

2011 年四川省泸州市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 2 分，共 24 分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (2 分) 25 的算术平方根是 ()

- A. 5 B. -5 C. ± 5 D. $\sqrt{5}$

2. (2 分) 如图，该图形围绕自己的旋转中心，按下列角度旋转后，不能与其自身重合的是 ()

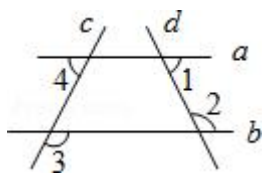


- A. 72° B. 108° C. 144° D. 216°

3. (2 分) 已知函数 $y = \frac{\sqrt{2x+1}}{x-2}$ ，则自变量 x 的取值范围是 ()

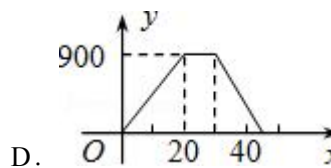
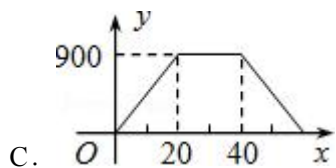
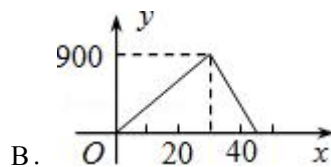
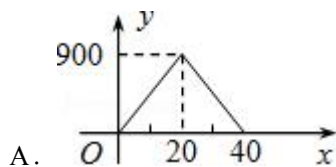
- A. $x \neq 2$ B. $x > 2$ C. $x \geq -\frac{1}{2}$ D. $x \geq -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 2$

4. (2 分) 如图， $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补， $\angle 3 = 135^\circ$ ，则 $\angle 4$ 的度数是 ()

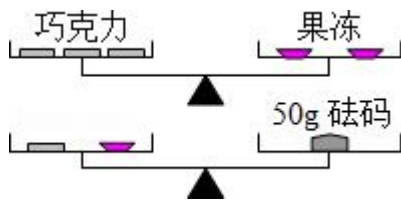


- A. 45° B. 55° C. 65° D. 75°

5. (2 分) 小明的父亲饭后出去散步，从家中出发走 20 分钟到一个离家 900 米的报亭看报 10 分钟后，用 15 分钟返回家，下列图中表示小明的父亲离家的距离 y (米) 与离家的时间 x (分) 之间的函数关系的是 ()



6. (2 分) 如图所示的两台天平保持平衡，已知每块巧克力的重量相等，且每个果冻的重量也相等，则每块巧克力和每个果冻的重量分别为 ()



- A. 10g, 40g B. 15g, 35g C. 20g, 30g D. 30g, 20g

7. (2分) 已知 $\odot O$ 的半径 $OA = 10\text{cm}$, 弦 $AB = 16\text{cm}$, P 为弦 AB 上的一个动点, 则 OP 的最短距离为 ()

- A. 5cm B. 6cm C. 8cm D. 10cm

8. (2分) 设实数 a, b 在数轴上对应的位置如图所示, 化简 $\sqrt{a^2} + |a+b|$ 的结果是 ()

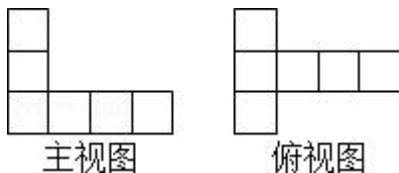


- A. $-2a+b$ B. $2a+b$ C. $-b$ D. b

9. (2分) 如果圆锥的底面周长为 20π , 侧面展开后所得扇形的圆心角为 120° , 则该圆锥的全面积为 ()

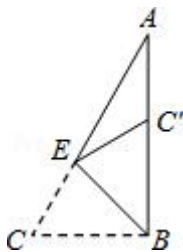
- A. 100π B. 200π C. 300π D. 400π

10. (2分) 如图是一些大小相同的小正方体组成的几何体的主视图和俯视图, 则组成这个几何体的小正方体最多块数是 ()



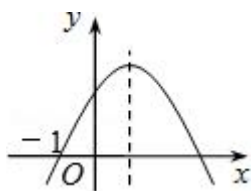
- A. 8 B. 10 C. 12 D. 14

11. (2分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $AC = 10$, 将 BC 向 BA 方向翻折过去, 使点 C 落在 BA 上的点 C' , 折痕为 BE , 则 EC 的长度是 ()



- A. $5\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{3}-5$ C. $10-5\sqrt{3}$ D. $5+\sqrt{3}$

12. (2分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的图象如图所示, 有下列结论: ① $abc > 0$, ② $b^2 - 4ac < 0$, ③ $a - b + c > 0$, ④ $4a - 2b + c < 0$, 其中正确结论的个数是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）把答案填写在题中横线上.

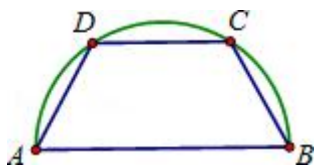
13. (3 分) 某样本数据是 2, 2, x , 3, 3, 6, 如果这个样本的众数是 2, 则 x 的值是_____.

14. (3 分) 已知反比例函数 $y = \frac{2m+1}{x}$ 的图象在第一、三象限, 则 m 的取值范围是_____.

