

2010 年四川省眉山市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. (3 分) -5 的倒数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) 化简 $\sqrt{(-3)^2}$ 的结果是 ()

- A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 9

3. (3 分) 下列运算中正确的是 ()

- A. $3a+2a=5a^2$ B. $(2a+b)(2a-b)=4a^2-b^2$
C. $2a^2 \cdot a^3=2a^6$ D. $(2a+b)^2=4a^2+b^2$

4. (3 分) 已知 $\odot O_1$ 的半径 r 为 $3cm$, $\odot O_2$ 的半径 R 为 $4cm$, 两圆的圆心距 O_1O_2 为 $1cm$, 则这两圆的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 内含 C. 内切 D. 外切

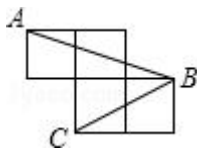
5. (3 分) 把代数式 $mx^2-6mx+9m$ 分解因式, 下列结果中正确的是 ()

- A. $m(x+3)^2$ B. $m(x+3)(x-3)$
C. $m(x-4)^2$ D. $m(x-3)^2$

6. (3 分) 下列命题中, 真命题是 ()

- A. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
B. 等腰梯形既是轴对称图形又是中心对称图形
C. 圆的切线垂直于经过切点的半径
D. 垂直于同一直线的两条直线互相垂直

7. (3 分) 如图, 每个小正方形的边长为 1, A 、 B 、 C 是小正方形的顶点, 则 $\angle ABC$ 的度数为 ()



- A. 90° B. 60° C. 45° D. 30°

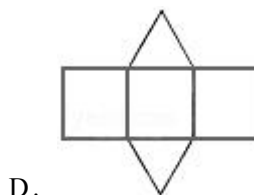
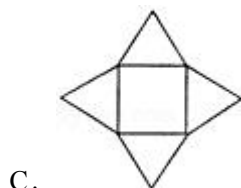
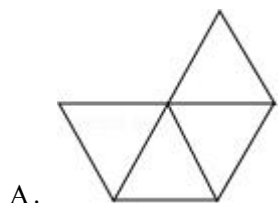
8. (3 分) 下列说法不正确的是 ()

- A. 某种彩票中奖的概率是 $\frac{1}{1000}$, 买 1000 张该种彩票一定会中奖
B. 了解一批电视机的使用寿命适合用抽样调查

C. 若甲组数据的标准差 $S_{\text{甲}} = 0.31$, 乙组数据的标准差 $S_{\text{乙}} = 0.25$, 则乙组数据比甲组数据稳定

D. 在一个装有白球和绿球的袋中摸球, 摸出黑球是不可能事件

9. (3分) 下列四个图中, 是三棱锥的表面展开图的是 ()



10. (3分) 已知方程 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两个解分别为 x_1 、 x_2 , 则 $x_1 + x_2 - x_1 \cdot x_2$ 的值为 ()

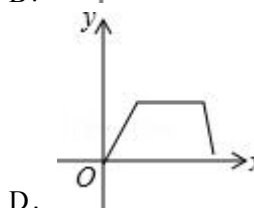
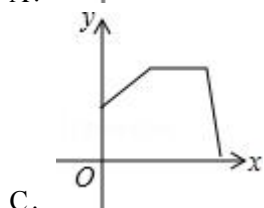
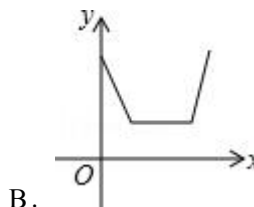
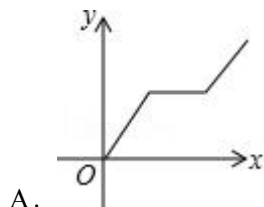
A. -7

B. -3

C. 7

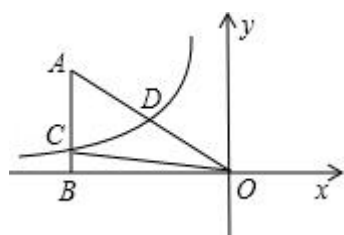
D. 3

11. (3分) 打开某洗衣机开关, 在洗涤衣服时 (洗衣机内无水), 洗衣机经历了进水、清洗、排水、脱水四个连续过程, 其中进水、清洗、排水时洗衣机中的水量 y (升) 与时间 x (分钟) 之间满足某种函数关系, 其函数图象大致为 ()



