

2012 年四川省德阳市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1.（3 分）实数 -3 的相反数是（ ）

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -2

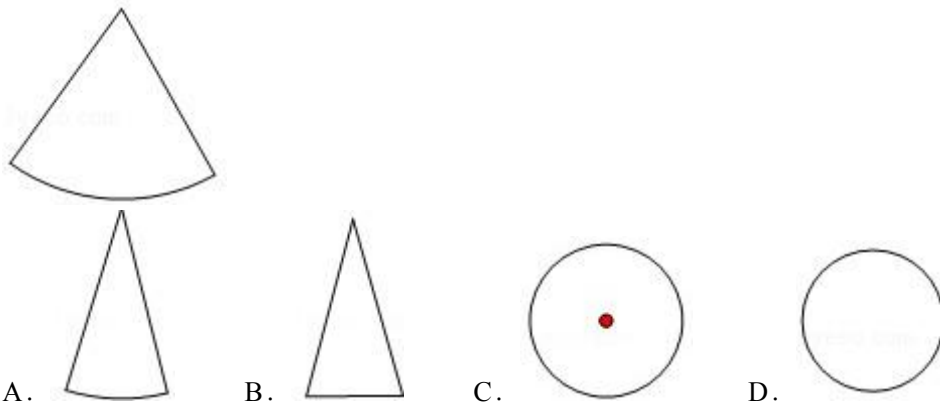
2.（3 分）某厂 2011 年用于购买原材料的费用 2350000 元，实数 2350000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 2.35×10^5 B. 23.5×10^5 C. 0.235×10^5 D. 2.35×10^6

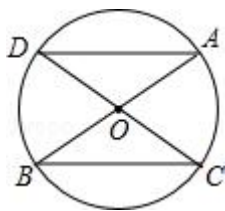
3.（3 分）使代数式 $\frac{\sqrt{x}}{2x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 0$ B. $x \neq \frac{1}{2}$ C. $x \geq 0$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$ D. 一切实数

4.（3 分）某物体的侧面展开图如图所示，那么它的左视图为（ ）



5.（3 分）已知 AB 、 CD 是 $\odot O$ 的两条直径， $\angle ABC = 30^\circ$ ，那么 $\angle BAD =$ （ ）



- A. 45° B. 60° C. 90° D. 30°

6.（3 分）某时刻海上点 P 处有一客轮，测得灯塔 A 位于客轮 P 的北偏东 30° 方向，且相距 20 海里. 客轮以 60 海里/小时的速度沿北偏西 60° 方向航行 $\frac{2}{3}$ 小时到达 B 处，那么 $\tan \angle ABP =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

7.（3 分）为确保信息安全，信息需加密传输，发送方由明文 $\rightarrow$ 密文（加密），接收方由密文 $\rightarrow$ 明文（解密），已知加密规则为：明文 a, b, c, d 对应密文 $a+2b, 2b+c, 2c+3d$,

4d. 例如, 明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16. 当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时, 则解密得到的明文为 ()

- A. 7, 6, 1, 4 B. 6, 4, 1, 7 C. 4, 6, 1, 7 D. 1, 6, 4, 7

8. (3 分) 下列事件中, 属于确定事件的个数是 ()

- (1) 打开电视, 正在播广告;
(2) 投掷一枚普通的骰子, 掷得的点数小于 10;
(3) 射击运动员射击一次, 命中 10 环;
(4) 在一个只装有红球的袋中摸出白球.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

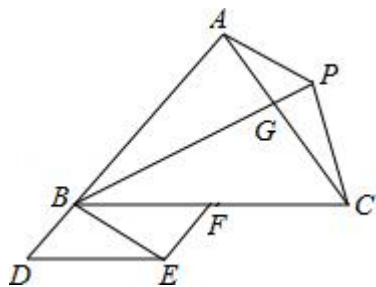
9. (3 分) 在同一平面直角坐标系内, 将函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的图象沿 x 轴方向向右平移 2 个单位长度后再沿 y 轴向下平移 1 个单位长度, 得到图象的顶点坐标是 ()

- A. $(-1, 1)$ B. $(1, -2)$ C. $(2, -2)$ D. $(1, -1)$

10. (3 分) 已知一组数据 10, 8, 9, x , 5 的众数是 8, 那么这组数据的方差是 ()

- A. 2.8 B. $\frac{14}{3}$ C. 2 D. 5

11. (3 分) 如图, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的延长线上一点, 点 F 是边 BC 上的一个动点 (不与点 B 重合). 以 BD 、 BF 为邻边作平行四边形 $BDEF$, 又 $AP \parallel BE$ (点 P 、 E 在直线 AB 的同侧), 如果 $BD = \frac{1}{4}AB$, 那么 $\triangle PBC$ 的面积与 $\triangle ABC$ 面积之比为 ()



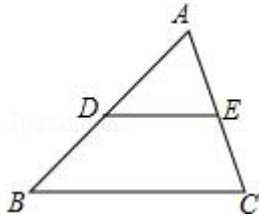
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{4}$

12. (3 分) 设二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 当 $x \leq 1$ 时, 总有 $y \geq 0$, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, 总有 $y \leq 0$, 那么 c 的取值范围是 ()

- A. $c = 3$ B. $c \geq 3$ C. $1 \leq c \leq 3$ D. $c \leq 3$

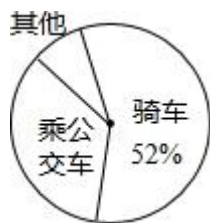
二、填空题:

13. (3 分) 如图, 点 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点, 连接 DE , 若 $DE = 5$, 则 $BC =$ _____.



14. (3分) 已知一个多边形的内角和是外角和的 $\frac{3}{2}$, 则这个多边形的边数是_____.

15. (3分) 某班主任把本班学生上学方式的调查结果绘制成如图所示的不完整的统计图, 已知乘公交车上学的学生有 20 人, 骑自行车上学的学生有 26 人, 则乘公交车上学的学生人数在扇形统计图中对应的扇形所占的圆心角的度数为_____.



16. (3分) 计算: $\frac{x^2}{x-5} + \frac{25}{5-x} =$ _____.

17. (3分) 有下列计算:

- ① $(m^2)^3 = m^6$,
- ② $\sqrt{4a^2 - 4a + 1} = 2a - 1$,
- ③ $m^6 \div m^2 = m^3$,
- ④ $\sqrt{27} \times \sqrt{50} \div \sqrt{6} = 15$,
- ⑤ $2\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{48} = 14\sqrt{3}$,

其中正确的运算有_____.

18. (3分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, 2)$, $\odot A$ 的半径是 2, $\odot P$ 的半径是 1, 满足与 $\odot A$ 及 x 轴都相切的 $\odot P$ 有_____个.

三、解答题 (共 66 分, 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

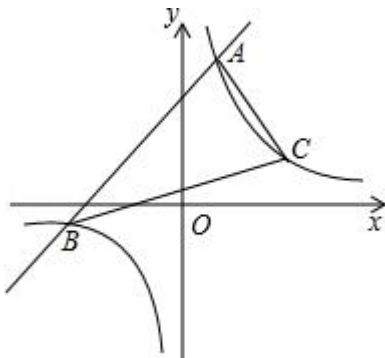
19. (11分) 计算: $(-2)^{-2} + |\sin 30^\circ - 1| + (-\frac{1}{\pi})^0 + \sqrt{\frac{1}{16}}$.