15. (3 分) 矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O , $AB = 4\text{cm}$, $\angle AOB = 60^\circ$, 则矩形的面积为 cm^2 .

16. (3 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 - 2 = 0$ 的两实根的平方和等于 11, 则 k 的值为_____.

17. (3 分) 如图, 半径为 2 的圆内接等腰梯形 $ABCD$, 它的下底 AB 是圆的直径, 上底 CD 的端点在圆周上, 则该梯形周长的最大值是_____.



18. (3 分) 如图, 是用三角形摆成的图案, 摆第一层图需要 1 个三角形, 摆第二层图需要 3 个三角形, 摆第三层图需要 7 个三角形, 摆第四层图需要 13 个三角形, 摆第五层图需要 _____ 个三角形, $\dots$, 摆第 n 层图需要 _____ 个三角形.

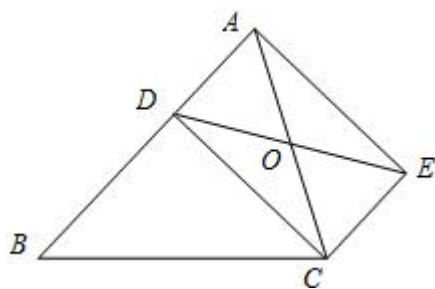


三、(本大题共 3 个小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

19. (5 分) 计算: $(\pi - 3.14)^0 - \sqrt[3]{8} + (\sin 30^\circ)^{-1} + |-2|$.

20. (5 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{x}{x-1}$, 其中 $x = \sqrt{2}$.

21. (5 分) 如图, 已知 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, $CE \parallel AB$, DE 交 AC 于点 O , 且 $OA = OC$, 猜想线段 CD 与线段 AE 的大小关系和位置关系, 并加以证明.



四、(本大题共 2 个小题，每小题 6 分，共 12 分)

22. (6 分) 求不等式组 $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ \frac{x-1}{2} - \frac{2x-1}{3} < \frac{1}{3} \end{cases}$ 的整数解.

23. (6 分) 甲口袋中装有两个相同的小球，它们的标号分别为 2 和 7，乙口袋中装有两个相同的小球，它们的标号分别为 4 和 5，丙口袋中装有三个相同的小球，它们的标号分别为 3, 8, 9. 从这 3 个口袋中各随机地取出 1 个小球.

(1) 求取出的 3 个小球的标号全是奇数的概率是多少?

(2) 以取出的三个小球的标号分别表示三条线段的长度，求这些线段能构成三角形的概率.

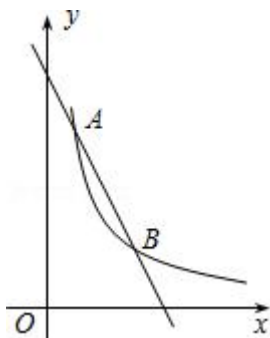
五、(本大题共 2 个小题，每小题 7 分，共 14 分)

24. (7 分) 如图，已知函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象与一次函数 $y = kx + b$ 的图象交于点 $A(1, m)$, $B(n, 2)$ 两点.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 将一次函数 $y = kx + b$ 的图象沿 x 轴负方向平移 $a (a > 0)$ 个单位长度得到新图象，

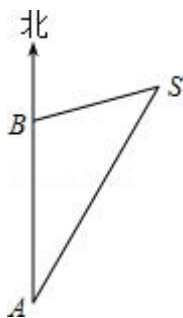
求这个新图象与函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图象只有一个交点 M 时 a 的值及交点 M 的坐标.



25. (7 分) 如图，一艘船以每小时 60 海里的速度自 A 向正北方向航行，船在 A 处时，灯塔 S 在船的北偏东 30° ，航行 1 小时后到 B 处，此时灯塔 S 在船的北偏东 75° ，(运算结果保留根号)

(1) 求船在 B 处时与灯塔 S 的距离;

(2) 若船从 B 处继续向正北方向航行, 问经过多长时间船与灯塔 S 的距离最近.



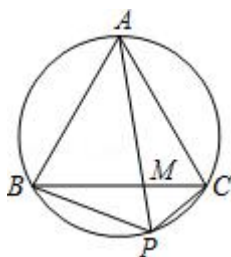
六、(本大题共 2 个小题, 其中第 26 小题 7 分, 第 27 小题 10 分, 共 17 分)

26. (7 分) 如图, 点 P 为等边 $\triangle ABC$ 外接圆劣弧 BC 上一点.

(1) 求 $\angle BPC$ 的度数;

(2) 求证: $PA = PB + PC$;

(3) 设 PA, BC 交于点 M , 若 $AB = 4, PC = 2$, 求 CM 的长度.



27. (10 分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的顶点坐标为 $(0, \frac{p}{2})$, 且 $ac = \frac{1}{4}$.

(1) 若该函数的图象经过点 $(-1, -1)$.

①求使 $y < 0$ 成立的 x 的取值范围.

②若圆心在该函数的图象上的圆与 x 轴、 y 轴都相切, 求圆心的坐标.