12. (3分) 如图, 已知双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 经过直角三角形 OAB 斜边 OA 的中点 D , 且

与直角边 AB 相交于点 C . 若点 A 的坐标为 $(-6, 4)$, 则 $\triangle AOC$ 的面积为 ()



A. 12

B. 9

C. 6

D. 4

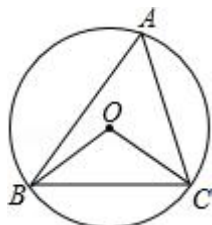
二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13.（3 分）某班一个小组七名同学在为地震灾区“爱心捐助”活动中，捐款数额分别为：

10, 30, 40, 50, 15, 20, 50（单位：元）. 这组数据的中位数是_____（元）.

14.（3 分）一元二次方程 $2x^2 - 6 = 0$ 的解为_____.

15.（3 分）如图， $\angle A$ 是 $\odot O$ 的圆周角， $\angle A = 60^\circ$ ，则 $\angle OBC$ 的度数为_____度.



16.（3 分）如图，将第一个图（图①）所示的正三角形连接各边中点进行分割，得到第二个图（图②）；再将第二个图中最中间的小正三角形按同样的方式进行分割，得到第三个图（图③）；再将第三个图中最中间的小正三角形按同样的方式进行分割， $\dots$ ，则得到的第五个图中，共有_____个正三角形.



图①



图②

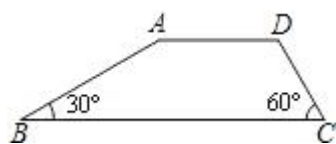


图③

.....

17.（3 分）已知圆锥的底面半径为 4cm ，高为 3cm ，则这个圆锥的侧面积为_____ cm^2 .

18.（3 分）如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ， $AD = 4$ ， $AB = 3\sqrt{3}$ ，则下底 BC 的长为_____.



三、解答题（共 8 小题，满分 66 分）

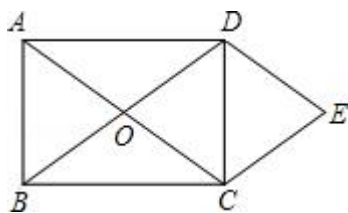
19.（6 分）计算： $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - (\sqrt{5}-2)^0 + \sqrt{18} - (-2)^2 \cdot \sqrt{2}$.

20.（6 分）解方程： $\frac{x}{x+1} + 1 = \frac{2x+2}{x}$.

21.（8 分）如图， O 为矩形 $ABCD$ 对角线的交点， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$.

（1）试判断四边形 $OCED$ 的形状，并说明理由；

（2）若 $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，求四边形 $OCED$ 的面积.

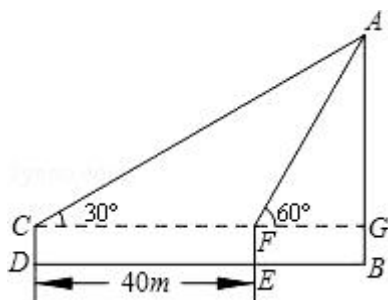


22. (8分) 有一个不透明口袋，装有分别标有数字 1、2、3、4 的 4 个小球（小球除数字不同外，其余都相同），另有 3 张背面完全一样、正面分别写有数字 1、2、3 的卡片．小敏从口袋中任意摸出一个小球，小颖从这 3 张背面朝上的卡片中任意摸出一张，然后计算小球和卡片上的两个数的积．

(1) 请你用列表或画树状图的方法，求摸出的这两个数的积为 6 的概率；

(2) 小敏和小颖做游戏，她们约定：若这两个数的积为奇数，小敏赢；否则，小颖赢．你认为该游戏公平吗？为什么？如果不公平，请你修改游戏规则，使游戏公平．

23. (8分) 如图，在一次数学课外实践活动中，要求测教学楼的高度 AB 、小刚在 D 处用高 $1.5m$ 的测角仪 CD ，测得教学楼顶端 A 的仰角为 30° ，然后向教学楼前进 $40m$ 到达 E ，又测得教学楼顶端 A 的仰角为 60° ．求这幢教学楼的高度 AB ．



