

2011 年四川省自贡市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

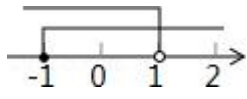
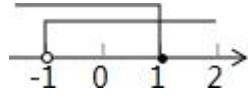
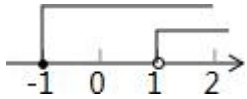
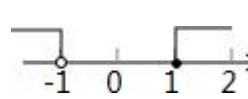
1.（3 分）-6 的倒数是（ ）

- A. 6 B. -6 C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

2.（3 分）函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \geq 1$ B. $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ C. $x \neq 2$ D. $x > 1$ 且 $x \neq 2$

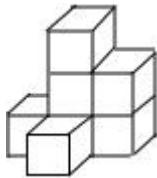
3.（3 分）将不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示，下列表示中正确的是（ ）

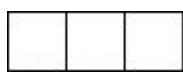
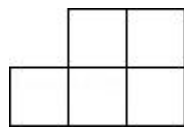
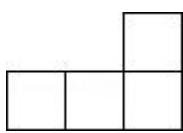
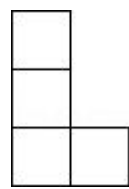
- A.  B. 
- C.  D. 

4.（3 分）已知 x_1 、 x_2 是方程 $x^2+6x+3=0$ 的两个实数根，则 $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$ 的值等于（ ）

- A. -6 B. 6 C. 10 D. -10

5.（3 分）由七个大小相同的正方体组成的几何体如图所示，则它的左视图是（ ）

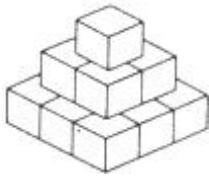


- A.  B. 
- C.  D. 

6.（3 分）下列调查中，适宜采用全面调查（普查）方式的是（ ）

- A. 对我市中学生心理健康现状的调查
B. 调查我市冷饮市场雪糕质量情况

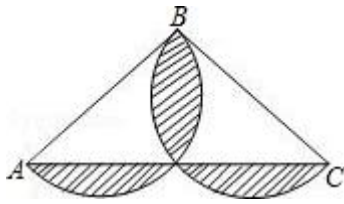
- C. 调查我国网民对日本因地震引发的福岛核事故的看法
- D. 对我国首架大陆民用飞机各零部件质量的检查
7. (3分) 已知 $\odot O_1$ 的半径为 2cm , $\odot O_2$ 的半径为 3cm , 圆心 O_1, O_2 的距离为 4cm , 则两圆的位置关系是()
- A. 相离 B. 相交 C. 内切 D. 外切
8. (3分) 已知直线 l 经过点 $A(1, 0)$ 且与直线 $y=x$ 垂直, 则直线 l 的解析式为()
- A. $y = -x+1$ B. $y = -x-1$ C. $y = x+1$ D. $y = x-1$
9. (3分) 若圆的一条弦把圆分成度数比为 $1:3$ 的两条弧, 则优弧所对的圆周角为()
- A. 45° B. 90° C. 135° D. 270°
10. (3分) 有下列函数: ① $y = -3x$ ② $y = x-1$ ③ $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ ④ $y = x^2+2x+1$, 其中函数值 y 随自变量 x 增大而增大的函数有()
- A. ①② B. ②④ C. ②③ D. ①④
11. (3分) 李强同学用棱长为1的正方体在桌面上堆成如图所示的图形, 然后把露出的表面都染成红色, 则表面被他染成红色的面积为()



- A. 37 B. 33 C. 24 D. 21
12. (3分) 已知 A, B 两个口袋中都有6个分别标有数字 $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 的彩球, 所有彩球除标示的数字外没有区别. 甲、乙两位同学分别从 A, B 两个口袋中随意摸出一个球. 记甲摸出的球上数字为 x , 乙摸出的球上数字为 y , 数对 (x, y) 对应平面直角坐标系内的点 Q , 则点 Q 落在以原点为圆心, 半径为 $\sqrt{5}$ 的圆上或圆内的概率为()
- A. $\frac{2}{9}$ B. $\frac{8}{25}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{5}{36}$

二、填空题(本大题共6小题, 每小题4分, 共24分. 请把答案填在题中横线上)

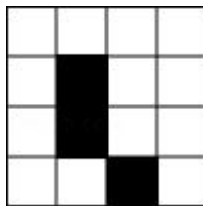
13. (4分) 某市为解决低收入群众住房难问题, 预计在近五年内建成316万平方米的廉租房, 数据316万用科学记数法表示并保留两个有效数字是_____.
14. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 6$, $AC = 10$, 分别以 AB, BC 为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为_____.



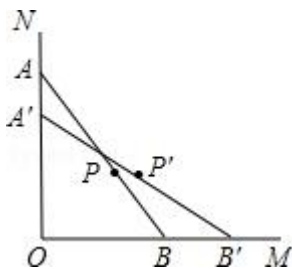
15. (4分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, 直角边 $AC = 6\text{cm}$, 以 C 为圆心, 3cm 为半径作圆, 则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是_____.

16. (4分) 龙都电子商场出售 A, B, C 三种型号的笔记本电脑, 四月份 A 型电脑的销售额占三种型号总销售额的 56% , 五月份 B, C 两种型号的电脑销售额比四月份减少了 $m\%$, A 型电脑销售额比四月份增加了 23% , 已知商场五月份该三种型号电脑的总销售额比四月份增加了 12% , 则 $m =$ _____.

17. (4分) 如图是 4×4 正方形网格, 其中已有 3 个小方格涂成了黑色. 现在要从其余 13 个白色小方格中选出一个也涂成黑色, 使整个涂成黑色的图形成为轴对称图形, 这样的白色小方格有_____个.