20. (11 分) 有 A 、 B 两个不透明的布袋, A 袋中有两个完全相同的小球, 分别标有数字 0 和 -2; B 袋中有三个完全相同的小球, 分别标有数字 -2、0 和 1. 小明从 A 袋中随机取出一个小球, 记录标有的数字为 x , 再从 B 袋中随机取出一个小球, 记录标有的数字为 y , 这样确定了点 Q 的坐标 (x, y) .

- (1) 写出点 Q 所有可能的坐标;
- (2) 求点 Q 在 x 轴上的概率;
- (3) 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径是 2, 求过点 Q 能作 $\odot O$ 切线的概率.

21. (11 分) 已知一次函数 $y_1 = x + m$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点. 已知当 $x > 1$ 时, $y_1 > y_2$; 当 $0 < x < 1$ 时, $y_1 < y_2$.

- (1) 求一次函数的解析式;
- (2) 已知双曲线在第一象限上有一点 C 到 y 轴的距离为 3, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



22. (11 分) 今年南方某地发生特大洪灾, 政府为了尽快搭建板房安置灾民, 给某厂下达了生产 A 种板材 48000 m^3 和 B 种板材 24000 m^3 的任务.

(1) 如果该厂安排 210 人生产这两种材, 每人每天能生产 A 种板材 60 m^3 或 B 种板材 40 m^3 , 请问: 应分别安排多少人生产 A 种板材和 B 种板材, 才能确保同时完成各自的生产任务?

(2) 某灾民安置点计划用该厂生产的两种板材搭建甲、乙两种规格的板房共 400 间, 已知建设一间甲型板房和一间乙型板房所需板材及安置人数如下表所示:

板房	A 种板材 (m^2)	B 种板材 (m^2)	安置人数
甲型	108	61	12
乙型	156	51	10

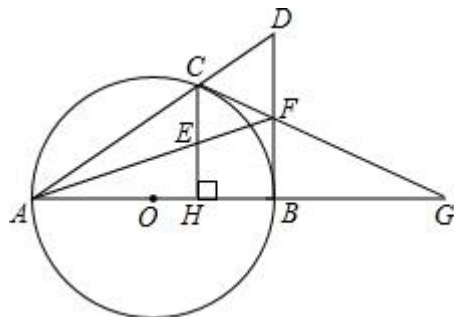
问这 400 间板房最多能安置多少灾民?

23. (11 分) 如图, 已知点 C 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 上一点, $CH \perp AB$ 于点 H , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交直线 AC 于点 D , 点 E 为 CH 的中点, 连接 AE 并延长交 BD 于点 F , 直线 CF 交 AB 的延长线于 G .

(1) 求证: $AE \cdot FD = AF \cdot EC$;

(2) 求证: $FC = FB$;

(3) 若 $FB = FE = 2$, 求 $\odot O$ 的半径 r 的长.

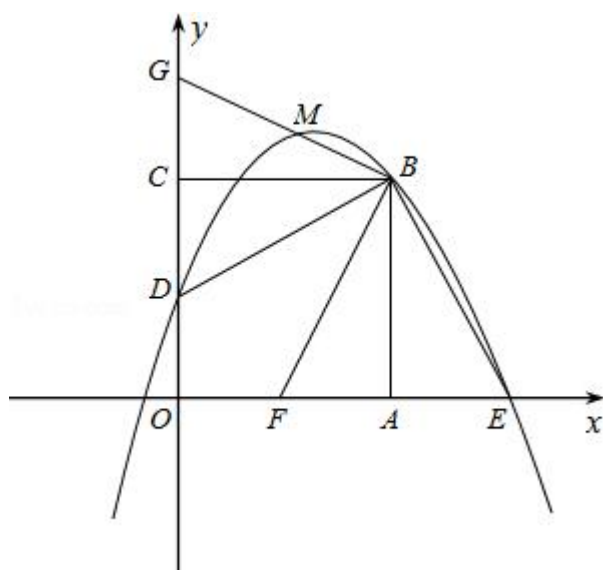


24. (11 分) 在平面直角坐标 xOy 中, (如图) 正方形 $OABC$ 的边长为 4, 边 OA 在 x 轴的正半轴上, 边 OC 在 y 轴的正半轴上, 点 D 是 OC 的中点, $BE \perp DB$ 交 x 轴于点 E .

(1) 求经过点 D 、 B 、 E 的抛物线的解析式;

(2) 将 $\angle DBE$ 绕点 B 旋转一定的角度后, 边 BE 交线段 OA 于点 F , 边 BD 交 y 轴于点 G , 交 (1) 中的抛物线于 M (不与点 B 重合), 如果点 M 的横坐标为 $\frac{12}{5}$, 那么结论 $OF = \frac{1}{2}DG$ 能成立吗? 请说明理由;

(3) 过 (2) 中的点 F 的直线交射线 CB 于点 P , 交 (1) 中的抛物线在第一象限的部分于点 Q , 且使 $\triangle PFE$ 为等腰三角形, 求 Q 点的坐标.



2012 年四川省德阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1.（3 分）实数 -3 的相反数是（ ）

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -2

【考点】28：实数的性质.

【专题】1：常规题型.

【分析】根据相反数的定义，只有符合不同的两个数叫做互为相反数解答.

【解答】解：-3 的相反数是 3.

故选：A.

【点评】本题考查了互为相反数的定义，熟记概念是解题的关键.

2.（3 分）某厂 2011 年用于购买原材料的费用 2350000 元，实数 2350000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 2.35×10^5 B. 23.5×10^5 C. 0.235×10^5 D. 2.35×10^6

【考点】11：科学记数法—表示较大的数.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：将 2350000 用科学记数法表示为： 2.35×10^6 .

故选：D.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3.（3 分）使代数式 $\frac{\sqrt{x}}{2x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 0$ B. $x \neq \frac{1}{2}$ C. $x \geq 0$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$ D. 一切实数

【考点】62：分式有意义的条件；72：二次根式有意义的条件.

【分析】根据分式有意义的条件可得 $2x - 1 \neq 0$ ，根据二次根式有意义的条件可得 $x \geq 0$ ，解出结果即可.

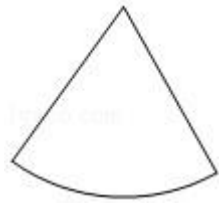
【解答】解：由题意得： $2x - 1 \neq 0$ ， $x \geq 0$ ，

解得： $x \geq 0$ ，且 $x \neq \frac{1}{2}$ ，

故选：C．

【点评】此题主要考查了分式有意义的条件，二次根式有意义的条件，二次根式中的被开方数是非负数；分式有意义的条件是分母不等于零．

4. (3分) 某物体的侧面展开图如图所示，那么它的左视图为 ()



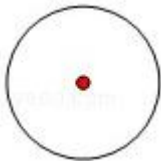
A.



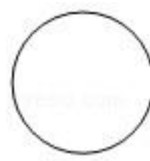
B.



C.



D.