24. (9分) 某渔场计划购买甲、乙两种鱼苗共 6000 尾，甲种鱼苗每尾 0.5 元，乙种鱼苗每尾 0.8 元．相关资料表明：甲、乙两种鱼苗的成活率分别为 90% 和 95%．

(1) 若购买这批鱼苗共用了 3600 元，求甲、乙两种鱼苗各购买了多少尾？

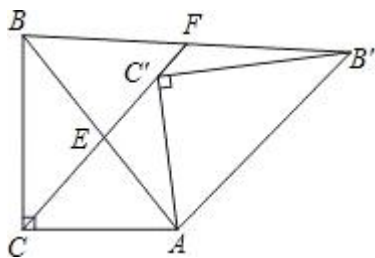
(2) 若购买这批鱼苗的钱不超过 4200 元，应如何选购鱼苗？

(3) 若要使这批鱼苗的成活率不低于 93%，且购买鱼苗的总费用最低，应如何选购鱼苗？

25. (9分) 如图， $\text{Rt}\triangle AB'C'$ 是由 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转得到的，连接 CC' 交斜边于点 E ， CC' 的延长线交 BB' 于点 F ．

(1) 证明： $\triangle ACE \sim \triangle FBE$ ；

(2) 设 $\angle ABC = \alpha$ ， $\angle CAC' = \beta$ ，试探索 α 、 β 满足什么关系时， $\triangle ACE$ 与 $\triangle FBE$ 是全等三角形，并说明理由．

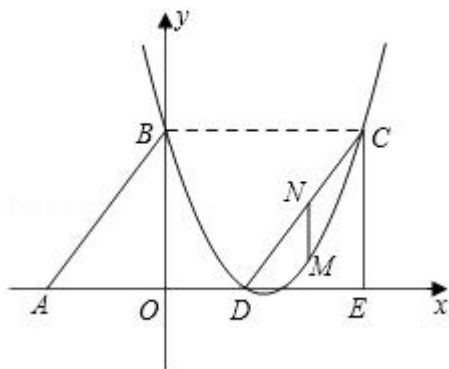


26. (12分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABO$ 的两直角边 OA 、 OB 分别在 x 轴的负半轴和 y 轴的正半轴上, O 为坐标原点, A 、 B 两点的坐标分别为 $(-3, 0)$ 、 $(0, 4)$, 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 经过 B 点, 且顶点在直线 $x = \frac{5}{2}$ 上.

(1) 求抛物线对应的函数关系式;

(2) 若 $\triangle DCE$ 是由 $\triangle ABO$ 沿 x 轴向右平移得到的, 当四边形 $ABCD$ 是菱形时, 试判断点 C 和点 D 是否在该抛物线上, 并说明理由;

(3) 在 (2) 的前提下, 若 M 点是 CD 所在直线下方该抛物线上的一个动点, 过点 M 作 MN 平行于 y 轴交 CD 于点 N . 设点 M 的横坐标为 t , MN 的长度为 l . 求 l 与 t 之间的函数关系式, 并求 l 取最大值时, 点 M 的坐标.



2010 年四川省眉山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分）

1. 【分析】根据倒数的定义可知.

【解答】解：-5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. 【分析】本题可先将根号内的数化简，再开方，根据开方的结果得出答案.

【解答】解： $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$.

故选：A.

【点评】本题考查了二次根式的化简，解此类题目要注意式子为 $(-3)^2$ 的算术平方根，结果为非负数.

3. 【分析】分别根据合并同类项、平方差公式、同底数幂的乘法及完全平方公式进行逐一计算即可.

【解答】解：A、错误，应该为 $3a+2a=5a$ ；

B、 $(2a+b)(2a-b)=4a^2-b^2$ ，正确；

C、错误，应该为 $2a^2 \cdot a^3 = 2a^5$ ；

D、错误，应该为 $(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$.

