

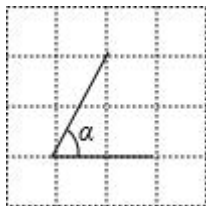
2011 年四川省乐山市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求．

1. (3 分) 小明家冰箱冷冻室的温度为 -5°C ，调高 4°C 后的温度为 ()

- A. 4°C B. 9°C C. -1°C D. -9°C

2. (3 分) 如图，在 4×4 的正方形网格中， $\tan \alpha =$ ()

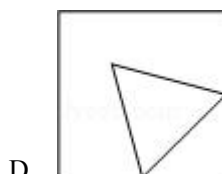
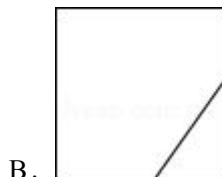
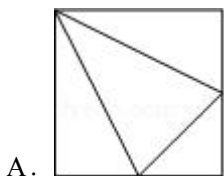
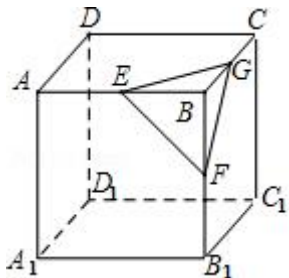


- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

3. (3 分) 下列函数中，自变量 x 的取值范围为 $x < 1$ 的是 ()

- A. $y = \frac{1}{1-x}$ B. $y = 1 - \frac{1}{x}$ C. $y = \sqrt{1-x}$ D. $y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

4. (3 分) 如图，在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 、 F 、 G 分别是 AB 、 BB_1 、 BC 的中点，沿 EG 、 EF 、 FG 将这个正方体切去一个角后，得到的几何体的俯视图是 ()

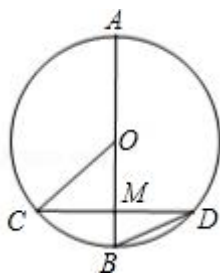


5. (3 分) 将抛物线 $y = -x^2$ 向左平移 2 个单位后，得到的抛物线的解析式是 ()

- A. $y = -(x+2)^2$ B. $y = -x^2+2$ C. $y = -(x-2)^2$ D. $y = -x^2-2$

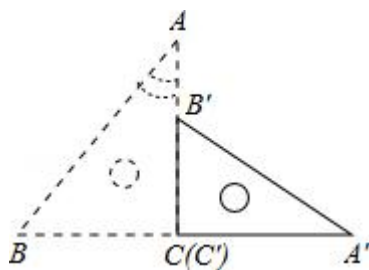
6. (3 分) 如图， CD 是 $\odot O$ 的弦，直径 AB 过 CD 的中点 M ，若 $\angle BOC = 40^{\circ}$ ，则 $\angle ABD$

= ()

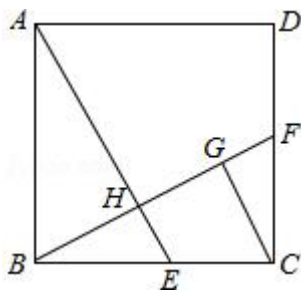


- A. 40° B. 60° C. 70° D. 80°

7. (3分) 如图, 直角三角板 ABC 的斜边 $AB = 12\text{cm}$, $\angle A = 30^\circ$, 将三角板 ABC 绕 C 顺时针旋转 90° 至三角板 $A'B'C'$ 的位置后, 再沿 CB 方向向左平移, 使点 B' 落在原三角板 ABC 的斜边 AB 上, 则三角板 $A'B'C'$ 平移的距离为 ()

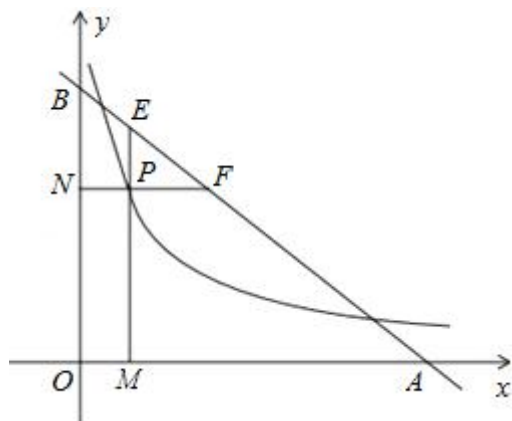


- A. 6cm B. 4cm C. $(6 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ D. $(4\sqrt{3} - 6)\text{cm}$
8. (3分) 已知一次函数 $y = ax + b$ 的图象过第一、二、四象限, 且与 x 轴交于点 $(2, 0)$, 则关于 x 的不等式 $a(x - 1) - b > 0$ 的解集为 ()
- A. $x < -1$ B. $x > -1$ C. $x > 1$ D. $x < 1$
9. (3分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是边 BC 、 CD 的中点, AE 交 BF 于点 H , $CG \parallel AE$ 交 BF 于点 G . 下列结论: ① $\tan \angle HBE = \cot \angle HEB$; ② $CG \cdot BF = BC \cdot CF$; ③ $BH = FG$; ④ $\frac{BC^2}{CF^2} = \frac{BG}{GF}$. 其中正确的序号是 ()



- A. ①②③ B. ②③④ C. ①③④ D. ①②④
10. (3分) 如图, 直线 $y = 6 - x$ 交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点, P 是反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 图

象上位于直线下方的点，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为点 M ，交 AB 于点 E ，过点 P 作 y 轴的垂线，垂足为点 N ，交 AB 于点 F 。则 $AF \cdot BE =$ ()



- A. 8 B. 6 C. 4 D. $6\sqrt{2}$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。把答案填在题中的横线上。

11. (3 分) 当 $x =$ _____ 时， $\frac{1}{x-2} = 1$.

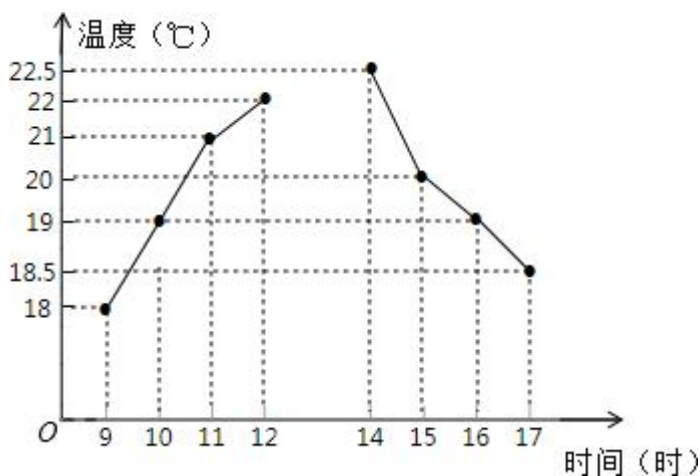
12. (3 分) 体育委员带了 500 元钱去买体育用品，已知一个足球 a 元，一个篮球 b 元。则代数式 $500 - 3a - 2b$ 表示的数为_____。