(2) 经过 $A(0, p)$ 的直线与该函数的图象相交于 M, N 两点, 过 M, N 作 x 轴的垂线, 垂足分别为 M_1, N_1 , 设 $\triangle MAM_1, \triangle AM_1N_1, \triangle ANN_1$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 是否存在 m , 使得对任意实数 $p \neq 0$ 都有 $S_2^2 = mS_1S_3$ 成立? 若存在, 求出 m 的值, 若不存在, 请说明理由.

2011 年四川省泸州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 2 分，共 24 分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 【分析】根据算术平方根的定义进行解答即可.

【解答】解： $\because (5)^2 = 25$,

$\therefore 25$ 的算术平方根是 5.

故选：A.

【点评】本题考查的是算术平方根的概念，即如果一个正数 x 的平方等于 a ，即 $x^2 = a$ ，那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根.

2. 【分析】该图形被平分成五部分，因而每部分被分成的圆心角是 72° ，并且圆具有旋转不变性，因而旋转 72 度的整数倍，就可以与自身重合.

【解答】解：该图形被平分成五部分，旋转 72 度的整数倍，就可以与自身重合，因而 A、C、D 都正确，不能与其自身重合的是 B.

故选：B.

【点评】本题考查旋转对称图形的概念：把一个图形绕着一个定点旋转一个角度后，与初始图形重合，这种图形叫做旋转对称图形，这个定点叫做旋转对称中心，旋转的角度叫做旋转角.

3. 【分析】要使函数有意义，则根式里被开方数不小于 0，分母不为 0，列出不等式解出答案.

【解答】解：要使函数有意义，

$$\text{则} \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\text{解得 } x \geq -\frac{1}{2} \text{ 且 } x \neq 2,$$

故选：D.

【点评】主要考查了函数自变量的取值范围的确定和分式的意义. 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

4. 【分析】因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，所以 $a \parallel b$ ，又因为 $\angle 3 = \angle 5$ ，所以 $\angle 4$ 与 $\angle 5$ 互补，则 $\angle 4$ 的度数可求.

【解答】解： $\because \angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，

$$\therefore a \parallel b,$$

$$\because \angle 3 = \angle 5,$$

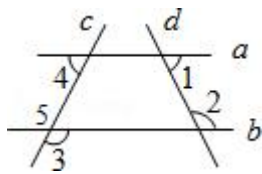
$$\therefore \angle 5 = 135^\circ,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 4 \text{ 与 } \angle 5 \text{ 互补},$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ.$$

故选：A.



【点评】本题考查平行线的判定与性质，正确识别“三线八角”中的同位角、内错角、同旁内角是正确答题的关键.

5. 【分析】从小明散步的时间段看，分为0-20分钟散步，20-30分钟看报，30-45分钟返回家，按时间段把函数图象分为三段.

【解答】解：依题意，0-20分钟散步，离家路程增加到900米，

20-30分钟看报，离家路程不变，

30-45分钟返回家，离家路程减少为0米.

故选：D.

【点评】本题考查利用函数的图象解决实际问题. 正确理解函数图象横纵坐标表示的意义，理解问题的过程，就能够通过图象得到函数问题的相应解决.

6. 【分析】根据图可得：3块巧克力的重=2个果冻的重；1块巧克力的重+1个果冻的重=50克，由此可设出未知数，列出方程组.

【解答】解：设每块巧克力的重 x 克，每个果冻的重 y 克，由题意得：

$$\begin{cases} 3x=2y \\ x+y=50 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}.$$

故选：C.

【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用，关键是看懂题意，找出题目中的相等关系，列出方程组.

7. 【分析】根据直线外一点到直线上任一点的线段长中垂线段最短得到当 OP 为垂线段时，即 $OP \perp AB$ ， OP 的长最短，再根据垂径定理得到 $AP = BP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8$ ，然后根据勾股定理计算出 OP 即可.

【解答】解：当 OP 为垂线段时，即 $OP \perp AB$ ， OP 的长最短，如图，

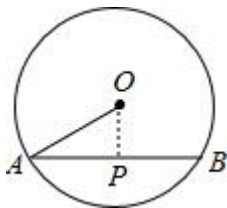
$$\therefore AP = BP = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8,$$

而 $OA = 10$,

在 $\text{Rt}\triangle OAP$ 中，

$$OP = \sqrt{OA^2 - AP^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ (cm)}.$$

故选：B.



【点评】本题考查了垂径定理：垂直于弦的直径平分弦，并且平分弦所对的弧；也考查了垂线段最短以及勾股定理.

8. 【分析】根据数轴上 a , b 的值得出 a , b 的符号， $a < 0$, $b > 0$ ，以及 $a+b > 0$ ，即可化简求值.

【解答】解：根据数轴上 a , b 的值得出 a , b 的符号， $a < 0$, $b > 0$, $a+b > 0$,

$$\therefore \sqrt{a^2} + |a+b| = -a + a + b = b,$$

故选：D.

【点评】此题主要考查了二次根式的化简以及实数与数轴等知识，根据数轴得出 a , b 的符号是解决问题的关键.

9. 【分析】圆锥的底面周长也就是圆锥的侧面展开图的弧长，利用弧长公式可求得圆锥的母线长，进而利用圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2}$ 底面周长 $\times$ 母线长可求得该圆锥的侧面积.