【考点】I6：几何体的展开图；U1：简单几何体的三视图．

【专题】1：常规题型．

【分析】先根据侧面展开图判断出此物体是圆锥，然后根据左视图是从左面看到的视图解答．

【解答】解： $\because$ 物体的侧面展开图是扇形，

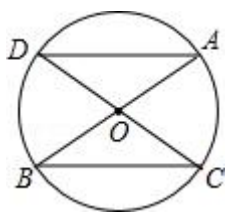
$\therefore$ 此物体是圆锥，

$\therefore$ 圆锥的左视图是等腰三角形．

故选：B．

【点评】本题考查了几何体的展开图，与简单几何体的三视图，根据侧面展开图判断出此物体是圆锥是解题的关键．

5. (3分) 已知 AB 、 CD 是 $\odot O$ 的两条直径， $\angle ABC = 30^\circ$ ，那么 $\angle BAD = ()$



- A. 45° B. 60° C. 90° D. 30°

【考点】M5：圆周角定理.

【分析】利用同弧所对的圆周角相等得到 $\angle B = \angle D$ ，然后利用半径相等即可求得所求.

【解答】解： $\because \angle D$ 与 $\angle B$ 所对的弧相同，

$$\therefore \angle B = \angle D = 30^\circ ,$$

$$\because OA = OD$$

$$\therefore \angle D = \angle A = 30^\circ ,$$

故选：D.

【点评】本题考查了圆周角定理，解题的关键是根据图形发现同弧所对的角并利用圆周角定理求解.

6. (3分) 某时刻海上点 P 处有一客轮，测得灯塔 A 位于客轮 P 的北偏东 30° 方向，且相距 20 海里. 客轮以 60 海里/小时的速度沿北偏西 60° 方向航行 $\frac{2}{3}$ 小时到达 B 处，那么 $\tan \angle ABP = (\quad)$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【考点】TB：解直角三角形的应用 - 方向角问题.

【分析】根据题意作出图形后知道北偏东 30° 与北偏西 60° 成直角，利用正切的定义求值即可.

【解答】解： $\because$ 灯塔 A 位于客轮 P 的北偏东 30° 方向，且相距 20 海里.

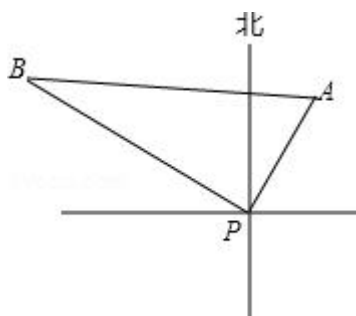
$$\therefore PA = 20 \text{ 海里},$$

$$\because \text{客轮以 } 60 \text{ 海里/小时的速度沿北偏西 } 60^\circ \text{ 方向航行 } \frac{2}{3} \text{ 小时到达 } B \text{ 处},$$

$$\therefore \angle APB = 90^\circ , \quad BP = 60 \times \frac{2}{3} = 40 \text{ 海里},$$

$$\therefore \tan \angle ABP = \frac{AP}{BP} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}.$$

故选：A.



【点评】 本题考查了解直角三角形的应用，解题的关键是根据实际问题整理出直角三角形并利用正切的定义求值．

7. (3分) 为确保信息安全，信息需加密传输，发送方由明文→密文（加密），接收方由密文→明文（解密），已知加密规则为：明文 a, b, c, d 对应密文 $a+2b, 2b+c, 2c+3d, 4d$ ．例如，明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16．当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时，则解密得到的明文为（ ）

A. 7, 6, 1, 4 B. 6, 4, 1, 7 C. 4, 6, 1, 7 D. 1, 6, 4, 7

【考点】 9A：二元一次方程组的应用．

【专题】 16：压轴题．

【分析】 已知结果（密文），求明文，根据规则，列方程组求解．

【解答】 解：依题意，得

$$\begin{cases} a+2b=14 \\ 2b+c=9 \\ 2c+3d=23 \\ 4d=28 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a=6 \\ b=4 \\ c=1 \\ d=7 \end{cases}$

∴明文为：6, 4, 1, 7.

故选：B.

【点评】 本题考查了方程组在实际中的运用，弄清题意，列方程组是解题的关键．

8. (3分) 下列事件中，属于确定事件的个数是（ ）

- (1) 打开电视，正在播广告；
- (2) 投掷一枚普通的骰子，掷得的点数小于 10；
- (3) 射击运动员射击一次，命中 10 环；
- (4) 在一个只装有红球的袋中摸出白球．

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【考点】X1: 随机事件.

【分析】确定事件就是一定发生的事件或一定不会发生的事件，根据定义即可确定.

【解答】解：(1)(3) 属于随机事件；

(4) 是不可能事件，属于确定事件；

(2) 是必然事件，属于确定事件；

故属于确定事件的个数是 2，

故选：C.

【点评】本题考查了随机事件，解决本题需要正确理解必然事件、不可能事件、随机事件的概念. 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件.

9. (3 分) 在同一平面直角坐标系内，将函数 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 的图象沿 x 轴方向向右平移 2 个单位长度后再沿 y 轴向下平移 1 个单位长度，得到图象的顶点坐标是 ()

A. (- 1, 1)

B. (1, - 2)

C. (2, - 2)

D. (1, - 1)

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】易得原抛物线的顶点坐标，根据横坐标与纵坐标“左加右减”可得到平移后的顶点坐标.

【解答】解：∵ $y = 2x^2 + 4x + 1 = 2(x^2 + 2x) + 1 = 2[(x+1)^2 - 1] + 1 = 2(x+1)^2 - 1$,

∴ 原抛物线的顶点坐标为 (- 1, - 1),

∴ 将二次函数 $y = 2(x+1)^2 - 1$ ，的图象沿 x 轴方向向右平移 2 个单位长度后再沿 y 轴向下平移 1 个单位长度，

∴ $y = 2(x+1-2)^2 - 1 - 1 = 2(x-1)^2 - 2$,

故得到图象的顶点坐标是 (1, - 2).

故选：B.

【点评】此题考查了二次函数的平移问题；用到的知识点为：二次函数的平移，看顶点的平移即可；上下平移只改变顶点的纵坐标，上加下减.

10. (3 分) 已知一组数据 10, 8, 9, x , 5 的众数是 8，那么这组数据的方差是 ()

A. 2.8

B. $\frac{14}{3}$

C. 2

D. 5

【考点】W5：众数；W7：方差.

【分析】根据众数的概念，确定 x 的值，再求该组数据的方差.

【解答】解：因为一组数据 10, 8, 9, x , 5 的众数是 8，所以 $x = 8$. 于是这组数据为 10, 8, 9, 8, 5.

该组数据的平均数为： $\frac{1}{5}(10+8+9+8+5) = 8$,

方差 $S^2 = \frac{1}{5}[(10-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (5-8)^2] = \frac{14}{5} = 2.8$.

故选：A.

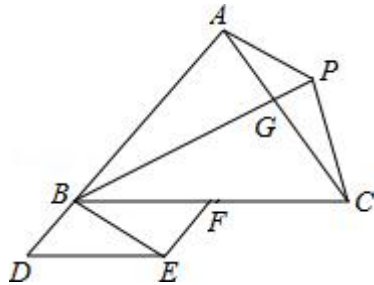
【点评】本题考查了平均数、众数、方差的意义.

