

2013 年四川省南充市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）每小题都有代号为 A、B、C、D 四个答案选项，其中只有一个是正确的，请把正确选项的代号涂在相应的答题卡内，涂写正确记 3 分，不涂、涂错或涂出的代号超过一个记 0 分．

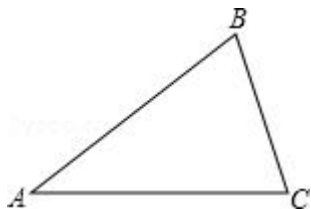
1. (3 分) 计算 $-2+3$ 的结果是 ()

- A. -5 B. 1 C. -1 D. 5

2. (3 分) 0.49 的算术平方根的相反数是 ()

- A. 0.7 B. -0.7 C. ± 0.7 D. 0

3. (3 分) 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle B=70^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是 ()



- A. 70° B. 55° C. 50° D. 40°

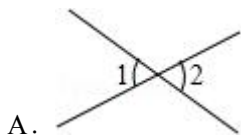
4. (3 分) “一方有难，八方支援” 2013 年 4 月 20 日四川芦山县遭遇强烈地震灾害，我市某校师生共为地震灾区捐款 135000 元用于灾后重建，把 135000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.35×10^6 B. 13.5×10^5 C. 1.35×10^5 D. 13.5×10^4

5. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} 3(x+1) > x-1 \\ -\frac{2}{3}x+3 \geq 2 \end{cases}$ 的整数解是 ()

- A. $-1, 0, 1$ B. $0, 1$ C. $-2, 0, 1$ D. $-1, 1$

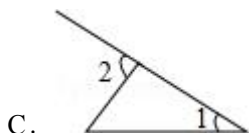
6. (3 分) 下列图形中， $\angle 2 > \angle 1$ 的是 ()



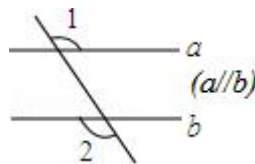
A.



B.



C.

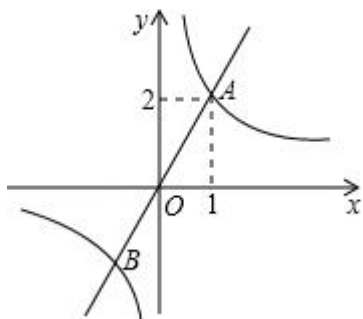


D.

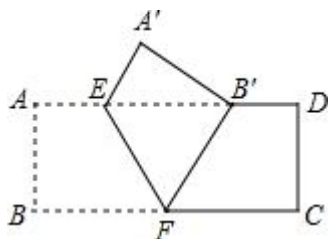
7. (3 分) 有五张卡片（形状、大小、质地都相同），正面分别画有下列图形：①线段；②正三角形；③平行四边形；④等腰梯形；⑤圆．将卡片背面朝上洗匀，从中随机抽取一张，正面图形一定满足既是轴对称图形，又是中心对称图形的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8. (3分) 如图, 函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 与 $y_2 = k_2x$ 的图象相交于点 $A(1, 2)$ 和点 B , 当 $y_1 < y_2$ 时, 自变量 x 的取值范围是 ()



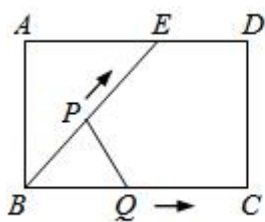
- A. $x > 1$ B. $-1 < x < 0$
 C. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$ D. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$
9. (3分) 如图, 把矩形 $ABCD$ 沿 EF 翻折, 点 B 恰好落在 AD 边的 B' 处, 若 $AE = 2$, $DE = 6$, $\angle EFB = 60^\circ$, 则矩形 $ABCD$ 的面积是 ()



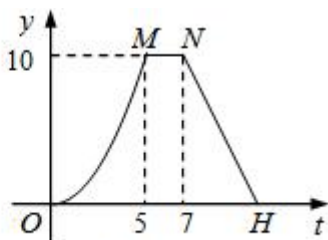
- A. 12 B. 24 C. $12\sqrt{3}$ D. $16\sqrt{3}$
10. (3分) 如图1, 点 E 为矩形 $ABCD$ 边 AD 上一点, 点 P , 点 Q 同时从点 B 出发, 点 P 沿 $BE \rightarrow ED \rightarrow DC$ 运动到点 C 停止, 点 Q 沿 BC 运动到点 C 停止, 它们的运动速度都是 1cm/s , 设 P 、 Q 出发 t 秒时, $\triangle BPQ$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$, 已知 y 与 t 的函数关系的图象如图2 (曲线 OM 为抛物线的一部分), 则下列结论:

- ① $AD = BE = 5\text{cm}$; ② 当 $0 < t \leq 5$ 时, $y = \frac{2}{5}t^2$; ③ 直线 NH 的解析式为 $y = -\frac{2}{5}t + 27$; ④ 若 $\triangle ABE$ 与 $\triangle QBP$ 相似, 则 $t = \frac{29}{4}$ 秒,

其中正确结论的个数为 ()



图(1)



图(2)

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

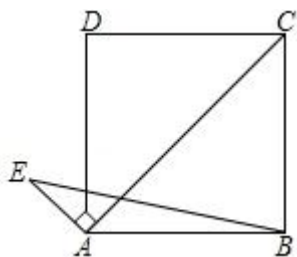
二、填空题(本大题共4个小题,每小题3分,共12分)请将答案填在答题卡对应的横线上.