故选：B.

【点评】此题比较简单，解答此题的关键是熟知以下概念：

（1）同类项：所含字母相同，并且所含字母指数也相同的项叫同类项；

（2）同底数幂的乘法：底数不变，指数相加；

（3）平方差公式：两个数的和与这两个数差的积，等于这两个数的平方差，这个公式就叫做乘法的平方差公式.

（4）完全平方公式：两数和（或差）的平方，等于它们的平方和，加上（或减去）它们的积的 2 倍，叫做完全平方公式.

4. 【分析】根据圆心距与半径之间的数量关系可知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是内切.

【解答】解： $\because \odot O_1$ 的半径 r 为 $3cm$ ， $\odot O_2$ 的半径 R 为 $4cm$ ，两圆的圆心距 O_1O_2 为 $1cm$ ，

$4-3=1$,

$\therefore \odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的位置关系是内切.

故选: C.

【点评】 本题考查了由数量关系来判断两圆位置关系的方法. 设两圆的半径分别为 R 和 r , 且 $R \geq r$, 圆心距为 P , 外离: $P > R+r$; 外切: $P = R+r$; 相交: $R-r < P < R+r$; 内切: $P = R-r$; 内含: $P < R-r$.

5. **【分析】** 当一个多项式有公因式, 将其分解因式时应先提取公因式 m , 再对余下的多项式继续分解.

【解答】 解: $mx^2 - 6mx + 9m$,

$$= m(x^2 - 6x + 9),$$
$$= m(x-3)^2.$$

故选: D.

【点评】 本题考查用提公因式法和公式法进行因式分解的能力. 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

6. **【分析】** 分析是否为真命题, 需要分别分析各题设是否能推出结论, 从而利用排除法得出答案.

【解答】 解: A、错误, 例如对角线互相垂直的等腰梯形;

B、错误, 等腰梯形是轴对称图形不是中心对称图形;

C、正确, 符合切线的性质;

D、错误, 垂直于同一直线的两条直线平行.

故选: C.

【点评】 主要考查命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

7. **【分析】** 根据勾股定理即可得到 AB , BC , AC 的长度, 进行判断即可.

【解答】 解: 根据勾股定理可以得到: $AC = BC = \sqrt{5}$, $AB = \sqrt{10}$.

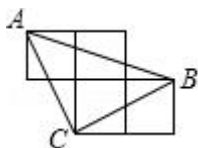
$$\therefore (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{10})^2.$$

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2.$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

$$\therefore \angle ABC = 45^\circ.$$

故选: C.



【点评】 本题考查了勾股定理，判断 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形是解决本题的关键．

8. 【分析】 根据抽样调查适用的条件、方差的定义及意义和可能性的大小找到正确答案即可．

【解答】 解：A、某种彩票中奖的概率是 $\frac{1}{1000}$ ，只是一种可能性，买 1000 张该种彩票不一定会中奖，故错误；

B、调查电视机的使用寿命要毁坏电视机，有破坏性，适合用抽样调查，故正确；

C、标准差反映了一组数据的波动情况，标准差越小，数据越稳定，故正确；

D、袋中没有黑球，摸出黑球是不可能事件，故正确．

故选：A．

【点评】 用到的知识点为：破坏性较强的调查应采用抽样调查的方式；随机事件可能发生，也可能不发生；标准差越小，数据越稳定；一定不会发生的事件是不可能事件．

9. 【分析】 三棱锥的四个面都是三角形，还要能围成一个立体图形，可排除 C，D，而 A 不能围成立体图形，故可得答案．

【解答】 解：A、不组成三棱锥，故不是；

B、能组成三棱锥，是；

C、组成的是四棱锥，故不是；

D、组成的是三棱柱，故不是．

故选：B．

【点评】 主要考查了三棱锥的表面展开图和空间想象能力．

10. 【分析】 根据根与系数的关系，先求出 x_1+x_2 与 x_1x_2 的值，然后再把它们的值整体代入所求代数式求值即可．

【解答】 解：根据题意可得 $x_1+x_2 = -\frac{b}{a} = 5$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a} = 2$ ，

$$\therefore x_1+x_2 - x_1 \cdot x_2 = 5 - 2 = 3.$$

故选：D．

【点评】 一元二次方程的两个根 x_1 、 x_2 具有这样的关系： $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ ．