18. (4分) 如图, 一根木棒 (AB) 长为 $2a$, 斜靠在与地面 (OM) 垂直的墙壁 (ON) 上, 与地面的倾斜角 ($\angle ABO$) 为 60° , 当木棒 A 端沿 NO 向下滑动到 A' , $AA' = (\sqrt{3} - \sqrt{2})a$, B 端沿直线 OM 向右滑动到 B' , 则木棒中点从 P 随之运动到 P' 所经过的路径长为_____.



三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 90 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (8分) 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} \sin 45^\circ + (\sqrt{13} + \sqrt{5})^0 - |-\sqrt{18}| - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

20. (8分) 解方程: $\frac{2y}{y-1} + 1 = \frac{3y-1}{y}$.

21. (8分) 如图, 点 B, C 在 $\angle SAF$ 的两边上. 且 $AB = AC$.

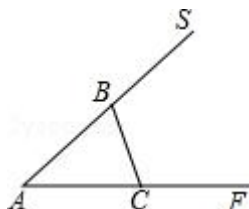
(1) 请按下列语句用尺规画出图形 (不写画法, 保留作图痕迹).

① $AN \perp BC$, 垂足为 N ;

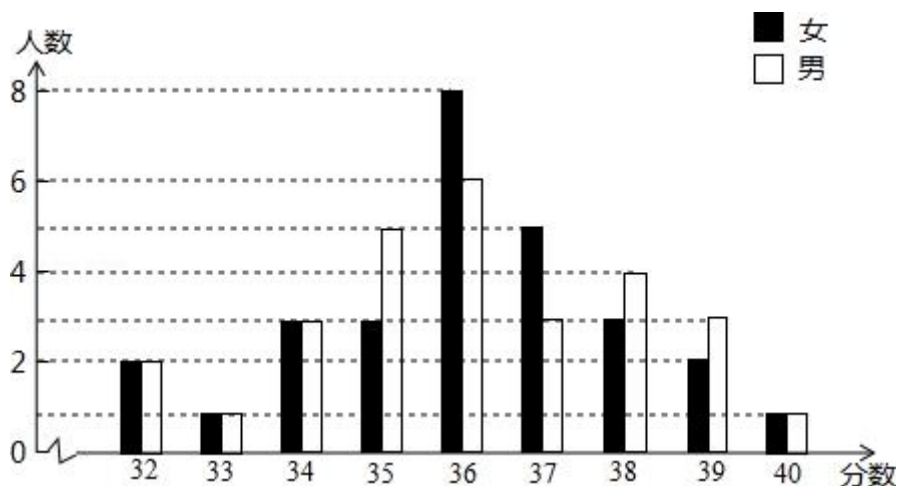
② $\angle SBC$ 的平分线交 AN 延长线于 M ;

③ 连接 CM .

(2) 该图中有_____对全等三角形.



22. (8 分) 我市某校九年级一班学生参加毕业体考的成绩统计如图所示, 请根据统计图中提供的信息完成后面的填空题 (将答案填写在相应的横线上)



(1) 该班共有_____名学生;

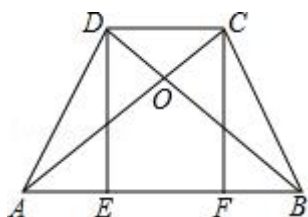
(2) 该班学生体考成绩的众数是_____; 男生体考成绩的中位数是_____;

(3) 若女生体考成绩在 37 分及其以上, 男生体考成绩在 38 分及其以上被认定为体尖生, 则该班共有_____名体尖生.

23. (10 分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AC \perp BD$ 于点 O , $\angle CDB = \angle CAB$, $DE \perp AB$, $CF \perp AB$, E, F 为垂足. 设 $DC = m$, $AB = n$.

(1) 求证: $\triangle ACB \cong \triangle BDA$;

(2) 求四边形 $DEFC$ 的周长.



24. (10分) 阅读下面例题的解答过程, 体会、理解其方法, 并借鉴该例题的解法解方程.

例: 解方程 $x^2 - |x - 1| - 1 = 0$

解: (1) 当 $x - 1 \geq 0$ 即 $x \geq 1$ 时, $|x - 1| = x - 1$,

原方程化为 $x^2 - (x - 1) - 1 = 0$, 即 $x^2 - x = 0$,

解得 $x_1 = 0$, $x_2 = 1$.

$\because x \geq 1$, 故 $x = 0$ 舍去, $x = 1$ 是原方程的解

(2) 当 $x - 1 < 0$ 即 $x < 1$ 时, $|x - 1| = -(x - 1)$,

原方程化为 $x^2 + (x - 1) - 1 = 0$, 即 $x^2 + x - 2 = 0$,

解得 $x_1 = 1$, $x_2 = -2$.

$\because x < 1$, 故 $x = 1$ 舍去, $x = -2$ 是原方程的解.

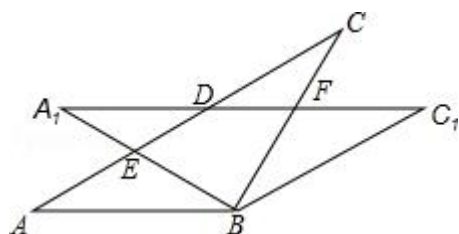
综上所述, 原方程的解为 $x_1 = 1$, $x_2 = -2$.

解方程: $x^2 + 2|x + 2| - 4 = 0$.

25. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 1$, $\angle ABC = 120^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 30° 得 $\triangle A_1BC_1$. A_1B 交 AC 于点 E , A_1C_1 分别交 AC , BC 于点 D , F .

(1) 试判断四边形 BC_1DA 的形状, 并说明理由;

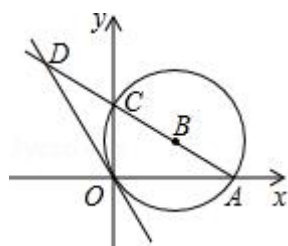
(2) 求 ED 的长.



26. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 半径为 1 的 $\odot B$ 经过坐标原点 O , 且与 x 轴、 y 轴分别交于 A , C 两点, 过 O 作 $\odot B$ 的切线与 AC 的延长线交于点 D . 已知点 A 的坐标为 $(\sqrt{3}, 0)$.

(1) 求 $\sin \angle CAO$ 的值;

(2) 若反比例函数的图象经过点 D , 求该反比例函数的解析式.



27. (14分) 已知抛物线 $y = ax^2 + 2x + 3$ ($a \neq 0$) 有如下两个特点: ①无论实数 a 怎样变化,

其顶点都在某一条直线 l 上；②若把顶点的横坐标减少 $\frac{1}{a}$ ，纵坐标增大 $\frac{1}{a}$ 分别作为点 A 的横、纵坐标；把顶点的横坐标增加 $\frac{1}{a}$ ，纵坐标增加 $\frac{1}{a}$ 分别作为点 B 的横、纵坐标，则 A ， B 两点也在抛物线 $y = ax^2 + 2x + 3$ ($a \neq 0$) 上.

- (1) 求出当实数 a 变化时，抛物线 $y = ax^2 + 2x + 3$ ($a \neq 0$) 的顶点所在直线 l 的解析式；
- (2) 请找出在直线 l 上但不是该抛物线顶点的所有点，并说明理由；
- (3) 你能根据特点②的启示，对一般二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 提出一个猜想吗？
请用数学语言把你的猜想表达出来，并给予证明.

2011 年四川省自贡市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 【分析】根据倒数的定义求解．

【解答】解：-6 的倒数是 $-\frac{1}{6}$ ．

故选：D．

【点评】倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．

2. 【分析】让分式的分母不为 0，二次根式的被开方数为非负数列式求值即可．

【解答】解：由题意得：
$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases},$$

解得 $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ ．

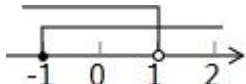
故选：B．

【点评】考查函数的自变量的取值范围；用到的知识点为：分式的分母不为 0，二次根式的被开方数为非负数．

3. 【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集并在数轴上表示出来即可．

【解答】解：
$$\begin{cases} x+1 \geq 0 & \text{①} \\ 1-x > 0 & \text{②} \end{cases}$$
，由①得， $x \geq -1$ ；由②得 $x < 1$ ，

故此不等式组的解集为： $-1 \leq x < 1$ ，

在数轴上表示为：

故选：A．

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集及解一元一次不等式组，解答此类题目时要注意实心圆点与空心圆点的区别．

4. 【分析】由 x_1 、 x_2 是方程 $x^2+6x+3=0$ 的两个实数根，根据根与系数的关系求出两根之和与两根之积，然后将所求的式子通分后，再利用完全平方公式将两根的平方和变形为完全平方公式与两根之积 2 倍之差，将求出的两根之和与两根之积代入即可求出值．

【解答】解： $\because x_1$ 、 x_2 是方程 $x^2+6x+3=0$ 的两个实数根，

$$\therefore x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = -6, \quad x_1x_2 = \frac{c}{a} = 3,$$

$$\text{则} \frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{36 - 6}{3} = 10.$$

故选：C.

【点评】此题考查了根与系数的关系，当一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 有解，即

$$b^2 - 4ac \geq 0 \text{ 时，可设方程的两解为 } x_1, x_2, \text{ 则有 } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

5. 【分析】找到从左面看所得到的图形即可.

【解答】解：从左面看可得到第一列为 3 个正方形，第二列有一个正方形.

故选：D.

【点评】本题考查了三视图的知识，左视图是从物体的左面看得到的视图.

6. 【分析】调查方式的选择需要将普查的局限性和抽样调查的必要性结合起来，具体问题具体分析，普查结果准确，所以在要求精确、难度相对不大，实验无破坏性的情况下应选择普查方式，当考查的对象很多或考查会给被调查对象带来损伤破坏，以及考查经费和时间都非常有限时，普查就受到限制，这时就应选择抽样调查.

【解答】解：A、对我市中学生心理健康现状的调查，由于人数多，故应当采用抽样调查；
B、对我市冷饮市场雪糕质量情况的调查，由于市场上雪糕数量众多，普查破坏性较强，应当采用抽样调查的方式；

C、对我国网民对日本因地震引发的福岛核事故的看法的调查，由于人数多，普查耗时长，故应当采用抽样调查；

D、对我国首架大型民用飞机零部件的检查，由于零部件数量有限，而且是首架民用飞机，每一个零部件都关系到飞行安全，故应当采用全面调查；

故选：D.

【点评】此题主要考查了抽样调查和全面调查，由普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似.

7. 【分析】两圆的位置关系有 5 种：①外离；②外切；③相交；④内切；⑤内含.

若 $d > R + r$ ，则两圆相离；若 $d = R + r$ ，则两圆外切；若 $d = R - r$ ，则两圆内切；若 $R - r < d < R + r$ ，则两圆相交. 本题可把半径的值代入，看符合哪一种情况.