11. (3分) -3.5 的绝对值是_____.

12. (3分) 分解因式: $x^2 - 4(x - 1) =$ _____.

13. (3分) 点 A, B, C 是半径为 15cm 的圆上三点, $\angle BAC = 36^\circ$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为_____ cm .

14. (3分) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 $2\sqrt{2}$, 过点 A 作 $AE \perp AC$, $AE = 1$, 连接 BE , 则 $\tan E =$ _____.

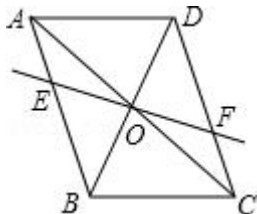


三、(本大题共3小题,每小题6分,共18分)

15. (6分) 计算: $(-1)^{2013} + (2\sin 30^\circ + \frac{1}{2})^0 - \sqrt[3]{8} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

16. (6分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , 经过点 O 的直线交 AB 于 E , 交 CD 于 F .

求证: $OE = OF$.

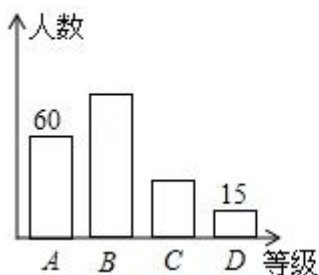


17. (6分) 某校九年级有 1200 名学生, 在体育考试前随机抽取部分学生进行体能测试, 成绩分别记为 A, B, C, D 共四个等级, 其中 A 级和 B 级成绩为“优”, 将测试结果绘制成如下条形统计图和扇形统计图.

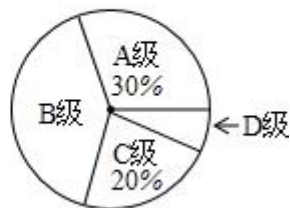
(1) 求抽取参加体能测试的学生人数.

(2) 估计该校九年级全体学生参加体能测试成绩为“优”的学生共有多少人?

成绩频数条形统计图



成绩频数扇形统计图

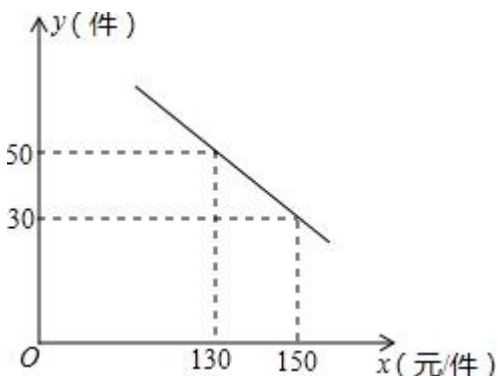


四、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分)

18. (8 分) 某商场购进一种每件价格为 100 元的新商品，在商场试销发现：销售单价 x (元/件) 与每天销售量 y (件) 之间满足如图所示的关系：

(1) 求出 y 与 x 之间的函数关系式；

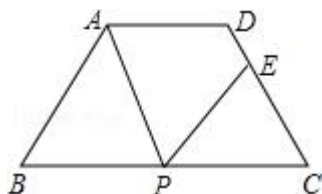
(2) 写出每天的利润 W 与销售单价 x 之间的函数关系式；若你是商场负责人，会将售价定为多少，来保证每天获得的利润最大，最大利润是多少？



19. (8 分) 如图，等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 3$ ， $BC = 7$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， P 为 BC 边上一点 (不与 B ， C 重合)，过点 P 作 $\angle APE = \angle B$ ， PE 交 CD 于 E 。

(1) 求证： $\triangle APB \sim \triangle PEC$ ；

(2) 若 $CE = 3$ ，求 BP 的长。



五、(满分 8 分)

20. (8 分) 关于 x 的一元二次方程为 $(m - 1)x^2 - 2mx + m + 1 = 0$ 。

(1) 求出方程的根；

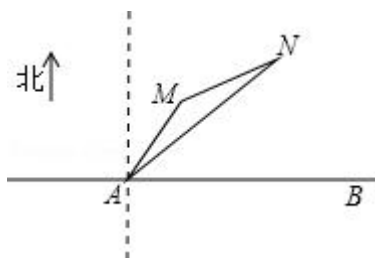
(2) m 为何整数时, 此方程的两个根都为正整数?

