

2011 年四川省德阳市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

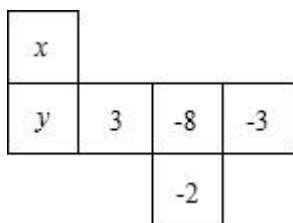
1. (3 分) -2 的倒数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. (3 分) 数据 0.000 031 4 用科学记数法表示为 ()

- A. 31.4×10^{-4} B. 3.14×10^{-5} C. 3.14×10^{-6} D. 0.314×10^{-6}

3. (3 分) 一个正方体的相对的表面上所标的数都是互为相反数的两个数，如图是这个正方体的表面展开图，那么图中 x 的值是 ()



- A. 2 B. 8 C. 3 D. -2

4. (3 分) 现有 12 个同类产品，其中有 10 个正品，2 个次品，从中任意抽取 3 个，则下列事件为必然事件的是 ()

- A. 3 个都是正品 B. 至少有一个是次品
C. 3 个都是次品 D. 至少有一个是正品

5. (3 分) 一个三角形的三边长分别为 4, 7, x , 那么 x 的取值范围是 ()

- A. $3 < x < 11$ B. $4 < x < 7$ C. $-3 < x < 11$ D. $x > 3$

6. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ B. $3x^2 \cdot 4x^3 = 12x^6$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(-x^3)^2 = x^6$

7. (3 分) 两条平行线被第三条直线所截，如果一对同旁内角的度数之比为 3: 7，那么这两个角的度数分别是 ()

- A. 30° , 70° B. 60° , 140° C. 54° , 126° D. 64° , 116°

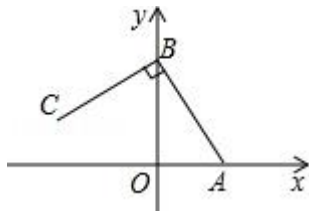
8. (3 分) 顺次连接菱形各边中点得到的四边形一定是 ()

- A. 菱形 B. 正方形 C. 矩形 D. 等腰梯形

9. (3 分) 随机安排甲、乙、丙 3 人在 3 天节日中值班，每人值班一天，则按“乙、甲、丙”的先后顺序值班的概率 ()

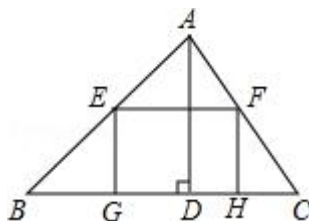
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

10. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(a, 0)$, $B(0, b)$, 如果将线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 90° 至 CB , 那么点 C 的坐标是 ()



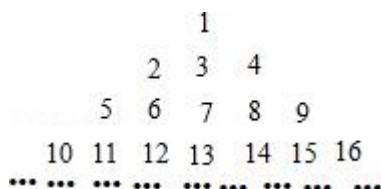
- A. $(-b, b+a)$ B. $(-b, b-a)$ C. $(-a, b-a)$ D. $(b, b-a)$

11. (3分) 如图, 有一块 $\triangle ABC$ 材料, $BC = 10$, 高 $AD = 6$, 把它加工成一个矩形零件, 使矩形的一边 GH 在 BC 上, 其余两个顶点 E, F 分别在 AB, AC 上, 那么矩形 $EFHG$ 的周长 l 的取值范围是 ()



- A. $0 < l < 20$ B. $6 < l < 10$ C. $12 < l < 20$ D. $12 < l < 26$

12. (3分) 下面是一个按某种规律排列的数阵: 根据规律, 自然数 2000 应该排在从上向下数的第 m 行, 是该行中的从左向右数的第 n 个数, 那么 $m+n$ 的值是 ()



- A. 110 B. 109 C. 108 D. 107

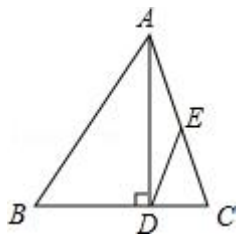
二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3分) 化简: $1 - \frac{a+2}{a-1} \div \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} =$ _____.

14. (3分) 在平面直角坐标系中, 函数 $y = -3x^2$ 的图象不动, 将 x 轴、 y 轴分别向下、向右平移 2 个单位, 那么在新坐标系下抛物线的顶点坐标是_____.

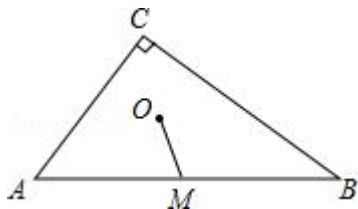
15. (3分) 在等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, 腰 AB 的高 CD 与腰 AC 的夹角为 30° , 且 $CD = 2\sqrt{3}$, 则底边 BC 的长为_____.

16. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于 D , 如果 $BD=9$, $DC=5$, $\cos B = \frac{3}{5}$, E 为 AC 的中点, 那么 $\sin \angle EDC$ 的值为_____.



17. (3分) 已知 $2, 3, 5, m, n$ 五个数据的方差是 2 , 那么 $3, 4, 6, m+1, n+1$ 五个数据的方差是_____.

18. (3分) 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 12$, $BC = 16$, 点 O 为 $\triangle ABC$ 的内心, 点 M 为斜边 AB 的中点, 则 OM 的长为_____.

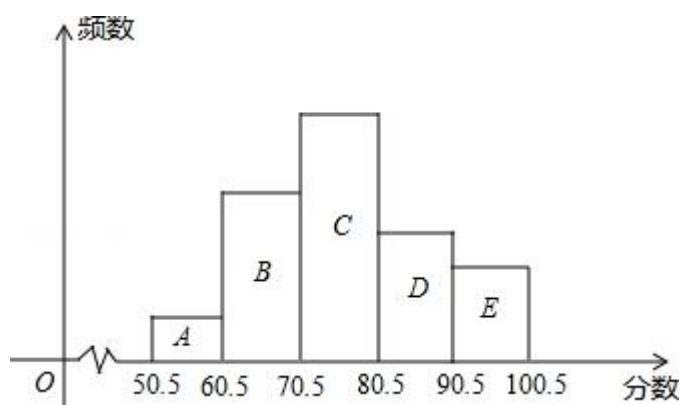


三、解答题 (共6小题, 满分66分)

19. (7分) 计算: $\sqrt{48} - (2011 - 19\pi)^0 + |2\cos 30^\circ - 2| + (-1)^{-1}$.