【解答】解：设圆锥的母线长为 R ，则 $\frac{120\pi \times R}{180} = 20\pi$,

解得 $R = 30$,

$$\text{圆锥的侧面积} = \frac{1}{2} \times 20\pi \times 30 = 300\pi,$$

$$\text{底面半径为: } 20\pi \div 2\pi = 10,$$

$$\text{所以底面积为: } \pi 10^2 = 100\pi.$$

$$\text{总面积为: } 300\pi + 100\pi = 400\pi$$

故选: D .

【点评】 本题考查圆锥侧面积公式的运用; 用到的知识点为: 圆锥的侧面展开图的弧长等于圆锥的底面周长.

10. **【分析】** 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形, 再根据主视图与俯视图得出答案.

【解答】 解: 根据几何体的主视图和俯视图, 可以得出从主视图看最少有 6 个, 从俯视图看, 最左边正方形前后可以有三列, 分别有三个,

$$\text{故最多有 } 3 \times 3 + 3 = 12 \text{ 个},$$

故选: C .

【点评】 此题主要考查了三视图的概念. 根据从俯视图看, 最左边正方形前后可以有三列, 分别有三个从而得出答案是解决问题的关键.

11. **【分析】** 作 $ED \perp BC$ 于 D , 可得含 30° 的 $\text{Rt}\triangle CED$ 及含 45° 的直角三角形 BED , 设所求的 EC 为 x , 则 $CD = 0.5x$, $BD = ED = \frac{\sqrt{3}}{2}x$, 根据 $BC = 5$ 列式求值即可.

【解答】 解: 作 $ED \perp BC$ 于 D , 由折叠的性质可知 $\angle DBE = \angle ABE = 45^\circ$,

$$\text{设所求的 } EC \text{ 为 } x, \text{ 则 } CD = \frac{1}{2}x, BD = ED = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

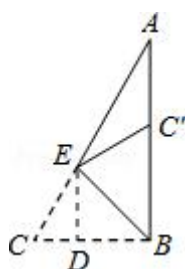
$$\because \angle ABC = 90^\circ, \angle C = 60^\circ, AC = 10,$$

$$\therefore BC = AC \times \cos C = 5,$$

$$\because CD + BD = 5,$$

$$\therefore CE = 5\sqrt{3} - 5,$$

故选: B .



【点评】考查翻折变换问题；构造出含 30° 及含 45° 的直角三角形是解决本题的突破点.

12. 【分析】首先根据开口方向确定 a 的取值范围，根据对称轴的位置确定 b 的取值范围，根据抛物线与 y 轴的交点确定 c 的取值范围，根据抛物线与 x 轴是否有交点确定 $b^2 - 4ac$ 的取值范围，根据图象和 $x = 2$ 的函数值即可确定 $4a + 2b + c$ 的取值范围，根据 $x = 1$ 的函数值可以确定 $b < a + c$ 是否成立.

【解答】解： $\because$ 抛物线开口朝下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\because \text{对称轴 } x = 1 = -\frac{b}{2a},$$

$$\therefore b > 0,$$

$\because$ 抛物线与 y 轴的交点在 x 轴的上方，

$$\therefore c > 0,$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 故①错误；}$$

根据图象知道抛物线与 x 轴有两个交点，

$$\therefore b^2 - 4ac > 0, \text{ 故②错误；}$$

根据图象知道当 $x = -1$ 时， $y = a - b + c = 0$ ，

故③错误；

$\because$ 抛物线开口向下， $x = -1$ 时抛物线与 Y 轴相交，

$\therefore x < 1$ 时的抛物线位于 x 轴下方，即 $y < 0$ ，

$$\therefore \text{当 } x = -2 \text{ 时，} y = a(-2)^2 + (-2)b + c = 4a - 2b + c < 0,$$

故④正确.

故选：A.

【点评】此题主要考查图象与二次函数系数之间的关系，会利用对称轴的范围求 $2a$ 与 b 的关系，以及二次函数与方程之间的转换，根的判别式的熟练运用.

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）把答案填写在题中横线上.

13. 【分析】根据众数的定义，确定出数据中出现次数最多的数即为 x .

【解答】解： $\because 2, 2, x, 3, 3, 6$ 中，众数是 2，

于是可知 $x = 2$.

故答案为：2.

【点评】此题考查了众数的定义：一组数据中，出现次数最多的数叫该组数据的众数，

众数可以有多个.

14. 【分析】根据反比例函数的图象位于一、三象限, $2m+1 > 0$, 解不等式即可得结果.

【解答】解: 由于反比例函数 $y = \frac{2m+1}{x}$ 的图象位于第一、三象限,

则 $2m+1 > 0$,

解得: $m > -\frac{1}{2}$.

故答案为: $m > -\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了反比例函数的性质, $k > 0$ 时, 函数图象位于一三象限; $k < 0$ 时, 函数位于二四象限.

15. 【分析】根据矩形的性质得出 $AC = BD$, $OA = OC$, $OD = OB$, $\angle ABC = 90^\circ$, 推出 $OA = OB$, 得到等边三角形 ABO , 求出 AC , 由勾股定理求出 BC , 计算即可.