13. (3 分) 数轴上点 A 、 B 的位置如图所示，若点 B 关于点 A 的对称点为 C ，则点 C 表示的数为_____。



14. (3 分) 如图是小强同学根据乐山城区某天上午和下午四个整时点的气温绘制成的折线图。请你回答：该天上午和下午的气温哪个更稳定？

答：_____；理由是_____。

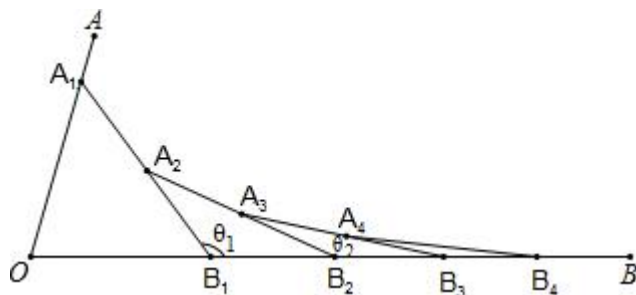


15. (3 分) 若 m 为正实数，且 $m - \frac{1}{m} = 3$ ，则 $m^2 - \frac{1}{m^2} =$ _____。

16. (3分) 如图, 已知 $\angle AOB = \alpha$, 在射线 OA 、 OB 上分别取点 $OA_1 = OB_1$, 连接 A_1B_1 , 在 B_1A_1 、 B_1B 上分别取点 A_2 、 B_2 , 使 $B_1B_2 = B_1A_2$, 连接 A_2B_2 ...按此规律上去, 记 $\angle A_2B_1B_2 = \theta_1$, $\angle A_3B_2B_3 = \theta_2$, $\dots$, $\angle A_{n+1}B_nB_{n+1} = \theta_n$, 则

(1) $\theta_1 =$ _____;

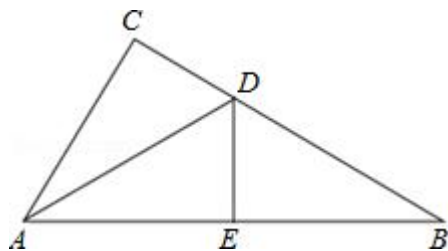
(2) $\theta_n =$ _____.



三、本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分.

17. (9分) 计算: $|-2| - \frac{3}{\cos 30^\circ} + (\frac{1}{3})^{-1} + \sqrt{12}$.

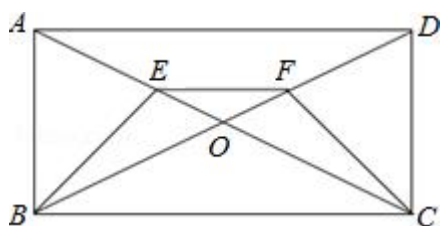
18. (9分) 如图, 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle CAB$ 的平分线 AD 交 BC 于 D , 若 DE 垂直平分 AB , 求 $\angle B$ 的度数.



19. (9分) 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+y=6a \end{cases}$ 的解满足不等式 $x+y < 3$, 求实数 a 的取值范围.

四、本大题共 3 小题, 每小题 10 分, 共 30 分.

20. (10分) 如图, E 、 F 分别是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 上的点, 且 $AE = DF$. 求证: $BE = CF$.



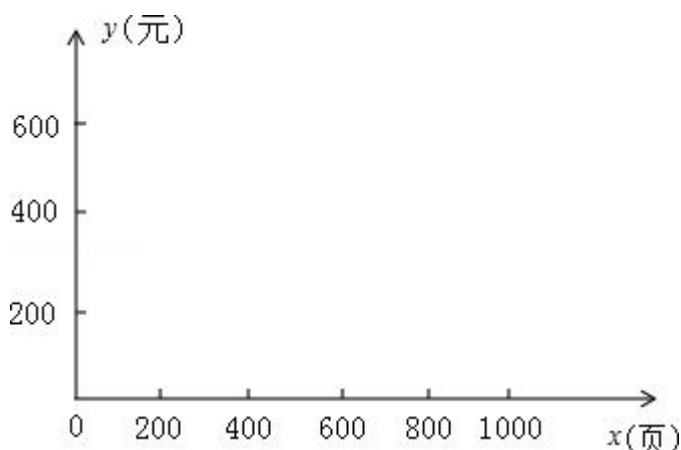
21. (10分) 某学校的复印任务原来由甲复印社承接, 其收费 y (元) 与复印页数 x (页) 的关系如下表:

x (页)	100	200	400	1000	...
y (元)	40	80	160	400	

(1) 若 y 与 x 满足初中学过的某一函数关系, 求函数的解析式;

(2) 现在乙复印社表示: 若学校先按每月付给 200 元的承包费, 则可按每页 0.15 元收费. 则乙复印社每月收费 y (元) 与复印页数 x (页) 的函数关系为_____;

(3) 在给出的坐标系内画出 (1)、(2) 中的函数图象, 并回答每月复印页数在 1200 左右应选择哪个复印社?



22. (10 分) 在一个不透明的口袋里装有四个分别标有 1、2、3、4 的小球, 它们的形状、大小等完全相同. 小明先从口袋里随机不放回地取出一个小球, 记下数字为 x ; 小红在剩下三个小球中随机取出一个小球, 记下数字 y .

(1) 计算由 x 、 y 确定的点 (x, y) 在函数 $y = -x + 6$ 图象上的概率;

(2) 小明、小红约定做一个游戏, 其规则是: 若 x 、 y 满足 $xy > 6$, 则小明胜; 若 x 、 y 满足 $xy < 6$, 则小红胜. 这个游戏规则公平吗? 说明理由; 若不公平, 怎样修改游戏规则才对双方公平?

五、本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分, 其中第 23 题为选做题

23. (10 分) 选做题: 从甲、乙两题中选做一题, 如果两题都做, 只以甲题计分.

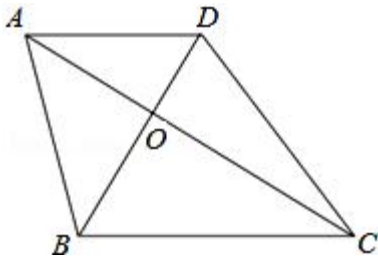
题甲: 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2(a-1)x + a^2 - 7a - 4 = 0$ 的两根为 x_1 、 x_2 , 且满足 $x_1x_2 - 3x_1 - 3x_2 - 2 = 0$. 求 $(1 + \frac{4}{a^2 - 4}) \cdot \frac{a+2}{a}$ 的值.

题乙: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AD = 2$, $BC = BD = 3$, $AC = 4$.

(1) 求证: $AC \perp BD$;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.

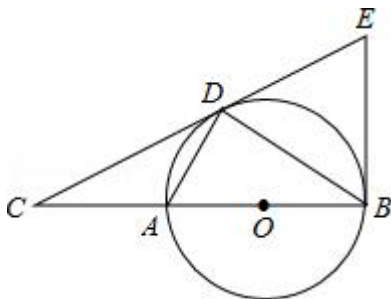
我选做的是_____题.



24. (10分) 如图, D 为 $\odot O$ 上一点, 点 C 在直径 BA 的延长线上, 且 $\angle CDA = \angle CBD$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 CD 的延长线于点 E , 若 $BC = 6$, $\tan \angle CDA = \frac{2}{3}$, 求 BE 的长.