①平均数：反映了一组数据的平均大小，常用来一代表数据的总体“平均水平”；

②众数是一组数据中出现次数最多的数值，叫众数，有时众数在一组数中有好几个；

③方差是用来衡量一组数据波动大小的量.

11. (3 分) 如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的延长线上一点，点 F 是边 BC 上的一个动点（不与点 B 重合），以 BD 、 BF 为邻边作平行四边形 $BDEF$ ，又 $AP \parallel BE$ （点 P 、 E 在直线 AB 的同侧），如果 $BD = \frac{1}{4}AB$ ，那么 $\triangle PBC$ 的面积与 $\triangle ABC$ 面积之比为（ ）



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{3}{4}$

【考点】L7：平行四边形的判定与性质.

【专题】16：压轴题.

【分析】首先过点 P 作 $PH \parallel BC$ 交 AB 于 H ，连接 CH ， PF ，易得四边形 $APEB$ ， $BFPH$ 是平行四边形，又由四边形 $BDEF$ 是平行四边形，设 $BD = a$ ，则 $AB = 4a$ ，可求得 $BH = PF = 3a$ ，又由 $S_{\triangle HBC} = S_{\triangle PBC}$ ， $S_{\triangle HBC} : S_{\triangle ABC} = BH : AB$ ，即可求得 $\triangle PBC$ 的面积与 $\triangle ABC$ 面积之比.

【解答】解：过点 P 作 $PH \parallel BC$ 交 AB 于 H ，连接 CH ， PF ，

$\because AP \parallel BE$,

$\therefore$ 四边形 $APEB$ 是平行四边形,

$\therefore PE \parallel AB, PE = AB,$

$\therefore$ 四边形 $BDEF$ 是平行四边形,

$\therefore EF \parallel BD, EF = BD,$

即 $EF \parallel AB,$

$\therefore P, E, F$ 共线,

设 $BD = a,$

$\therefore BD = \frac{1}{4}AB,$

$\therefore PE = AB = 4a,$

则 $PF = PE - EF = 3a,$

$\therefore PH \parallel BC,$

$\therefore S_{\triangle HBC} = S_{\triangle PBC},$

$\therefore PF \parallel AB,$

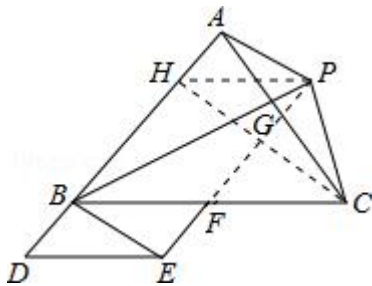
$\therefore$ 四边形 $BFPH$ 是平行四边形,

$\therefore BH = PF = 3a,$

$\therefore S_{\triangle HBC} : S_{\triangle ABC} = BH : AB = 3a : 4a = 3 : 4,$

$\therefore S_{\triangle PBC} : S_{\triangle ABC} = 3 : 4.$

故选: $D.$



【点评】 此题考查了平行四边形的判定与性质与三角形面积比的求解方法. 此题难度较大, 注意准确作出辅助线, 注意等高三角形面积的比等于其对应底的比.

12. (3分) 设二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 当 $x \leq 1$ 时, 总有 $y \geq 0$, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, 总有 $y \leq 0$, 那么 c 的取值范围是 ()

A. $c = 3$

B. $c \geq 3$

C. $1 \leq c \leq 3$

D. $c \leq 3$

【考点】 H3: 二次函数的性质.

【分析】 因为当 $x \leq 1$ 时, 总有 $y \geq 0$, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, 总有 $y \leq 0$, 所以函数图象过 (1,

0) 点, 即 $1+b+c=0$ ①, 由题意可知当 $x=3$ 时, $y=9+3b+c\leq 0$ ②, 所以①②联立即可求出 c 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 当 $x\leq 1$ 时, 总有 $y\geq 0$, 当 $1\leq x\leq 3$ 时, 总有 $y\leq 0$,

$\therefore$ 函数图象过 $(1, 0)$ 点, 即 $1+b+c=0$ ①,

$\because$ 当 $1\leq x\leq 3$ 时, 总有 $y\leq 0$,

$\therefore$ 当 $x=3$ 时, $y=9+3b+c\leq 0$ ②,

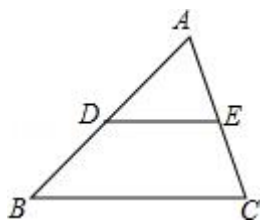
①②联立解得: $c\geq 3$,

故选: B .

【点评】本题考查了二次函数的增减性, 解题的关键是由给出的条件得到抛物线过 $(1, 0)$, 再代入函数的解析式得到一次项系数和常数项的关系.

二、填空题:

13. (3 分) 如图, 点 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点, 连接 DE , 若 $DE=5$, 则 $BC=$ 10.



【考点】KX: 三角形中位线定理.

【分析】根据三角形的中位线定理得到 $BC=2DE$, 代入 DE 的长即可求出 BC .

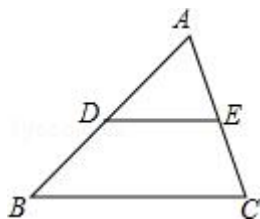
【解答】解: $\because$ 点 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 的中点,

$$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because DE = 5,$$

$$\therefore BC = 10.$$

故答案为: 10.



【点评】本题主要考查了三角形的中位线定理, 能熟练地运用三角形的中位线定理进行

计算是解此题的关键.

14. (3分) 已知一个多边形的内角和是外角和的 $\frac{3}{2}$, 则这个多边形的边数是 5.

【考点】L3: 多边形内角与外角.

【分析】根据内角和等于外角和之间的关系列出有关边数 n 的方程求解即可.

【解答】解: 设该多边形的边数为 n

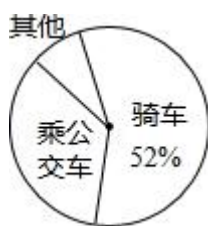
$$\text{则 } (n-2) \times 180 = \frac{3}{2} \times 360$$

解得: $n=5$

故答案为 5.

【点评】本题考查了多边形的内角与外角, 解题的关键是牢记多边形的内角和与外角和.

15. (3分) 某班主任把本班学生上学方式的调查结果绘制成如图所示的不完整的统计图, 已知乘公交车上学的学生有 20 人, 骑自行车上学的学生有 26 人, 则乘公交车上学的学生人数在扇形统计图中对应的扇形所占的圆心角的度数为 144° .



【考点】VB: 扇形统计图.

【分析】先根据骑自行车上学的学生有 26 人占 52%, 求出总人数, 再根据乘车部分所对应的圆心角的度数为所占的比例乘以 360 度, 即可求出答案;

【解答】解: 根据题意得:

总人数是: $26 \div 52\% = 50$ 人,

所以乘车部分所对应的圆心角的度数为 $360^\circ \times \frac{20}{50} = 144^\circ$;

故答案为: 144° .

【点评】此题主要考查了扇形统计图, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息, 列出算式是解决问题的关键.

16. (3分) 计算: $\frac{x^2}{x-5} + \frac{25}{5-x} = \underline{x+5}$.