六、(满分 8 分)

21. (8 分) 如图, 公路 AB 为东西走向, 在点 A 北偏东 36.5° 方向上, 距离 5 千米处是村庄 M ; 在点 A 北偏东 53.5° 方向上, 距离 10 千米处是村庄 N (参考数据; $\sin 36.5^\circ = 0.6$, $\cos 36.5^\circ = 0.8$, $\tan 36.5^\circ = 0.75$).

(1) 求 M, N 两村之间的距离;

(2) 要在公路 AB 旁修建一个土特产收购站 P , 使得 M, N 两村到 P 的距离之和最短, 求这个最短距离.



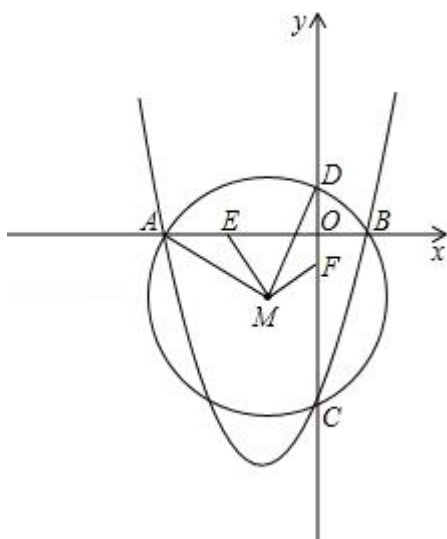
七、(满分 8 分)

22. (8 分) 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx - 3b + 3$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左边), 交 y 轴于点 C , 且经过点 $(b - 2, 2b^2 - 5b - 1)$.

(1) 求这条抛物线的解析式;

(2) $\odot M$ 过 A, B, C 三点, 交 y 轴于另一点 D , 求点 M 的坐标;

(3) 连接 AM, DM , 将 $\angle AMD$ 绕点 M 顺时针旋转, 两边 MA, MD 与 x 轴, y 轴分别交于点 E, F . 若 $\triangle DMF$ 为等腰三角形, 求点 E 的坐标.



2013 年四川省南充市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）每小题都有代号为 A、B、C、D 四个答案选项，其中只有一个是正确的，请把正确选项的代号涂在相应的答题卡内，涂写正确记 3 分，不涂、涂错或涂出的代号超过一个记 0 分．

1. 【分析】原式利用异号两数相加的法则计算即可得到结果．

【解答】解： $-2+3=1$ ．

故选：B．

【点评】此题考查了有理数的加法法则，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

2. 【分析】先算出 0.49 的算术平方根，然后求其相反数即可．

【解答】解：0.49 的算术平方根为 $\sqrt{0.49}=0.7$ ，

则 0.49 的算术平方根的相反数为： -0.7 ．

故选：B．

【点评】本题考查了算术平方根及相反数的知识，属于基础题，掌握各知识点概念是解题的关键．

3. 【分析】根据等腰三角形两底角相等列式进行计算即可得解．

【解答】解： $\because AB=AC$ ， $\angle B=70^\circ$ ，

$\therefore \angle A=180^\circ-2\angle B=180^\circ-2\times 70^\circ=40^\circ$ ．

故选：D．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，主要利用了等腰三角形两底角相等的性质．

4. 【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 >1 时， n 是正数；当原数的绝对值 <1 时， n 是负数．

【解答】解：将 135000 用科学记数法表示为 1.35×10^5 ．

故选：C．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times 10^n$ 的形式，其中 $1\leq |a|<10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

5. 【分析】首先解不等式组，再从不等式组的解集中找出适合条件的整数即可．

【解答】解：
$$\begin{cases} 3(x+1) > x-1 \text{ ①} \\ -\frac{2}{3}x+3 \geq 2 \text{ ②} \end{cases},$$

由不等式①，得 $x > -2$ ，

由不等式②，得 $x \leq 1.5$ ，

所以不等组的解集为 $-2 < x \leq 1.5$ ，

因而不等式组的整数解是 $-1, 0, 1$ 。

故选：A。

【点评】此题考查的是一元一次不等式组的整数解，正确解出不等式组的解集是解决本题的关键。求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了。

6. 【分析】根据对顶角相等、平行四边形的性质、三角形外角的性质以及平行线的性质求解，即可求得答案。

【解答】解：A、 $\angle 1 = \angle 2$ （对顶角相等），故本选项错误；

B、 $\angle 1 = \angle 2$ （平行四边形对角相等），故本选项错误；

C、 $\angle 2 > \angle 1$ （三角形的一个外角大于和它不相邻的任何一个内角），故本选项正确；

D、如图， $\because a \parallel b$ ，

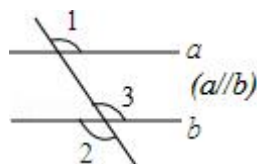
$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2.$$

