

2013 年四川省德阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

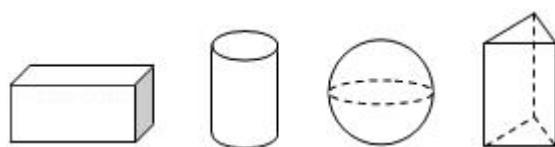
1. (3 分) -5 的绝对值是 ()

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) 已知空气的单位体积质量为 1.24×10^{-3} 克/厘米³, 1.24×10^{-3} 用小数表示为 ()

- A. 0.000124 B. 0.0124 C. -0.00124 D. 0.00124

3. (3 分) 如图，四个几何体分别为长方体、圆柱体、球体和三棱柱，这四个几何体中有三个的某一种视图都是同一种几何图形，则另一个几何体是 ()

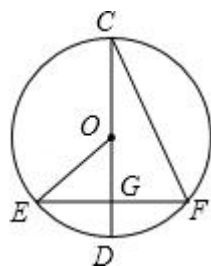


- A. 长方体 B. 圆柱体 C. 球体 D. 三棱柱

4. (3 分) 下列计算正确的是 ()

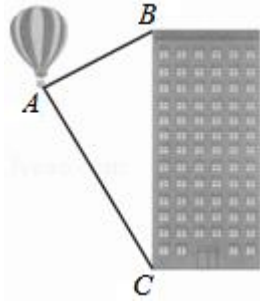
- A. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ B. $(2x)^3 \div x = 8x^2$
C. $a \div a \cdot \frac{1}{a} = a$ D. $\sqrt{(-4)^2} = -4$

5. (3 分) 如图， $\odot O$ 的直径 CD 过弦 EF 的中点 G , $\angle DCF = 20^\circ$, 则 $\angle EOD$ 等于 ()



- A. 10° B. 20° C. 40° D. 80°

6. (3 分) 如图，热气球的探测器显示，从热气球 A 看一栋高楼顶部 B 的仰角为 30° ，看这栋高楼底部 C 的俯角为 60° ，热气球 A 与高楼的水平距离为 $120m$ ，这栋高楼 BC 的高度为 ()



- A. $40\sqrt{3}\pi$ B. $80\sqrt{3}\pi$ C. $120\sqrt{3}\pi$ D. $160\sqrt{3}\pi$

7. (3分) 某校八年级二班的10名团员在“情系芦山”的献爱心捐款活动中，捐款情况如下(单位：元)：10，8，12，15，10，12，11，9，13，10. 则这组数据的()

- A. 众数是10.5 B. 方差是3.8 C. 极差是8 D. 中位数是10

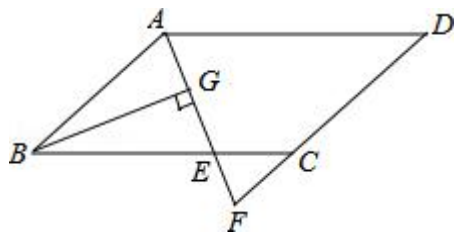
8. (3分) 适合不等式组 $\begin{cases} 5x-1 > 3x-4 \\ \frac{2}{3}-x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$ 的全部整数解的和是()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. (3分) 如果三角形的两边分别为3和5，那么连结这个三角形三边中点所得三角形的周长可能是()

- A. 5.5 B. 5 C. 4.5 D. 4

10. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $AD=9$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ，交 DC 的延长线于点 F ， $BG \perp AE$ ，垂足为 G ，若 $BG=4\sqrt{2}$ ，则 $\triangle CEF$ 的面积是()



- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

11. (3分) 为了了解我市6000名学生参加的初中毕业会考数学考试的成绩情况，从中抽取了200名考生的成绩进行统计，在这个问题中，下列说法：(1)这6000名学生的数学会考成绩的全体是总体；(2)每个考生是个体；(3)200名考生是总体的一个样本；(4)样本容量是200，其中说法正确的有()

- A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

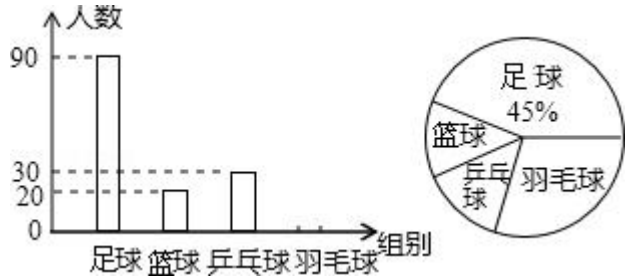
12. (3分) 如图，在 $\odot O$ 上有定点 C 和动点 P ，位于直径 AB 的异侧，过点 C 作 CP 的垂线，与 PB 的延长线交于点 Q ，已知： $\odot O$ 半径为 $\frac{5}{2}$ ， $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$ ，则 CQ 的最大值是()



第 3 页 (共 27 页)

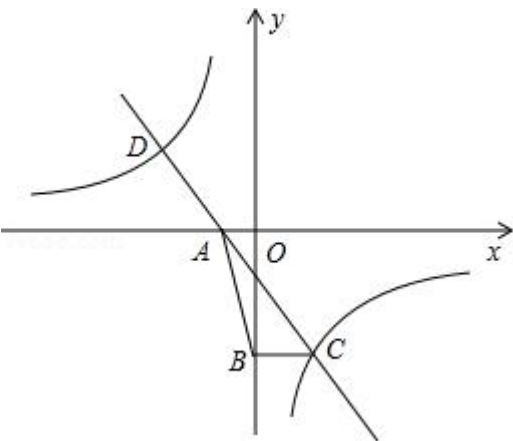
幅不完整的统计图，请根据图中提供信息，解答下面问题：

- (1) 此次共调查了多少名同学？
- (2) 将条形统计图补充完整，并计算扇形统计图中的篮球部分的圆心角的度数；
- (3) 如果该校共有 1000 名学生参加这四个课外活动小组，而每个教师最多只能辅导本组 20 名学生，请通过计算确定每个课外活动小组至少需要准备多少名教师？



21. (10 分) 如图，直线 $y = kx + k$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y = \frac{n+1}{x}$ 交于 C 、 D 两点，与 x 轴交于点 A 。

- (1) 求 n 的取值范围和点 A 的坐标；
- (2) 过点 C 作 $CB \perp y$ 轴，垂足为 B ，若 $S_{\triangle ABC} = 4$ ，求双曲线的解析式；
- (3) 在 (1)(2) 的条件下，若 $AB = \sqrt{17}$ ，求点 C 和点 D 的坐标，并根据图象直接写出反比例函数的值小于一次函数的值时，自变量 x 的取值范围。



22. (11 分) 一项工程, 甲队单独做需 40 天完成, 若乙队先做 30 天后, 甲、乙两队一起合做 20 天恰好完成任务, 请问:

(1) 乙队单独做需要多少天能完成任务?