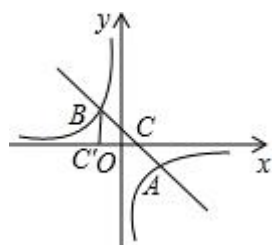
20. (10 分) 从某校参加科普知识竞赛的学生试卷中, 抽取一个样本考查竞赛成绩的分布情况, 将样本分成 A, B, C, D, E 五个组, 绘制成如下频数分布直方图, 图中从左到右 A, B, C, D, E 各小组的长方形的高的比是 $1: 4: 6: 3: 2$, 且 E 组的频数是 10, 请结合直方图提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 样本的容量是多少?
- (2) 通过计算说明样本数据中, 中位数落在哪个组, 并求该小组的频率;
- (3) 估计全校在这次竞赛中, 成绩高于 70 分的学生人数占参赛人数的百分率.



21. (10 分) 如图, 已知一次函数 $y = -x + 1$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A, B 两点, 且点 A 的坐标为 $(2, t)$.

- (1) 求反比例函数的解析式和点 B 的坐标;
- (2) 直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴相交于点 C , 点 C 关于 y 轴的对称点为 C' , 求 $\triangle BCC'$ 的外接圆的周长.



22. (11 分) 某商场分两批购进同一种电子产品, 第二批单价比第一批单价多 10 元, 两批购进的数量和所用资金见下表:

	购进数量 (件)	所用资金 (元)
第一批	x	16000
第二批	$2x$	34000

(1) 该商场两次共购进这种电子产品多少件?

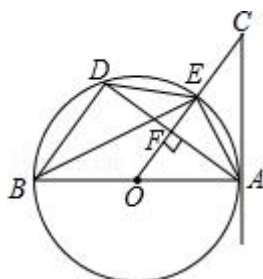
(2) 如果这两批电子产品每件售价相同, 除产品购买成本外, 每天还需其他销售成本 60 元, 第一批产品平均每天销售 10 件. 售完后, 因市场变化, 第二批电子产品比第一批平均每天少销售 2 件, 商场为了使这两批电子产品全部售完后总利润不低于 20%, 那么该商场每件电子产品的售价至少应为多少元?

23. (14 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 切 $\odot O$ 于点 A , AD 是 $\odot O$ 的弦, $OC \perp AD$ 于 F 交 $\odot O$ 于 E , 连接 DE , BE , BD . AE .

(1) 求证: $\angle C = \angle BED$;

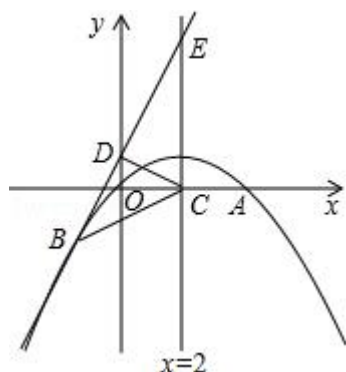
(2) 如果 $AB = 10$, $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$, 求 AC 的长;

(3) 如果 $DE \parallel AB$, $AB = 10$, 求四边形 $AEDB$ 的面积.



24. (14分) 如图, 已知抛物线经过原点 O , 与 x 轴交于另一点 A , 它的对称轴 $x=2$ 与 x 轴交于点 C , 直线 $y=2x+1$ 经过抛物线上一点 $B(m, -3)$, 且与 y 轴、直线 $x=2$ 分别交于点 D, E .

- (1) 求抛物线对应的函数解析式并用配方法把这个解析式化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式;
- (2) 求证: $CD \perp BE$;
- (3) 在对称轴 $x=2$ 上是否存在点 P , 使 $\triangle PBE$ 是直角三角形? 如果存在, 请求出点 P 的坐标, 并求出 $\triangle PAB$ 的面积; 如果不存在, 请说明理由.



2011 年四川省德阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1.（3 分）-2 的倒数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【分析】根据倒数的定义，若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

【解答】解： $\because -2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$,

$\therefore -2$ 的倒数是 $-\frac{1}{2}$.

故选：D.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数，属于基础题.

2.（3 分）数据 0.000 031 4 用科学记数法表示为（ ）

- A. 31.4×10^{-4} B. 3.14×10^{-5} C. 3.14×10^{-6} D. 0.314×10^{-6}

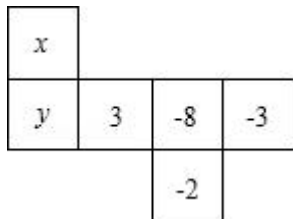
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解： $0.000\ 031\ 4 = 3.14 \times 10^{-5}$.

故选：B.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3.（3 分）一个正方体的相对的表面上所标的数都是互为相反数的两个数，如图是这个正方体的表面展开图，那么图中 x 的值是（ ）



- A. 2 B. 8 C. 3 D. -2

【分析】 利用正方体及其表面展开图的特点解题.

【解答】解：这是一个正方体的平面展开图，共有六个面，其中面“-8"与面“y"相对，面“x"与面“-2"相对，“3"与面“-3"相对.

∴正方体的相对的表面上所标的数都是互为相反数的两个数,

$$\therefore x = 2, \quad y = 8.$$

故选: A .

【点评】 本题考查了正方体相对两个面上的文字，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题.

4. (3分) 现有 12 个同类产品，其中有 10 个正品，2 个次品，从中任意抽取 3 个，则下列事件为必然事件的是 ()

- A. 3个都是正品 B. 至少有一个是次品
C. 3个都是次品 D. 至少有一个是正品

【分析】 必然事件就是一定发生的事件，即发生的概率是 1 的事件.

【解答】解： A, B, C 的概率都不为 1，为不确定事件，即随机事件，不符合题意.

而 D 项的概率为 1. 当任意抽取 3 个产品时, 因为次品总数为 2 个, 所以一定可以取得一个正品, 所以事件 “至少有一个正品” 一定能够发生, 则 D 为必然事件.