故本选项错误。

故选：C。



【点评】此题考查了对顶角相等、平行四边形的性质、三角形外角的性质以及平行线的性质。此题比较简单，注意掌握数形结合思想的应用。

7. 【分析】由在五张形状、质地、大小完全相同的卡片上，正面分别画有：①线段；②正三角形；③平行四边形；④等腰梯形；⑤圆，将卡片背面朝上洗匀，从中任意抽取一张，那么抽出卡片的正面图形既是中心对称图形，又是轴对称图形的有：线段、圆，直接利用概率公式求解即可求得答案。

【解答】解：∵五张形状、质地、大小完全相同的卡片上，正面分别画有：①线段；②正三角形；③平行四边形；④等腰梯形；⑤圆，卡片的正面图形既是中心对称图形，又是轴对称图形的有：线段、圆，

∴从中任意抽取一张，那么抽出卡片的正面图形既是中心对称图形，又是轴对称图形的概率是： $\frac{2}{5}$.

故选：B.

【点评】此题考查了概率公式的应用以及轴对称图形、中心对称图形的知识. 注意用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

8. 【分析】把A的坐标代入函数的解析式求出函数的解析式，解由两函数解析式组成的方程组，求出方程组的解，得出B的坐标，根据A、B的坐标，结合图象即可得出答案.

【解答】解：∵把A(1, 2)代入 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 得： $k_1 = 2$,

把A(1, 2)代入 $y_2 = k_2x$ 得： $k_2 = 2$,

$$\therefore y_1 = \frac{2}{x}, y_2 = 2x,$$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = \frac{2}{x} \\ y = 2x \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = -2 \end{cases},$$

即B的坐标是(-1, -2),

∴当 $y_1 < y_2$ 时，自变量x的取值范围是 $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$,

故选：C.

【点评】本题考查了用待定系数法求反比例函数和一次函数的解析式，反比例函数和一次函数的交点问题等知识点的应用，主要考查学生的计算能力和观察图象的能力.

9. 【分析】在矩形ABCD中根据 $AD \parallel BC$ 得出 $\angle DEF = \angle EFB = 60^\circ$ ，由折叠的性质可得 $\angle A = \angle A' = 90^\circ$ ， $A'E = AE = 2$ ， $AB = A'B'$ ， $\angle A'EF = \angle AEF = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ， $\therefore \angle A'EB' = 60^\circ$. 根据直角三角形的性质得出 $A'B' = AB = 2\sqrt{3}$ ，然后根据矩形的面积公式列式计算即可得解.

【解答】解：在矩形ABCD中，

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle B'EF = \angle EFB = 60^\circ$,

由折叠的性质得 $\angle A = \angle A' = 90^\circ$ ， $A'E = AE = 2$ ， $AB = A'B'$ ， $\angle A'EF = \angle AEF = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$,

$$\therefore \angle A'EB' = \angle A'EF - \angle B'EF = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle A'EB'$ 中,

$$\therefore \angle A'B'E = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore B'E = 2A'E, \text{ 而 } A'E = 2,$$

$$\therefore B'E = 4,$$

$$\therefore A'B' = 2\sqrt{3}, \text{ 即 } AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = 2, DE = 6,$$

$$\therefore AD = AE + DE = 2 + 6 = 8,$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积} = AB \cdot AD = 2\sqrt{3} \times 8 = 16\sqrt{3}.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了矩形的性质, 翻折变换的性质, 两直线平行, 同旁内角互补, 两直线平行, 内错角相等的性质, 解直角三角形, 作辅助线构造直角三角形并熟记性质是解题的关键.

10. **【分析】** 据图 (2) 可以判断三角形的面积变化分为三段, 可以判断出当点 P 到达点 E 时点 Q 到达点 C , 从而得到 BC 、 BE 的长度, 再根据 M 、 N 是从 5 秒到 7 秒, 可得 ED 的长度, 然后表示出 AE 的长度, 根据勾股定理求出 AB 的长度, 然后针对各小题分析解答即可.