【解答】解: $\because$ 矩形 $ABCD$,

$\therefore AC = BD$, $OA = OC$, $OD = OB$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore OA = OB$,

$\because \angle AOB = 60^\circ$,

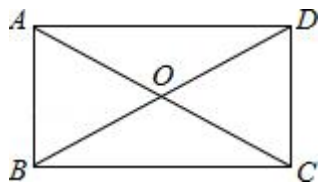
$\therefore \triangle ABO$ 是等边三角形,

$\therefore AC = 2OA = 2AB = 8$,

由勾股定理得: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4\sqrt{3}$,

矩形的面积是 $BC \cdot AB = 4\sqrt{3} \times 4 = 16\sqrt{3}$.

故答案为: $16\sqrt{3}$.



【点评】本题主要考查对矩形的性质, 等边三角形的性质和判定, 勾股定理等知识点的理解和掌握, 能求出 AC 、 BC 的长是解此题的关键.

16. 【分析】由题意设方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 - 2 = 0$ 两根为 x_1 , x_2 , 得 $x_1 + x_2 = -(2k+1)$, $x_1 \cdot x_2 = k^2 - 2$, 然后再根据两实根的平方和等于 11, 从而解出 k 值.

【解答】解: 设方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 - 2 = 0$ 两根为 x_1 , x_2

得 $x_1 + x_2 = -(2k+1)$, $x_1 \cdot x_2 = k^2 - 2$,

$$\Delta = (2k+1)^2 - 4 \times (k^2 - 2) = 4k+9 \geq 0,$$

$$\therefore k \geq -\frac{9}{4},$$

$$\because x_1^2 + x_2^2 = 11,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 11,$$

$$\therefore (2k+1)^2 - 2(k^2 - 2) = 11,$$

解得 $k = 1$ 或 -3 ;

$$\therefore k \geq -\frac{9}{4},$$

故答案为: 1.

【点评】 此题应用一元二次方程根与系数的关系解题, 利用两根的和与两根的积表示两根的平方和, 把求未知系数的问题转化为解方程的问题.

17. **【分析】** 根据圆心为 O , 则 $OA = OB = OC = OD = 2$, 设腰长为 x , 设上底长是 $2b$, 利用勾股定理得出, 则 $x^2 - (2 - b)^2 = R^2 - b^2 = CP^2$, 再利用二次函数最值求出即可.

【解答】 解: 圆心为 O , 连接 OD , OC , 过 O 作 $OE \perp CD$, 过 C 作 $CP \perp OB$,

$$\therefore E \text{ 为 } DC \text{ 的中点, } DE = CE = \frac{1}{2}CD = b,$$

$\because$ 等腰梯形 $ABCD$,

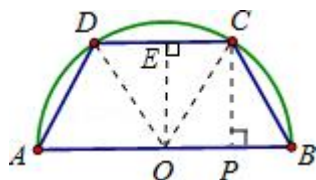
$$\therefore DC \parallel AB, OE \perp CD,$$

$$\therefore OE \perp AB,$$

$$\therefore \angle CEO = \angle EOP = \angle OPC = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EOPC$ 为矩形,

$$\therefore EC = OP,$$



则 $OA = OB = OC = OD = 2$, 设腰长为 x ,

设上底长是 $2b$, 过 C 作直径的垂线, 垂足是 P ,

$$\text{则 } CP^2 = OC^2 - OP^2 = CB^2 - PB^2,$$

$$\text{即 } x^2 - (2 - b)^2 = 2^2 - b^2,$$

$$\text{整理得 } b = 2 - \frac{x^2}{4},$$

$$\text{所以 } y = 4 + 2x + 2b = 4 + 2x + 4 - \frac{x^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + 2x + 8,$$

$$\therefore \text{该梯形周长的最大值是: } \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{-16-4}{-2} = 10.$$

故答案为: 10.

【点评】此题主要考查了二次函数的最值以及等腰梯形的性质和解直角三角形, 根据题意得出 $x^2 - (2-b)^2 = R^2 - b^2 = CP^2$ 从而利用二次函数最值求法求出是解决问题的关键.

18. **【分析】**观察可得, 第1层三角形的个数为1, 第2层三角形的个数为3, 比第1层多2个; 第3层三角形的个数为7, 比第2层多4个; $\dots$ 可得, 每一层比上一层多的个数依次为2, 4, 6, $\dots$ 据此作答.

【解答】解: 观察可得, 第1层三角形的个数为1, 第2层三角形的个数为 $2^2 - 2 + 1 = 3$,

第3层三角形的个数为 $3^2 - 3 + 1 = 7$,

第四层图需要 $4^2 - 4 + 1 = 13$ 个三角形

摆第五层图需要 $5^2 - 5 + 1 = 21$.

那么摆第 n 层图需要 $n^2 - n + 1$ 个三角形.

故答案为: 21; $n^2 - n + 1$.

【点评】此题考查了平面图形的有规律变化, 要求学生通过观察图形, 分析、归纳发现其中的规律, 并应用规律解决问题.