六、本大题共 2 小题, 第 25 题 12 分, 第 26 题 13 分, 共计 25 分

25. (12分) 如图 (1), 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 点 E 在 AC 上, BE 交 CD 于点 G , $EF \perp BE$ 交 AB 于点 F , 若 $AC = mBC$, $CE = nEA$ (m, n 为实数). 试探究线段 EF 与 EG 的数量关系.

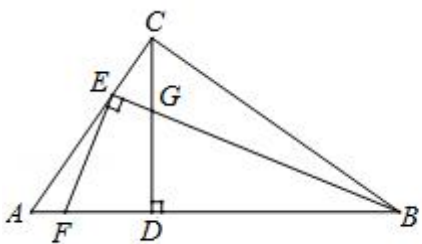


图 (1)

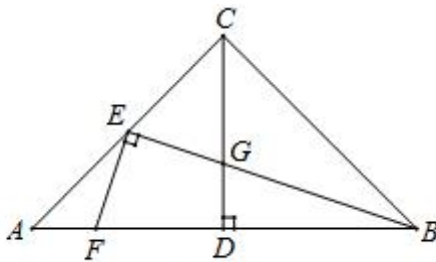


图 (2)

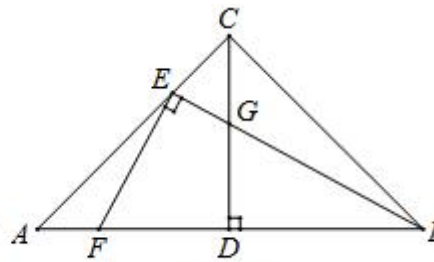


图 (3)

(1) 如图 (2), 当 $m = 1$, $n = 1$ 时, EF 与 EG 的数量关系是_____. 证明:

(2) 如图 (3), 当 $m = 1$, n 为任意实数时, EF 与 EG 的数量关系是_____. 证明:

(3) 如图 (1), 当 m, n 均为任意实数时, EF 与 EG 的数量关系是_____. (写出关系式, 不必证明)

26. (13分) 已知顶点为 $A(1, 5)$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $B(5, 1)$.

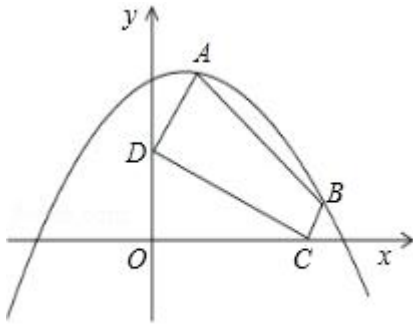
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图(1), 设 C, D 分别是 x 轴、 y 轴上的两个动点, 求四边形 $ABCD$ 的最小周长;

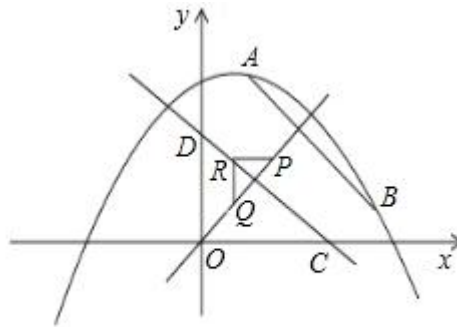
(3) 在(2)中, 当四边形 $ABCD$ 的周长最小时, 作直线 CD . 设点 $P(x, y) (x > 0)$ 是直线 $y = x$ 上的一个动点, Q 是 OP 的中点, 以 PQ 为斜边按图(2)所示构造等腰直角三角形 PQR .

①当 $\triangle PQR$ 与直线 CD 有公共点时, 求 x 的取值范围;

②在①的条件下, 记 $\triangle PQR$ 与 $\triangle COD$ 的公共部分的面积为 S . 求 S 关于 x 的函数关系式, 并求 S 的最大值.



图(1)



图(2)

2011 年四川省乐山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求．

1. 【分析】原来的温度为 -5°C ，调高 4°C ，实际就是转换成有理数的加法运算．

【解答】解： $-5+4$

$$= -1$$

故选：C．

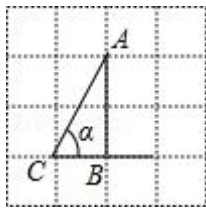
【点评】本题主要考查从实际问题抽象出有理数的加法运算．

2. 【分析】求一个角的正切值，可将其转化到直角三角形中，利用直角三角函数关系解答．

【解答】解：如图，在直角 $\triangle ACB$ 中，令 $AB = 2$ ，则 $BC = 1$ ；

$$\therefore \tan \alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{1} = 2;$$

故选：B．



【点评】本题考查锐角三角函数的定义及运用，可将其转化到直角三角形中解答，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边．

3. 【分析】根据函数自变量的取值得到 $x < 1$ 的取值的选项即可．

【解答】解：A、自变量的取值为 $x \neq 1$ ，不符合题意；

B、自变量的取值为 $x \neq 0$ ，不符合题意；

C、自变量的取值为 $x \leq 1$ ，不符合题意；

D、自变量的取值为 $x < 1$ ，符合题意．

故选：D．

【点评】考查函数自变量取值范围的应用；考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数．

4. 【分析】找到从上面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在俯视图中．

【解答】解：从上面看易得 1 个正方形，但上面少了一个角，在俯视图中，右下角有一条线段．

故选：B.

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

5. 【分析】易得原抛物线的顶点和平移后新抛物线的顶点，根据平移不改变二次项的系数用顶点式可得所求抛物线.

【解答】解： $\because$ 原抛物线的顶点为 $(0, 0)$,

$\therefore$ 新抛物线的顶点为 $(-2, 0)$,

设新抛物线的解析式为 $y = -(x-h)^2+k$,

$\therefore$ 新抛物线解析式为 $y = -(x+2)^2$,

故选：A.

【点评】考查二次函数的几何变换；用到的知识点为：二次函数的平移不改变二次项的系数；左右平移只改变顶点的横坐标，左加右减.

6. 【分析】 $\angle BOC$ 与 $\angle BDC$ 为 $\widehat{BC}$ 所对的圆心角与圆周角，根据圆周角定理可求 $\angle BDC$ ，由垂径定理可知 $AB \perp CD$ ，在 $\text{Rt}\triangle BDM$ 中，由互余关系可求 $\angle ABD$.

【解答】解： $\because \angle BOC$ 与 $\angle BDC$ 为 $\widehat{BC}$ 所对的圆心角与圆周角，

$$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = 20^\circ,$$

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的弦，直径 AB 过 CD 的中点 M ,

$\therefore AB \perp CD$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle BDM$ 中， $\angle ABD = 90^\circ - \angle BDC = 70^\circ$.

故选：C.

【点评】本题考查了垂径定理，圆周角定理的运用.关键是由圆周角定理得出 $\angle BOC$ 与 $\angle BDC$ 的关系.

7. 【分析】如图，过 B' 作 $B'D \perp AC$ ，垂足为 B' ，则三角板 $A'B'C'$ 平移的距离为 $B'D$ 的长，根据 $AB' = AC - B'C$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle AB'D$ 中，解直角三角形求 $B'D$ 即可.