11. 【分析】 理解洗衣机的四个过程中的含水量与图象的关系是关键．

【解答】 解：因为进水时水量增加，函数图象的走势向上，所以可以排除 B，清洗时水

量大致不变，函数图象与 x 轴平行，排水时水量减少，函数图象的走势向下，排除 A ，对于 C 、 D ，因为题目中明确说明了一开始时洗衣机内无水。

故选： D 。

【点评】此题考查了学生从图象中读取信息的数形结合能力。

12. 【分析】 $\triangle AOC$ 的面积 = $\triangle AOB$ 的面积 - $\triangle BOC$ 的面积，由点 A 的坐标为 $(-6, 4)$ ，根据三角形的面积公式，可知 $\triangle AOB$ 的面积 = 12，由反比例函数的比例系数 k 的几何意义，可知 $\triangle BOC$ 的面积 = $\frac{1}{2}|k|$ 。只需根据 OA 的中点 D 的坐标，求出 k 值即可。

【解答】解： $\because OA$ 的中点是 D ，点 A 的坐标为 $(-6, 4)$ ，

$\therefore D(-3, 2)$ ，

$\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 D ，

$\therefore k = -3 \times 2 = -6$ ，

$\therefore \triangle BOC$ 的面积 = $\frac{1}{2}|k| = 3$ 。

又 $\because \triangle AOB$ 的面积 = $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ ，

$\therefore \triangle AOC$ 的面积 = $\triangle AOB$ 的面积 - $\triangle BOC$ 的面积 = $12 - 3 = 9$ 。

故选： B 。

【点评】本题考查了一条线段中点坐标的求法及反比例函数的比例系数 k 与其图象上的点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 的关系，即 $S = \frac{1}{2}|k|$ 。

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13. 【分析】求中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数。

【解答】解：数字按从小到大的顺序排列：10，15，20，30，40，50，50，

$\therefore$ 这组数据的中位数是 30 元。

故填 30。

【点评】注意找中位数的时候一定要先排好大小顺序，然后再根据奇数和偶数个数据来确定中位数。如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求；如果是偶数个，则找中间两位数的平均数。

14. 【分析】先把式子移项，变成 $x^2 = 3$ ，从而把问题转化为求 3 的平方根。

【解答】解： $2x^2 - 6 = 0$,

$$2x^2 = 6,$$

$$x^2 = 3,$$

$$x = \pm\sqrt{3}.$$

【点评】主要考查直接开平方法解方程.

(1) 用直接开方法求一元二次方程的解的类型有： $x^2 = a$ ($a \geq 0$); $ax^2 = b$ (a, b 同号且 $a \neq 0$); $(x+a)^2 = b$ ($b \geq 0$); $a(x+b)^2 = c$ (a, c 同号且 $a \neq 0$).

法则：要把方程化为“左平方，右常数，先把系数化为1，再开平方取正负，分开求得方程解”.

(2) 用直接开方法求一元二次方程的解，要仔细观察方程的特点.

15. 【分析】根据圆周角定理求出 $\angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$ ，根据等腰三角形性质求出 $\angle OBC = \angle OCB$ ，在 $\triangle BOC$ 中，根据三角形的内角和定理求出即可.

【解答】解： $\because$ 弧 BC 对的圆心角是 $\angle BOC$ ，对的圆周角是 $\angle A$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A = 120^\circ,$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\because \angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OBC = 30^\circ,$$

故答案为：30.

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，三角形的内角和定理，圆周角定理的应用，解此题的关键是求出 $\angle BOC$ 的度数，题目比较典型，难度不大.

16. 【分析】分别写出前三个图形的正三角形的个数，并观察出后一个图形比前一个图形多分割出四个小的正三角形，依此类推即可写出第 n 个图形的正三角形的个数，进而得出第 5 个图中正三角形的个数.