【解答】 解: ①根据图 (2) 可得, 当点 P 到达点 E 时点 Q 到达点 C ,

$\therefore$ 点 P 、 Q 的运动的速度都是 1cm/s ,

$$\therefore BC = BE = 5\text{cm},$$

$$\therefore AD = BE = 5 \text{ (故①正确)};$$

②如图 1, 过点 P 作 $PF \perp BC$ 于点 F ,

根据面积不变时 $\triangle BPQ$ 的面积为 10, 可得 $AB = 4$,

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle PBF,$$

$$\therefore \sin \angle PBF = \sin \angle AEB = \frac{AB}{BE} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore PF = PB \sin \angle PBF = \frac{4}{5}t,$$

$\therefore$ 当 $0 < t \leq 5$ 时, $y = \frac{1}{2}BQ \cdot PF = \frac{1}{2}t \cdot \frac{4}{5}t = \frac{2}{5}t^2$ (故②正确);

③根据 5 - 7 秒面积不变, 可得 $ED = 2$,

当点 P 运动到点 C 时, 面积变为 0, 此时点 P 走过的路程为 $BE + ED + DC = 11$,

故点 H 的坐标为 $(11, 0)$,

设直线 NH 的解析式为 $y = kx + b$,

将点 $H(11, 0)$, 点 $N(7, 10)$ 代入可得: $\begin{cases} 11k + b = 0 \\ 7k + b = 10 \end{cases}$,

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{5}{2} \\ b = \frac{55}{2} \end{cases}.$$

故直线 NH 的解析式为: $y = -\frac{5}{2}t + \frac{55}{2}$, (故③错误);

④当 $\triangle ABE$ 与 $\triangle QBP$ 相似时, 点 P 在 DC 上, 如图 2 所示:

$$\because \tan \angle PBQ = \tan \angle ABE = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{PQ}{BQ} = \frac{3}{4}, \text{ 即 } \frac{11-t}{5} = \frac{3}{4},$$

$$\text{解得: } t = \frac{29}{4}. \text{ (故④正确);}$$

综上所述可得①②④正确, 共 3 个.

故选: B .

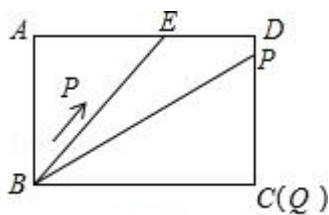


图2

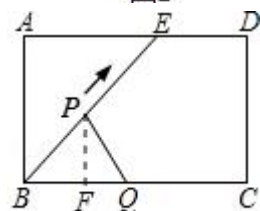


图1

【点评】 本题考查了二次函数的综合应用及动点问题的函数图象, 根据图 (2) 判断出点 P 到达点 E 时, 点 Q 到达点 C 是解题的关键, 也是本题的突破口, 难度较大.

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 3 分，共 12 分）请将答案填在答题卡对应的横线上.

11. 【分析】根据绝对值的概念：数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值可直接得到答案.

【解答】解：- 3.5 的绝对值是 3.5，

故答案为：3.5.

【点评】此题主要考查了绝对值，关键是掌握绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

12. 【分析】直接利用完全平方公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 分解即可.

【解答】解： $x^2 - 4(x - 1)$

$$= x^2 - 4x + 4$$

$$= (x - 2)^2.$$

故答案为： $(x - 2)^2$.

【点评】此题主要考查了用公式法进行因式分解的能力，要会熟练运用完全平方公式分解因式.

13. 【分析】做出图形，根据 $\angle BAC = 36^\circ$ ，求出圆心角 $\angle BOC$ 的度数，然后根据弧长公式：

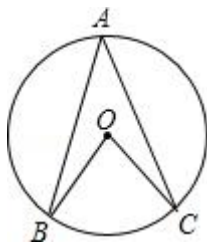
$$l = \frac{n\pi R}{180} \text{ 即可求解.}$$

【解答】解： $\because \angle BAC = 36^\circ$ ，

$\therefore$ 圆心角 $\angle BOC = 72^\circ$ ，

$$\text{则弧长 } l = \frac{n\pi R}{180} = \frac{72\pi \times 15}{180} = 6\pi.$$

故答案为： 6π .



【点评】本题考查了弧长的计算公式，属于基础题，解答本题的关键是根据圆周角的度数求出圆心角，要求同学们熟练掌握弧长公式.

14. 【分析】延长 CA 使 $AF = AE$ ，连接 BF，过 B 点作 $BG \perp AC$ ，垂足为 G，根据题干条件证明 $\triangle BAF \cong \triangle BAE$ ，得出 $\angle E = \angle F$ ，然后在 $\text{Rt}\triangle BGF$ 中，求出 $\tan F$ 的值，进而求出 $\tan E$

的值.

【解答】解: 延长 CA 使 $AF = AE$, 连接 BF , 过 B 点作 $BG \perp AC$, 垂足为 G ,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle CAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = 135^\circ,$$

$$\because AE \perp AC,$$

$$\therefore \angle BAE = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BAE,$$

$\because$ 在 $\triangle BAF$ 和 $\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} BA=BA \\ \angle BAF=\angle BAE, \\ AE=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BAF \cong \triangle BAE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore \angle E = \angle F,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $BG \perp AC$,

$\therefore G$ 是 AC 的中点,

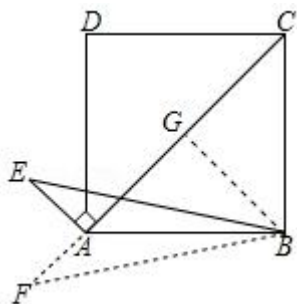
$$\therefore BG = AG = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BGF$ 中,

$$\tan F = \frac{BG}{FG} = \frac{2}{3},$$

$$\text{即 } \tan E = \frac{2}{3}.$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.