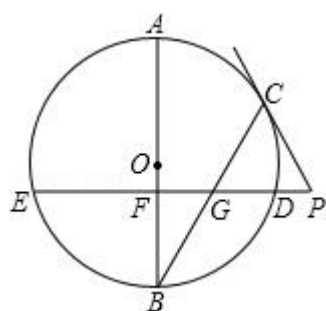
(2) 现将该工程分成两部分, 甲队做其中一部分工程用了 x 天, 乙队做另一部分工程用了 y 天, 若 x 、 y 都是整数, 且甲队做的时间不到 15 天, 乙队做的时间不到 70 天, 那么两队实际各做了多少天?

23. (14 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 直径, BC 是 $\odot O$ 的弦, 弦 $ED \perp AB$ 于点 F , 交 BC 于点 G , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线与 ED 的延长线交于点 P .

(1) 求证: $PC = PG$;

(2) 点 C 在劣弧 AD 上运动时, 其他条件不变, 若点 G 是 BC 的中点, 试探究 CG 、 BF 、 BO 三者之间的数量关系, 并写出证明过程;

(3) 在满足 (2) 的条件下, 已知 $\odot O$ 的半径为 5, 若点 O 到 BC 的距离为 $\sqrt{5}$ 时, 求弦 ED 的长.

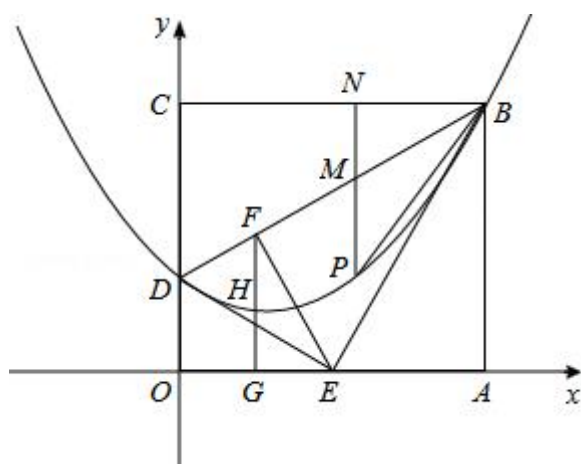


24. (14分) 如图, 在平面直角坐标系中有一矩形 $ABCO$ (O 为原点), 点 A 、 C 分别在 x 轴、 y 轴上, 且 C 点坐标为 $(0, 6)$, 将 $\triangle BCD$ 沿 BD 折叠 (D 点在 OC 上), 使 C 点落在 OA 边的 E 点上, 并将 $\triangle BAE$ 沿 BE 折叠, 恰好使点 A 落在 BD 边的 F 点上.

(1) 求 BC 的长, 并求折痕 BD 所在直线的函数解析式;

(2) 过点 F 作 $FG \perp x$ 轴, 垂足为 G , FG 的中点为 H , 若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 B 、 H 、 D 三点, 求抛物线解析式;

(3) 点 P 是矩形内部的点, 且点 P 在 (2) 中的抛物线上运动 (不含 B 、 D 点), 过点 P 作 $PN \perp BC$, 分别交 BC 和 BD 于点 N 、 M , 是否存在这样的点 P , 使 $S_{\triangle BNM} = S_{\triangle BPM}$? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



2013 年四川省德阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

1.（3 分）-5 的绝对值是（ ）

- A. 5 B. $\frac{1}{5}$ C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

【考点】15：绝对值.

【分析】绝对值的性质：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

【解答】解：根据负数的绝对值是它的相反数，得 $|-5|=5$.

故选：A.

【点评】本题考查了绝对值的定义和性质，解题的关键是掌握绝对值的性质.

2.（3 分）已知空气的单位体积质量为 1.24×10^{-3} 克/厘米³， 1.24×10^{-3} 用小数表示为（ ）

- A. 0.000124 B. 0.0124 C. -0.00124 D. 0.00124

【考点】1K：科学记数法—原数.

【专题】12：应用题.

【分析】科学记数法的标准形式为 $a \times 10^n$ （ $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数）. 本题把数据“ 1.24×10^{-3} ”中 1.24 的小数点向左移动 3 位就可以得到.

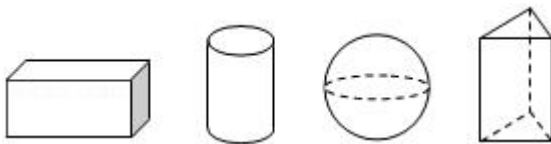
【解答】解：把数据“ 1.24×10^{-3} ”中 1.24 的小数点向左移动 3 位就可以得到为 0.001 24. 故选 D.

【点评】本题考查写出用科学记数法表示的原数.

将科学记数法 $a \times 10^{-n}$ 表示的数，“还原”成通常表示的数，就是把 a 的小数点向左移动 n 位所得到的数.

把一个数表示成科学记数法的形式及把科学记数法还原是两个互逆的过程，这也可以作为检查用科学记数法表示一个数是否正确的方法.

3.（3 分）如图，四个几何体分别为长方体、圆柱体、球体和三棱柱，这四个几何体中有三个的某一种视图都是同一种几何图形，则另一个几何体是（ ）



A. 长方体

B. 圆柱体

C. 球体

D. 三棱柱

【考点】U1: 简单几何体的三视图.

【专题】1: 常规题型.

【分析】几何体可分为柱体, 锥体, 球体三类, 按分类比较即可.

【解答】解: 长方体、圆柱体、三棱柱为柱体, 它们的主视图都是矩形; 球的三种视图都是圆形.

故选: C.

【点评】本题考查几何体的分类和三视图的概念.

4. (3分) 下列计算正确的是 ()

A. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

B. $(2x)^3 \div x = 8x^2$

C. $a \div a \cdot \frac{1}{a} = a$

D. $\sqrt{(-4)^2} = -4$

【考点】4C: 完全平方公式; 4H: 整式的除法; 6A: 分式的乘法; 73: 二次根式的性质与化简.