故选: D .

【点评】此题主要考查了随机事件的定义,关键是理解必然事件就是一定发生的事件.解决此类的问题,一定要用数学的思想和方法去分析、看待、解决问题,提高自身的数学素养.

5. (3分) 一个三角形的三边长分别为 4, 7, x , 那么 x 的取值范围是 ()

- A. $3 < x < 11$ B. $4 < x < 7$ C. $-3 < x < 11$ D. $x > 3$

【分析】 根据三角形的三边关系列出不等式即可求出 x 的取值范围.

【解答】 解: $\because$ 三角形的三边长分别为 4, 7, x ,

$$\therefore 7 - 4 < x < 7 + 4, \text{ 即 } 3 < x < 11.$$

故选: A.

【点评】本题主要考查了三角形的三边关系，即任意两边之和大于第三边，任意两边之差小于第三边.

6. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ B. $3x^2 \cdot 4x^3 = 12x^6$

C. $a^6 \div a^2 = a^3$

D. $(-x^3)^2 = x^6$

【分析】根据完全平方公式，单项式乘单项式，同底数幂的除法，积的乘方，对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、应为 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故本选项错误；

B、应为 $3x^2 \cdot 4x^3 = 12x^5$ ，故本选项错误；

C、应为 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，故本选项错误；

D、 $(-x^3)^2 = x^6$ ，故本选项正确．

故选：D．

【点评】本题考查了完全平方公式，单项式乘单项式，同底数幂的除法，积的乘方，理清指数的变化是解题的关键．

7. (3分) 两条平行线被第三条直线所截，如果一对同旁内角的度数之比为 3: 7，那么这两个角的度数分别是 ()

A. 30° , 70°

B. 60° , 140°

C. 54° , 126°

D. 64° , 116°

【分析】根据两直线平行，同旁内角互补，可设这两个角为 $3x$ ， $7x$ ，列出方程求解即可．

【解答】解：设这两个角为 $3x$ ， $7x$ ，

$\because$ 两直线平行，

$$\therefore 3x + 7x = 180^\circ ,$$

解得 $x = 18^\circ$,

$$\therefore 3x = 54^\circ , 7x = 126^\circ .$$

故选：C．

【点评】本题考查了平行线的性质，两直线平行，同旁内角互补．

8. (3分) 顺次连接菱形各边中点得到的四边形一定是 ()

A. 菱形

B. 正方形

C. 矩形

D. 等腰梯形

【分析】菱形的对角线互相垂直，连接个边中点可得到四边形的特征．

【解答】解：是矩形．

证明：如图， $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$$\therefore AC \perp BD ,$$

$\because E, F, G, H$ 是中点，

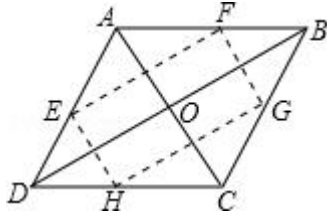
$$\therefore EF \parallel BD, FG \parallel AC ,$$

$$\therefore EF \perp FG ,$$

同理: $FG \perp HG$, $GH \perp EH$, $HE \perp EF$,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

故选: C.



【点评】 本题考查菱形的性质与判定定理, 矩形的判定定理以及三角形的中位线定理.

9. (3分) 随机安排甲、乙、丙3人在3天节日中值班, 每人值班一天, 则按“乙、甲、丙”的先后顺序值班的概率()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{6}$

【分析】 根据题意可得: 所有的排法共有六种, 只有一种排法符合要求, 进而根据有关公式求出答案即可.

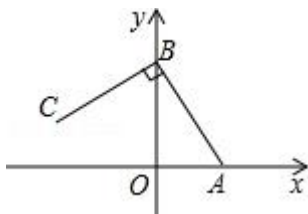
【解答】 解: 因为甲、乙、丙三人在3天节日中值班, 每人值班1天, 所以所有的情况为: 甲乙丙; 甲丙乙; 丙甲乙, 乙丙甲, 丙乙甲, 乙甲丙共有6种排法, 值班的情况为乙、甲、丙, 只有一种排法.

按“乙、甲、丙”的先后顺序值班的概率是: $\frac{1}{6}$.

故选: D.

【点评】 此题主要考查了可能事件的概率, 解题关键是列举出所有情况, 再根据概率公式计算即可.

10. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(a, 0)$, $B(0, b)$, 如果将线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 90° 至 CB , 那么点 C 的坐标是()



A. $(-b, b+a)$ B. $(-b, b-a)$ C. $(-a, b-a)$ D. $(b, b-a)$

【分析】 过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D , 根据旋转的性质可以证明 $\angle CBD = \angle BAO$, 然后证明 $\triangle ABO$ 与 $\triangle BCD$ 全等, 根据全等三角形对应边相等可得 BD 、 CD 的长度, 然后求出 OD 的长度, 最后根据点 C 在第二象限写出坐标即可.

【解答】解：如图，过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于点 D ，

$$\because \angle CBD + \angle ABO = 90^\circ, \quad \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle BAO,$$

$$\text{在 } \triangle ABO \text{ 与 } \triangle BCD \text{ 中, } \begin{cases} \angle CBD = \angle BAO \\ \angle BDC = \angle AOB, \\ BC = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore CD = OB, \quad BD = AO,$$

$$\because \text{点 } A(a, 0), \quad B(0, b),$$

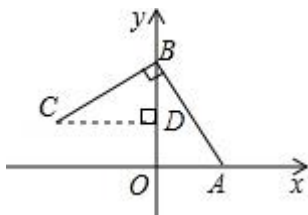
$$\therefore CD = b, \quad BD = a,$$

$$\therefore OD = OB - BD = b - a,$$

又 $\because$ 点 C 在第二象限，

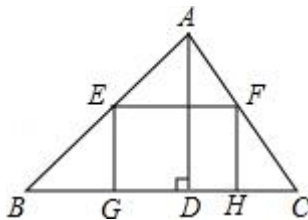
$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } (-b, b-a).$$

故选：B.