【点评】 本题主要考查了正方形的性质, 解答本题的关键是熟练掌握全等三角形的判定

定理, 此题能正确作出辅助线也是解答关键所在, 此题是一道不错的中考试题.

三、(本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

15. 【分析】原式第一项表示 2013 个 -1 的乘积，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用立方根的定义化简，最后一项利用负指数幂法则计算，即可得到结果.

【解答】解：原式 $= -1 + 1 - 2 + 3 = 1$.

【点评】此题考查了实数的运算，涉及的知识有：零指数、负指数幂，平方根的定义，绝对值的代数意义，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

16. 【分析】由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，可得 $OA = OC$, $AB \parallel CD$, 又由 $\angle AOE = \angle COF$, 易证得 $\triangle OAE \cong \triangle OCF$, 则可得 $OE = OF$.

【解答】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA = OC$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle OAE = \angle OCF$,

$\because$ 在 $\triangle OAE$ 和 $\triangle OCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle AOE = \angle COF \\ OA = OC \\ \angle OAE = \angle OCF \end{cases},$$

$\therefore \triangle OAE \cong \triangle OCF$ (ASA),

$\therefore OE = OF$.

【点评】此题考查了平行四边形的性质以及全等三角形的判定与性质. 此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用.

17. 【分析】(1) 根据等级为 A 的人数除以所占的百分比即可求出抽取参加体能测试的学生人数；

(2) 由抽取人数乘以 C 等级所占的百分比求出 C 等级的人数，进而求出等级 B 的人数， A 等级与 B 等级人数之和除以 50 求出成绩为“优”的学生所占的百分比，再乘以总人数即可求出所求.

【解答】解：(1) 参加体能测试的学生人数为 $60 \div 30\% = 200$ (人)；

(2) C 等级人数为 $200 \times 20\% = 40$ (人)，

则 B 等级的人数为 $200 - (60 + 15 + 40) = 85$ (人)，

“优”生共有人数为 $1200 \times \frac{85+60}{200} = 870$ (人).

【点评】此题考查了条形统计图，用样本估计总体，以及扇形统计图，弄清题意是解本题的关键.

四、(本大题共2小题,每小题8分,共16分)

18. 【分析】(1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 根据所给函数图象列出关于 k, b 的关系式, 求出 k, b 的值即可;

(2) 把每天的利润 W 与销售单价 x 之间的函数关系式化为二次函数顶点式的形式, 由此关系式即可得出结论.

【解答】解: (1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 由所给函数图象可知,

$$\begin{cases} 130k + b = 50 \\ 150k + b = 30 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 180 \end{cases}.$$

故 y 与 x 的函数关系式为 $y = -x + 180$;

$$(2) \because y = -x + 180,$$

$$\therefore W = (x - 100)y = (x - 100)(-x + 180)$$

$$= -x^2 + 280x - 18000$$

$$= -(x - 140)^2 + 1600,$$

$$\because a = -1 < 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = 140 \text{ 时, } W_{\text{最大}} = 1600,$$

$$\therefore \text{售价定为 } 140 \text{ 元/件时, 每天最大利润 } W = 1600 \text{ 元}.$$

【点评】本题考查的是二次函数的应用, 根据题意列出关于 k, b 的关系式是解答此题的关键.

19. 【分析】(1) 由等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 可得 $\angle B = \angle C = 60^\circ$, 又由 $\angle APE + \angle EPC = \angle B + \angle BAP$, $\angle APE = \angle B$, 可证得 $\angle BAP = \angle EPC$, 根据有两角对应相等的三角形相似, 即可证得: $\triangle APB \sim \triangle PEC$;

(2) 首先过点 A 作 $AF \parallel CD$ 交 BC 于点 F , 则四边形 $ADCF$ 是平行四边形, $\triangle ABF$ 为等边三角形, 又由 $\triangle APB \sim \triangle PEC$, 根据相似三角形的对应边成比例, 即可求得答案.