【解答】解：如图，过 B' 作 $B'D \perp AC$ ，垂足为 B' ，

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB = 12$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 6, \quad AC = AB \cdot \cos 30^\circ = 6\sqrt{3},$$

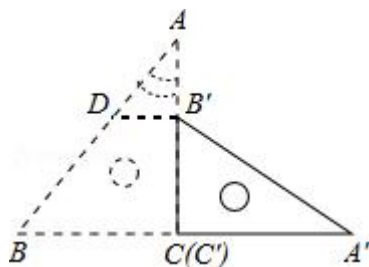
由旋转的性质可知 $B'C = BC = 6$,

$$\therefore AB' = AC - B'C = 6\sqrt{3} - 6,$$

在 $\text{Rt}\triangle AB'D$ 中, $\because \angle A = 30^\circ$,

$$\therefore B'D = AB' \cdot \tan 30^\circ = (6\sqrt{3} - 6) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = (6 - 2\sqrt{3}) \text{ cm}.$$

故选: C.



【点评】 本题考查了旋转的性质, 30° 直角三角形的性质, 平移的问题. 关键是找出表示平移长度的线段, 把问题集中在小直角三角形中求解.

8. **【分析】** 根据一次函数 $y = ax + b$ 的图象过第一、二、四象限, 得到 $b > 0$, $a < 0$, 把 $(2, 0)$ 代入解析式 $y = ax + b$ 求出 $\frac{b}{a} = -2$, 解 $a(x - 1) - b > 0$, 得 $x - 1 < \frac{b}{a}$, 代入即可求出答案.

【解答】 解: $\because$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象过第一、二、四象限,

$$\therefore b > 0, a < 0,$$

把 $(2, 0)$ 代入解析式 $y = ax + b$ 得: $0 = 2a + b$,

$$\text{解得: } 2a = -b$$

$$\frac{b}{a} = -2,$$

$$\therefore a(x - 1) - b > 0,$$

$$\therefore a(x - 1) > b,$$

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore x - 1 < \frac{b}{a},$$

$$\therefore x < -1,$$

故选: A.

【点评】 本题主要考查对一次函数与一元一次不等式的关系, 一次函数的性质, 一次函数图象上点的坐标特征, 解一元一次不等式等知识点的理解和掌握, 能根据一次函数的性质得出 a 、 b 的正负, 并正确地解不等式是解此题的关键.

9. **【分析】** ①根据正方形的性质求证 $\triangle BHE$ 为直角三角形即可得出结论;

②由①求证 $\triangle CGF \sim \triangle BCF$. 利用其对应边成比例即可求得结论;

③由①求证 $\triangle BHE \cong \triangle CGF$ 即可得出结论,

④利用相似三角形对应边成比例即可求得结论.

【解答】解: ① $\because$ 在正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是边 BC 、 CD 的中点,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle BCF,$$

$$\therefore \angle BEA = \angle CFB,$$

$$\because CG \parallel AE,$$

$$\therefore \angle GCB = \angle AEB$$

$$\therefore \angle CFG = \angle GCB,$$

$$\therefore \angle CFG + \angle GCF = 90^\circ \text{ 即 } \triangle CGF \text{ 为直角三角形},$$

$$\therefore CG \parallel AE \text{ 交 } BF \text{ 于点 } G,$$

$$\therefore \triangle BHE \text{ 也为直角三角形},$$

$$\therefore \tan \angle HBE = \cot \angle HEB;$$

$$\therefore \text{①正确}.$$

②由①可得 $\triangle CGF \sim \triangle BCF$,

$$\therefore \frac{CG}{BC} = \frac{CF}{BF},$$

$$\therefore CG \cdot BF = BC \cdot CF,$$

$$\therefore \text{②正确};$$

③由①得 $\triangle BHE \cong \triangle CGF$,

$$\therefore BH = CG, \text{ 而不是 } BH = FG$$

$$\therefore \text{③ } BH = FG \text{ 错误};$$

④ $\because \triangle BCG \sim \triangle BFC$,

$$\therefore \frac{BC}{BF} = \frac{BG}{BC}, \text{ 即 } BC^2 = BG \cdot BF,$$

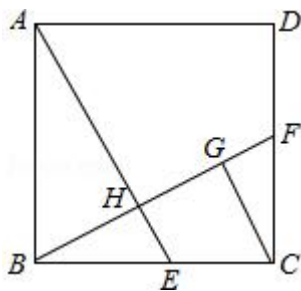
同理可得 $\triangle BCF \sim \triangle CGF$,

$$\text{可得 } CF^2 = BF \cdot GF,$$

$$\therefore \frac{BC^2}{CF^2} = \frac{BG}{GF},$$

$$\therefore \text{④正确, 综上所述, 正确的有①②④}.$$

故选: D .



【点评】此题主要考查相似三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，锐角三角函数的定义等知识点的理解和掌握，步骤繁琐，有一定的拔高难度，属于中档题．

10. 【分析】首先作辅助线：过点 E 作 $EC \perp OB$ 于 C ，过点 F 作 $FD \perp OA$ 于 D ，然后由直线 $y = 6 - x$ 交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点，求得点 A 与 B 的坐标，则可得 $OA = OB$ ，即可得 $\triangle AOB$ ， $\triangle BCE$ ， $\triangle ADF$ 是等腰直角三角形，则可得 $AF \cdot BE = \sqrt{2}CE \cdot \sqrt{2}DF = 2CE \cdot DF$ ，又由四边形 $CEPN$ 与 $MDFP$ 是矩形，可得 $CE = PN$ ， $DF = PM$ ，根据反比例函数的性质即可求得答案．

【解答】解：过点 E 作 $EC \perp OB$ 于 C ，过点 F 作 $FD \perp OA$ 于 D ，

$\because$ 直线 $y = 6 - x$ 交 x 轴、 y 轴于 A 、 B 两点，

$\therefore A(6, 0)$ ， $B(0, 6)$ ，

$\therefore OA = OB$ ，

$\therefore \angle ABO = \angle BAO = 45^\circ$ ，

$\therefore BC = CE$ ， $AD = DF$ ，

$\because PM \perp OA$ ， $PN \perp OB$ ，

$\therefore$ 四边形 $CEPN$ 与 $MDFP$ 是矩形，

$\therefore CE = PN$ ， $DF = PM$ ，

$\because P$ 是反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 图象上的一点，

$\therefore PN \cdot PM = 4$ ，

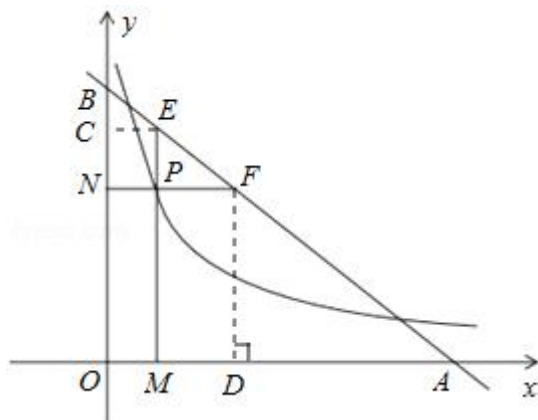
$\therefore CE \cdot DF = 4$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中， $BE = \frac{CE}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}CE$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中， $AF = \frac{DF}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2}DF$ ，