【解答】解：∵ $R + r = 3 + 2 = 5$ ， $R - r = 3 - 2 = 1$ ，

$$\therefore 1 < 4 < 5.$$

∴ 两圆相交.

故选：B.

【点评】 本题主要考查两圆的位置关系与数量之间的联系.

8. 【分析】 先设所求函数解析式是 $y = ax + b$ ，再根据 $y = ax + b$ 与 $y = x$ 垂直，可知点 A 关于 $y = x$ 对称的点也在直线 l 上，求出对称点，把两点坐标代入 l 中，解关于 a 、 b 的方程组，即可求解析式.

【解答】 解：设直线 l 为 $y = ax + b$ ，

$\because$ 直线 l 经过点 $A(1, 0)$ 且与直线 $y = x$ 垂直，

$\therefore$ 点 $A(1, 0)$ 关于直线 $y = x$ 对称的点是 $(0, 1)$ ，

且 $(0, 1)$ 也在直线 l 上，

把 $(1, 0)$ 、 $(0, 1)$ 代入函数解析式得

$$\begin{cases} a+b=0 \\ b=1 \end{cases},$$

解得

$$\begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases},$$

故函数解析式是 $y = -x + 1$.

故选：A.

【点评】 本题考查了待定系数法求函数解析式，解题的关键是理解一次函数与 $y = x$ 垂直的意思.

9. 【分析】 因为弧的度数就是它所对圆心角的度数，所以弧的比就是圆心角的比，据此即可求出圆周角的度数.

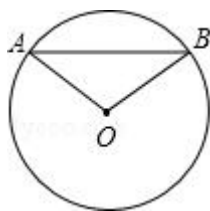
【解答】 解： $\because$ 圆的一条弦把圆分成度数比为 $1:3$ 的两条弧，

$\therefore \angle AOB$ ：大角 $\angle AOB = 1:3$ ，

$\therefore$ 大角 $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{4} = 270^\circ$.

$\therefore$ 优弧所对的圆周角为： $270 \div 2 = 135^\circ$ ，

故选 C.



【点评】 本题考查了圆心角、弧、弦的关系，要知道，弧的度数就是它所对圆心角的度

数.

10. 【分析】根据一次函数，反比例函数，二次函数的增减性，逐一判断.

【解答】解：① $y = -3x$ 为正比例函数， $k < 0$ ，故 y 随着 x 的增大而减小；

② $y = x - 1$ 为一次函数， $k > 0$ ，故 y 随着 x 增大而增大；

③ $y = -\frac{1}{x} (x > 0)$ 为反比例函数， $k < 0$ ，故当 $x > 0$ 时，函数值在第四象限内 y 随 x 的增大而增大；

④ $y = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ 为二次函数，故当图象在对称轴右侧， y 随着 x 的增大而增大；而在对称轴左侧， y 随着 x 的增大而减小.

只有②③符合题意.

故选：C.

【点评】本题综合考查了二次函数、一次函数、反比例函数、正比例函数的增减性（单调性），应熟练掌握其性质.

11. 【分析】此题可根据表面积的计分层计算得出红色部分的面积再相加.

【解答】解：根据题意得：

第一层露出的表面积为： $1 \times 1 \times 6 - 1 \times 1 = 5$ ；

第二层露出的表面积为： $1 \times 1 \times 6 \times 4 - 1 \times 1 \times 13 = 11$ ；

第，三层露出的表面积为： $1 \times 1 \times 6 \times 9 - 1 \times 1 \times 37 = 17$.

所以红色部分的面积为： $5 + 11 + 17 = 33$.

故选：B.

【点评】此题考查的知识点是几何体的表面积，关键是在计算表面积时减去不露的或重叠的面积.

12. 【分析】根据已知列表得出所有结果，进而得出满足条件的点的个数为：8 个，即可求出点 Q 落在以原点为圆心，半径为 $\sqrt{5}$ 的圆上或圆内的概率.

【解答】解：根据题意列表得出：

	0	1	2	3	4	5
0	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)	(0, 3)	(0, 4)	(0, 5)
1	(1, 0)	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)
2	(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)

3	(3, 0)	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)
4	(4, 0)	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)
5	(5, 0)	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)

$\therefore$ 数对 (x, y) 对应平面直角坐标系内的点 Q , 点 Q 落在以原点为圆心, 半径为 $\sqrt{5}$ 的圆上或圆内的坐标横纵坐标绝对值都必须小于等于 2,

$\therefore$ 满足条件的点的个数为: 8 个,

$\therefore$ 点 Q 落在以原点为圆心, 半径为 $\sqrt{5}$ 的圆上或圆内的概率为: $\frac{2}{9}$.

故选: A.

【点评】 此题考查的是用列表法或者用树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件. 树状图法适用于两步或两步以上完成的事件; 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请把答案填在题中横线上)

13. **【分析】** 根据有效数字表示方法, 以及科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】 解: 将 316 万用科学记数法表示保留两个有效数字为: 3.2×10^6 .

故答案为: 3.2×10^6 .

【点评】 此题考查了科学记数法的表示方法以及有效数字的确定方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

14. **【分析】** 根据等腰三角形的性质推知 BD 是边 AC 上的中垂线, 所以根据勾股定理求得 $AD = 5$; 通过图形知 $S_{\text{阴影部分面积}} = S_{\text{半圆 } AB \text{ 的面积}} + S_{\text{半圆 } BC \text{ 的面积}} - S_{\triangle ABC \text{ 的面积}}$, 所以由圆的面积公式和三角形的面积公式可以求得阴影部分的面积.