【专题】11: 计算题.

【分析】A、利用完全平方公式展开得到结果, 即可作出判断;

B、先利用积的乘方运算法则计算, 再利用单项式除单项式法则计算得到结果, 即可作出判断;

C、先计算除法运算, 再计算乘法运算得到结果, 即可作出判断;

D、利用平方根的定义化简得到结果, 即可作出判断.

【解答】解: A、 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 本选项错误;

B、 $(2x)^3 \div x = 8x^3 \div x = 8x^2$, 本选项正确;

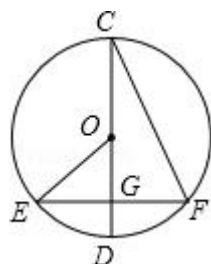
C、 $a \div a \cdot \frac{1}{a} = 1 \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a}$, 本选项错误;

D、 $\sqrt{(-4)^2} = |-4| = 4$, 本选项错误,

故选: B.

【点评】此题考查了整式的除法, 完全平方公式, 分式的乘法, 以及二次根式的化简, 熟练掌握公式及法则是解本题的关键.

5. (3分) 如图, $\odot O$ 的直径 CD 过弦 EF 的中点 G , $\angle DCF = 20^\circ$, 则 $\angle EOD$ 等于 ()



- A. 10° B. 20° C. 40° D. 80°

【考点】 M2: 垂径定理; M5: 圆周角定理.

【分析】 根据垂径定理得出弧 $DF =$ 弧 DE , 求出弧 DE 的度数, 即可求出答案.

【解答】 解: $\because \odot O$ 的直径 CD 过弦 EF 的中点 G , $\angle DCF = 20^\circ$,

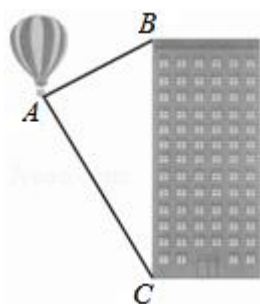
$\therefore$ 弧 $DF =$ 弧 DE , 且弧的度数是 40° ,

$\therefore \angle DOE = 40^\circ$,

故选: C.

【点评】 本题考查了圆周角定理, 垂径定理的应用, 注意: 圆心角的度数等于它所对的弧的度数.

6. (3分) 如图, 热气球的探测器显示, 从热气球 A 看一栋高楼顶部 B 的仰角为 30° , 看这栋高楼底部 C 的俯角为 60° , 热气球 A 与高楼的水平距离为 $120m$, 这栋高楼 BC 的高度为 ()



- A. $40\sqrt{3}\pi$ B. $80\sqrt{3}\pi$ C. $120\sqrt{3}\pi$ D. $160\sqrt{3}\pi$

【考点】 TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】 过 A 作 $AD \perp BC$, 垂足为 D , 在直角 $\triangle ABD$ 与直角 $\triangle ACD$ 中, 根据三角函数的定义求得 BD 和 CD , 再根据 $BC = BD + CD$ 即可求解.

【解答】 解: 过 A 作 $AD \perp BC$, 垂足为 D .

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\because \angle BAD = 30^\circ$, $AD = 120m$,

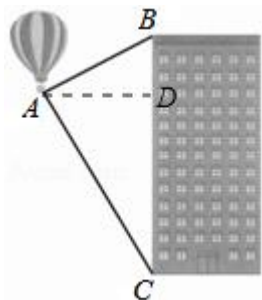
$$\therefore BD = AD \cdot \tan 30^\circ = 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 40\sqrt{3}m,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because \angle CAD = 60^\circ$, $AD = 120m$,

$$\therefore CD = AD \cdot \tan 60^\circ = 120 \times \sqrt{3} = 120\sqrt{3}m,$$

$$\therefore BC = BD + CD = 40\sqrt{3} + 120\sqrt{3} = 160\sqrt{3}m.$$

故选: D .



【点评】 本题主要考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题, 难度适中. 对于一般三角形的计算, 常用的方法是利用作高线转化为直角三角形的计算.

7. (3分) 某校八年级二班的10名团员在“情系芦山”的献爱心捐款活动中, 捐款情况如下(单位: 元): 10, 8, 12, 15, 10, 12, 11, 9, 13, 10. 则这组数据的()

A. 众数是10.5 B. 方差是3.8 C. 极差是8 D. 中位数是10

【考点】 W4: 中位数; W5: 众数; W6: 极差; W7: 方差.

【分析】 根据众数、方差、极差、中位数的定义和公式分别进行计算, 即可得出答案.

【解答】 解: 这组数据10, 8, 12, 15, 10, 12, 11, 9, 13, 10中, 10出现了3次, 出现的次数最多,

则众数是10;

平均数是 $(10+8+12+15+10+12+11+9+13+10) \div 10 = 11$,

$$\text{则方差} = \frac{1}{10} [3 \times (10 - 11)^2 + (8 - 11)^2 + 2 \times (12 - 11)^2 + (15 - 11)^2 + (11 - 11)^2 + (9 - 11)^2 + (13 - 11)^2] = 3.8;$$

极差是: $15 - 8 = 7$;

把这组数据从小到大排列为: 8, 9, 10, 10, 10, 11, 12, 12, 13, 15,

最中间两个数的平均数是 $(10+11) \div 2 = 10.5$;

故选: B .

【点评】 此题考查了众数、方差、极差、中位数, 方差公式 $S^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$

$^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$ ，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（或最中间两个数的平均数），众数是一组数据中出现次数最多的数．

8. (3分) 适合不等式组 $\begin{cases} 5x-1 > 3x-4 \\ \frac{2}{3}-x \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$ 的全部整数解的和是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【考点】CC：一元一次不等式组的整数解．

【分析】求出不等式组的解集，找出不等式组的整数解，再相加即可．

【解答】解： $\begin{cases} 5x-1 > 3x-4 \text{ ①} \\ \frac{2}{3}-x \geq -\frac{1}{3} \text{ ②} \end{cases}$ ，

$\therefore$ 解不等式①得： $x > -\frac{3}{2}$ ，

解不等式②得： $x \leq 1$ ，

$\therefore$ 不等式组的解集为 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$ ，

$\therefore$ 不等式组的整数解为 -1，0，1，

$-1+0+1=0$ ，

故选：B．

【点评】本题考查了解一元一次不等式（组），不等式组的整数解的应用，关键是求出不等式组的整数解．

9. (3分) 如果三角形的两边分别为 3 和 5，那么连结这个三角形三边中点所得三角形的周长可能是 ()