【解答】解：第一个图有 1 个正三角形，

第二个图有 5 个正三角形， $5 = 4 + 1$ ，

第三个图有 9 个正三角形， $9 = 2 \times 4 + 1$ ，

...

第 n 个图有 $4(n-1) + 1 = 4n - 3$.

故第 5 个图形有： $4 \times 5 - 3 = 17$ 个.

故答案为：17.

【点评】本题是一道找规律的题目，对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的.

17. 【分析】利用勾股定理易求得圆锥的母线长，那么圆锥的侧面积 = 底面周长 $\times$ 母线长 $\div 2$ ，把相应数值代入即可求解.

【解答】解： $\because$ 圆锥的底面半径为 4cm ，高为 3cm ，

$\therefore$ 母线长为 5cm ，

$\therefore$ 圆锥的侧面积为 $2\pi \times 4 \times 5 \div 2 = 20\pi\text{cm}^2$.

【点评】本题考查圆锥侧面积的求法；注意圆锥的高，母线长，底面半径组成直角三角形.

18. 【分析】过 A 作 $AE \parallel CD$ ，把梯形分成平行四边形和直角三角形，利用平行四边形的对边相等得到 $CE = AD$ ，所以 BE 可以求出，在直角三角形中，根据 $\angle B = 30^\circ$ ，利用勾股定理求出 BE ， BC 的长也就可以求出了.

【解答】解：如图，过 A 作 $AE \parallel CD$ 交 BC 于点 E ，

$\because AD \parallel BC$ ， $\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形，

$\therefore CE = AD = 4$ ，

$\because \angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle BAE = 90^\circ$ ，

$\therefore AE = \frac{1}{2}BE$ （直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半），

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中， $BE^2 = AB^2 + AE^2$ ，

即 $BE^2 = (3\sqrt{3})^2 + (\frac{1}{2}BE)^2$ ，

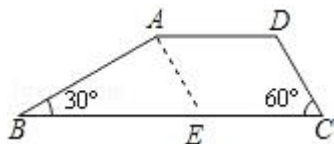
$BE^2 = 27 + \frac{1}{4}BE^2$ ，

$BE^2 = 36$ ，

解得 $BE = 6$ ，

$\therefore BC = BE + EC = 6 + 4 = 10$.

故答案为：10.



【点评】通过作腰的平行线，把梯形分成平行四边形和直角三角形，再利用直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半和勾股定理求解，考虑本题的突破口在于两个已知角的和是 90° .

三、解答题（共 8 小题，满分 66 分）

19. 【分析】本题涉及零指数幂、负指数幂、二次根式化简 3 个考点，在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= 3 - 1 + 3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$
 $= 2 - \sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20. 【分析】本题的最简公分母是 $x(x+1)$ ，方程两边都乘最简公分母，可把分式方程转换为整式方程求解.

【解答】解：方程两边都乘 $x(x+1)$,

$$\text{得 } x^2 + x^2 + x = 2(x+1)^2,$$

$$\text{解得：} x = -\frac{2}{3},$$

$$\text{检验：当 } x = -\frac{2}{3} \text{ 时，} x(x+1) \neq 0,$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 是原方程的解.}$$

【点评】（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，方程两边都乘最简公分母，把分式方程转化为整式方程求解.

（2）解分式方程一定要注意代入最简公分母验根.

（3）分式方程里单独的一个数和字母也必须乘最简公分母.

21. 【分析】（1）首先可根据 $DE \parallel AC$ 、 $CE \parallel BD$ 判定四边形 $ODEC$ 是平行四边形，然后根据矩形的性质：矩形的对角线相等且互相平分，可得 $OC = OD$ ，由此可判定四边形 $OCED$ 是菱形.

（2）连接 OE ，通过证四边形 $BOEC$ 是平行四边形，得 $OE = BC$ ；根据菱形的面积是对角线乘积的一半，可求得四边形 $ODEC$ 的面积.

【解答】解：（1）四边形 $OCED$ 是菱形.

$$\because DE \parallel AC, CE \parallel BD,$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形，

又在矩形 $ABCD$ 中, $OC = OD$,

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是菱形.