【考点】6B: 分式的加减法.

【分析】公分母为 $x-5$, 将分母化为同分母, 再将分子因式分解, 约分.

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】解: } & \frac{x^2}{x-5} + \frac{25}{5-x} = \frac{x^2}{x-5} - \frac{25}{x-5} \\
 & = \frac{x^2-25}{x-5} \\
 & = \frac{(x+5)(x-5)}{x-5} \\
 & = x+5,
 \end{aligned}$$

故答案为: $x+5$.

【点评】 本题考查了分式的加减运算. 分式的加减运算中, 如果是同分母分式, 那么分母不变, 把分子直接相加减即可; 如果是异分母分式, 则必须先通分, 把异分母分式化为同分母分式, 然后再相加减.

17. (3分) 有下列计算:

- ① $(m^2)^3 = m^6$,
- ② $\sqrt{4a^2-4a+1} = 2a-1$,
- ③ $m^6 \div m^2 = m^3$,
- ④ $\sqrt{27} \times \sqrt{50} \div \sqrt{6} = 15$,
- ⑤ $2\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{48} = 14\sqrt{3}$.

其中正确的运算有 ①④⑤.

【考点】 47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法; 73: 二次根式的性质与化简; 75: 二次根式的乘法; 78: 二次根式的加减法.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】 由幂的乘方, 可得①正确; 由二次根式的化简, 可得②错误; 由同底数的幂的除法, 可得③错误; 由二次根式的乘除运算, 可求得④正确; 由二次根式的加减运算, 可求得⑤正确.

【解答】 解: $\because (m^2)^3 = m^6$, $\therefore$ ①正确;

$$\because \sqrt{4a^2-4a+1} = \sqrt{(2a-1)^2} = |2a-1| = \begin{cases} 2a-1 & a > \frac{1}{2} \\ 0 & a = \frac{1}{2} \\ 1-2a & a < \frac{1}{2} \end{cases}, \therefore \text{②错误;}$$

$\because m^6 \div m^2 = m^4$, $\therefore$ ③错误;

$$\because \sqrt{27} \times \sqrt{50} \div \sqrt{6} = 3\sqrt{3} \times 5\sqrt{2} \div \sqrt{6} = 15\sqrt{6} \div \sqrt{6} = 15,$$

∴④正确；

$$\therefore 2\sqrt{12} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{48} = 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 14\sqrt{3},$$

∴⑤正确.

∴正确的运算有：①④⑤.

故答案为：①④⑤.

【点评】此题考查了幂的乘方、同底数幂的除法、二次根式的化简、二次根式的乘除运算以及二次根式的加减运算. 此题比较简单，注意掌握运算法则与性质，注意运算需细心.

18. (3分) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(0, 2)$ ， $\odot A$ 的半径是 2， $\odot P$ 的半径是 1，满足与 $\odot A$ 及 x 轴都相切的 $\odot P$ 有 4 个.

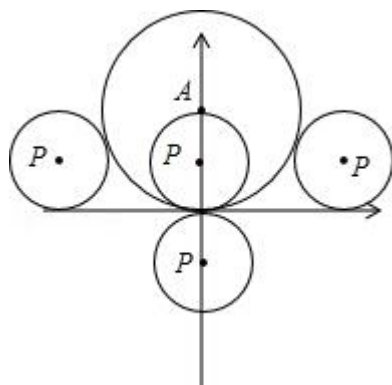
【考点】D5：坐标与图形性质；MB：直线与圆的位置关系；MJ：圆与圆的位置关系.

【分析】分两圆内切和两圆外切两种情况讨论即可得到 $\odot P$ 的个数.

【解答】解：

如图，满足条件的 $\odot P$ 有 4 个，

故答案为 4.



【点评】本题考查了圆与圆的位置关系、坐标与图形的性质及直线与圆的知识，能充分考虑到分内切和外切是解决本题的关键.

三、解答题（共 66 分，解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

19. (11分) 计算： $(-2)^{-2} + |\sin 30^\circ - 1| + (-\frac{1}{\pi})^0 + \sqrt{\frac{1}{16}}$.

【考点】2C：实数的运算；6E：零指数幂；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】根据负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值特殊角的三角函数值等分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解： $(-2)^{-2} + |\sin 30^\circ - 1| + (-\frac{1}{\pi})^0 + \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} + 1 - \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{4} = 2.$

【点评】 本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值特殊角的三角函数值等考点的运算．

20. (11 分) 有 A 、 B 两个不透明的布袋， A 袋中有两个完全相同的小球，分别标有数字 0 和 -2； B 袋中有三个完全相同的小球，分别标有数字 -2、0 和 1. 小明从 A 袋中随机取出一个小球，记录标有的数字为 x ，再从 B 袋中随机取出一个小球，记录标有的数字为 y ，这样确定了点 Q 的坐标 (x, y) .

(1) 写出点 Q 所有可能的坐标；

(2) 求点 Q 在 x 轴上的概率；

(3) 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径是 2，求过点 Q 能作 $\odot O$ 切线的概率.

【考点】 D1：点的坐标；MB：直线与圆的位置关系；X6：列表法与树状图法.

【分析】 (1) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图即可求得所有等可能的结果；

(2) 由点 Q 在 x 轴上的有： $(-2, 0)$ ， $(0, 0)$ ，利用概率公式即可求得点 Q 在 x 轴上的概率；

(3) 因为当点 Q 在圆上或在圆外时，过点 Q 能作 $\odot O$ 切线，由在 $\odot O$ 外的有 $(-2, 1)$ ， $(-2, -2)$ ，在 $\odot O$ 上的有 $(0, -2)$ ， $(-2, 0)$ ，利用概率公式即可求得答案.

【解答】 解：(1) 画树状图得：

则点 Q 所有可能的坐标有： $(0, -2)$ ， $(0, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(-2, -2)$ ， $(-2, 0)$ ， $(-2, 1)$ ；

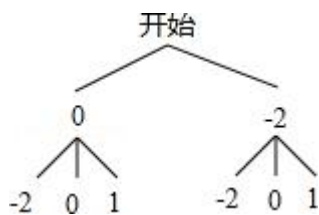
(2) $\because$ 点 Q 在 x 轴上的有： $(-2, 0)$ ， $(0, 0)$ ，

$\therefore$ 点 Q 在 x 轴上的概率为： $\frac{1}{3}$ ；

(3) $\because \odot O$ 的半径是 2，

$\therefore$ 在 $\odot O$ 外的有 $(-2, 1)$ ， $(-2, -2)$ ，在 $\odot O$ 上的有 $(0, -2)$ ， $(-2, 0)$ ，

$\therefore$ 过点 Q 能作 $\odot O$ 切线的概率为： $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

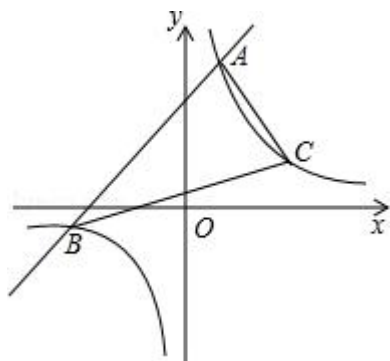


【点评】此题考查了列表法与树状图法求概率的知识．此题难度适中，注意列表法与树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率 = 所求情况数与总情况数之比．

