begin{cases} 80x + 30(30 - x) \leq 1900 \\ 50x + 60(30 - x) \leq 1620 \end{cases},$$

化简得
$$\begin{cases} 50x \leq 1000 \\ 10x \geq 180 \end{cases},$$

解这个不等式组，得 $18 \leq x \leq 20$ ．

由于 x 只能取整数， $\therefore x$ 的取值是 18, 19, 20．

当 $x = 18$ 时， $30 - x = 12$ ；当 $x = 19$ 时， $30 - x = 11$ ；当 $x = 20$ 时， $30 - x = 10$ ．

故有三种组建方案：

方案一，中型图书角 18 个，小型图书角 12 个；

方案二，中型图书角 19 个，小型图书角 11 个；

方案三，中型图书角 20 个，小型图书角 10 个.

(2) 方案一的费用是： $860 \times 18 + 570 \times 12 = 22320$ (元)；

方案二的费用是： $860 \times 19 + 570 \times 11 = 22610$ (元)；

方案三的费用是： $860 \times 20 + 570 \times 10 = 22900$ (元).

故方案一费用最低，最低费用是 22320 元.

【点评】 此题主要考查了一元一次不等式组在实际生活中的应用，解题的关键是首先正确理解题意，然后根据题目的数量关系列出不等式组解决问题，同时也利用了一次函数.

五、(共 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分)

22. **【分析】** (1) 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ，然后根据 $AB = 40m$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，可求得点 B 到 AD 的距离；

(2) 先求出 $\angle EBD$ 的度数，然后求出 AD 的长度，然后根据 $\angle A = 30^\circ$ 即可求出 CD 的高度.

【解答】 解：(1) 过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ，

$$\because AB = 40m, \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = 20m, AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 20\sqrt{3}m,$$

即点 B 到 AD 的距离为 $20m$ ；

(2) 在 $Rt\triangle ABE$ 中，

$$\because \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = 60^\circ,$$

$$\because \angle DBC = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle EBD = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ,$$

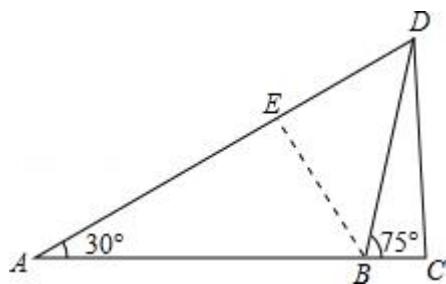
$$\therefore DE = EB = 20m,$$

$$\text{则 } AD = AE + EB = 20\sqrt{3} + 20 = 20(\sqrt{3} + 1)(m),$$

在 $Rt\triangle ADC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ，

$$\therefore DC = \frac{AD}{2} = (10 + 10\sqrt{3})m.$$

答：塔高 CD 为 $(10+10\sqrt{3})\text{ m}$.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，难度适中，解答本题的关键是根据仰角构造直角三角形并解直角三角形.

23. 【分析】 (1) 根据一次函数图象的平移问题由 $y = \frac{4}{3}x$ 的图象向下平移 6 个单位得到直线

BC 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x - 6$ ，然后把 $y = 0$ 代入即可确定 C 点坐标；

(2) 作 $AE \perp x$ 轴于 E 点， $BF \perp x$ 轴于 F 点，易证得 $\text{Rt}\triangle OAE \sim \triangle \text{Rt}CBF$ ，则 $\frac{OA}{BC} = \frac{AE}{BF} = \frac{OE}{CF} = 2$ ，若设 A 点坐标为 $(a, \frac{4}{3}a)$ ，则 $CF = \frac{1}{2}a$ ， $BF = \frac{2}{3}a$ ，得到 B 点坐标为 $(\frac{9}{2} + \frac{1}{2}a, \frac{2}{3}a)$ ，然后根据反比例函数上点的坐标特征得 $a \cdot \frac{4}{3}a = (\frac{9}{2} + \frac{1}{2}a) \cdot \frac{2}{3}a$ ，解得 $a = 3$ ，于是可确定点 A 的坐标为 $(3, 4)$ ，再利用待定系数法确定反比例函数的解析式.

【解答】 解：(1) $\because y = \frac{4}{3}x$ 的图象向下平移 6 个单位后与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于点 B ，与 x 轴交于点 C ，

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x - 6$ ，

把 $y = 0$ 代入得 $\frac{4}{3}x - 6 = 0$ ，解得 $x = \frac{9}{2}$ ，

$\therefore C$ 点坐标为 $(\frac{9}{2}, 0)$ ；

(2) 作 $AE \perp x$ 轴于 E 点， $BF \perp x$ 轴于 F 点，如图，

$\because OA \parallel BC$ ，

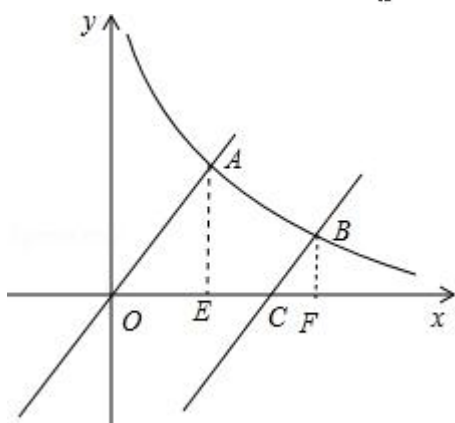
$\therefore \angle AOC = \angle BCF$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle OAE \sim \text{Rt}\triangle CBF$ ，