三、(本大题共3个小题, 每小题5分, 共15分)

19. **【分析】**本题涉及零指数幂、负指数幂、立方根化简、特殊角的三角函数值4个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

$$\text{【解答】解: } (\pi - 3.14)^0 - \sqrt[3]{8} + (\sin 30^\circ)^{-1} + |-2|,$$

$$= 1 - 2 + \frac{1}{\frac{1}{2}} + 2,$$

$$= 3.$$

【点评】此题主要考查了实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. **【分析】**先通分, 然后进行四则运算, 最后将 $x = \sqrt{2}$ 代入即可得出答案.

$$\text{【解答】解: 原式} = \frac{(x-1)(x+1)+1}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} = \frac{x^2}{(x-1)^2} \times \frac{x-1}{x} = \frac{x}{x-1}$$

将 $x = \sqrt{2}$ 代入原式 $= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 2 + \sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查了分式的化简求值，解答此题的关键是把分式化到最简，然后代值计算.

21. 【分析】根据 $CE \parallel AB$ ， DE 交 AC 于点 O ，且 $OA = OC$ ，求证 $\triangle ADO \cong \triangle ECO$ ，然后求证四边形 $ADCE$ 是平行四边形，即可得出结论.

【解答】解：猜想线段 CD 与线段 AE 的大小关系和位置关系是：相等且平行.

理由： $\because CE \parallel AB$,

$$\therefore \angle DAO = \angle ECO,$$

$\because$ 在 $\triangle ADO$ 和 $\triangle ECO$ 中

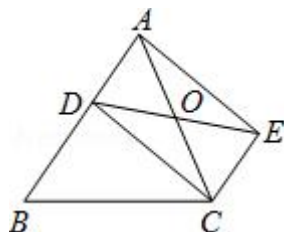
$$\begin{cases} \angle DAO = \angle ECO \\ AO = OC \\ \angle AOD = \angle EOC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADO \cong \triangle ECO \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AD = CE,$$

$\therefore$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形，

$$\therefore CD \parallel AE.$$



【点评】此题主要考查了平行四边形的判定与性质等知识点的理解和掌握，解答此题的关键是求证 $\triangle ADO \cong \triangle ECO$ ，然后可得证四边形 $ADCE$ 是平行四边形，即可得出结论.

四、(本大题共 2 个小题，每小题 6 分，共 12 分)

22. 【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集，在其公共解集内找出符合条件的 x 的整数值即可.

【解答】解： $\begin{cases} 2-x \geq 0 \text{ ①} \\ \frac{x-1}{2} - \frac{2x-1}{3} < \frac{1}{3} \text{ ②} \end{cases}$ ，由①得， $x \leq 2$ ，由②得， $x > -3$ ，

故此不等式组的解集为： $-3 < x \leq 2$ ， x 的整数解为： $-2, -1, 0, 1, 2$.

故答案为： $-2, -1, 0, 1, 2$.

【点评】本题考查的是一元一次不等式组的整数解，求不等式组的解集，应遵循以下原

则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了。

23. 【分析】（1）因为此题需要三步完成，所以采用树状图法最简单，所以先画树状图，然后根据树状图求得所有等可能的结果与取出的 3 个小球的标号全是奇数的情况，然后利用概率公式即可求得答案；

（2）根据（1）中的树状图求得这些线段能构成三角形的情况，再根据概率公式求解即可。

【解答】解：（1）画树状图得：

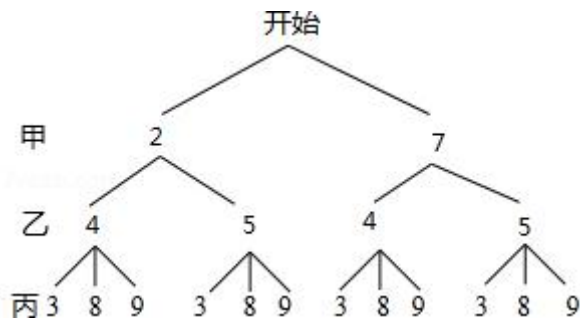
∴一共有 12 种等可能的结果，

取出的 3 个小球的标号全是奇数的有 2 种情况，

∴取出的 3 个小球的标号全是奇数的概率是： $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

（2）∵这些线段能构成三角形的有 2、4、3，7、4、8，7、4、9，7、5、3，7、5、8，7、5、9 共 6 种情况，

∴这些线段能构成三角形的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。



【点评】此题考查了树状图法求概率．注意树状图法适合于两步及两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比。

五、（本大题共 2 个小题，每小题 7 分，共 14 分）

24. 【分析】（1）将点 $A(1, m)$ ， $B(n, 2)$ 代入反比例函数的解析式，求得 m 、 n 的值，然后将其代入一次函数解析式，即用待定系数法求一次函数解析式；

（2）根据题意，写出一函数变化后的新的图象的解析式，然后根据根的判别式求得 a 值．最后将 a 值代入其中，求得 M 的坐标即可。

【解答】解：（1）∵点 $A(1, m)$ ， $B(n, 2)$ 在反比例函数的图象上，

$$\therefore \begin{cases} m=\frac{6}{1}, \\ 2=\frac{6}{n} \end{cases},$$

$$\text{解得, } \begin{cases} m=6, \\ n=3 \end{cases}$$

$\therefore$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象交于点 $A(1, 6)$, $B(3, 2)$ 两点.

$$\therefore \begin{cases} 6=k+b, \\ 2=3k+b, \end{cases}$$

$$\text{解得, } \begin{cases} k=-2, \\ b=8 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式是 $y = -2x+8$;