$\therefore AF \cdot BE = \sqrt{2}CE \cdot \sqrt{2}DF = 2CE \cdot DF = 8$ ．

故选：A．



【点评】此题考查了反比例函数的性质，以及矩形、等腰直角三角形的性质．解题的关键是注意数形结合与转化思想的应用．

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．把答案填在题中的横线上．

11. 【分析】首先去掉分母，然后解一元一次方程，最后检验即可求解．

【解答】解： $\frac{1}{x-2}=1$ ，

去分母得

$$x-2=1,$$

$$\therefore x=3,$$

检验：当 $x=3$ 时， $x-2 \neq 0$ ，

$\therefore$ 原方程的根为 $x=3$ ．

故答案为：3．

【点评】此题主要考查了解分式方程，其中：（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解；（2）解分式方程一定要注意要验根．

12. 【分析】本题需先根据买一个足球 a 元，一个篮球 b 元的条件，表示出 $3a$ 和 $2b$ 的意义，最后得出正确答案即可．

【解答】解： $\because$ 买一个足球 a 元，一个篮球 b 元．

$\therefore 3a$ 表示委员买了 3 个足球

$2b$ 表示买了 2 个篮球

$\therefore$ 代数式 $500-3a-2b$ ：表示委员买了 3 个足球、2 个篮球，剩余的经费．

故答案为：体育委员买了 3 个足球、2 个篮球，剩余的经费

【点评】本题主要考查了列代数式，在解题时要根据题意表示出各项的意义是本题的关键．

13. 【分析】点 A 表示的数是 -1 ，点 B 表示的数是 3 ，所以， $|AB|=4$ ；点 B 关于点 A 的对称点为 C ，所以，点 C 到点 A 的距离 $|AC|=4$ ，即，设点 C 表示的数为 x ，则， $-1-x=4$ ，解出即可解答；

【解答】解：如图，点 A 表示的数是 -1 ，点 B 表示的数是 3 ，所以， $|AB|=4$ ；

又点 B 关于点 A 的对称点为 C ，所以，点 C 到点 A 的距离 $|AC|=4$ ，

设点 C 表示的数为 x ，

则， $-1-x=4$ ，

$x=-5$ ；

故答案为： -5 ．

【点评】此题综合考查了数轴、绝对值的有关内容，用几何方法借助数轴来求解，非常直观，且不容易遗漏，体现了数形结合的优点．

14. 【分析】方差就是各变量值与其均值离差平方的平均数，根据方差公式计算即可，所以计算方差前要先算出平均数，然后再利用方差公式计算．

【解答】解： $\bar{x}_{\text{上}}=(18+19+21+22)\div 4=20$ ，

$\bar{x}_{\text{下}}=(22.5+20+19+18.5)\div 4=20$ ，

$S_{\text{上}}^2=[(18-20)^2+(19-20)^2+(21-20)^2+(22-20)^2]\div 4=2.5$ ，

$S_{\text{下}}^2=[(22.5-20)^2+(20-20)^2+(19-20)^2+(18.5-20)^2]\div 4=2.375$ ，

$\therefore S_{\text{上}}^2>S_{\text{下}}^2$ ，

$\therefore$ 下午的气温更稳定．

故答案为：下午；因为上午的方差大于下午的方差；

【点评】此题主要考查了方差的计算方法，方差是各变量值与其平均值的差平方的平均数，它是测算数值型数据离散程度的最重要的方法．

15. 【分析】由 $m-\frac{1}{m}=3$ ，得 $m^2-3m-1=0$ ，即 $(m-\frac{3}{2})^2=\frac{13}{4}$ ，因为 m 为正实数，可得出 m 的值，代入 $m^2-\frac{1}{m^2}$ ，解答出即可；

【解答】解：法一：由 $m-\frac{1}{m}=3$ 得，

得 $m^2-3m-1=0$ ，即 $(m-\frac{3}{2})^2=\frac{13}{4}$ ，

$\therefore m_1=\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ ， $m_2=\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ ，

因为 m 为正实数, $\therefore m = \frac{3+\sqrt{13}}{2}$,

$$\therefore m^2 - \frac{1}{m^2} = \left(m - \frac{1}{m}\right) \left(m + \frac{1}{m}\right)$$

$$= 3 \times \left(\frac{3+\sqrt{13}}{2} + \frac{1}{\frac{3+\sqrt{13}}{2}}\right),$$

$$= 3 \times \frac{(3+\sqrt{13})^2 + 4}{2(3+\sqrt{13})},$$

$$= 3\sqrt{13};$$

法二: 由 $m - \frac{1}{m} = 3$ 平方得: $m^2 + \frac{1}{m^2} - 2 = 9$,

$m^2 + \frac{1}{m^2} + 2 = 13$, 即 $\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = 13$, 又 m 为正实数,

$$\therefore m + \frac{1}{m} = \sqrt{13},$$

$$\text{则 } m^2 - \frac{1}{m^2} = \left(m + \frac{1}{m}\right) \left(m - \frac{1}{m}\right) = 3\sqrt{13}.$$

故答案为: $3\sqrt{13}$.

【点评】 本题考查了完全平方公式、平方差公式, 求出 m 的值代入前, 一定要把代数式分解完全, 可简化计算步骤.

16. **【分析】** 设 $\angle A_1B_1O = x$, 根据等腰三角形性质和三角形内角和定理得 $\alpha + 2x = 180^\circ$, $x = 180^\circ - \theta_1$, 即可求得 $\theta_1 = \frac{180^\circ + \alpha}{2}$; 同理求得 $\theta_2 = \frac{180^\circ + \theta_1}{2}$; 即可发现其中的规律, 按照此规律即可求得答案.

【解答】 解: (1) 设 $\angle A_1B_1O = x$,

则 $\alpha + 2x = 180^\circ$, $x = 180^\circ - \theta_1$,

$$\therefore \theta_1 = \frac{180^\circ + \alpha}{2};$$

(2) 设 $\angle A_2B_2B_1 = y$,

则 $\theta_2 + y = 180^\circ$ ①, $\theta_1 + 2y = 180^\circ$ ②,

① $\times 2 -$ ② 得: $2\theta_2 - \theta_1 = 180^\circ$,

$$\therefore \theta_2 = \frac{180^\circ + \theta_1}{2};$$

...

$$\theta_n = \frac{(2^n - 1) \cdot 180^\circ + \alpha}{2^n}.$$

故答案为: (1) $\frac{180^\circ + \alpha}{2}$; (2) $\theta_n = \frac{(2^n - 1) \cdot 180^\circ + \alpha}{2^n}.$

【点评】此题主要考查学生对等腰三角形性质和三角形内角和定理的理解和掌握，解答此题的关键是总结归纳出规律.

三、本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分.

17. 【分析】根据绝对值的性质，特殊角的三角函数值，负指数幂以及根式的性质即可解答本题.

【解答】解：原式 $= 2 - 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 + 2\sqrt{3}.$

$= 5.$

【点评】本题考查了绝对值的性质，特殊角的三角函数值，负指数幂以及根式的性质，难度适中.

18. 【分析】根据 DE 垂直平分 AB ，求证 $\angle DAE = \angle B$ ，再利用角平分线的性质和三角形内角和定理，即可求得 $\angle B$ 的度数.