$\therefore \frac{OA}{BC} = \frac{AE}{BF} = \frac{OE}{CF} = 2$ ，

设 A 点坐标为 $(a, \frac{4}{3}a)$ ，则 $OE = a$ ， $AE = \frac{4}{3}a$ ，

$$\begin{aligned} \therefore CF &= \frac{1}{2}a, \quad BF = \frac{2}{3}a, \\ \therefore OF &= OC + CF = \frac{9}{2} + \frac{1}{2}a, \\ \therefore B \text{ 点坐标为 } &\left(\frac{9}{2} + \frac{1}{2}a, \frac{2}{3}a\right), \\ \because \text{点 } A \text{ 与点 } B \text{ 都在 } y &= \frac{k}{x} \text{ 的图象上,} \\ \therefore a \cdot \frac{4}{3}a &= \left(\frac{9}{2} + \frac{1}{2}a\right) \cdot \frac{2}{3}a, \text{ 解得 } a = 3, \\ \therefore \text{点 } A \text{ 的坐标为 } &(3, 4), \\ \text{把 } A(3, 4) \text{ 代入 } y &= \frac{k}{x} \text{ 得 } k = 3 \times 4 = 12, \\ \therefore \text{反比例函数的解析式为 } &y = \frac{12}{x}. \end{aligned}$$



【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：反比例函数与一次函数的交点坐标满足两函数的解析式．也考查了相似三角形的判定与性质以及一次函数图象的平移问题．

六、（共 2 个小题，其中第 24 小题 10 分，第 25 小题 12 分，共 22 分）

24. **【分析】**（1）通过相似三角形（ $\triangle ADC \sim \triangle DBC$ ）的对应边成比例来证得结论；

（2）如图，连接 OD ．欲证明 CD 是 $\odot O$ 的切线，只需证明 $OD \perp CD$ 即可；

（3）通过相似三角形 $\triangle EBC \sim \triangle ODC$ 的对应边成比例列出关于 BE 的方程，通过解方程来求线段 BE 的长度即可．

【解答】（1）证明： $\because \angle CDA = \angle CBD, \angle C = \angle C,$

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle DBC,$

$\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{DC}{BC},$ 即 $CD^2 = CA \cdot CB;$

(2) 证明: 如图, 连接 OD .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ.$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ.$$

又 $\angle CDA = \angle CBD$, 即 $\angle 4 = \angle 1$,

$$\therefore \angle 4 + \angle 2 = 90^\circ, \text{ 即 } \angle CDO = 90^\circ,$$

$$\therefore OD \perp CD.$$

又 $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(3) 解: 如图, 连接 OE .

$\because EB$ 、 CD 均为 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore ED = EB, OE \perp DB,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle DBE = 90^\circ, \angle OEB + \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle OEB,$$

$$\therefore \angle CDA = \angle OEB.$$

$$\text{而 } \tan \angle CDA = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \tan \angle OEB = \frac{OB}{BE} = \frac{2}{3},$$

$$\because \angle ODC = \angle EBC = 90^\circ, \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle CDO \sim \text{Rt} \triangle CBE,$$

$$\therefore \frac{CD}{CB} = \frac{OD}{BE} = \frac{OB}{BE} = \frac{2}{3},$$

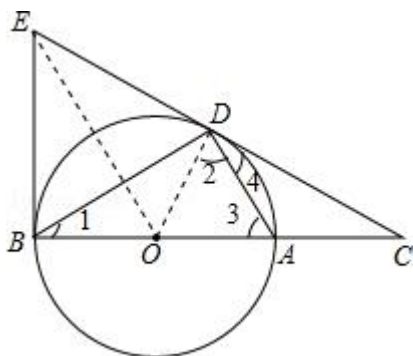
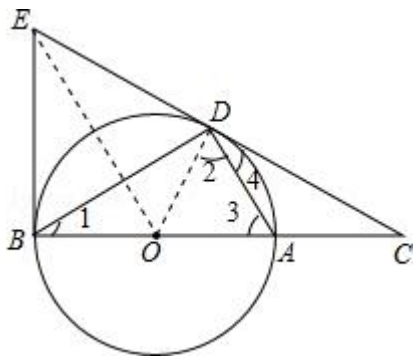
$$\therefore CD = 8,$$

在 $\text{Rt} \triangle CBE$ 中, 设 $BE = x$,

$$\therefore (x+8)^2 = x^2 + 12^2,$$

解得 $x = 5$.

即 BE 的长为 5.