- A. 5.5 B. 5 C. 4.5 D. 4

【考点】K6：三角形三边关系；KX：三角形中位线定理．

【分析】本题依据三角形三边关系，可求第三边大于 2 小于 8，原三角形的周长大于 10 小于 16，连接中点的三角形周长是原三角形周长的一半，那么新三角形的周长应大于 5 而小于 8，看哪个符合就可以了．

【解答】解：设三角形的三边分别是 a 、 b 、 c ，令 $a=3$ ， $b=5$ ，

$\therefore 2 < c < 8$ ，

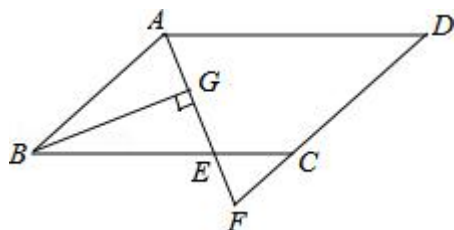
$\therefore 10 < \text{三角形的周长} < 16$ ，

$\therefore 5 < \text{中点三角形周长} < 8$ ．

故选：A．

【点评】 本题重点考查了三角形的中位线定理，利用三角形三边关系，确定原三角形的周长范围是解题的关键．

10. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $AD=9$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E ，交 DC 的延长线于点 F ， $BG \perp AE$ ，垂足为 G ，若 $BG=4\sqrt{2}$ ，则 $\triangle CEF$ 的面积是 ()



- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $4\sqrt{2}$

【考点】 L5：平行四边形的性质；S9：相似三角形的判定与性质．

【分析】 首先，由于 AE 平分 $\angle BAD$ ，那么 $\angle BAE = \angle DAE$ ，由 $AD \parallel BC$ ，可得内错角 $\angle DAE = \angle BEA$ ，等量代换后可证得 $AB = BE$ ，即 $\triangle ABE$ 是等腰三角形，根据等腰三角形“三线合一”的性质得出 $AE = 2AG$ ，而在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中，由勾股定理可求得 AG 的值，即可求得 AE 的长；然后，证明 $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ ，再分别求出 $\triangle ABE$ 的面积，然后根据面积比等于相似比的平方即可得到答案．

【解答】 解： $\because AE$ 平分 $\angle BAD$ ，

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE;$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle BEA = \angle DAE = \angle BAE,$$

$$\therefore AB = BE = 6,$$

$$\because BG \perp AE, \text{ 垂足为 } G,$$

$$\therefore AE = 2AG.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABG$ 中， $\because \angle AGB = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BG = 4\sqrt{2}$ ，

$$\therefore AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = 2,$$

$$\therefore AE = 2AG = 4;$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}AE \cdot BG = \frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

$$\because BE = 6, BC = AD = 9,$$

$$\therefore CE = BC - BE = 9 - 6 = 3,$$

$$\therefore BE:CE=6:3=2:1.$$

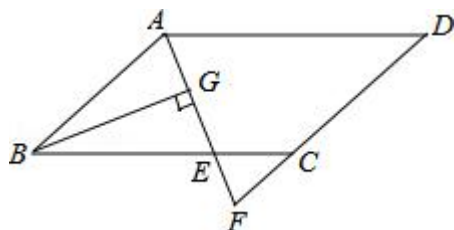
$$\because AB \parallel FC,$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE}:S_{\triangle CEF}=(BE:CE)^2=4:1,$$

$$\text{则 } S_{\triangle CEF}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABE}=2\sqrt{2}.$$

故选：A.



【点评】 本题考查了平行四边形的性质，相似三角形的判定与性质，勾股定理等知识的掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对数学中的数形结合思想的考查，难度适中．

11. (3分) 为了了解我市 6000 名学生参加的初中毕业会考数学考试的成绩情况，从中抽取了 200 名考生的成绩进行统计，在这个问题中，下列说法：(1) 这 6000 名学生的数学会考成绩的全体是总体；(2) 每个考生是个体；(3) 200 名考生是总体的一个样本；(4) 样本容量是 200，其中说法正确的有 ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【考点】 V3：总体、个体、样本、样本容量．

【分析】 总体是指考查的对象的全体，个体是总体中的每一个考查的对象，样本是总体中所抽取的一部分个体，而样本容量则是指样本中个体的数目．我们在区分这四个概念时，首先找出考查的对象，从而找出总体、个体，再根据被收集数据的这一部分对象找出样本，最后再根据样本确定出样本容量．

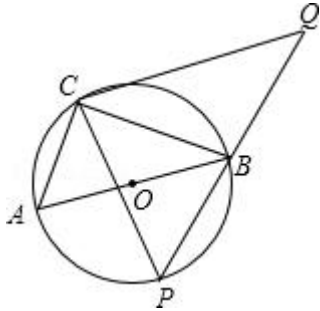
【解答】 解：本题中的个体是每个考生的数学会考成绩，样本是 200 名考生的数学会考成绩，故 (2) 和 (3) 错误；

总体是我市 6000 名学生参加的初中毕业会考数学考试的成绩情况，样本容量是 200．故 (1) 和 (4) 正确．

故选：C．

【点评】 本题考查的是确定总体、个体和样本．解此类题需要注意“考查对象实际应是表示事物某一特征的数据，而非考查的事物．”

12. (3分) 如图, 在 $\odot O$ 上有定点 C 和动点 P , 位于直径 AB 的异侧, 过点 C 作 CP 的垂线, 与 PB 的延长线交于点 Q , 已知: $\odot O$ 半径为 $\frac{5}{2}$, $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, 则 CQ 的最大值是()



- A. 5 B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{25}{3}$ D. $\frac{20}{3}$

【考点】M5: 圆周角定理; M6: 圆内接四边形的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】11: 计算题; 16: 压轴题.

【分析】根据圆周角定理的推论由 AB 为 $\odot O$ 的直径得到 $\angle ACB = 90^\circ$, 再根据正切的定义得到 $\tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$, 然后根据圆周角定理得到 $\angle A = \angle P$, 则可证得 $\triangle ACB \sim \triangle PCQ$, 利用相似比得 $CQ = \frac{BC}{AC} \cdot PC = \frac{4}{3}PC$, PC 为直径时, PC 最长, 此时 CQ 最长, 然后把 $PC = 5$ 代入计算即可.