【解答】解： $\because$ 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的平分线 AD 交 BC 于 D ，

$$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle CAB = \frac{1}{2} (90^\circ - \angle B),$$

$\because DE$ 垂直平分 AB ，

$$\therefore AD = BD,$$

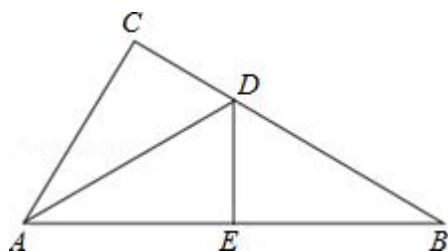
$$\therefore \angle DAE = \angle B,$$

$$\therefore \angle DAE = \frac{1}{2} \angle CAB = \frac{1}{2} (90^\circ - \angle B) = \angle B,$$

$$\therefore 3\angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ.$$

答：若 DE 垂直平分 AB ， $\angle B$ 的度数为 30° .



【点评】此题考查的知识点为线段垂直平分线的性质，角平分线的性质，三角形内

角和定理等知识点，比较简单，适合学生的训练.

19. 【分析】先解方程组，求得 x 、 y 的值，再根据 $x+y < 3$ ，解不等式即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} x-y=3 \text{ ①} \\ 2x+y=6a \text{ ②} \end{cases}$$

①+②得， $3x = 6a+3$,

解得 $x = 2a+1$,

将 $x = 2a+1$ 代入①得， $y = 2a - 2$,

$\therefore x+y < 3$,

$\therefore 2a+1+2a - 2 < 3$,

即 $4a < 4$,

$a < 1$.

【点评】本题是一元一次不等式和二元一次方程组的综合题，是中档题，难度适中.

四、本大题共 3 小题，每小题 10 分，共 30 分.

20. 【分析】根据矩形对角线的性质，矩形对角线互相平分且相等，可知 $EO = FO$, $BO = CO$,

$\angle BOE = \angle COF$, 可知 $\triangle BOE \cong \triangle COF$, 即可得出 $BE = CF$.

【解答】证明： $\because$ 矩形 $ABCD$ 的对角线为 AC 和 BD ,

$\therefore AO = CO = BO = DO$,

$\because E$ 、 F 分别是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 上的点， $AE = DF$,

$\therefore EO = FO$,

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle COF$ 中，

$$\therefore \begin{cases} EO=FO \\ \angle EOB=\angle FOC \\ BO=CO \end{cases}$$

$\therefore \triangle BOE \cong \triangle COF$ (SAS),

$\therefore BE = CF$.

【点评】本题考查了矩形对角线互相平分且相等，全等三角形的判定方法以及全等三角形对应边相等的性质，难度适中.

21. 【分析】(1) 待定系数法设一次函数关系式，把任意两点代入，求得相应的函数解析式，看其余点的坐标是否适合即可.

(2) 根据乙复印社每月收费 = 承包费 + 按每页 0.15 元的复印费用，可得相应的函数解析式；

(3) 先画出函数图象，找到交点坐标，即可作出判断.

【解答】解：(1) 设解析式为 $y = kx + b$ ，将 $(100, 40)$ ， $(200, 80)$ 代入得

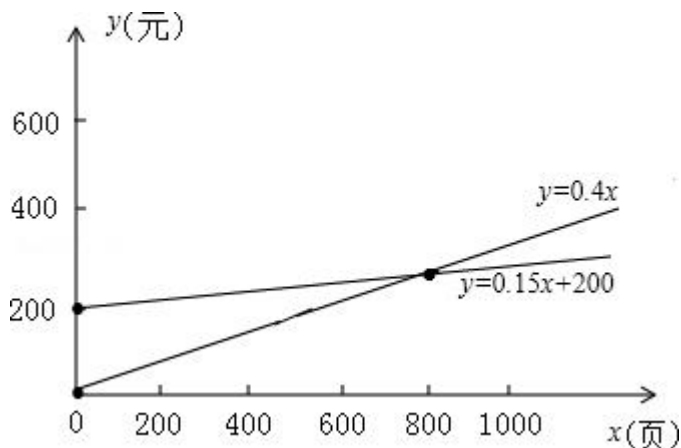
$$\begin{cases} 100k + b = 40 \\ 200k + b = 80 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k = 0.4 \\ b = 0 \end{cases},$

故 $y = 0.4x$ ($x > 0$ 且为整数);

(2) 乙复印社每月收费 y (元) 与复印页数 x (页) 的函数关系为: $y = 0.15x + 200$ ($x \geq 0$ 且为整数).

(3) 作图如下，由图形可知每月复印页数在 1200 左右应选择乙复印社.

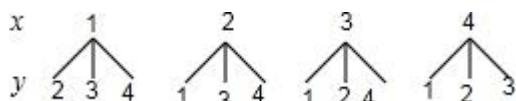


【点评】本题主要考查用待定系数法求一次函数关系式，并会用一次函数研究实际问题，具备在直角坐标系中的作图能力. 注意自变量的取值范围不能遗漏.

22. **【分析】**(1) 画树形图，展示所有可能的 12 种结果，其中有点 $(2, 4)$ ， $(4, 2)$ 满足条件，根据概率的概念计算即可；

(2) 先根据概率的概念分别计算出 $P_{\text{(小明胜)}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ ； $P_{\text{(小红胜)}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ；判断游戏规则不公平. 然后修改游戏规则，使它们的概率相等.

【解答】解：(1) 画树形图：



所以共有 12 个点: $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(2, 1)$, $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(4, 3)$,

其中满足 $y = -x+6$ 的点有 $(2, 4), (4, 2)$,

所以点 (x, y) 在函数 $y = -x+6$ 图象上的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$;

(2) 满足 $xy > 6$ 的点有 $(2, 4), (4, 2), (4, 3), (3, 4)$, 共 4 个;

满足 $xy < 6$ 的点有 $(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (3, 1), (4, 1)$, 共 6 个,

所以 $P_{(\text{小明胜})} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $P_{(\text{小红胜})} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$;

$$\therefore \frac{1}{3} \neq \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 游戏规则不公平.

游戏规则可改为: 若 x, y 满足 $xy \geq 6$, 则小明胜; 若 x, y 满足 $xy < 6$, 则小红胜.

【点评】 本题考查了关于游戏公平性的问题: 先利用图表或树形图展示所有可能的结果数, 然后计算出两个事件的概率, 若它们的概率相等, 则游戏公平; 若它们的概率不相等, 则游戏不公平.

五、本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分, 其中第 23 题为选做题

23. **【分析】** 甲: 首先利用根与系数的关系求得 x_1+x_2, x_1x_2 的值, 然后代入 $x_1x_2 - 3x_1 - 3x_2 - 2 = 0$, 即可求得 a 的值, 然后化简 $(1+\frac{4}{a^2-4}) \cdot \frac{a+2}{a}$, 代入 a 的值即可求得答案;

乙: (1) 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BC 的延长线于 E , 即可证得四边形 $ACED$ 是平行四边形, 则可求得 BD, BE, DE 的长, 由勾股定理的逆定理即可证得 $BD \perp DE$, 则可证得 $BD \perp AC$;

(2) 首先作 $DF \perp BC$, 由 $S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}BE \cdot DF = \frac{1}{2}BD \cdot DE$, 即可求得 DF 的值, 求得 $\triangle ABC$ 的面积, 又由 $\triangle AOD \sim \triangle COB$, 求得 OA 与 OC 的比值, 根据同高的三角形的面积比等于对应底的比即可求得答案.