【点评】本题主要考查了旋转的性质，坐标与图形的关系，作出辅助线利用全等三角形求出 BD 、 CD 的长度是解题的关键．

11. (3分) 如图，有一块 $\triangle ABC$ 材料， $BC = 10$ ，高 $AD = 6$ ，把它加工成一个矩形零件，使矩形的一边 GH 在 BC 上，其余两个顶点 E, F 分别在 AB, AC 上，那么矩形 $EFHG$ 的周长 l 的取值范围是 ()



- A. $0 < l < 20$ B. $6 < l < 10$ C. $12 < l < 20$ D. $12 < l < 26$

【分析】设 $FH = y$ ，根据矩形的性质得出 $EF \parallel BC$ ，得出相似三角形，推出比例式，求出 EF 的值，根据 $EF = GH < BC$ ，求出 y 的范围，求出周长的值，根据不等式的性质即可推出周长的范围．

【解答】解：设 $FH = y$,

$\because$ 矩形 $EFGH$,

$\therefore EF \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AM}{AD},$$

$$\therefore \frac{EF}{10} = \frac{6-y}{6},$$

$$\therefore EF = 10 - \frac{5}{3}y,$$

$$\therefore l = 2(EF + FH) = 2\left(10 - \frac{5}{3}y + y\right) = 20 - \frac{4}{3}y,$$

$\because$ 矩形 $EFGH$ 在 $\triangle ABC$ 内,

$$\therefore 0 < EF < BC,$$

$$0 < 10 - \frac{5}{3}y < 10,$$

解得: $0 < y < 6$,

两边都乘以 $-\frac{4}{3}$ 得:

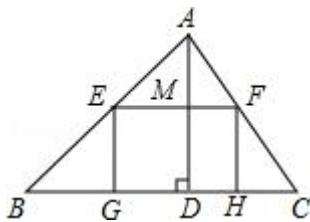
$$\therefore 0 > -\frac{4}{3}y > -8,$$

两边都加 20 得:

$$\therefore 20 > 20 - \frac{4}{3}y > 12,$$

即 $12 < l < 20$,

故选: C.



【点评】本题综合考查了相似三角形的性质和判定, 不等式的性质, 矩形的性质等知识, 此题有一点难度, 对学生提出较高要求, 但题型较好.

12. (3 分) 下面是一个按某种规律排列的数阵: 根据规律, 自然数 2 000 应该排在从上向下数的第 m 行, 是该行中的从左向右数的第 n 个数, 那么 $m+n$ 的值是 ()

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & & 1 & & & \\
 & & 2 & 3 & 4 & & \\
 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \\
 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots
 \end{array}$$

- A. 110 B. 109 C. 108 D. 107

【分析】 每行的最后一个数是这个行的行数 n 的平方，第 n 行的数字的个数是 $2n - 1$ ，所以 2000 在第 45 行，45 行最后一个数字是 2025，45 行有 89 个数字，第一个数字是 $2025 - 89 + 1 = 1937$ ，进而得出 2000 是第 64 个数据，从而得出答案．

【解答】 解：∵ 每行的最后一个数是这个行的行数 n 的平方，
第 n 行的数字的个数是 $2n - 1$ ，

$$\therefore 44^2 = 1936,$$

所以 2000 在第 45 行，

$$\therefore 45^2 = 2025,$$

∴ 45 行最后一个数字是 2025，

第 45 行有 $2 \times 45 - 1 = 89$ 个数字，第一个数字是 $2025 - 89 + 1 = 1937$ ，进而得出 2000 是第 64 个数据，

$$\therefore m = 45, n = 64,$$

$$\therefore m + n = 109.$$

故选：B．

【点评】 此题考查了规律型：数字的变化．解题关键是确定第 44 行的最后一个数字和第 45 行的第一个数字．

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13.（3 分）化简： $1 - \frac{a+2}{a-1} \div \frac{a^2-4}{a^2-2a+1} = -\frac{1}{a-2}$ ．

【分析】 先把除法转换成乘法进行计算，再通分计算减法．

【解答】 解：原式 $= 1 - \frac{a+2}{a-1} \times \frac{(a-1)^2}{(a+2)(a-2)}$

$$\begin{aligned}
 &= 1 - \frac{a-1}{a-2} \\
 &= \frac{a-2-a+1}{a-2} \\
 &= -\frac{1}{a-2},
 \end{aligned}$$

故答案是 $-\frac{1}{a-2}$.

【点评】本题考查了分式的混合运算，解题的关键是注意把分式的分子、分母因式分解.

14. (3分) 在平面直角坐标系中，函数 $y = -3x^2$ 的图象不动，将 x 轴、 y 轴分别向下、向右平移 2 个单位，那么在新坐标系下抛物线的顶点坐标是 $(-2, 2)$.

【分析】先判断出原抛物线的顶点，然后根据题中所述的平移规律求出新抛物线的顶点即可.

【解答】解：原抛物线的顶点为 $(0, 0)$,

$\therefore$ 把 x 轴、 y 轴分别向下、向右平移 2 个单位，

$\therefore$ 新抛物线的顶点为 $(-2, 2)$.

故答案为： $(-2, 2)$.

【点评】考查二次函数的平移问题，得到新抛物线的顶点是解决本题的易错点和关键点，可通过实际操作来辅助解题.

15. (3分) 在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ，腰 AB 的高 CD 与腰 AC 的夹角为 30° ，且 $CD = 2\sqrt{3}$ ，则底边 BC 的长为 4 或 $4\sqrt{3}$.

【分析】分类讨论：当等腰三角形 ABC 为锐角三角形，由 $CD \perp AB$ ， $\angle ACD = 30^\circ$ ，得 $\angle A = 60^\circ$ ，根据含 30° 度的直角三角形三边的关系得到 $DC = \sqrt{3}AD$ ， $AC = 2AD$ ，则易得 $AC = 4$ ，根据等腰三角形的性质由 $\angle A = 60^\circ$ 得 $\triangle ABC$ 为等边三角形，即可得到 $BC = 4$ ；当等腰三角形 ABC 为钝角三角形，由 $CD \perp AB$ ， $\angle ACD = 30^\circ$ ，得 $\angle DAC = 60^\circ$ ，而 $AB = AC$ ，则 $\angle B = 30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中根据含 30° 度的直角三角形三边的关系即可得到 BC 的长.