(2) 连接 OE . 由菱形 $OCED$ 得: $CD \perp OE$,

又 $\because BC \perp CD$,

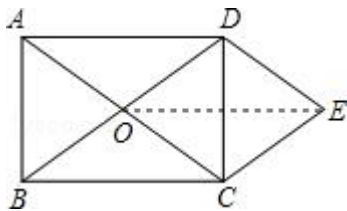
$\therefore OE \parallel BC$ (在同一平面内, 垂直于同一条直线的两直线平行),

又 $\because CE \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $BCEO$ 是平行四边形;

$\therefore OE = BC = 8$ (7 分)

$$\therefore S_{\text{四边形 } OCED} = \frac{1}{2} OE \cdot CD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24.$$



【点评】 本题主要考查矩形的性质, 平行四边形、菱形的判定, 菱形面积的求法;

菱形的判别方法是说明一个四边形为菱形的理论依据, 常用三种方法:

①定义;

②四边相等;

③对角线互相垂直平分.

22. **【分析】** (1) 列举出所有情况, 看摸出的这两个数的积为 6 的情况占总情况的多少即可;

(2) 看两个数的积为奇数的情况占所有情况的多少即可求得小敏赢的概率, 进而求得小颖赢的概率, 比较即可.

【解答】 解: (1) 列表如下:

	1	2	3	4
小颖 小敏				
1	1	2	3	4
2	2	4	6	8
3	3	6	9	12

$\therefore$ 总结果有 12 种，其中积为 6 的有 2 种， $\therefore P_{(\text{积为 } 6)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

(2) 游戏不公平，因为积为偶数的有 8 种情况，所以概率是 $\frac{2}{3}$ ，而积为奇数的有 4 种情况，概率是 $\frac{1}{3}$ ，获胜的概率是不相等的.

游戏规则可改为：若积为 3 的倍数，小敏赢，否则，小颖赢.

注：修改游戏规则，应不改变已知数字和小球、卡片数量. 其他规则，凡正确均给分.

【点评】 如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$ ，注意本题是放回实验. 解决本题的关键是得到相应的概率，概率相等就公平，否则就不公平.

23. **【分析】** 利用 60° 的正切值可表示出 FG 长，进而利用 $\angle ACG$ 的正切函数求 AG 长，加上 1.5 即为这幢教学楼的高度 AB .

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle AFG$ 中， $\tan \angle AFG = \frac{AG}{FG}$,

$$\therefore FG = \frac{AG}{\tan \angle AFG} = \frac{AG}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} AG.$$

在 $\text{Rt}\triangle ACG$ 中， $\tan \angle ACG = \frac{AG}{CG}$,

$$\therefore CG = \frac{AG}{\tan \angle ACG} = \sqrt{3} AG.$$

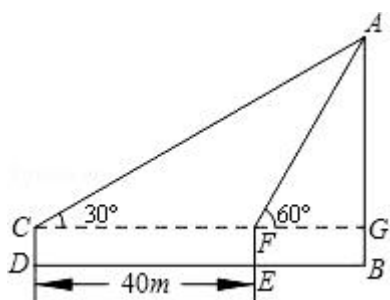
又 $CG - FG = 40$,

$$\text{即 } \sqrt{3} AG - \frac{\sqrt{3}}{3} AG = 40,$$

$$\therefore AG = 20\sqrt{3}.$$

$$\therefore AB = 20\sqrt{3} + 1.5.$$

答：这幢教学楼的高度 AB 为 $(20\sqrt{3} + 1.5)$ 米.



【点评】 构造仰角所在的直角三角形，利用两个直角三角形的公共边求解是常用的解直

角三角形的方法.

24. 【分析】(1) $0.5 \times \text{甲种鱼的尾数} + 0.8 \times \text{乙种鱼的尾数} = 3600$;

(2) $0.5 \times \text{甲种鱼的尾数} + 0.8 \times \text{乙种鱼的尾数} \leq 4200$;

(3) 关系式为: $\text{甲种鱼的尾数} \times 0.9 + \text{乙种鱼的尾数} \times 95\% \geq 6000 \times 93\%$.

【解答】解: (1) 设购买甲种鱼苗 x 尾, 则购买乙种鱼苗 $(6000 - x)$ 尾.