【解答】 解: 题甲: 关于 x 的方程 $x^2+2(a-1)x+a^2-7a-4=0$ 的两根为 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1+x_2 = -2(a-1) = 2-2a, \quad x_1x_2 = a^2-7a-4,$$

$$\therefore x_1x_2 - 3x_1 - 3x_2 - 2 = x_1x_2 - 3(x_1+x_2) - 2 = a^2-7a-4-3(2-2a)-2 = a^2-a-12=0,$$

解得: $a = -3$ 或 $a = 4$,

当 $a = -3$ 时, 原方程化为 $x^2 - 8x + 26 = 0$,

$$\therefore \Delta = -40 < 0, \text{ 此时原方程无解,}$$

$\therefore a = -3$ 不合题意, 应舍去.

当 $a = 4$ 时, 原方程化为 $x^2 + 6x - 16 = 0$,

$\because \Delta = 100 > 0$, 此时原方程有两个实数根,

$\therefore a = 4$ 符合题意

$$\text{又} \because \left(1 + \frac{4}{a^2 - 4}\right) \cdot \frac{a+2}{a} = \frac{a^2}{(a+2)(a-2)} \cdot \frac{a+2}{a} = \frac{a}{a-2},$$

$$\text{当 } a = 4 \text{ 时, 原式} = \frac{4}{4-2} = 2.$$

$$\text{故 } \left(1 + \frac{4}{a^2 - 4}\right) \cdot \frac{a+2}{a} \text{ 的值为 } 2.$$

题乙: (1) 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BC 的延长线于 E ,

$$\because AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形,

$$\therefore DE = AC, DE \perp BD, CE = AD,$$

$$\because AD = 2, BC = BD = 3, AC = 4,$$

$$\therefore BE = BC + CE = 5, DE = AC = 4, BD = 3,$$

$$\therefore BD^2 + DE^2 = BE^2,$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore BD \perp DE,$$

$$\therefore BD \perp AC;$$

(2) 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于 F ,

$$\because S_{\triangle DBE} = \frac{1}{2} BE \cdot DF = \frac{1}{2} BD \cdot DE,$$

$$\therefore DF = \frac{BD \cdot DE}{BE} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot DF = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{12}{5} = \frac{18}{5},$$

$$\because AD \parallel BC,$$

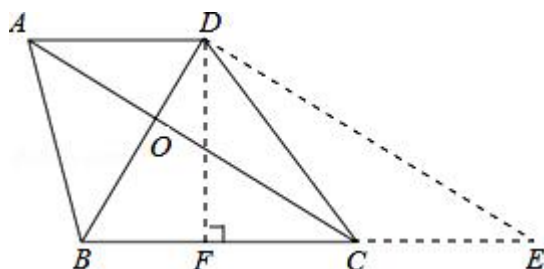
$$\therefore \triangle AOD \sim \triangle COB,$$

$$\therefore \frac{OA}{OC} = \frac{AD}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OA : AC = 2 : 5,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} : S_{\triangle ABC} = 2 : 5,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{2}{5} S_{\triangle ABC} = \frac{2}{5} \times \frac{18}{5} = \frac{36}{25}.$$



【点评】此题考查了根与系数的关系，分式的化简以及梯形的性质，平行四边形的性质与相似三角形的判定与性质等知识．此题综合性很强，解题时要注意仔细分析．

24. 【分析】(1) 连 OD , OE , 根据圆周角定理得到 $\angle ADO + \angle 1 = 90^\circ$, 而 $\angle CDA = \angle CBD$, $\angle CBD = \angle 1$, 于是 $\angle CDA + \angle ADO = 90^\circ$;

(2) 根据切线的性质得到 $ED = EB$, $OE \perp BD$, 则 $\angle ABD = \angle OEB$, 得到 $\tan \angle CDA = \tan \angle OEB = \frac{OB}{BE} = \frac{2}{3}$, 易证 $\text{Rt}\triangle CDO \sim \text{Rt}\triangle CBE$, 得到 $\frac{CD}{CB} = \frac{OD}{BE} = \frac{OB}{BE} = \frac{2}{3}$, 求得 CD , 然后

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, 运用勾股定理可计算出 BE 的长.

【解答】(1) 证明: 连 OD , OE , 如图,

$\because AB$ 为直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $\angle ADO + \angle 1 = 90^\circ$,

又 $\because \angle CDA = \angle CBD$,

而 $\angle CBD = \angle 1$,

$\therefore \angle 1 = \angle CDA$,

$\therefore \angle CDA + \angle ADO = 90^\circ$, 即 $\angle CDO = 90^\circ$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: $\because EB$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore ED = EB$, $OE \perp DB$,

$\therefore \angle ABD + \angle DBE = 90^\circ$, $\angle OEB + \angle DBE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD = \angle OEB$,

$\therefore \angle CDA = \angle OEB$.

而 $\tan \angle CDA = \frac{2}{3}$,

$$\therefore \angle AEF = \angle DEG,$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEG \text{ (ASA)},$$

$$\therefore EF = EG.$$

$$(2) \text{ 解: } EF = \frac{1}{n}EG,$$

证明: 如图 2, 作 $EM \perp AB$ 于点 M , $EN \perp CD$ 于点 N ,

$$\because EM \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle AEM \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{EM}{CD} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{n+1},$$

$$\text{即 } EM = \frac{1}{n+1}CD,$$

$$\because EN \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle CEN \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \frac{EN}{AD} = \frac{CE}{AC} = \frac{n}{n+1}$$

$$\therefore EN = \frac{n}{n+1}AD,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AC} = 1,$$

$$\therefore \frac{EM}{EN} = 1 \times \frac{1}{n} = \frac{1}{n},$$

$$\text{又 } \because EM \perp AB, \quad EN \perp CD,$$

$$\therefore \angle EMF = \angle ENG = 90^\circ,$$

$$\because EF \perp BE,$$

$$\therefore \angle FEM = \angle GEN,$$

$$\therefore \triangle EFM \sim \triangle EGN,$$

$$\therefore \frac{EF}{EG} = \frac{EM}{EN} = \frac{1}{n},$$

$$\text{即 } EF = \frac{1}{n}EG;$$

(3) 证明: 如图 2, 作 $EM \perp AB$ 于点 M , $EN \perp CD$ 于点 N ,

$$\because EM \parallel CD,$$

$$\therefore \triangle AEM \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{EM}{CD} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{n+1},$$

$$\text{即 } EM = \frac{1}{n+1}CD,$$

$$\because EN \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle CEN \sim \triangle CAD,$$

$$\therefore \frac{EN}{AD} = \frac{CE}{AC} = \frac{n}{n+1}$$

$$\therefore EN = \frac{n}{n+1}AD,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \quad CD \perp AB,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{CD}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{m},$$

$$\therefore \frac{EM}{EN} = \frac{1}{m} \times \frac{1}{n} = \frac{1}{mn},$$

$$\text{又 } \because EM \perp AB, \quad EN \perp CD,$$

$$\therefore \angle EMF = \angle ENG = 90^\circ,$$

$$\because EF \perp BE,$$

$$\therefore \angle FEM = \angle GEN,$$

$$\therefore \triangle EFM \sim \triangle EGN,$$

$$\therefore \frac{EF}{EG} = \frac{EM}{EN} = \frac{1}{mn},$$

$$\text{即 } EF = \frac{1}{mn}EG.$$

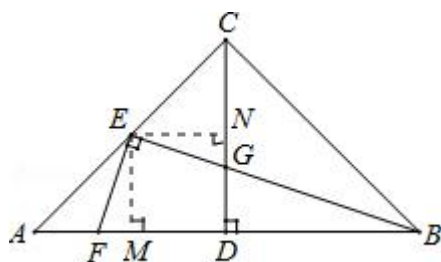


图 (2)