【解答】解: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore AB = 5, \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\because \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC},$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4},$$

$$\because CP \perp CQ,$$

$$\therefore \angle PCQ = 90^\circ,$$

$$\text{而 } \angle A = \angle P,$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle PCQ,$$

$$\therefore \frac{AC}{PC} = \frac{BC}{CQ},$$

$$\therefore CQ = \frac{BC}{AC} \cdot PC = \frac{4}{3}PC,$$

当 PC 最大时, CQ 最大, 即 PC 为 $\odot O$ 的直径时, CQ 最大, 此时 $CQ = \frac{4}{3} \times 5 = \frac{20}{3}$.

故选: D.

【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了三角形相似的判定与性质．

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分，将答案填在答题卡对应的号后的横线上）

13.（3 分）从 1~9 这 9 个自然数中任取一个，是 3 的倍数的概率是 $\frac{1}{3}$ ．

【考点】X4：概率公式．

【专题】11：计算题．

【分析】先从 1~9 这九个自然数中找出是 3 的倍数的有 3、6、9 共 3 个，然后根据概率公式求解即可．

【解答】解：1~9 这九个自然数中，是 3 的倍数的数有：3、6、9，共 3 个，

∴从 1~9 这九个自然数中任取一个，是 3 的倍数的概率是： $3 \div 9 = \frac{1}{3}$ ．

故答案为 $\frac{1}{3}$ ．

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ．

14.（3 分）已知一个多边形的每一个内角都等于 108° ，则这个多边形的边数是 5．

【考点】L3：多边形内角与外角．

【分析】先求出这个多边形的每一个外角的度数，再用 360° 除以一个外角的度数即可得到边数．

【解答】解：∵多边形的每一个内角都等于 108° ，

∴多边形的每一个外角都等于 $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ ，

∴边数 $n = 360^\circ \div 72^\circ = 5$ ．

故答案为：5．

【点评】本题主要考查了多边形的内角与外角的关系，求出每一个外角的度数是关键．

15.（3 分）已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2}=3$ 的解是正数，则 m 的取值范围是 $m > -6$ 且 $m \neq -4$ ．

【考点】B2：分式方程的解．

【分析】首先求出关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2}=3$ 的解，然后根据解是正数，再解不等式求出 m 的取值范围．

【解答】解：解关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2}=3$ 得 $x=m+6$,

$\because x-2 \neq 0$, 解得 $x \neq 2$,

$\because$ 方程的解是正数,

$\therefore m+6 > 0$ 且 $m+6 \neq 2$,

解这个不等式得 $m > -6$ 且 $m \neq -4$.

故答案为: $m > -6$ 且 $m \neq -4$.

【点评】 本题考查了分式方程的解, 是一个方程与不等式的综合题目, 解关于 x 的方程是关键, 解关于 x 的不等式是本题的一个难点.

16. (3 分) 用一个圆心角为 120° , 半径为 4 的扇形作一个圆锥的侧面, 这个圆锥的底面圆的半径为 $\frac{4}{3}$.

【考点】 MN: 弧长的计算.

【分析】 利用底面周长 = 展开图的弧长可得.

【解答】 解: $\frac{120\pi \times 4}{180} = 2\pi r$, 解得 $r = \frac{4}{3}$.

故答案为: $\frac{4}{3}$.

【点评】 解答本题的关键是有确定底面周长 = 展开图的弧长这个等量关系, 然后由扇形的弧长公式和圆的周长公式求值.

17. (3 分) 若 $\sqrt{a^2-3a+1}+b^2+2b+1=0$, 则 $a^2+\frac{1}{a^2}-|b| = \underline{6}$.

【考点】 1F: 非负数的性质: 偶次方; 23: 非负数的性质: 算术平方根; 4C: 完全平方公式.

【专题】 11: 计算题; 16: 压轴题; 36: 整体思想.

【分析】 根据非负数的性质先求出 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 、 b 的值, 再代入计算即可.

【解答】 解: $\because \sqrt{a^2-3a+1}+b^2+2b+1=0$,

$$\therefore \sqrt{a^2-3a+1}+(b+1)^2=0,$$

$$\therefore a^2-3a+1=0, \quad b+1=0,$$

$$\therefore a+\frac{1}{a}=3,$$

$$\therefore \left(a+\frac{1}{a}\right)^2=3^2,$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 7;$$

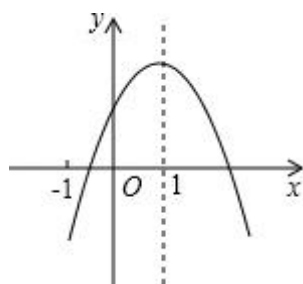
$$b = -1.$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} - |b| = 7 - 1 = 6.$$

故答案为：6.

【点评】 本题考查了非负数的性质，完全平方公式，整体思想，解题的关键是整体求出 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值.

18. (3分) 已知二次函数的 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象如图所示，有下列 5 个结论：① $abc < 0$ ；② $b < a + c$ ；③ $4a + 2b + c > 0$ ；④ $2c < 3b$ ；⑤ $a + b < m(am + b)$ ($m \neq 1$ 的实数)，其中正确结论的序号有 ①③④.



【考点】 H4：二次函数图象与系数的关系.

【专题】 16：压轴题.

【分析】 由抛物线的开口方向判断 a 的符号，由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号，然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理，进而对所得结论进行判断.

【解答】 解：①由图象可知： $a < 0$ ， $b > 0$ ， $c > 0$ ， $abc < 0$ ，故此选项正确；

②当 $x = -1$ 时， $y = a - b + c < 0$ ，即 $b > a + c$ ，错误；

③由对称知，当 $x = 2$ 时，函数值大于 0，即 $y = 4a + 2b + c > 0$ ，故此选项正确；

④当 $x = 3$ 时函数值小于 0， $y = 9a + 3b + c < 0$ ，且 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，

即 $a = -\frac{b}{2}$ ，代入得 $9(-\frac{b}{2}) + 3b + c < 0$ ，得 $2c < 3b$ ，故此选项正确；

⑤当 $x = 1$ 时， y 的值最大. 此时， $y = a + b + c$ ，

而当 $x = m$ 时， $y = am^2 + bm + c$ ，

所以 $a + b + c > am^2 + bm + c$ ，

故 $a + b > am^2 + bm$ ，即 $a + b > m(am + b)$ ，故此选项错误.