【解答】解：当等腰三角形 ABC 为锐角三角形，如图 1，

$\because CD \perp AB$ ， $\angle ACD = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore DC = \sqrt{3}AD$ ， $AC = 2AD$ ，

而 $CD = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore AD = 2$ ，

$\therefore AC = 4$ ，

又 $\because AB = AC$ ，而 $\angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形，

$$\therefore BC = 4;$$

当等腰三角形 ABC 为钝角三角形，如图 2，

$$\because CD \perp AB, \angle ACD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 60^\circ,$$

$$\because AC = AB,$$

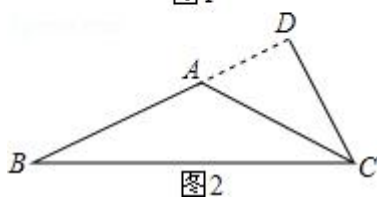
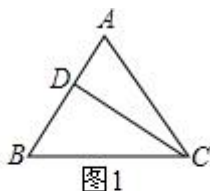
$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $CD = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore BC = 2CD = 4\sqrt{3}.$$

$$\therefore BC \text{ 为 } 4 \text{ 或 } 4\sqrt{3}.$$

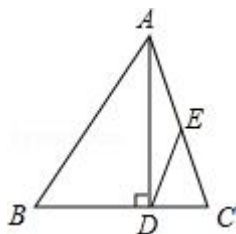
故答案为：4 或 $4\sqrt{3}$ 。



【点评】 本题考查了等腰三角形的性质：等腰三角形的两腰相等．也考查了含 30° 的直角三角形三边的关系以及分类讨论思想的运用．

16. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于 D ，如果 $BD = 9$ ， $DC = 5$ ， $\cos B = \frac{3}{5}$ ， E 为 AC

的中点，那么 $\sin \angle EDC$ 的值为 $\frac{12}{13}$ 。



【分析】 根据 $AD \perp BC$ 于 D ， $BD = 9$ ， $\cos B = \frac{3}{5}$ 求得 $AB = 15$ ，由勾股定理得 $AD = 12$ 、

$AC = 13$ ，再利用直角三角形的性质求得 $\angle EDC = \angle ECD$ ，从而利用 $\sin \angle EDC = \sin \angle ECD$ 求解。

【解答】解：∵ $AD \perp BC$ 于 D ， $BD = 9$ ， $\cos B = \frac{3}{5}$ ，

$$\therefore AB = BD \div \cos B = 9 \times \frac{5}{3} = 15,$$

∴ 由勾股定理得 $AD = 12$ ，

$$\therefore DC = 5,$$

$$\therefore AC = 13,$$

∵ E 为 AC 的中点，

$$\therefore ED = \frac{1}{2} AC = EC$$

$$\therefore \angle EDC = \angle ECD$$

$$\therefore \sin \angle EDC = \sin \angle ECD = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13};$$

故答案为 $\frac{12}{13}$ 。

【点评】本题考查了解直角三角形、直角三角形斜边上的中线及勾股定理的知识，考查的知识点比较多且碎。

17. (3分) 已知 2, 3, 5, m , n 五个数据的方差是 2, 那么 3, 4, 6, $m+1$, $n+1$ 五个数据的方差是 2。

【分析】方差是用来衡量一组数据波动大小的量，每个数都加 1 所以波动不会变，方差不变。

【解答】解：由题意知，原数据的平均数为 $\bar{x}$ ，新数据的每一个数都加了 1，则平均数变为 $\bar{x}+1$ ，

$$\text{则原来的方差 } S_1^2 = \frac{1}{5} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_5 - \bar{x})^2] = 2,$$

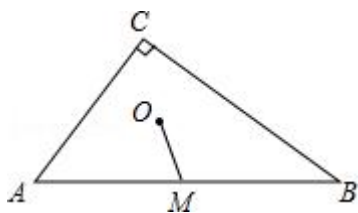
$$\begin{aligned} \text{现在的方差 } S_2^2 &= \frac{1}{5} [(x_1+1 - \bar{x}-1)^2 + (x_2+1 - \bar{x}-1)^2 + \cdots + (x_5+1 - \bar{x}-1)^2] \\ &= \frac{1}{5} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_5 - \bar{x})^2] = 2, \end{aligned}$$

所以方差不变。

故答案为 2。

【点评】本题考查了方差，注意：当数据都加上一个数（或减去一个数）时，方差不变，即数据的波动情况不变。

18. (3分) 如图，在直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 12$ ， $BC = 16$ ，点 O 为 $\triangle ABC$ 的内心，点 M 为斜边 AB 的中点，则 OM 的长为 $2\sqrt{5}$ 。



【分析】首先利用切线长定理求出 AF 的长，进而求出 FO ， FM ，即可求出 MO 的长度．

【解答】解：作 $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot O$ ，

设 $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 相切于点 E ， D ， F ，设 $AF = x$ ，

$$\because \angle C = 90^\circ, AC = 12, BC = 16,$$

$$\therefore AB = 20,$$

$$\therefore BD = BF = 20 - x, DC = EC = 12 - x,$$

$$\therefore 20 - x + 12 - x = 16,$$

$$\text{解得：} x = 8,$$

$\because$ 点 M 为斜边 AB 的中点，

$$\therefore AM = 10,$$

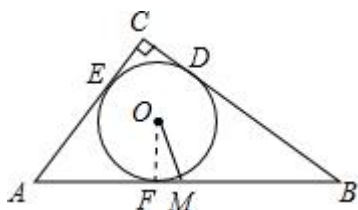
$$\therefore FM = 2,$$

$\because FO$ 是 $\triangle ABC$ 内切圆半径，

$$\therefore FO = \frac{12+16-20}{2} = 4,$$

$$\therefore OM = \sqrt{FO^2 + FM^2} = 2\sqrt{5}.$$

故答案为： $2\sqrt{5}$ ．



【点评】此题主要考查了内切圆的性质以及切线长定理，利用已知得出 FM 的长是解题关键．

三、解答题（共 6 小题，满分 66 分）

19.（7 分）计算： $\sqrt{48} - (2011 - 19\pi)^0 + |2\cos 30^\circ - 2| + (-1)^{-1}$ ．

【分析】先化简 $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ ，然后根据 $a^0 = 1$ （ $a \neq 0$ ）、特殊角的三角函数值以及负整数指数的意义得到原式 $= 4\sqrt{3} - 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 + (-1)$ ，再去绝对值合并即可．