【解答】 解: 设两半圆弧的交点为 D , 连结 AD , BD , 由于 D 点是两圆的交点,

所以 $\angle BDA = \angle BDC = 90^\circ$ (直径所对的圆周角 $= 90^\circ$),

所以 A 、 D 、 C 共线,

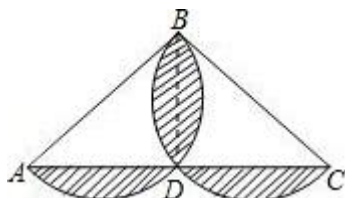
$\therefore AB = BC = 6$, $AC = 10$,

$\therefore AD = CD = 5$,

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11},$$

$$\begin{aligned} S_{\text{阴影部分面积}} &= S_{\text{半圆 } AB \text{ 的面积}} + S_{\text{半圆 } BC \text{ 的面积}} - S_{\triangle ABC \text{ 的面积}}, \\ &= \frac{1}{2}\pi \times 3^2 + \frac{1}{2}\pi \times 3^2 - \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{11} = 9\pi - 5\sqrt{11}. \end{aligned}$$

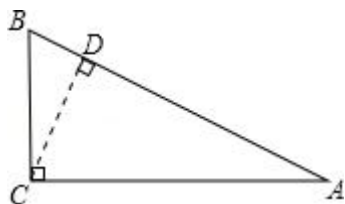
故答案为: $9\pi - 5\sqrt{11}$.



【点评】 本题考查了扇形面积的计算、勾股定理. 解题的关键是推知 $S_{\text{阴影部分面积}} = S_{\text{半圆 } AB \text{ 的面积}} + S_{\text{半圆 } BC \text{ 的面积}} - S_{\triangle ABC \text{ 的面积}}$.

15. **【分析】** 根据题意画出相应的图形, 然后过 C 作 CD 与 AB 垂直, 垂足为 D , 在直角三角形 ACD 中, 由 30° 角所对的直角边等于斜边的一半, 由斜边 AC 的长求出 CD 的长, 即为圆心到直线的距离, 与圆 C 的半径相等, 可得圆 C 与直线 AB 相切.

【解答】 解: 根据题意画出图形, 如图所示:



过 C 作 $CD \perp AB$, 交 AB 于点 D ,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC = 6\text{cm}$, $\angle A = 30^\circ$,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AC = 3\text{cm},$$

又 $\because$ 圆 C 的半径为 3,

则 $\odot C$ 与 AB 的位置关系是相切.

故答案为: 相切.

【点评】 此题考查了直线与圆的位置关系, 以及直角三角形的性质, 直线与圆的位置关系有三种, 分别为相切, 相交, 相离, 可以利用 d 与 r 比较大小来决定, 当 $d > r$ 时, 直线与圆相离; 当 $d = r$ 时, 直线与圆相切; 当 $0 \leq d < r$ 时, 直线与圆相交.

16. **【分析】** 把四月份的销售额看作单位 1, 根据题意可得关于 m 的方程, 求解可得答案.

【解答】 解: 把四月份的销售额看作单位 1,

根据题意得: $56\% \times (1 + 23\%) + (1 - 56\%) \cdot (1 - m\%) = 1 + 12\%$,

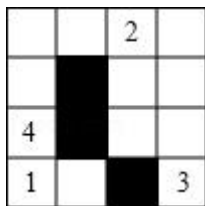
解可得： $m = 2$ ；

故答案为：2.

【点评】本题考查一元一次方程的实际应用，这里注意要把四月份的销售额看作整体1.根据两种不同的表示方法表示五月份的销售额列方程求解.

17. 【分析】根据轴对称图形的概念分别找出各个能成轴对称图形的小方格即可.

【解答】解：如图所示，有4个位置使之成为轴对称图形.



故答案为：4.

【点评】此题利用格点图，考查学生轴对称性的认识.此题关键是找对称轴，按对称轴的不同位置，可以有4种画法.

18. 【分析】根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得到 $OP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}A'B' = OP'$ ，即P是随之运动所经过的路线是一段圆弧；在 $Rt\triangle AOB$ 中，根据含30度的直角三角形三边的关系得到 $\angle AOP = 30^\circ$ ， $OA = \sqrt{3}a$ ，则易求出 $OA' = OA - AA' = \sqrt{2}a$ ，即可得到 $\triangle A'OB'$ 为等腰直角三角形，得到 $\angle A'B'O = 45^\circ$ ，则 $\angle POP' = \angle A'OP' - \angle AOP = 15^\circ$ ，然后根据弧长公式计算即可.

【解答】解：连接 OP 、 OP' ，如图，

$\because ON \perp OM$ ，P为AB中点，

$$\therefore OP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}A'B' = OP' ,$$

$$\because AB = 2a$$

$$\therefore OP = a ,$$

当A端下滑B端右滑时，AB的中点P到O的距离始终为定长a，

$\therefore P$ 是随之运动所经过的路线是一段圆弧，

$$\because \angle ABO = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOP = 30^\circ , OA = \sqrt{3}a ,$$

$$\because AA' = (\sqrt{3} - \sqrt{2})a , OA' = OA - AA' = \sqrt{2}a ,$$

$$\therefore \sin \angle A'B'O = \frac{OA'}{A'B'} = \frac{\sqrt{2}}{2} ,$$

$$\therefore \angle A' B' O = 45^\circ,$$

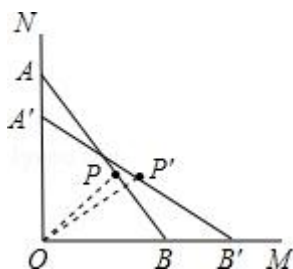
$$\therefore \angle A' O P' = 45^\circ$$

$$\therefore \angle P O P' = \angle A' O P' - \angle A O P = 15^\circ,$$

$$\therefore \text{弧 } PP' \text{ 的长} = \frac{15 \cdot \pi \cdot a}{180} = \frac{1}{12} \pi a,$$

即 P 点运动到 P' 所经过路线 PP' 的长为 $\frac{1}{12} \pi a$.