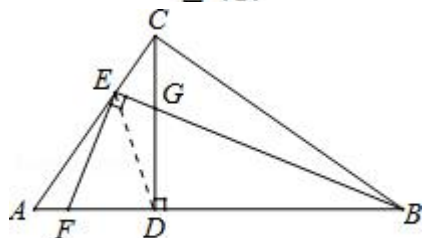


图 (1)

【点评】 此题主要考查学生对相似三角形的判定与性质和勾股定理的理解和掌握，解答此题的关键是要懂得找相似三角形，利用相似三角形的性质求解，难度较大。

26. **【分析】** (1) 可设顶点式，将顶点为 $A(1, 5)$ ，点 $B(5, 1)$ 代入求出抛物线的解析式；

(2) 可以过 y ， x 轴分别做 A ， B 的对称点 A' ， B' ，然后连 $A'D$ ， $B'C$ ，当这四点在同一直线时，周长最小，求出即可；

(3) 作 B 关于 x 轴对称点 B' ， A 关于 y 轴对称点 A' ，连接 $A'B'$ ，与 x 轴， y 轴交于 C 、 D 点，此时四边形 $ABCD$ 周长最小，求出 CD 的解析式，求出 CD 与直线 $y=x$ 的交点坐标，得到 $\triangle PQR$ 与直线 $y=x$ 有公共点时 x 的取值范围，以及公共部分的面积 S 与 x 之间的函数关系式。

【解答】 解：(1) $\because$ 抛物线的顶点为 $A(1, 5)$ ，

$\therefore$ 设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)^2 + 5$ ，

将点 $B(5, 1)$ 代入，得 $a(5-1)^2 + 5 = 1$ ，

解得 $a = -\frac{1}{4}$ ，

$\therefore y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{19}{4}$ ；

(2) 可以过 y ， x 轴分别做 A ， B 的对称点 A' ， B' ，然后连 $A'D$ ， $B'C$ ，

显然 $A'(-1, 5)$ ， $B'(5, -1)$ ，连接 $A'B'$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 C 、 D 两点，

$\because DA = DA'$ ， $CB = CB'$ ，

$\therefore$ 此时四边形 $ABCD$ 的周长最小，最小值就是 $A'B' + AB$ ，

$$\text{而 } A'B' = \sqrt{(5+1)^2 + (1+5)^2} = 6\sqrt{2},$$

$$AB = \sqrt{(5-1)^2 + (1-5)^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\therefore A'B' + AB = 10\sqrt{2},$$

四边形 $ABCD$ 的最小周长为 $10\sqrt{2}$;

(3) ①点 B 关于 x 轴的对称点 B' $(5, -1)$, 点 A 关于 y 轴的对称点 A' $(-1, 5)$,

连接 $A'B'$, 与 x 轴, y 轴交于 C, D 点,

$\therefore CD$ 的解析式为: $y = -x + 4$,

$$\text{联立 } \begin{cases} y = -x + 4 \\ y = x \end{cases},$$

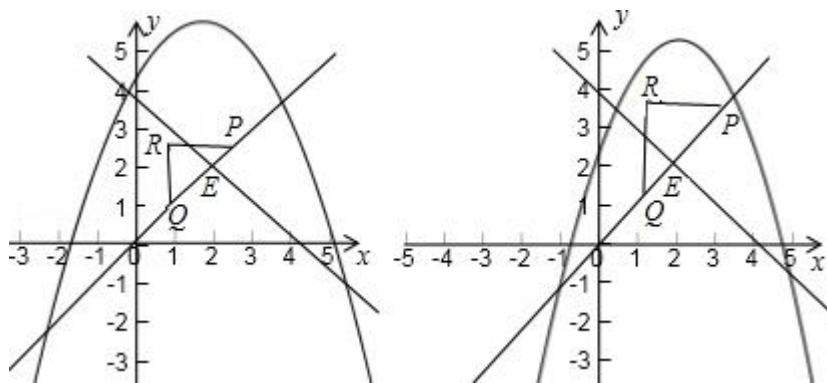
$$\text{得: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 P 在 $y = x$ 上, 点 Q 是 OP 的中点,

$\therefore$ 要使等腰直角三角形与直线 CD 有公共点, 则 $2 \leq x \leq 4$.

故 x 的取值范围是: $2 \leq x \leq 4$.

②如图:



点 $E(2, 2)$, 当 $EP = EQ$ 时, $x - 2 = 2 - \frac{1}{2}x$, 得: $x = \frac{8}{3}$,

当 $2 \leq x \leq \frac{8}{3}$ 时, $S = \frac{1}{2}PR \cdot RQ - \frac{1}{2}EP^2 = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{2}x) \cdot (x - \frac{1}{2}x) - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}(x - 2) \cdot \sqrt{2}(x - 2)$,

$$S = -\frac{7}{8}x^2 + 4x - 4,$$

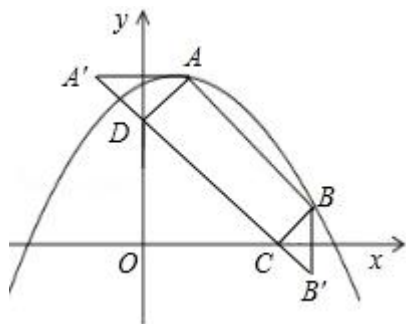
当 $x = \frac{16}{7}$ 时, $S_{\text{最大}} = \frac{4}{7}$.

当 $\frac{8}{3} \leq x \leq 4$ 时, $S = \frac{1}{2}EQ^2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2}(2 - \frac{1}{2}x) \cdot \sqrt{2}(2 - \frac{1}{2}x)$,

$$S = \frac{1}{4} (x - 4)^2,$$

$$\text{当 } x = \frac{8}{3} \text{ 时, } S_{\text{最大}} = \frac{4}{9}.$$

$$\text{故 } S \text{ 的最大值为: } \frac{4}{7}.$$



【点评】 本题考查的是二次函数的综合题，（1）利用顶点式求出二次函数的解析式，（2）确定四边形的周长，（3）根据对称性求出 CD 的解析式，然后求出 x 的取值范围和 S 与 x 的函数关系．