【解答】解：原式 $= 4\sqrt{3} - 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 + (-1)$

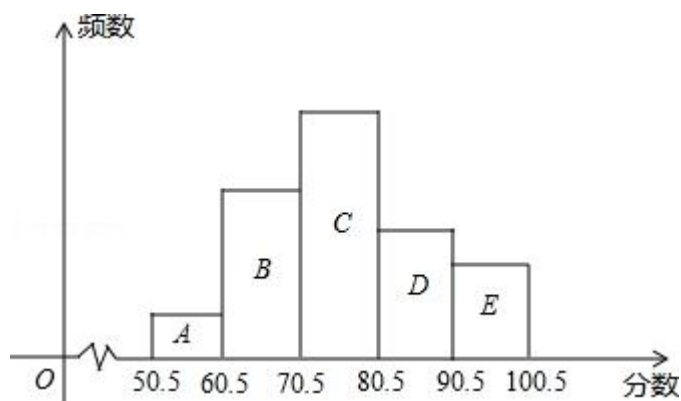
$$= 4\sqrt{3} - 1 + 2 - \sqrt{3} - 1$$

$$= 3\sqrt{3}.$$

【点评】本题考查了实数的运算：先计算乘方与开方，再进行乘除运算，然后进行加减运算．也考查了 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) 以及负整数指数的意义．

20. (10 分) 从某校参加科普知识竞赛的学生试卷中，抽取一个样本考查竞赛成绩的分布情况，将样本分成 A, B, C, D, E 五个组，绘制成如下频数分布直方图，图中从左到右 A, B, C, D, E 各小组的长方形的高的比是 $1: 4: 6: 3: 2$ ，且 E 组的频数是 10，请结合直方图提供的信息，解答下列问题：

- (1) 样本的容量是多少？
- (2) 通过计算说明样本数据中，中位数落在哪个组，并求该小组的频率；
- (3) 估计全校在这次竞赛中，成绩高于 70 分的学生人数占参赛人数的百分率．



- 【分析】(1) 根据 E 组的频数是 10，以及各小组的长方形的高的比求出即可；
- (2) 利用样本容量以及长方形的高求出各组频数即可；
- (3) 利用样本容量得出成绩高于 70 分的学生人数占参赛人数的百分率．

【解答】解：(1) 设样本容量为 x ，

由题意得 $\frac{2x}{1+4+6+3+2} = 10$ ，

解得： $x = 80$ ，

答：样本的容量是 80．

(2) A, B, C, D 各组的频数分别为

$$A: \frac{1}{16} \times 80 = 5, B: \frac{4}{16} \times 80 = 20, C: \frac{6}{16} \times 80 = 30, D: \frac{3}{16} \times 80 = 15.$$

由以上频数知：中位数落在 C 组；

C 组的频数为 30，频率为 $\frac{30}{80} = \frac{3}{8}$ （或 0.375）.

（3）样本中成绩高于 70 的人数为 $30+15+10=55$,

估计学校在这次竞赛中成绩高于 70 的人数占参赛人数的百分率为 $\frac{55}{80} \times 100\% = 68.75\%$.

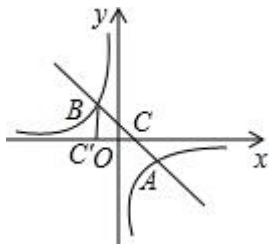
【点评】 此题主要考查了频数直方图的应用以及利用样本估计总体，根据已知得出样本容量是解题关键.

21.（10 分）如图，已知一次函数 $y = -x+1$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A, B 两点，

且点 A 的坐标为 $(2, t)$.

（1）求反比例函数的解析式和点 B 的坐标；

（2）直线 $y = -x+1$ 与 x 轴相交于点 C ，点 C 关于 y 轴的对称点为 C' ，求 $\triangle BCC'$ 的外接圆的周长.



【分析】（1）点 A 在一次函数的图象上，可得出 A 点的坐标，然后代入反比例函数的解析式即可求出答案；

（2）先求出点 C 和 C' 的坐标，继而可证明 $\triangle BCC'$ 是直角三角形， $\triangle BCC'$ 的外接圆的直径即为 BC ，继而即可求出周长.

【解答】解：（1） $\because$ 点 $A(2, t)$ 在直线 $y = -x+1$ 上，

$$\therefore t = -2+1 = -1,$$

$$\therefore \text{点 } A(2, -1).$$

又 $\because$ 点 $A(2, -1)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$$\therefore k = 2 \times (-1) = -2,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = -\frac{2}{x}.$$

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y = -x+1 \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -1 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 2 \end{cases},$$

∴点 B 的坐标为 $(-1, 2)$.

(2) ∵直线 $y = -x + 1$ 与 x 轴的交点 C 的坐标为 $(1, 0)$,

∴点 C 关于 y 轴的对称点 C' 的坐标为 $(-1, 0)$,

∴ $B(-1, 2)$, $C'(-1, 0)$, $C(1, 0)$,

∴ $BC' \perp x$ 轴于 C' , 且 $BC' = 2$, $CC' = 2$,

∴ $\triangle BCC'$ 是直角三角形,

$$\therefore BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

∴ $\triangle BCC'$ 的外接圆的半径为 $\frac{BC}{2} = \sqrt{2}$,

∴ $\triangle BCC'$ 的外接圆的周长 $= 2\sqrt{2}\pi$.