故①③④正确.

故答案为：①③④.

【点评】此题主要考查了图象与二次函数系数之间的关系，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴和抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

三、解答题（共 66 分．解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

19. (7 分) 计算： $-1^{2013} + (\frac{1}{2})^{-2} - |3 - \sqrt{27}| + 3\tan 60^\circ$.

【考点】2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】首先计算乘方，化简二次根式，去掉绝对值符号，然后进行乘法，加减即可.

【解答】解：原式 $= -1 + 4 - 3\sqrt{3} + 3 + 3 \times \sqrt{3}$,
 $= -1 + 4 + 3$,
 $= 6$.

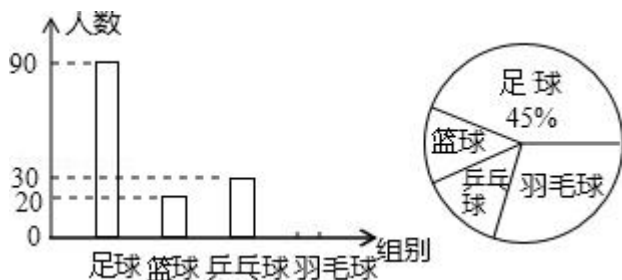
【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握二次根式的化简，正确记忆特殊角的三角函数值.

20. (10 分) 为了了解学生对体育活动的喜爱情况，某校对参加足球、篮球、乒乓球、羽毛球这四个课外活动小组的人员分布情况进行抽样调查，并根据收集的数据绘制了下面两幅不完整的统计图，请根据图中提供信息，解答下面问题：

(1) 此次共调查了多少名同学？

(2) 将条形统计图补充完整，并计算扇形统计图中的篮球部分的圆心角的度数；

(3) 如果该校共有 1000 名学生参加这四个课外活动小组，而每个教师最多只能辅导本组 20 名学生，请通过计算确定每个课外活动小组至少需要准备多少名教师？



【考点】VB：扇形统计图；VC：条形统计图.

【分析】(1) 用足球小组的人数除以对应的百分比即可求解；

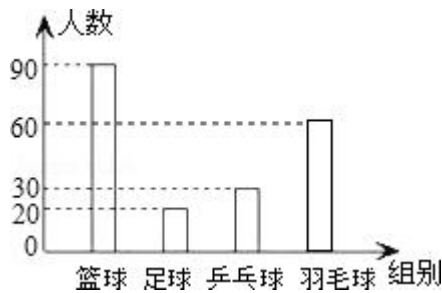
(2) 用总人数减去其他三个小组的人数可求得参加羽毛球项目的人数，从而将条形统计图补充完整；用篮球项目人数与总人数的百分比，再乘以 360 度即可求出扇形统计图中的篮球部分的圆心角的度数；

(3) 利用样本估计总体的方法求出各小组的人数，再除以 20 即可解答.

【解答】解：（1） $90 \div 45\% = 200$ ．

故此次共调查了 200 名同学；

（2）由 $200 - 20 - 30 - 90 = 60$ 为参加羽毛球项目的学生数，所以补全的条形图如下所示；
参加篮球项目的学生数占 $20 \div 200 = 10\%$ ，所以扇形统计图中篮球部分的圆心角的度数为： $360^\circ \times 10\% = 36^\circ$ ；



（3）足球组： $1000 \times 45\% \div 20 = 22.5$ ，至少需要准备 23 名教师；

篮球组： $1000 \times 10\% \div 20 = 5$ ，至少需要准备 5 名教师；

乒乓球组： $30 \div 200 \times 1000 \div 20 = 7.5$ ，至少需要准备 8 名教师；

羽毛球组： $60 \div 200 \times 1000 \div 20 = 15$ 人，至少需要准备 15 名教师．

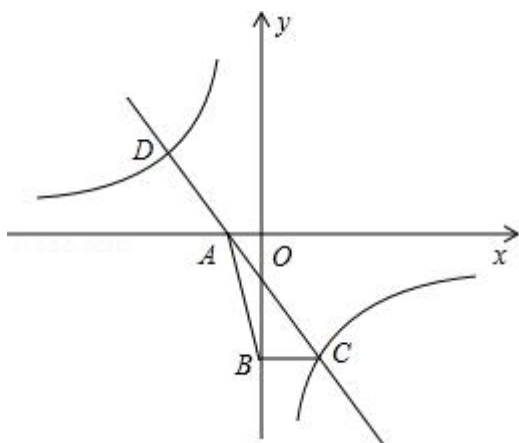
【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

21. （10 分）如图，直线 $y = kx + k$ ($k \neq 0$) 与双曲线 $y = \frac{n+1}{x}$ 交于 C 、 D 两点，与 x 轴交于点 A ．

（1）求 n 的取值范围和点 A 的坐标；

（2）过点 C 作 $CB \perp y$ 轴，垂足为 B ，若 $S_{\triangle ABC} = 4$ ，求双曲线的解析式；

（3）在（1）（2）的条件下，若 $AB = \sqrt{17}$ ，求点 C 和点 D 的坐标，并根据图象直接写出反比例函数的值小于一次函数的值时，自变量 x 的取值范围．



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题．

【专题】11：计算题．

【分析】（1）由反比例函数图象位于第二、四象限，得到比例系数小于0列出关于 n 的不等式，求出不等式的解集即可得到 n 的范围，对于直线解析式，令 $y=0$ 求出 x 的值，确定出 A 的坐标即可；

（2）设 $C(a, b)$ ，表示出三角形 ABC 的面积，根据已知的面积列出关于 a 与 b 的关系式，利用反比例函数 k 的几何意义即可求出 k 的值，确定出反比例解析式；

（3）由 CB 垂直于 y 轴，得到 B, C 纵坐标相同，即 $B(0, b)$ ，在直角三角形 AOB 中，由 AB 与 OA 的长，利用勾股定理求出 OB 的长，确定出 B 坐标，进而确定出 C 坐标，将 C 代入直线解析式求出 k 的值，确定出一次函数解析式，与反比例解析式联立求出 D 的坐标，由 C, D 两点的横坐标，利用图象即可求出反比例函数的值小于一次函数的值时，自变量 x 的取值范围．