(2) 一次函数 $y=kx+b$ 的图象沿 x 轴负方向平移 a ($a>0$) 个单位长度得到新图象的解析式是: $y = -2(x+a)+8$.

$$\text{根据题意, 得 } \begin{cases} y=-2(x+a)+8 \\ y=\frac{6}{x} \end{cases},$$

$$\therefore x^2 + (a-4)x + 3 = 0;$$

$\therefore$ 这个新图象与函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象只有一个交点,

$$\therefore \Delta = (a-4)^2 - 12 = 0,$$

$$\text{解得, } a = 4 \pm 2\sqrt{3};$$

①当 $a = 4 - 2\sqrt{3}$ 时,

解方程组, 得

$$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=2\sqrt{3} \end{cases},$$

$$\therefore M(\sqrt{3}, 2\sqrt{3});$$

②当 $a = 4 + 2\sqrt{3}$ 时,

解方程组, 得

$$\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=-2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\therefore M(-\sqrt{3}, -2\sqrt{3}).$$

$\therefore M$ 点在第一象限, 故 $x > 0$,

$x = -\sqrt{3}$ 不符合题意, 舍去,

综上所述, $a = 4 - 2\sqrt{3}$, $M(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$.

【点评】 本题主要考查了反比例函数与一次函数交点问题. 用待定系数法确定函数的解析式, 是常用的一种解题方法. 同学们要熟练掌握这种方法.

25. **【分析】** (1) 过点 B 作 $BC \perp AS$, 垂足为 C , 构造两个直角三角形, 即可求出 $CS = BC$ 的值, 再求出 BS 的值;

(2) 根据 (1) 中计算, 求出 BE 的长, 再根据船的航速, 利用时间 = 路程 $\div$ 速度即可求出船从 B 处继续向正北方向航行与灯塔 S 的距离最近的时间.

【解答】 解: (1) 过点 B 作 $BC \perp AS$, 垂足为 C .

$$\because AB = 60 \text{ 海里}, \angle A = 30^\circ, \angle DBS = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle ABS = 105^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\angle CBS = 45^\circ,$$

$$\therefore CS = BC = \frac{1}{2}AB = 30,$$

$$BS = \sqrt{BC^2 + SC^2} = 30\sqrt{2} \text{ 海里};$$

(2) 过点 S 作 $ES \perp AB$, 垂足为 E .

则船与灯塔 S 的最近距离为 ES ,

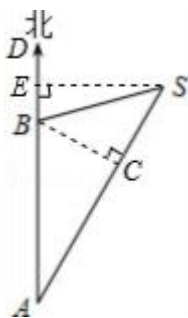
$$\because AC = AB \cdot \cos 30^\circ = 60 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3}, SC = 30,$$

$$\therefore AS = 30\sqrt{3} + 30,$$

$$ES = 15(\sqrt{3} + 1),$$

$$\therefore AE = 45 + 15\sqrt{3}, BE = AE - AB = 15\sqrt{3} - 15,$$

$$\therefore \text{船的航行时间为} \frac{15\sqrt{3} - 15}{60} = \frac{\sqrt{3} - 1}{4} \text{ 小时}.$$



【点评】 此题考查了解直角三角形——方向角问题, 构造出两个直角三角形, 利用三

角函数是解题的关键.

六、(本大题共2个小题,其中第26小题7分,第27小题10分,共17分)

26. 【分析】(1) 由圆周角定理得 $\angle BPC$ 与 $\angle BAC$ 互补;

(2) 在 PA 上截取 $PD = PC$, 可证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCP$, 则 $AD = PB$, 从而得出 $PA = PB + PC$;

(3) 容易得到 $\triangle CDM \sim \triangle ACM$, 所以 $CM: AM = DM: MC = DC: AC = 2: 4 = 1: 2$, 设 $DM = x$, 则 $CM = 2x$, $BM = 4 - 2x$, $PM = 2 - x$, $AM = 4x$, $AD = AM - DM = 4x - x = 3x$, $\triangle BPM \sim \triangle ACM$, 所以 $BP: AC = PM: CM$, 即 $3x: 4 = (2 - x): 2x$, 解此分式方程求出 x .

【解答】(1) 解: $\because \triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore \angle BAC = 60^\circ$,

$\because$ 点 P 为等边 $\triangle ABC$ 外接圆劣弧 BC 上一点,

$\therefore$ 四边形 $ABPC$ 是圆的内接四边形

$\therefore \angle BPC + \angle BAC = 180^\circ$,

$\therefore \angle BPC = 120^\circ$,

(2) 证明: 连结 CD . 在 PA 上截取 $PD = PC$,

$\because AB = AC = BC$,

$\therefore \angle APB = \angle APC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle PCD$ 为等边三角形,

$\therefore \angle PCD = \angle ACB = 60^\circ$, $CP = CD$,

$\therefore \angle PCD - \angle DCM = \angle ACB - \angle DCM$, 即 $\angle ACD = \angle BCP$,

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCP$ 中,

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD=\angle BCP, \\ CP=CD \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCP$,

$\therefore AD = PB$,

$\because PA = AD + DP$, $DP = PC$,

$\therefore PA = PB + PC$;