【点评】 本题考查待定系数法求反比例函数解析式以及反比例函数与一次函数的交点问题, 难度适中, 解答第二问的关键是证明出 $\triangle BCC'$ 是直角三角形.

22. (11 分) 某商场分两批购进同一种电子产品, 第二批单价比第一批单价多 10 元, 两批购进的数量和所用资金见下表:

	购进数量 (件)	所用资金 (元)
第一批	x	16000
第二批	$2x$	34000

(1) 该商场两次共购进这种电子产品多少件?

(2) 如果这两批电子产品每件售价相同, 除产品购买成本外, 每天还需其他销售成本 60 元, 第一批产品平均每天销售 10 件. 售完后, 因市场变化, 第二批电子产品比第一批平均每天少销售 2 件, 商场为了使这两批电子产品全部售完后总利润不低于 20%, 那么该商场每件电子产品的售价至少应为多少元?

【分析】 (1) 根据已知第二批单价比第一批单价多 10 元, 得出等式方程求出即可;

(2) 利用商场每件电子产品的售价为 y 元, 表示出利润, 进而得出即可.

【解答】 解: (1) 由题意得 $\frac{34000}{2x} - \frac{16000}{x} = 10$,

解这个方程得 $x = 100$,

经检验 $x = 100$ 是原方程的根且符合题意, $2x = 200$,

∴ $x + 2x = 100 + 200 = 300$.

答：该商场两次共购进这种电子产品 300 件.

(2) 设该商场每件电子产品的售价为 y 元,

$\therefore$ 第一批产品共销售 $\frac{100}{10}=10$ 天,

第二批产品共销售需 $\frac{200}{10-2}=25$ 天,

由题意得 $300y - 16000 - 34000 - 10 \times 60 - 25 \times 60 \geq (16000 + 34000) \times \frac{20}{100}$

解这个不等式得 $y \geq 207$.

答：该商场每件电子产品的售价至少应为 207 元.

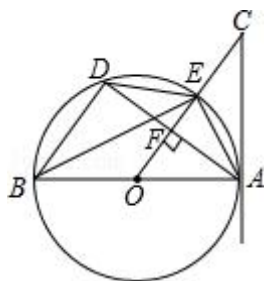
【点评】 此题主要考查了分式方程的应用，根据已知得出等式方程求出是解题关键.

23. (14 分) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 切 $\odot O$ 于点 A ， AD 是 $\odot O$ 的弦， $OC \perp AD$ 于 F 交 $\odot O$ 于 E ，连接 DE ， BE ， BD ， AE .

(1) 求证： $\angle C = \angle BED$;

(2) 如果 $AB = 10$ ， $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$ ，求 AC 的长;

(3) 如果 $DE \parallel AB$ ， $AB = 10$ ，求四边形 $AEDB$ 的面积.



【分析】 (1) 根据切线性质、垂直的性质、直角三角形的两个锐角互余的性质求得 $\angle C + \angle AOC = \angle AOC + \angle BAD = 90^\circ$ ，即 $\angle C = \angle BAD$ ；然后由圆周角定理推知 $\angle BED = \angle BAD$ ；最后由等量代换证得 $\angle C = \angle BED$ ；

(2) 根据锐角三角函数的定义求 AC 的长；

(3) 根据已知条件推知 $AE = BD = DE$ ，然后由圆的弧、弦、圆心角间的关系知 $\widehat{AE} = \widehat{BD} = \widehat{DE}$ ，从而求得 $\angle BAD = 30^\circ$ ；然后由直径 AB 所对的圆周角 $\angle ADB = 90^\circ$ 可以求得直角三角形 ABD 中 30° 所对的直角边是斜边的一半 $BD = \frac{1}{2}AB = 5$ ， $DE = 5$ ；最后

(过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H) 在直角三角形 HDA 中求得高线 DH 的长度，从而求得梯形 $ABDE$ 的面积.

【解答】(1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, CA 切 $\odot O$ 于 A ,

$$\therefore \angle C + \angle AOC = 90^\circ ;$$

又 $\because OC \perp AD$,

$$\therefore \angle OFA = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle BAD = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle C = \angle BAD.$$

又 $\because \angle BED = \angle BAD$,

$$\therefore \angle C = \angle BED.$$

(2) 解: 由 (1) 知 $\angle C = \angle BAD$, $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$,

$$\therefore \tan \angle C = \frac{3}{4}.$$

在 $\text{Rt}\triangle OAC$ 中, $\tan \angle C = \frac{OA}{AC}$, 且 $OA = \frac{1}{2}AB = 5$,

$$\therefore \frac{5}{AC} = \frac{3}{4}, \text{ 解得 } AC = \frac{20}{3}.$$

(3) 解: $\because OC \perp AD$, $\therefore \widehat{AE} = \widehat{ED}$, $\therefore AE = ED$,

又 $\because DE \parallel AB$, $\therefore \angle BAD = \angle EDA$, $\therefore \widehat{AE} = \widehat{BD}$,

$$\therefore AE = BD,$$

$$\therefore AE = BD = DE,$$

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{BD} = \widehat{DE},$$

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ ,$$

又 $\because AB$ 是直径, $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,

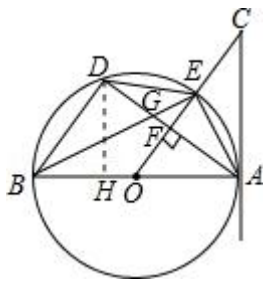
$$\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 5, DE = 5,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理得: $AD = 5\sqrt{3}$,

过点 D 作 $DH \perp AB$ 于 H ,

$$\because \angle HAD = 30^\circ , \therefore DH = \frac{1}{2}AD = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

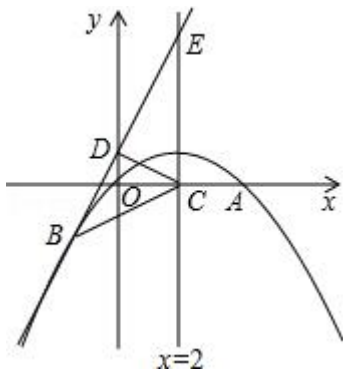
$$\therefore \text{四边形 } AEDB \text{ 的面积} = \frac{1}{2}(DE + AB) \cdot DH = \frac{1}{2} \times (5 + 10) \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{75\sqrt{3}}{4}.$$



【点评】 本题考查了圆周角定理、勾股定理、平行线的性质以及锐角三角函数的定义. 解题时, 注意知识的综合利用.