故答案为: $\frac{1}{12} \pi a$.



【点评】本题考查了弧长公式: $l = \frac{n \cdot \pi \cdot R}{180}$ (n 为弧所对的圆心角的度数, R 为半径). 也

考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半以及含 30° 的直角三角形三边的关系和等腰直角三角形的性质.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 90 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 【分析】本题涉及零指数幂、乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\text{【解答】解: 原式} = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 3\sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = -2\sqrt{2}.$$

【点评】本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值, 熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. 【分析】方程两边都乘以最简公分母 $y(y-1)$, 得到关于 y 的一元一方程, 然后求出方程的解, 再把 y 的值代入最简公分母进行检验.

【解答】解: 方程两边都乘以 $y(y-1)$, 得

$$2y^2 + y(y-1) = (y-1)(3y-1),$$

$$2y^2 + y^2 - y = 3y^2 - 4y + 1,$$

$$3y = 1,$$

解得 $y = \frac{1}{3}$,

检验: 当 $y = \frac{1}{3}$ 时, $y(y-1) = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{3} - 1) = -\frac{2}{9} \neq 0$,

$\therefore y = \frac{1}{3}$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解为 $y = \frac{1}{3}$.

【点评】 本题考查了解分式方程, (1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. (2) 解分式方程一定要注意要验根.

21. **【分析】** (1) ①作 $\angle BAC$ 的平分线, 然后根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AN \perp BC$;

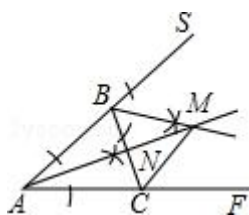
②以点 B 为圆心, 以任意长为半径画弧, 与 BS 、 BC 分别相交, 再以交点为圆心, 以大于两交点之间距离的一半为半径画弧, 相交于一点, 然后作出角平分线即可;

③作线段 CM 即可;

(2) 根据对称性找出全等三角形.

【解答】 解: (1) 如图所示,

(2) 根据对称性, $\triangle ABN \cong \triangle ACN$, $\triangle ABM \cong \triangle ACM$, $\triangle BMN \cong \triangle CMN$, 共 3 对.



【点评】 本题考查了基本作图, 角平分线的作法, 全等三角形的判定, 等腰三角形三线合一的性质, 是基础题, 难度不大.

22. **【分析】** (1) 根据直方图上所给的数据即可求出总人数;

(2) 根据众数: 一组数据中出现次数最多的数据; 中位数: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数, 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数, 可得到答案.

(3) 根据直方图和男女生体尖生的标准分别计算出男女生的人数, 再相加即可.

【解答】 解: (1) $2+2+1+1+3+3+3+5+8+6+5+3+3+4+2+3+1+1 = 56$;

(2) 众数是出现次数最多的数, 36 出现的次数最多, 故众数是 36;

男生考试的分数分别是: 32, 32, 33, 34, 34, 34, 35, 35, 35, 35, 35, 36, 36, 36,

36, 36, 36, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 40,

位置处于中间的数是 36, 36, 故中位数是: $(36+36) \div 2 = 36$;

(3) 女生体考成绩在 37 分及其以上的人数有: $5+3+2+1 = 11$ (人),

男生体考成绩在 38 分及其以上的人数有: $4+3+1 = 8$ (人)

$\therefore 11+8 = 19$.

故答案为: 56; 36; 36; 19.

【点评】此题主要考查了看直方图, 中位数, 众数, 关键是正确读图, 能从图中获取正确信息.

23. **【分析】**(1) 根据已知和平行线的性质得出 $\angle CDB = \angle CAB = \angle ABD = \angle DCA$, 推出 $OA = OB$, $OC = OD$, 求出 $AC = BD$, 根据 SAS 证三角形全等即可;

(2) 过点 C 作 $CG \parallel BD$, 交 AB 延长线于 G, 得出平行四边形 DCGB, 推出等腰直角三角形 ACG, 求出 AG 长, 求出 CF 即可.

【解答】(1) 证明: $\because AB \parallel CD$, $\angle CDB = \angle CAB$,

$\therefore \angle CDB = \angle CAB = \angle ABD = \angle DCA$,

$\therefore OA = OB$, $OC = OD$,

$\therefore AC = BD$,

在 $\triangle ACB$ 与 $\triangle BDA$ 中,

$$\begin{cases} AB=AB \\ \angle CAB=\angle DBA, \\ AC=BD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACB \cong \triangle BDA$.