(3) 解: $\because \triangle PCD$ 和 $\triangle ABC$ 都为等边三角形,

$\therefore \angle MDC = \angle ACM = 60^\circ$, $CD = PC$,

又 $\because \angle DMC = \angle CMA$,

$\therefore \triangle CDM \sim \triangle ACM$, $AB = 4$, $PC = 2$,

$\therefore CM:AM = DM:MC = DC:AC = PC:AC = 2:4 = 1:2$,

设 $DM = x$, 则 $CM = 2x$, $BM = 4 - 2x$, $PM = 2 - x$, $AM = 4x$, $AD = AM - DM = 4x - x = 3x$

$\because \angle BMP = \angle CMA$, $\angle PBM = \angle CAM$,

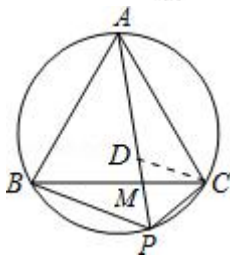
$\therefore \triangle BPM \sim \triangle ACM$,

$\therefore BP:AC = PM:CM$, 即 $3x:4 = (2-x):2x$,

解得 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$ (舍去负号),

则 $x = \frac{-1 + \sqrt{13}}{3}$,

$\therefore CM = \frac{-2 + 2\sqrt{13}}{3}$.



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、圆周角定理以及等边三角形的性质，是一个综合题，难度较大.

27. **【分析】** (1) 根据二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的顶点坐标为 $(0, \frac{p}{2})$, 且 $ac = \frac{1}{4}$, 以及函数的图象经过点 $(-1, -1)$, 得出关于 a, b, c 的方程组, 解方程组求出 a, b, c 的值.

①画出图象, 即可得出使 $y < 0$ 成立的 x 的取值范围;

②根据圆与直线相切得出 $OQ = FO$, 再解一元二次方程即可得出;

(2) 分别过 M, N 作直线 $l: y = -1$ 的垂线, 垂足分别是 M_1 和 N_1 . 分别表示出 $\triangle MAM_1$, $\triangle AM_1N_1$, $\triangle ANN_1$ 的面积 S_1, S_2, S_3 再条件 $S_2^2 = mS_1S_3$ 成立进而求出 m 的值.

【解答】 解: (1) $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的顶点坐标为 $(0, \frac{p}{2})$, 且 $ac = \frac{1}{4}$,

又 $\because$ 函数的图象经过点 $(-1, -1)$,

代入二次函数解析式得:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a}=0 \\ ac=\frac{1}{4} \\ a-b+c=-1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-\frac{1}{2} \\ b=0 \\ c=-\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2},$$

①利用函数图象可知使 $y < 0$ 成立的 x 的取值范围是：全体实数；

②若圆心在该函数的图象上的圆与 x 轴、 y 轴都相切，

假设与 x 轴切点为 Q ，与 y 轴切点为 F ，

$$\therefore OQ = FO,$$

$$\therefore -x = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2},$$

$$\text{整理得: } x^2 - 2x + 1 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = x_2 = 1,$$

$$\therefore QO = FO = 1,$$

$\therefore$ 圆心的坐标为：(1, -1) 或 (-1, -1)；

(2) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的顶点坐标为 $(0, \frac{p}{2})$ ，且 $ac = \frac{1}{4}$ 。

$$\therefore \text{该二次函数的解析式为: } y = \frac{1}{2p}x^2 + \frac{p}{2},$$

$$\therefore \text{过点 } A \text{ 的直线与函数 } y = \frac{1}{2p}x^2 + \frac{p}{2} \text{ 的图象交于 } M(x_1, y_1), N(x_2, y_2),$$

$$\therefore \text{过点 } A \text{ 的直线对应的函数为 } y = kx + p,$$

$$S_1 = \frac{1}{2}|x_1| \cdot |y_1|,$$

$$S_2 = \frac{1}{2}|x_1 - x_2| \cdot |p|,$$

$$S_3 = \frac{1}{2}|x_2||y_2|,$$

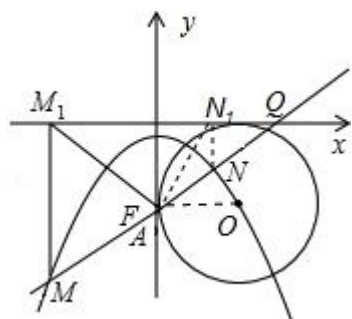
$$\text{把 } y = kx + p \text{ 代入 } y = \frac{1}{2p}x^2 + \frac{p}{2} \text{ 得, } x^2 - 2pkx - p^2 = 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 2pk, x_1 x_2 = -p^2,$$

$$\therefore S_1 S_3 = \frac{1}{4} |x_1 x_2 y_1 y_2| = \frac{1}{4} p^2 | (kx_2 + p) (kx_2 + p) | = \frac{1}{4} p^4 (k^2 + 1),$$

$$S_2^2 = \frac{1}{4} (x_2 - x_1)^2 p^2 = p^4 (k^2 + 1).$$

$\therefore 4S_1 S_3 = S_2^2$, 故存在 $m = 4$, 使得对任意实数 $p \neq 0$ 成立.



【点评】 此题主要考查了二次函数的综合应用以及圆的切线性质和三角形面积求法，二次函数的综合应用是初中阶段的重点题型特别注意利用数形结合是这部分考查的重点也是难点同学们应重点掌握.