【点评】本题考查了切线的判定与性质：过半径的外端点与半径垂直的直线是圆的切线；也考查了圆周角定理的推论以及三角形相似的判定与性质．

25. 【分析】（1）直接将 A 、 O 、 B 三点坐标代入抛物线解析式的一般式，可求解析式；

（2）因为点 A 、 O 关于对称轴对称，连接 AB 交对称轴于 C 点， C 点即为所求，求直线 AB 的解析式，再根据 C 点的横坐标值，求纵坐标；

（3）设 $P(x, y)$ ($-2 < x < 0$, $y > 0$)，用割补法可表示 $\triangle PAB$ 的面积，根据面积表达式再求取最大值时， x 的值．

【解答】解：（1）将 $A(-2, 0)$ ， $B(1, -\sqrt{3})$ ， $O(0, 0)$ 三点的坐标代入 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)，

$$\text{可得：} \begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ a + b + c = -\sqrt{3} \\ c = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ c = 0 \end{cases}$$

故所求抛物线解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x$ ；

（2）存在．理由如下：

如答图①所示,

$$\therefore y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x+1)^2 + \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\therefore$ 抛物线的对称轴为 $x = -1$.

$\therefore$ 点 C 在对称轴 $x = -1$ 上, $\triangle BOC$ 的周长 $= OB + BC + CO$;

$\therefore OB = 2$, 要使 $\triangle BOC$ 的周长最小, 必须 $BC + CO$ 最小,

$\therefore$ 点 O 与点 A 关于直线 $x = -1$ 对称, 有 $CO = CA$,

$\triangle BOC$ 的周长 $= OB + BC + CO = OB + BC + CA$,

$\therefore$ 当 A 、 C 、 B 三点共线, 即点 C 为直线 AB 与抛物线对称轴的交点时, $BC + CA$ 最小, 此时 $\triangle BOC$ 的周长最小.

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + t$, 则有:

$$\begin{cases} -2k + t = 0 \\ k + t = -\sqrt{3} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ t = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } y = -\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{所求点 } C \text{ 的坐标为 } (-1, -\frac{\sqrt{3}}{3});$$

(3) 设 $P(x, y) (-2 < x < 0, y > 0)$,

$$\text{则 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x \quad \text{①}$$

如答图②所示, 过点 P 作 $PQ \perp y$ 轴于点 Q , $PG \perp x$ 轴于点 G , 过点 A 作 $AF \perp PQ$ 轴于点

F , 过点 B 作 $BE \perp PQ$ 轴于点 E , 则 $PQ = -x$, $PG = y$,

由题意可得: $S_{\triangle PAB} = S_{\text{梯形 } AFEB} - S_{\triangle AFP} - S_{\triangle BEP}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}(AF + BE) \cdot FE - \frac{1}{2}AF \cdot FP - \frac{1}{2}PE \cdot BE \\ &= \frac{1}{2}(y + \sqrt{3} + y)(1 + 2) - \frac{1}{2}y \cdot (2 + x) - \frac{1}{2}(1 - x)(\sqrt{3} + y) \\ &= \frac{3}{2}y + \frac{\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3} \quad \text{②} \end{aligned}$$

$$\text{将①代入②得: } S_{\triangle PAB} = \frac{3}{2}(-\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}x) + \frac{\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3}$$

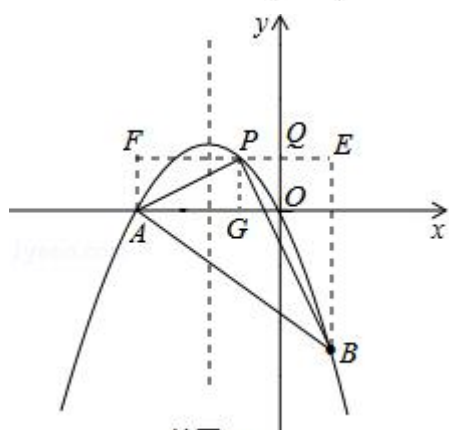
$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x + \sqrt{3}$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{8}$$

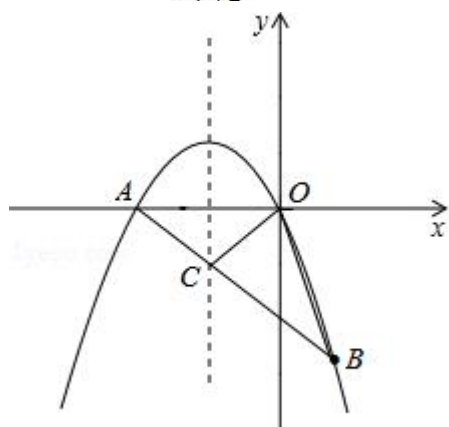
∴ 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $\triangle PAB$ 的面积最大, 最大值为 $\frac{9\sqrt{3}}{8}$,

$$\text{此时 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

∴ 点 P 的坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.



答图②



答图①

【点评】 本题考查了坐标系中点的坐标求法, 抛物线解析式的求法, 根据对称性求线段和最小的问题, 也考查了在坐标系里表示面积及求面积最大值等问题; 解答本题(3)也可以将直线 AB 向上平移至与抛物线相切的位置, 联立此时的直线解析式与抛物线解析式, 可求唯一交点 P 的坐标.