21. (11 分) 已知一次函数 $y_1 = x + m$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{6}{x}$ 的图象交于 A 、 B 两点．已知当 $x > 1$ 时， $y_1 > y_2$ ；当 $0 < x < 1$ 时， $y_1 < y_2$ ．

(1) 求一次函数的解析式；

(2) 已知双曲线在第一象限上有一点 C 到 y 轴的距离为 3，求 $\triangle ABC$ 的面积．



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题．

【专题】16：压轴题．

【分析】(1) 首先根据 $x > 1$ 时， $y_1 > y_2$ ， $0 < x < 1$ 时， $y_1 < y_2$ 确定点 A 的横坐标，然后代入反比例函数解析式求出点 A 的纵坐标，从而得到点 A 的坐标，再利用待定系数法求直线解析式解答；

(2) 根据点 C 到 y 轴的距离判断出点 C 的横坐标，代入反比例函数解析式求出纵坐标，从而得到点 C 的坐标，过点 C 作 $CD \parallel x$ 轴交直线 AB 于 D ，求出点 D 的坐标，然后得到 CD 的长度，再联立一次函数与双曲线解析式求出点 B 的坐标，然后 $\triangle ABC$ 的面积 = $\triangle ACD$ 的面积 + $\triangle BCD$ 的面积，列式进行计算即可得解．

【解答】解：(1) $\because$ 当 $x > 1$ 时， $y_1 > y_2$ ；当 $0 < x < 1$ 时， $y_1 < y_2$ ，

$\therefore$ 点 A 的横坐标为 1，

代入反比例函数解析式， $\frac{6}{1} = y$ ，

解得 $y = 6$ ，

∴点 A 的坐标为 $(1, 6)$,

又∵点 A 在一次函数图象上,

$$\therefore 1+m=6,$$

解得 $m=5$,

∴一次函数的解析式为 $y_1=x+5$;

(2) ∵第一象限内点 C 到 y 轴的距离为 3,

∴点 C 的横坐标为 3,

$$\therefore y = \frac{6}{3} = 2,$$

∴点 C 的坐标为 $(3, 2)$,

过点 C 作 $CD \parallel x$ 轴交直线 AB 于 D ,

则点 D 的纵坐标为 2,

$$\therefore x+5=2,$$

解得 $x=-3$,

∴点 D 的坐标为 $(-3, 2)$,

$$\therefore CD = 3 - (-3) = 3+3 = 6,$$

点 A 到 CD 的距离为 $6-2=4$,

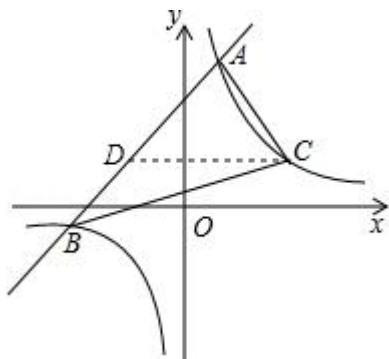
$$\text{联立} \begin{cases} y=x+5 \\ y=\frac{6}{x} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=6 \end{cases} \text{ (舍去)}, \begin{cases} x_2=-6 \\ y_2=-1 \end{cases},$$

∴点 B 的坐标为 $(-6, -1)$,

∴点 B 到 CD 的距离为 $2 - (-1) = 2+1 = 3$,

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 12+9 = 21.$$



【点评】 本题考查了反比例函数图象与一次函数图象的交点问题，根据已知条件先判断出点 A 的横坐标是解题的关键．

22. (11 分) 今年南方某地发生特大洪灾，政府为了尽快搭建板房安置灾民，给某厂下达了生产 A 种板材 48000 m^2 和 B 种板材 24000 m^2 的任务．

(1) 如果该厂安排 210 人生产这两种材，每人每天能生产 A 种板材 60 m^2 或 B 种板材 40 m^2 ，请问：应分别安排多少人生产 A 种板材和 B 种板材，才能确保同时完成各自的生产任务？

(2) 某灾民安置点计划用该厂生产的两种板材搭建甲、乙两种规格的板房共 400 间，已知建设一间甲型板房和一间乙型板房所需板材及安置人数如下表所示：

板房	A 种板材 (m^2)	B 种板材 (m^2)	安置人数
甲型	108	61	12
乙型	156	51	10

问这 400 间板房最多能安置多少灾民？

【考点】 B7：分式方程的应用；CE：一元一次不等式组的应用；FH：一次函数的应用．

【分析】 (1) 先设 x 人生产 A 种板材，根据题意得列出方程，再解方程即可；

(2) 先设生产甲种板房 y 间，乙种板房 $(400 - y)$ 间，则安置人数为 $12y + 10(400 - y) = 2y + 4000$ ，然后列出不等式组，解得： $360 \geq y \geq 300$ ，最后根据 2 大于零，即可求出答案．

【解答】 解：(1) 设 x 人生产 A 种板材，根据题意得：

$$\frac{48000}{60x} = \frac{24000}{40(210-x)}$$

$$x = 120.$$

经检验 $x = 120$ 是分式方程的解．

$$210 - 120 = 90.$$

故安排 120 人生产 A 种板材, 90 人生产 B 种板材, 才能确保同时完成各自的生产任务;

(2) 设生产甲种板房 y 间, 乙种板房 $(400 - y)$ 间,

安置人数为 W , 则 $W = 12y + 10(400 - y) = 2y + 4000$,

$$\begin{cases} 108y + 156(400 - y) \leq 48000 \\ 61y + 51(400 - y) \leq 24000 \end{cases},$$

解得: $300 \leq y \leq 360$,

$\therefore W = 2y + 4000$ 时随 y 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $y = 360$ 时安置的人数最多.

$$360 \times 12 + (400 - 360) \times 10 = 4720.$$

故最多能安置 4720 人.

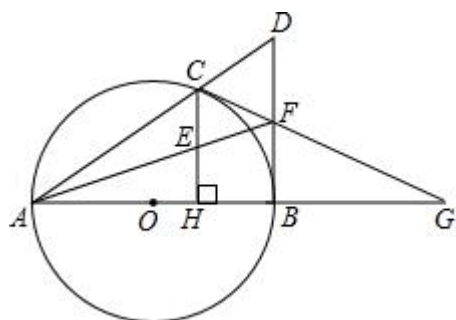
【点评】 此题考查了一次函数的应用, 用到的知识点是一次函数的性质、分式方程、一元一次不等式组等, 根据题意列出方程和不等式组是解题的关键.

23. (11 分) 如图, 已知点 C 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 上一点, $CH \perp AB$ 于点 H , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交直线 AC 于点 D , 点 E 为 CH 的中点, 连接 AE 并延长交 BD 于点 F , 直线 CF 交 AB 的延长线于 G .

(1) 求证: $AE \cdot FD = AF \cdot EC$;

(2) 求证: $FC = FB$;

(3) 若 $FB = FE = 2$, 求 $\odot O$ 的半径 r 的长.



【考点】 KH: 等腰三角形的性质; KI: 等腰三角形的判定; KP: 直角三角形斜边上的中线; KQ: 勾股定理; M5: 圆周角定理; ME: 切线的判定与性质; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】 14: 证明题; 152: 几何综合题; 16: 压轴题.