(2) 解: 过点 C 作 $CG \parallel BD$, 交 AB 延长线于 G,

$\because DC \parallel AG$, $CG \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 DBGC 为平行四边形,

$\because \triangle ACB \cong \triangle BDA$,

$\therefore AD = BC$,

即梯形 ABCD 为等腰梯形,

$\because AC = BD = CG$,

$\therefore AC \perp BD$, 即 $AC \perp CG$, 又 $CF \perp AG$,

$$\therefore \angle ACG = 90^\circ, AC = BD, CF \perp FG,$$

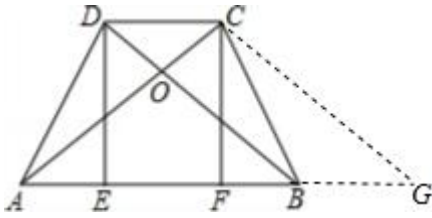
$$\therefore AF = FG,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2}AG, \text{ 又 } AG = AB + BG = m + n,$$

$$\therefore CF = \frac{1}{2}(m + n).$$

又 $\because$ 四边形 $DEFC$ 为矩形, 故其周长为:

$$2(DC + CF) = 2\left(m + \frac{m+n}{2}\right) = 3m + n.$$



【点评】 本题考查了平行四边形的性质和判定, 等腰直角三角形性质, 等腰梯形的性质, 全等三角形的判定, 等腰三角形的性质等知识点的运用, 通过做此题培养了学生综合运用性质进行推理的能力, 题目比较好, 综合性比较强.

24. **【分析】** 由于 $x+2$ 的符号不能确定, 故应分 $x+2 \geq 0$ 和 $x+2 < 0$ 两种情况, 结合绝对值的性质去掉绝对值符号, 再解关于 x 的一元二次方程即可.

【解答】 解: (1) 当 $x+2 \geq 0$ 即 $x \geq -2$ 时. $|x+2| = x+2$,

原方程化为 $x^2 + 2(x+2) - 4 = 0$, 即 $x^2 + 2x = 0$,

解得 $x_1 = 0$, $x_2 = -2$.

$\because x \geq -2$,

故原方程的解为 $x_1 = 0$, $x_2 = -2$;

(2) 当 $x+2 < 0$ 即 $x < -2$ 时. $|x+2| = -(x+2)$,

原方程化为 $x^2 - 2(x+2) - 4 = 0$, 即 $x^2 - 2x - 8 = 0$,

解得 $x_1 = 4$, $x_2 = -2$.

$\because x < -2$,

故 $x_1 = 4$ (不是原方程的解, 舍去), $x_2 = -2$ (不是原方程的解, 舍去)

综上所述, 原方程的解为 $x = 0$, $x = -2$.

【点评】 本题考查的是含绝对值符号的一元二次方程, 在解答此类题目时一定要注意分类讨论.

25. 【分析】(1) 先根据等腰三角形两底角相等以及三角形内角和定理求出 $\angle A_1 = \angle A = 30^\circ$, 再根据旋转角为 30° 得到 $\angle ABA_1 = 30^\circ$, 从而得到 $\angle A_1 = \angle ABA_1$, 然后根据内错角相等, 两直线平行可得 $A_1C_1 \parallel AB$, 同理 $AC \parallel BC_1$, 最后根据平行四边形的定义以及菱形的定义即可证明;

(2) 过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G , 根据等腰三角形三线合一的性质可得 $AG = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$, 再利用锐角三角形函数求出 AE 的长度, 然后根据 $ED = AD - AE$ 代入数据进行计算即可求解.

【解答】解: (1) 四边形 BC_1DA 是菱形. 理由如下:

$$\because \angle ABC = 120^\circ, AB = BC,$$

$$\therefore \angle A = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ,$$

由题意可知 $\angle A_1 = \angle A = 30^\circ$,

$\because$ 旋转角为 30°

$$\therefore \angle ABA_1 = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle A_1 = \angle ABA_1,$$

$$\therefore A_1C_1 \parallel AB,$$

同理 $AC \parallel BC_1$,

$\therefore$ 四边形 BC_1DA 是平行四边形,

$$\because AB = BC_1,$$

$\therefore$ 四边形 BC_1DA 是菱形;

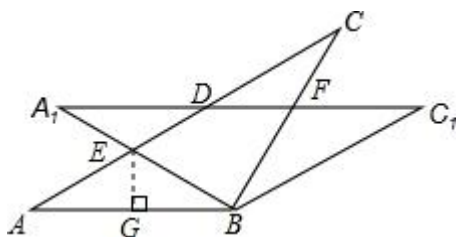
(2) 过点 E 作 $EG \perp AB$ 于点 G ,

$$\because \angle A = \angle ABE = 30^\circ, AB = 1,$$

$$\therefore AG = GB = \frac{1}{2},$$

$$\because \cos \angle A = \frac{AG}{AE}, AE = \frac{AG}{\cos A} = \frac{\frac{1}{2}}{\cos 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore ED = AD - AE = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



【点评】 本题考查了旋转变换的性质，等角对等边的性质，平行四边形的判定，菱形的判定，等腰三角形的性质以及锐角三角形函数值，经过角度的计算得到相等的角是解题的关键．

26. 【分析】 (1) 由 A 的坐标及 A 的位置，得到 OA 的长，再由 AC 为圆的直径，根据半径的长得得出 AC 的长，在直角三角形 OAC 中，根据勾股定理求出 OC 的长，进而根据 $\angle CAO$ 的对边 OC 及斜边 AC 的长，利用锐角三角形函数定义即可求出 $\sin \angle CAO$ 的值；

(2) 连接 OB ，由 OD 为圆 B 的切线，根据切线的性质得到 OB 与 OD 垂直，即 $\angle BOD$ 为直角，又 $OA = OB$ ，根据等边对等角可得一对角相等，再由 $\angle CBO$ 为三角形 AOB 的外角，根据外角性质可得出 $\angle CBO$ 的度数，进而在直角三角形 BOD 中求出 $\angle ODB$ 的度数，可得出 $\angle ODB = \angle OAD$ ，根据等角对等边可得 $OA = OD$ ，由 OA 的长得得出 OD 的长，然后过 D 作 DE 垂直于 x 轴，由 $\angle DOE$ 为三角形 AOD 的外角，得出 $\angle DOE$ 的度数，根据斜边 OD 的长，利用正弦及余弦函数定义求出 DE 与 OE 的长，进而确定出点 D 的坐标，设过 D 的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ，把 D 坐标代入确定出 k 的值，即可确定出反比例的解析式．