24. (14分) 如图, 已知抛物线经过原点 O , 与 x 轴交于另一点 A , 它的对称轴 $x=2$ 与 x 轴交于点 C , 直线 $y=2x+1$ 经过抛物线上一点 $B(m, -3)$, 且与 y 轴、直线 $x=2$ 分别交于点 D, E .

- (1) 求抛物线对应的函数解析式并用配方法把这个解析式化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式;
- (2) 求证: $CD \perp BE$;
- (3) 在对称轴 $x=2$ 上是否存在点 P , 使 $\triangle PBE$ 是直角三角形? 如果存在, 请求出点 P 的坐标, 并求出 $\triangle PAB$ 的面积; 如果不存在, 请说明理由.



【分析】 (1) 由对称轴设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+k$, 由直线 $y=2x+1$ 经过点 $B(m, -3)$, 可以求出 m 的值, 求出 B 点的坐标, 从而可以求出抛物线的解析式.

(2) 利用直线 BE 的解析式和对称轴求出 E 的坐标, 求出 CE 的值, 过点 B 作 BF 垂直于 x 轴于 F , 作 BH 垂直于直线 $x=2$ 于 H , 交 y 轴于点 Q , 利用勾股定理可以求得 $\triangle BCE$ 是等腰三角形, 且 $BD=DE$, 由等腰三角形的性质就得出结论.

(3) ①当 $\angle BPE=90^\circ$ 时, 点 P 与 (2) 中的点 H 重合, 可以求出 P 点的坐标, $\triangle PAB$ 的面积; 当 $\angle EBP=90^\circ$ 时, 设点 $P(2, y)$, 利用 $\triangle BHP \sim \triangle EHB$ 可以求出点 P 的坐标, 从而求出 $\triangle PAB$ 的面积.

【解答】 (1) 解: $\because$ 已知抛物线的对称轴为 $x=2$,
 $\therefore$ 设抛物线的解析式为 $y=a(x-2)^2+k$,

又 $\because$ 直线 $y=2x+1$ 经过点 $B(m, -3)$,

$$\therefore -3=2m+1, \text{ 解得, } m=-2,$$

$$\therefore \text{点 } B(-2, -3),$$

又 $\because$ 二次函数 $y=a(x-2)^2+k$ 的图象经过 $O(0, 0)$, $B(-2, -3)$,

$$\therefore \begin{cases} 0=a(0-2)^2+k \\ -3=a(-2-2)^2+k \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ k=1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+1.$$

$$(2) \text{ 证明: 由题意解方程组 } \begin{cases} y=2x+1 \\ x=2 \end{cases},$$

$$\text{得} \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为 } (2, 5), \therefore CE=5.$$

过点 B 作 BF 垂直于 x 轴于 F , 作 BH 垂直于直线 $x=2$ 于 H , 交 y 轴于点 Q ,

$$\therefore \text{点 } B(-2, -3), D(0, 1),$$

$$\therefore BF=3, BH=4, CH=BF=3, OD=1, EH=8, DQ=4.$$

在 $\text{Rt}\triangle BHE$, $\text{Rt}\triangle BQO$, $\text{Rt}\triangle BHC$ 中,

$$\text{由勾股定理得 } BE=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}, BD=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}, BC=\sqrt{4^2+3^2}=5$$

$$\therefore BD=\frac{1}{2}BE,$$

$$\text{又} \because EC=5,$$

$$\therefore BC=CE,$$

$$\therefore CD \perp BE.$$

(3) 解: 结论: 存在点 P , 使 $\triangle PBE$ 是直角三角形.

①当 $\angle BPE=90^\circ$ 时, 点 P 与 (2) 中的点 H 重合,

$$\therefore \text{此时点 } P \text{ 的坐标为 } (2, -3);$$

延长 BH 与过点 $A(4, 0)$ 且与 x 轴垂直的直线交于 M ,

$$\text{则 } S_{\triangle PAB} = S_{\triangle HAB} = S_{\triangle ABM} - S_{\triangle AHM} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 6;$$

②当 $\angle EBP = 90^\circ$ 时, 设点 $P(2, y)$,

$$\because E(2, 5), H(2, -3), B(-2, -3),$$

$$\therefore BH = 4, EH = 8, PH = -3 - y.$$

在 $\text{Rt}\triangle PBE$ 中, $BH \perp PE$,

$$\text{可证得 } \triangle BHP \sim \triangle EHB, \frac{HP}{BH} = \frac{BH}{EH}, \text{ 即 } \frac{-3-y}{4} = \frac{4}{8},$$

解得 $y = -5$,

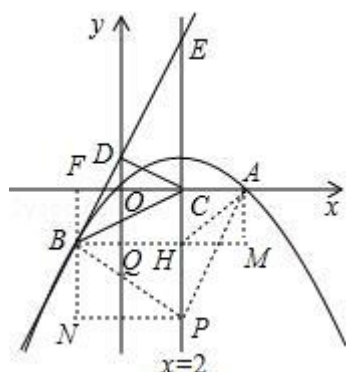
此时点 P 的坐标为 $(2, -5)$.

过点 P 与 x 轴平行的直线与 FB 的延长线交于点 N ,

$$\text{则 } S_{\triangle PAB} = S_{\text{梯形}APNF} - S_{\triangle FAB} - S_{\triangle BPN} = \frac{1}{2} \times (4+6) \times 5 - \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 12.$$

综合①, ②知点 P 的坐标为 $(2, -3)$, $\triangle PAB$ 的面积为 6; 或点 P 的坐标为 $(2, -5)$,

$\triangle PAB$ 的面积为 12.



【点评】 本题是一道二次函数的综合试题, 考查了待定系数法求二次函数的解析式, 三角形的面积, 勾股定理的运用, 相似三角形的判定与性质.