【分析】 (1) 由 BD 是 $\odot O$ 的切线得出 $\angle DBA = 90^\circ$, 推出 $CH \parallel BD$, 证 $\triangle AEC \sim \triangle AFD$, 得出比例式即可;

(2) 连接 OC , BC , 证 $\triangle AEC \sim \triangle AFD$, $\triangle AHE \sim \triangle ABF$, 推出 $BF = DF$, 根据直角三角形斜边上中线性质的得出 $CF = DF = BF$ 即可;

(3) 根据 $FE = FB = FC$ 可推出 $\triangle FAG$ 是等腰三角形, 进而 BG 就等于直径; 根 F 是 DB 中点可得 $OF \parallel AC$, 由平行线分线段成比例可算出 FG , 再由勾股定理算出 BG 即可.

【解答】(1) 证明: $\because BD$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle DBA = 90^\circ,$$

$$\because CH \perp AB,$$

$$\therefore CH \parallel BD,$$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle AFD,$$

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{CE}{DF},$$

$$\therefore AE \cdot FD = AF \cdot EC.$$

(2) 证明: 连接 OC , BC ,

$$\because CH \parallel BD,$$

$$\therefore \triangle AEC \sim \triangle AFD, \triangle AHE \sim \triangle ABF,$$

$$\therefore \frac{CE}{DF} = \frac{AE}{AF}, \frac{AE}{AF} = \frac{EH}{BF},$$

$$\therefore \frac{CE}{DF} = \frac{AE}{AF} = \frac{EH}{BF},$$

$$\because CE = EH \text{ (} E \text{ 为 } CH \text{ 中点)},$$

$$\therefore BF = DF,$$

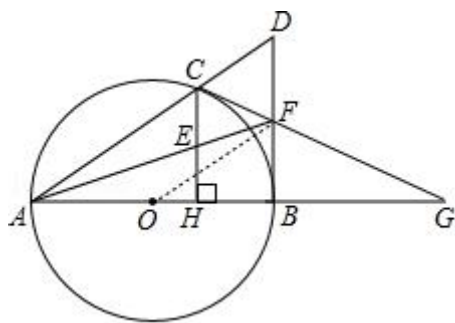
$$\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\because BF = DF,$$

$$\therefore CF = DF = BF \text{ (直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半)},$$

$$\text{即 } CF = BF.$$



(3) 解：连接 OF ，

$$\because FE = FB = 2,$$

$$\therefore FC = FE = 2,$$

$$\therefore \angle FEC = \angle FCE,$$

$$\because \angle FCE + \angle G = \angle FEC + \angle FAB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAB = \angle G,$$

$$\therefore FA = FG,$$

$$\therefore AB = BG,$$

$$\because AO = OB,$$

$$\therefore OF \parallel AC,$$

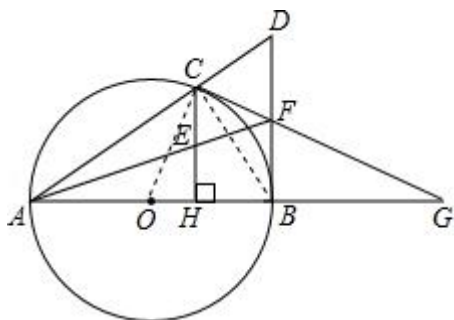
$$\therefore \frac{GF}{FC} = \frac{GO}{OA} = 3,$$

$$\therefore FG = 3FC = 6,$$

$$\therefore \text{由勾股定理得：} BG = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore OA = OB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BG = 2\sqrt{2},$$

即 $\odot O$ 的半径 r 的长为 $2\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查了切线的性质和判定，相似三角形的性质和判定，等腰三角形的性质和判定，直角三角形斜边上中线的性质，圆周角定理，勾股定理等知识点的综合运用，题目综合性比较强，有一定的难度.

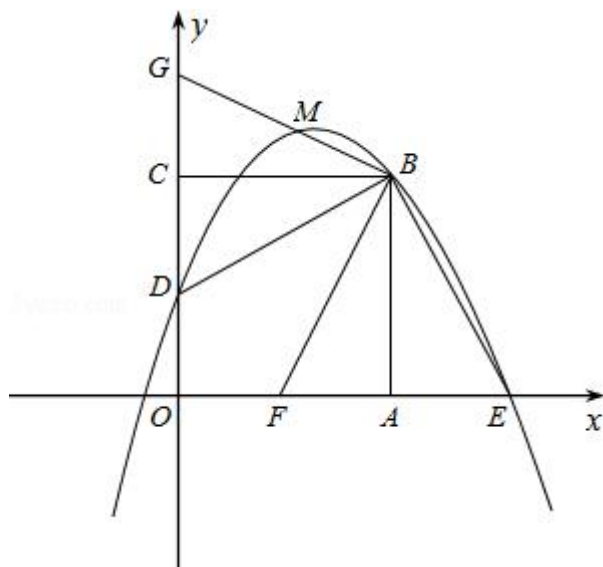
24. (11 分) 在平面直角坐标 xOy 中，(如图) 正方形 $OABC$ 的边长为 4，边 OA 在 x 轴的正

半轴上, 边 OC 在 y 轴的正半轴上, 点 D 是 OC 的中点, $BE \perp DB$ 交 x 轴于点 E .

(1) 求经过点 D 、 B 、 E 的抛物线的解析式;

(2) 将 $\angle DBE$ 绕点 B 旋转一定的角度后, 边 BE 交线段 OA 于点 F , 边 BD 交 y 轴于点 G , 交 (1) 中的抛物线于 M (不与点 B 重合), 如果点 M 的横坐标为 $\frac{12}{5}$, 那么结论 $OF = \frac{1}{2}DG$ 能成立吗? 请说明理由;

(3) 过(2)中的点 F 的直线交射线 CB 于点 P , 交(1)中的抛物线在第一象限的部分于点 Q , 且使 $\triangle PFE$ 为等腰三角形, 求 Q 点的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】 16: 压轴题.

【分析】方法一：

(1) 本题关键是求得 E 点坐标, 然后利用待定系数法求抛物线解析式. 如题图, 可以证明 $\triangle BCD \cong \triangle BAE$, 则 $AE = CD$, 从而得到 E 点坐标;

(2) 首先求出 M 点坐标, 然后利用待定系数法求直线 MB 的解析式, 令 $x=0$, 求得 G 点坐标, 进而得到线段 CG 、 DG 的长度; 由 $\triangle BCG \cong \triangle BAF$, 可得 $AF=CG$, 从而求得 OF 的长度. 比较 OF 与 DG 的长度, 它们满足 $OF=\frac{1}{2}DG$ 的关系, 所以结论成立;

(3) 本问关键在于分类讨论. $\triangle PFE$ 为等腰三角形, 如解答图所示, 可能有三种情况, 需逐一讨论并求解.

方法二：

(1) 通过 $\triangle BCD \cong \triangle BAE$, 求出 E 点坐标, 并求出抛物线表达式.

(2) 通过点 M 的坐标求出 BM 的直线方程, 并求出 G 点坐标, 再通过 $BF \perp BG$ 求出 BF 的直线方程, 并求出 F 点坐标.