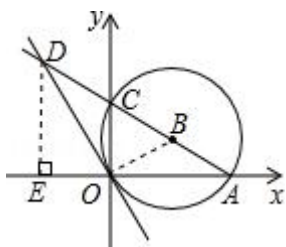
【解答】 解：(1) 由 $A(\sqrt{3}, 0)$ 得， $OA = \sqrt{3}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中，由 $AC = 2$ ， $OA = \sqrt{3}$ ，

根据勾股定理得： $OC = \sqrt{AC^2 - AO^2} = 1$ ，

则在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中， $\sin \angle CAO = \frac{OC}{AC} = \frac{1}{2}$ ；

(2) 连接 OB ，过 D 作 $DE \perp x$ 轴于点 E ，



$\because OD$ 切 $\odot B$ 于 O ， $\therefore OB \perp OD$ ，

$$\because \text{在 Rt}\triangle AOC \text{ 中, } \sin \angle CAO = \frac{1}{2},$$

$$\because BA = OB,$$

$$\therefore \angle CAO = \angle BOA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBO = \angle CAO + \angle BOA = 2\angle BOA = 60^\circ, \text{ 又 } \angle BOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODB = 30^\circ, \text{ 即 } \angle ODA = \angle OAD,$$

$$\therefore OD = OA = \sqrt{3},$$

$$\because \angle DOE = 60^\circ, DO = \sqrt{3},$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}OD = \frac{\sqrt{3}}{2}, DE = OD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 坐标为 } \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2} \right),$$

设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 由其图象过点 D ,

$$\therefore \frac{3}{2} = \frac{k}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}, \text{ 即 } k = -\frac{3\sqrt{3}}{4},$$

$$\text{则该反比例函数解析式为 } y = -\frac{3\sqrt{3}}{4x}, \text{ 即 } y = -\frac{3\sqrt{3}}{4x}.$$

【点评】 此题考查了切线的性质, 三角形外角的性质, 勾股定理, 锐角三角函数定义, 以及利用待定系数法求反比例函数的解析式, 已知切线, 常常连接圆心与切点, 由切线性质得垂直, 利用直角三角形的性质来解决问题.

27. **【分析】** (1) 取 $a = 1$ 和 -1 , 求出两点的坐标, 用待定系数法求出直线 l 的解析式即可;

(2) 求出抛物线 $y = ax^2 + 2x + 3$ 的顶点 P 坐标为 $\left(-\frac{1}{a}, 3 - \frac{1}{a}\right)$, 根据其取值, 即可得出不是该抛物线的顶点的坐标;

(3) 猜想: 对于抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 将其顶点的横坐标减少 $\frac{1}{a}$, 纵坐标增加 $\frac{1}{a}$ 分别作为点 A 的横、纵坐标; 把顶点的横坐标增加 $\frac{1}{a}$, 纵坐标增加 $\frac{1}{a}$ 分别作为点 B 的横、纵坐标, 则 A, B 两点也在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上; 求出其横、纵坐标, 把横坐标代入函数式, 验证即可;

【解答】 解: (1) 取 $a = 1$, 得抛物线 $y = x^2 + 2x + 3$,
其顶点为 $P_1(-1, 2)$.

取 $a = -1$, 得抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$,

其顶点为 $P_2(1, 4)$.

由题意有 P_1, P_2 在直线 l 上, 设直线 l 的解析式为 $y = kx + b$, 则 $\begin{cases} -k + b = 2 \\ k + b = 4 \end{cases}$

解得: $\begin{cases} k = 1 \\ b = 3 \end{cases}$

$\therefore$ 直线 l 的解析式为 $y = x + 3$.

(2) $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + 2x + 3$ 的顶点 P 坐标为 $(-\frac{1}{a}, 3 - \frac{1}{a})$.

显然 $P(-\frac{1}{a}, 3 - \frac{1}{a})$ 在直线 $y = x + 3$ 上.

又 $-\frac{1}{a}$ 能取到除 0 以外的所有实数,

$\therefore$ 在 $y = x + 3$ 上仅有一点 $(0, 3)$ 不是该抛物线的顶点.

(3) 猜想: 对于抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 将其顶点的横坐标减少 $\frac{1}{a}$, 纵坐标增加 $\frac{1}{a}$

分别作为点 A 的横、纵坐标; 把顶点的横坐标增加 $\frac{1}{a}$, 纵坐标增加 $\frac{1}{a}$ 分别作为点 B 的横、

纵坐标, 则 A, B 两点也在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上. 证明如下:

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-\frac{b+2}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 4}{4a})$,

点 B 的坐标为 $(-\frac{b-2}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 4}{4a})$.

$\because$ $x = -\frac{b+2}{2a}$ 时, $y = ax^2 + bx + c = a(-\frac{b+2}{2a})^2 + b(-\frac{b+2}{2a}) + c = \frac{4ac - b^2 + 4}{4a}$

$\therefore$ 点 $A(-\frac{b+2}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 4}{4a})$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$),

同理有 $B(-\frac{b-2}{2a}, \frac{4ac - b^2 + 4}{4a})$ 也在抛物线上, 故结论成立.

【点评】 本题主要考查了二次函数的解析式及用待定系数法求函数的解析式, 熟记二次函数的顶点坐标公式及其性质, 是正确解答的关键.