【解答】解：（1）由图象得： $n+1 < 0$ ，

解得： $n < -1$ ，

由 $y=kx+k$ ，令 $y=0$ ，解得： $x=-1$ ，

则 A 坐标为 $(-1, 0)$ ；

（2）设 $C(a, b)$ ，

$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}a \cdot (-b) = 4,$$

$$\therefore ab = -8,$$

$\because$ 点 C 在双曲线上，

$$\therefore y = -\frac{8}{x};$$

(3) $\because CB \perp y$ 轴, $\therefore B(0, b)$,

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{17}$, $OA = 1$,

根据勾股定理得: $OB = 4$,

$\therefore B(0, -4)$,

$\therefore C(2, -4)$,

将 C 代入直线 $y = kx + k$ 中, 得: $2k + k = -4$, 即 $k = -\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 直线 AC 解析式为 $y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3}$,

联立直线与反比例解析式得:
$$\begin{cases} y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} \\ y = \frac{8}{x} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x = -3 \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$,

$\therefore D(-3, \frac{8}{3})$,

则由图象可得: 当 $x < -3$ 或 $0 < x < 2$ 时, 反比例函数的值小于一次函数的值.

【点评】 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 利用了待定系数法, 熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

22. (11 分) 一项工程, 甲队单独做需 40 天完成, 若乙队先做 30 天后, 甲、乙两队一起做 20 天恰好完成任务, 请问:

(1) 乙队单独做需要多少天能完成任务?

(2) 现将该工程分成两部分, 甲队做其中一部分工程用了 x 天, 乙队做另一部分工程用了 y 天, 若 x 、 y 都是整数, 且甲队做的时间不到 15 天, 乙队做的时间不到 70 天, 那么两队实际各做了多少天?

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 (1) 根据题意, 甲工作 20 天完成的工作量+乙工作 50 天完成的工作量 = 1.

(2) 根据 甲完成的工作量+乙完成的工作量 = 1 得 x 与 y 的关系式; 根据 x 、 y 的取值范围得不等式, 求整数解.

【解答】 解: (1) 设乙队单独做需要 m 天完成任务.

根据题意得 $\frac{1}{40} \times 20 + \frac{1}{m} \times (30+20) = 1$.

解得 $m = 100$.

经检验 $m = 100$ 是原方程的解.

答: 乙队单独做需要 100 天完成任务.

(2) 根据题意得 $\frac{x}{40} + \frac{y}{100} = 1$.

整理得 $y = 100 - \frac{5}{2}x$.

$\because y < 70, \therefore 100 - \frac{5}{2}x < 70$.

解得 $x > 12$.

又 $\because x < 15$ 且为整数,

$\therefore x = 13$ 或 14 .

当 $x = 13$ 时, y 不是整数, 所以 $x = 13$ 不符合题意, 舍去.

当 $x = 14$ 时, $y = 100 - 35 = 65$.

答: 甲队实际做了 14 天, 乙队实际做了 65 天.

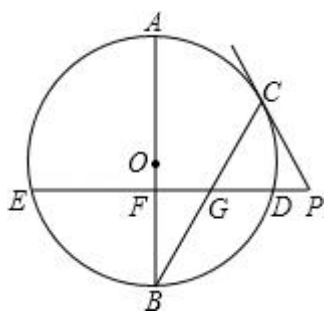
【点评】 此题考查分式方程的应用及不定方程求特殊解, 综合性强, 难度大.

23. (14 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 直径, BC 是 $\odot O$ 的弦, 弦 $ED \perp AB$ 于点 F , 交 BC 于点 G , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线与 ED 的延长线交于点 P .

(1) 求证: $PC = PG$;

(2) 点 C 在劣弧 AD 上运动时, 其他条件不变, 若点 G 是 BC 的中点, 试探究 CG 、 BF 、 BO 三者之间的数量关系, 并写出证明过程;

(3) 在满足 (2) 的条件下, 已知 $\odot O$ 的半径为 5, 若点 O 到 BC 的距离为 $\sqrt{5}$ 时, 求弦 ED 的长.



【考点】 KQ: 勾股定理; MC: 切线的性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 连结 OC ，根据切线的性质得 $OC \perp PC$ ，则 $\angle OCG + \angle PCG = 90^\circ$ ，由 $ED \perp AB$ 得 $\angle B + \angle BGF = 90^\circ$ ，而 $\angle B = \angle OCG$ ，所以 $\angle PCG = \angle BGF$ ，根据对顶角相等得 $\angle BGF = \angle PGC$ ，

于是 $\angle PGC = \angle PCG$ ，所以 $PC = PG$ ；

(2) 连结 OG ，由点 G 是 BC 的中点，根据垂径定理的推论得 $OG \perp BC$ ， $BG = CG$ ，易证得 $\text{Rt}\triangle BOG \sim \text{Rt}\triangle BGF$ ，则 $BG : BF = BO : BG$ ，即 $BG^2 = BO \cdot BF$ ，把 BG 用 CG 代换得到 $CG^2 = BO \cdot BF$ ；

(3) 解：连结 OE ， $OG = OG = \sqrt{5}$ ，在 $\text{Rt}\triangle OBG$ 中，利用勾股定理计算出 $BG = 2\sqrt{5}$ ，再利用 $BG^2 = BO \cdot BF$ 可计算出 BF ，从而得到 $OF = 1$ ，在 $\text{Rt}\triangle OEF$ 中，根据勾股定理计算出 $EF = 2\sqrt{6}$ ，由于 $AB \perp ED$ ，根据垂径定理可得 $EF = DF$ ，于是有 $DE = 2EF = 4\sqrt{6}$ 。