(3) $\triangle PFE$ 为等腰三角形, 分类讨论三种情况, 利用两点间距离公式求解.

【解答】方法一:

解: (1) $\because BE \perp DB$ 交 x 轴于点 E , $OABC$ 是正方形,

$$\therefore \angle DBC = \angle EBA.$$

在 $\triangle BCD$ 与 $\triangle BAE$ 中,

$$\begin{cases} \angle BCD = \angle BAE = 90^\circ \\ BC = BA \\ \angle DBC = \angle EBA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle BAE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE = CD.$$

$\because OABC$ 是正方形, $OA = 4$, D 是 OC 的中点,

$$\therefore A(4, 0), B(4, 4), C(0, 4), D(0, 2), \therefore E(6, 0).$$

设过点 $D(0, 2)$, $B(4, 4)$, $E(6, 0)$ 的抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 则有:

$$\begin{cases} c=2 \\ 16a+4b+c=4, \\ 36a+6b+c=0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{5}{12} \\ b=\frac{13}{6} \\ c=2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{经过点 } D、B、E \text{ 的抛物线的解析式为: } y = -\frac{5}{12}x^2 + \frac{13}{6}x + 2.$$

(2) 结论 $OF = \frac{1}{2}DG$ 能成立. 理由如下:

由题意, 当 $\angle DBE$ 绕点 B 旋转一定的角度后, 同理可证得 $\triangle BCG \cong \triangle BAF$,

$$\therefore AF = CG.$$

$$\therefore x_M = \frac{12}{5},$$

$$\therefore y_M = -\frac{5}{12}x_M^2 + \frac{13}{6}x_M + 2 = \frac{24}{5}, \therefore M\left(\frac{12}{5}, \frac{24}{5}\right).$$

设直线 MB 的解析式为 $y_{MB} = kx + b$,

$$\therefore M\left(\frac{12}{5}, \frac{24}{5}\right), B(4, 4),$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{12}{5}k+b=\frac{24}{5}, \\ 4k+b=4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2}, \\ b=6 \end{cases},$$

$$\therefore y_{MB} = -\frac{1}{2}x+6,$$

$$\therefore G(0, 6),$$

$$\therefore CG=2, DG=4.$$

$$\therefore AF=CG=2, OF=OA-AF=2, F(2, 0).$$

$$\therefore OF=2, DG=4,$$

$$\therefore \text{结论 } OF=\frac{1}{2}DG \text{ 成立}.$$

(3) 如图, $\triangle PFE$ 为等腰三角形, 可能有三种情况, 分类讨论如下:

①若 $PF=FE$.

$\therefore FE=4$, BC 与 OA 平行线之间距离为 4,

$\therefore$ 此时 P 点位于射线 CB 上,

$$\therefore F(2, 0),$$

$\therefore P(2, 4)$, 此时直线 $FP \perp x$ 轴,

$$\therefore x_Q=2,$$

$$\therefore y_Q = -\frac{5}{12}x_Q^2 + \frac{13}{6}x_Q + 2 = \frac{14}{3}, \therefore Q_1\left(2, \frac{14}{3}\right);$$

②若 $PF=PE$.

如图所示, $\therefore AF=AE=2$, $BA \perp FE$,

$\therefore \triangle BEF$ 为等腰三角形,

$\therefore$ 此时点 P 、 Q 与点 B 重合,

$$\therefore Q_2(4, 4);$$

③若 $PE=EF$.

$\therefore FE=4$, BC 与 OA 平行线之间距离为 4,

$\therefore$ 此时 P 点位于射线 CB 上,

$$\therefore E(6, 0),$$

$$\therefore P(6, 4).$$

设直线 y_{PF} 的解析式为 $y_{PF} = kx + b$,

$$\therefore F(2, 0), P(6, 4),$$

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ 6k + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$$\therefore y_{PF} = x - 2.$$

$\therefore Q$ 点既在直线 PF 上, 也在抛物线上,

$$\therefore -\frac{5}{12}x^2 + \frac{13}{6}x + 2 = x - 2, \text{ 化简得 } 5x^2 - 14x - 48 = 0,$$

$$(\text{先移项合并得, } -\frac{5}{12}x^2 + \frac{7}{6}x + 4 = 0, \text{ 再去分母得, } -5x^2 + 14x + 48 = 0, \text{ 即: } 5x^2 - 14x - 48 = 0)$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{24}{5}, x_2 = -2 (\text{不合题意, 舍去})$$

$$\therefore x_Q = \frac{24}{5},$$

$$\therefore y_Q = x_Q - 2 = \frac{24}{5} - 2 = \frac{14}{5}.$$

$$\therefore Q_3(\frac{24}{5}, \frac{14}{5}).$$

综上所述, Q 点的坐标为 $Q_1(2, \frac{14}{3})$ 或 $Q_2(4, 4)$ 或 $Q_3(\frac{24}{5}, \frac{14}{5})$.

方法二:

(1) 略.

$$(2) \text{ 把 } M_X = \frac{12}{5} \text{ 代入抛物线得 } M_Y = \frac{24}{5},$$

$$\therefore M(\frac{12}{5}, \frac{24}{5}),$$

又 $B(4, 4)$,

$$\therefore l_{BM}: y = -\frac{1}{2}x + 6,$$

$$\therefore G(0, 6),$$

$$\therefore BM \perp BF,$$

$$\therefore K_{BM} \cdot K_{BF} = -1,$$

$$\because K_{BM} = K_{BG} = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore K_{BF} = 2,$$

$$\because B(4, 4),$$

$$\therefore l_{BF}: y = 2x - 4,$$

把 $y = 0$ 代入得 $x = 2$,

$$\therefore OF = 2,$$

$$\because DG = 4,$$

$$\therefore OF = \frac{1}{2}DG.$$

(3) 若 $\triangle PEF$ 为等腰三角形, 则 $PE = PF$, $PE = EF$, $PF = EF$,

设 $P(t, 4)$, $F(2, 0)$, $E(6, 0)$,

$$\therefore (t-2)^2 + (4-0)^2 = (2-6)^2 + (0-0)^2, \therefore t = 2,$$

$$(t-6)^2 + (4-0)^2 = (2-6)^2 + (0-0)^2, \therefore t = 6,$$

$$(t-6)^2 + (4-0)^2 = (t-2)^2 + (2-0)^2, \therefore t = 4,$$

$$\therefore P_1(2, 4), P_2(6, 4), P_3(4, 4),$$

$\therefore PQ$ 连线垂直 x 轴,

$$\therefore Q_1(2, \frac{14}{3}),$$

$$\therefore l_{PF}: y = x - 2,$$

$$\therefore \begin{cases} y = x - 2 \\ y = -\frac{5}{12}x^2 + \frac{13}{6}x + 2 \end{cases},$$

$$\therefore x_1 = -2 \text{ (舍)}, x_2 = \frac{24}{5},$$

$$\therefore y = \frac{14}{5},$$

综上所述, Q 点的坐标为 $Q_1(2, \frac{14}{3})$ 或 $Q_2(4, 4)$ 或 $Q_3(\frac{24}{5}, \frac{14}{5})$.