【解答】(1) 证明: $\because$ 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 60^\circ,$$

$$\because \angle APC = \angle B + \angle BAP,$$

$$\text{即 } \angle APE + \angle EPC = \angle B + \angle BAP,$$

$$\therefore \angle APE = \angle B,$$

$$\therefore \angle BAP = \angle EPC,$$

$$\therefore \triangle APB \sim \triangle PEC;$$

(2) 解: 过点 A 作 $AF \parallel CD$ 交 BC 于点 F ,

$$\because AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形,

$$\because \angle AFB = \angle C = \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABF$ 为等边三角形,

$$\therefore CF = AD = 3, AB = BF = 7 - 3 = 4,$$

$$\because \triangle APB \sim \triangle PEC,$$

$$\therefore \frac{BP}{EC} = \frac{AB}{PC},$$

设 $BP = x$, 则 $PC = 7 - x$,

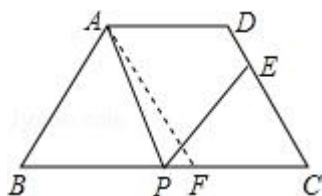
$$\because EC = 3, AB = 4,$$

$$\therefore \frac{x}{3} = \frac{4}{7-x},$$

解得: $x_1 = 3, x_2 = 4$,

经检验: $x_1 = 3, x_2 = 4$ 是原分式方程的解,

$\therefore BP$ 的长为: 3 或 4.



【点评】 此题考查了等腰梯形的性质、相似三角形的判定与性质以及等边三角形的判定与性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意数形结合思想与方程思想的应用.

五、(满分 8 分)

20. **【分析】** (1) 利用求根公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 解方程;

(2) 利用 (1) 中 x 的值来确定 m 的值.

【解答】 解: (1) 根据题意, 得 $m \neq 1$.

$$\because a = m - 1, b = -2m, c = m + 1,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4(m - 1)(m + 1) = 4,$$

$$\text{则 } x_1 = \frac{2m+2}{2(m-1)} = \frac{m+1}{m-1},$$

$$x_2 = 1;$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知, } x_1 = \frac{m+1}{m-1} = 1 + \frac{2}{m-1},$$

$\therefore$ 方程的两个根都为正整数,

$$\therefore \frac{2}{m-1} \text{ 是正整数,}$$

$$\therefore m-1 = 1 \text{ 或 } m-1 = 2,$$

解得 $m = 2$ 或 3 . 即 m 为 2 或 3 时, 此方程的两个根都为正整数.

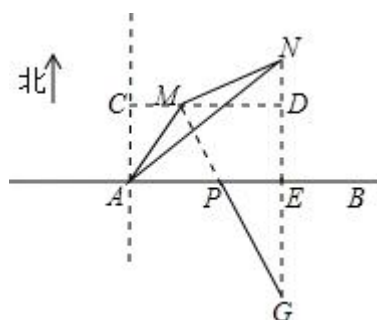
【点评】 本题考查了公式法解一元二次方程. 要会熟练运用公式法求得一元二次方程的解.

六、(满分 8 分)

21. **【分析】** (1) 过点 M 作 $CD \parallel AB$, $NE \perp AB$, 在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中求出 CM , AC , 在 $\text{Rt}\triangle ANE$ 中求出 NE , AE , 继而得出 MD , ND 的长度, 在 $\text{Rt}\triangle MND$ 中利用勾股定理可得出 MN 的长度.

(2) 作点 N 关于 AB 的对称点 G , 连接 MG 交 AB 于点 P , 点 P 即为站点, 求出 MG 的长度即可.

【解答】 解: (1) 过点 M 作 $CD \parallel AB$, $NE \perp AB$, 如图:



在 $\text{Rt}\triangle ACM$ 中, $\angle CAM = 36.5^\circ$, $AM = 5\text{km}$,

$$\therefore \sin 36.5^\circ = \frac{CM}{5} = 0.6,$$

$$\therefore CM = 3, AC = \sqrt{AM^2 - CM^2} = 4\text{km},$$

在 $\text{Rt}\triangle ANE$ 中, $\angle NAE = 90^\circ - 53.5^\circ = 36.5^\circ$, $AN = 10\text{km}$,

$$\therefore \sin 36.5^\circ = \frac{NE}{10} = 0.6,$$

$$\therefore NE = 6, AE = \sqrt{AN^2 - NE^2} = 8km,$$

$$\therefore MD = CD - CM = AE - CM = 5km, ND = NE - DE = NE - AC = 2km,$$

$$\text{在 Rt}\triangle MND \text{ 中, } MN = \sqrt{MD^2 + ND^2} = \sqrt{29}km.$$

(2) 作点 N 关于 AB 的对称点 G , 连接 MG 交 AB 于点 P , 点 P 即为站点,

此时 $PM + PN = PM + PG = MG$,

$$\text{在 Rt}\triangle MDG \text{ 中, } MG = \sqrt{5^2 + 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}km.$$

答: 最短距离为 $5\sqrt{5}km$.

【点评】 本题考查了解直角三角形的知识, 解答本题的关键是构造直角三角形, 利用三角函数值求解相关线段的长度, 难度较大.