【解答】(1) 证明：连结 OC ，如图，

$\because PC$ 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp PC$ ，

$\therefore \angle OCG + \angle PCG = 90^\circ$ ，

$\because ED \perp AB$ ，

$\therefore \angle B + \angle BGF = 90^\circ$ ，

$\because OB = OC$ ，

$\therefore \angle B = \angle OCG$ ，

$\therefore \angle PCG = \angle BGF$ ，

而 $\angle BGF = \angle PGC$ ，

$\therefore \angle PGC = \angle PCG$ ，

$\therefore PC = PG$ ；

(2) 解： CG 、 BF 、 BO 三者之间的数量关系为 $CG^2 = BO \cdot BF$ 。理由如下：

连结 OG ，如图，

$\because$ 点 G 是 BC 的中点，

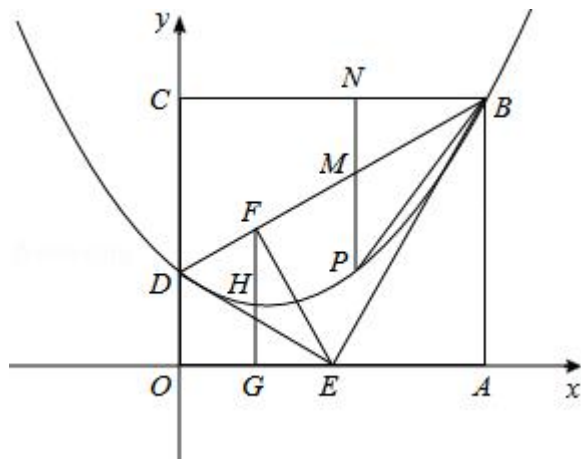
$\therefore OG \perp BC$ ， $BG = CG$ ，

$\therefore \angle OGB = 90^\circ$ ，

$\because \angle OBG = \angle GBF$ ，

(2) 过点 F 作 $FG \perp x$ 轴，垂足为 G ， FG 的中点为 H ，若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 B 、 H 、 D 三点，求抛物线解析式；

(3) 点 P 是矩形内部的点，且点 P 在 (2) 中的抛物线上运动 (不含 B 、 D 点)，过点 P 作 $PN \perp BC$ ，分别交 BC 和 BD 于点 N 、 M ，是否存在这样的点 P ，使 $S_{\triangle BNM} = S_{\triangle BPM}$ ？如果存在，求出点 P 的坐标；如果不存在，请说明理由。



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】16：压轴题.

【分析】(1) 首先由折叠性质得到 $\angle CBD = \angle DBE = \angle ABE = 30^\circ$ ，然后解直角三角形得到点 D 、点 B 的坐标，最后用待定系数法求出直线 BD 的解析式；

(2) 点 B 、 D 坐标已经求出，关键是求出点 H 的坐标. 在 $\text{Rt}\triangle FGE$ 中，解直角三角形求出点 H 的坐标，再利用待定系数法求出抛物线的解析式；

(3) 由 $S_{\triangle BNM} = S_{\triangle BPM}$ ，且这两个三角形等高，所以得到 $PM = MN$. 由此结论，列出方程求出点 P 的坐标.

【解答】解：(1) 由翻折可知： $\triangle BCD \cong \triangle BED$ ， $\therefore \angle CBD = \angle DBE$.

又 $\because \triangle ABE \cong \triangle FBE$ ， $\therefore \angle DBE = \angle ABE$.

又 $\because$ 四边形 $OCBA$ 为矩形，

$$\therefore \angle CBD = \angle DBE = \angle ABE = 30^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle DOE$ 中， $\angle ODE = 60^\circ$ ， $\therefore DE = CD = 2OD$.

$$\because OC = OD + CD = 6, \therefore OD + 2OD = 6,$$

$$\therefore OD = 2, D(0, 2),$$

$$\therefore CD = 4.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDB$ 中， $BC = CD \cdot \tan 60^\circ = 4\sqrt{3}$ ， $\therefore B(4\sqrt{3}, 6)$.

设直线 BD 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} b=2 \\ 4\sqrt{3}k+b=6 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } BD \text{ 的解析式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2.$$

(2) 在 $\text{Rt}\triangle FGE$ 中, $\angle FEG = 60^\circ$, $FE = AE$.

$$\text{由 (1) 易得: } OE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore FE = AE = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore FG = 3, GE = \sqrt{3}. \therefore OG = \sqrt{3}.$$

$\because H$ 是 FG 的中点,

$$\therefore H\left(\sqrt{3}, \frac{3}{2}\right).$$

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 B 、 H 、 D 三点,

$$\therefore \begin{cases} 48a + 4\sqrt{3}b + c = 6 \\ c = 2 \\ 3a + \sqrt{3}b + c = \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2.$$

(3) 存在.

$\because P$ 在抛物线上,

$$\therefore \text{设 } P\left(x, \frac{1}{6}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\right), M\left(x, \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\right), N(x, 6).$$

$$\because S_{\triangle BNM} = S_{\triangle BPM},$$

$$\therefore PM = MN.$$

$$\text{即: } -\frac{1}{6}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x = 4 - \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\text{整理得: } x^2 - 6\sqrt{3}x + 24 = 0,$$

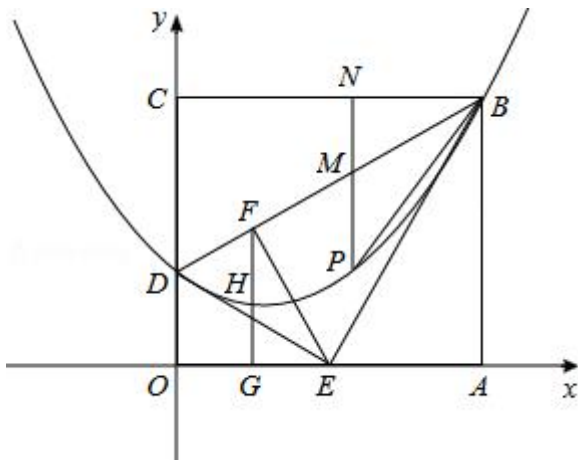
$$\text{解得: } x = 2\sqrt{3} \text{ 或 } x = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{当 } x = 2\sqrt{3} \text{ 时, } y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2 = 2;$$

$$\text{当 } x = 4\sqrt{3} \text{ 时, } y = \frac{1}{6}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2 = 6, \text{ 与点 } B \text{ 重合, 不符合题意, 舍去.}$$

$$\therefore P(2\sqrt{3}, 2).$$

$\therefore$ 存在点 P , 使 $S_{\triangle BNM} = S_{\triangle BPM}$, 点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 2)$.



【点评】 本题是二次函数综合题型，考查了二次函数的图象与性质、待定系数法、一次函数、解直角三角形、翻折（折叠）性质、矩形性质等知识点．试题难度不是很大，但图形较为复杂，注意理清头绪．第（1）问的要点是翻折（折叠）性质，第（2）问的要点是求出点 H 的坐标，第（3）问的要点是由 $S_{\triangle BNM} = S_{\triangle BPM}$ 推出 $PM = MN$.