七、(满分 8 分)

22. **【分析】** (1) 将点 $(b-2, 2b^2-5b-1)$ 代入抛物线解析式, 求出未知数, 从而得到抛物线的解析式;

(2) 利用垂径定理及勾股定理, 求出点 M 的坐标;

(3) 首先, 证明 $\triangle AME \cong \triangle DMF$, 从而将“ $\triangle DMF$ 为等腰三角形”的问题, 转化为“ $\triangle AME$ 为等腰三角形”的问题; 其次, $\triangle AME$ 为等腰三角形, 可能有三种情形, 需要分类讨论, 逐一分析计算.

【解答】 解: (1) 把点 $(b-2, 2b^2-5b-1)$ 代入抛物线解析式, 得:

$$2b^2 - 5b - 1 = (b-2)^2 + b(b-2) - 3b + 3$$

解得 $b = 2$,

故抛物线解析式为 $y = x^2 + 2x - 3$.

(2) 由 $x^2 + 2x - 3 = 0$, 得 $x = -3$ 或 $x = 1$,

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0), C(0, -3).$$

抛物线的对称轴为直线 $x = -1$, 圆心 M 在直线 $x = -1$ 上,

$\therefore$ 设 $M(-1, n)$, 作 $MG \perp x$ 轴于点 G , $MH \perp y$ 轴于点 H , 连接 MC , MB .

$$\therefore MH = 1, BG = 2.$$

$$\because MB = MC, \therefore BG^2 + MG^2 = MH^2 + CH^2,$$

$$\therefore 4 + n^2 = 1 + (3+n)^2$$

解得 $n = -1$,

$\therefore$ 点 $M(-1, -1)$.

(3) 如图, 由 $M(-1, -1)$, 得 $MG = MH$.

$\because MA = MD$,

$\therefore \text{Rt}\triangle AMG \cong \text{Rt}\triangle DMH$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$.

由旋转可知 $\angle 3 = \angle 4$,

$\therefore \triangle AME \cong \triangle DMF$.

若 $\triangle DMF$ 为等腰三角形, 则 $\triangle AME$ 必为等腰三角形.

设 $E(x, 0)$, $\triangle AME$ 为等腰三角形, 分三种情况:

① $AE = AM = \sqrt{5}$, 则 $x = \sqrt{5} - 3$, $\therefore E(\sqrt{5} - 3, 0)$;

② $\because$ 点 M 在 AB 的垂直平分线上,

$\therefore MA = ME = MB$, $\therefore E(1, 0)$;

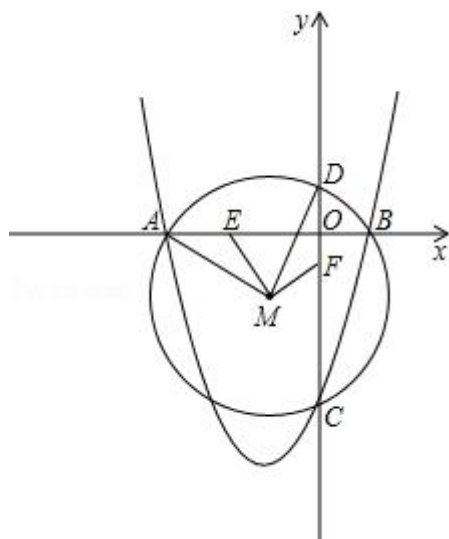
③ 点 E 在 AM 的垂直平分线上, 则 $AE = ME$.

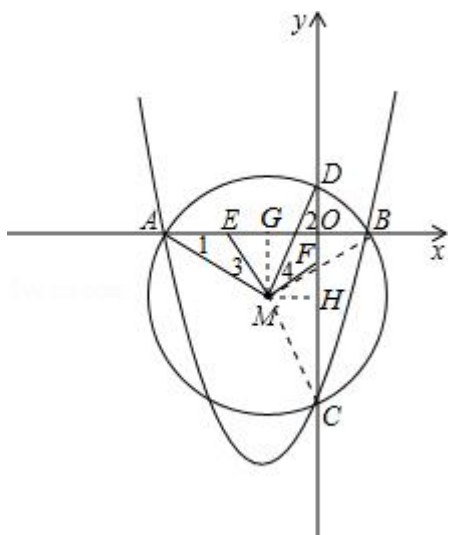
$$AE = x + 3, ME^2 = MG^2 + EG^2 = 1 + (-1 - x)^2$$

$$\therefore (x + 3)^2 = 1 + (-1 - x)^2$$

解得: $x = -\frac{7}{4}$, $\therefore E(-\frac{7}{4}, 0)$.

$\therefore$ 所求点 E 的坐标为 $(\sqrt{5} - 3, 0)$, $(1, 0)$, $(-\frac{7}{4}, 0)$.





【点评】本题是二次函数综合题型，考查了二次函数的图象与性质、垂径定理、勾股定理、等腰三角形、全等三角形、旋转等知识点，是代数与几何的综合题．第（3）问中，注意转化思想以及分类讨论思想的运用．