由题意得: $0.5x + 0.8(6000 - x) = 3600$,

解方程, 可得: $x = 4000$,

$\therefore$ 乙种鱼苗: $6000 - x = 2000$,

答: 甲种鱼苗买 4000 尾, 乙种鱼苗买 2000 尾;

(2) 由题意得: $0.5x + 0.8(6000 - x) \leq 4200$,

解不等式, 得: $x \geq 2000$,

即购买甲种鱼苗应不少于 2000 尾,

$\therefore$ 甲、乙两种鱼苗共 6000 尾,

$\therefore$ 乙不超过 4000 尾;

答: 购买甲种鱼苗应不少于 2000 尾, 购买乙种鱼苗不超过 4000 尾;

(3) 设购买鱼苗的总费用为 w , 甲种鱼苗买了 a 尾, 则购买乙种鱼苗 $(6000 - a)$ 尾.

则 $w = 0.5a + 0.8(6000 - a) = -0.3a + 4800$,

由题意, 有 $\frac{90}{100}a + \frac{95}{100}(6000 - a) \geq \frac{93}{100} \times 6000$,

解得: $a \leq 2400$,

在 $w = -0.3a + 4800$ 中,

$\therefore -0.3 < 0$,

$\therefore w$ 随 a 的增大而减少,

$\therefore$ 当 a 取得最大值时, w 便是最小,

即当 $a = 2400$ 时, $w_{\text{最小}} = 4080$.

答: 购买甲种鱼苗 2400 尾, 乙种鱼苗 3600 尾时, 总费用最低.

【点评】根据费用和成活率找到相应的关系式是解决本题的关键, 注意不低于是大于或等于; 不超过是小于或等于.

25. 【分析】(1) 欲证 $\triangle ACE \sim \triangle FBE$, 通过观察发现两个三角形已经具备一组角对应相等, 即 $\angle AEC = \angle FEB$, 此时, 再证 $\angle AC' C = \angle ABB'$ 即可.

(2) 欲证 $\triangle ACE \cong \triangle FBE$, 由 (1) 知 $\triangle ACE \sim \triangle FBE$, 只需证明 $CE = BE$, 由已知可证 $\angle ABC = \angle BCE = \alpha$, 即证 $\beta = 2\alpha$ 时, $\triangle ACE \cong \triangle FBE$.

【解答】(1) 证明: $\because$ Rt $\triangle AB' C'$ 是由 Rt $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转得到的,

$$\therefore AC = AC', AB = AB', \angle CAB = \angle C' AB',$$

$$\therefore \angle CAB + \angle BAC' = \angle C' AB' + \angle BAC', \text{ 即 } \angle CAC' = \angle BAB',$$

$$\therefore \angle ABB' = \angle AB' B = \angle ACC' = \angle AC' C,$$

$$\therefore \angle ACC' = \angle ABB',$$

$$\text{又 } \because \angle AEC = \angle FEB,$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle FBE.$$

(2) 解: 当 $\beta = 2\alpha$ 时, $\triangle ACE \cong \triangle FBE$.

在 $\triangle ACC'$ 中,

$$\because AC = AC',$$

$$\therefore \angle ACC' = \frac{180^\circ - \angle CAC'}{2} = \frac{180^\circ - \beta}{2} = 90^\circ - \alpha,$$

在 Rt $\triangle ABC$ 中,

$$\angle ACC' + \angle BCE = 90^\circ, \text{ 即 } 90^\circ - \alpha + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \alpha,$$

$$\because \angle ABC = \alpha,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCE,$$

$$\therefore CE = BE,$$

由 (1) 知: $\triangle ACE \sim \triangle FBE$,

$$\therefore \angle BEF = \angle CEA, \angle FBE = \angle ACE,$$

$$\text{又 } \because CE = BE,$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle FBE.$$

$$\text{当 } x=5 \text{ 时, } y = \frac{2}{3} \times 5^2 - \frac{10}{3} \times 5 + 4 = 4$$

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } y = \frac{2}{3} \times 2^2 - \frac{10}{3} \times 2 + 4 = 0$$

$\therefore$ 点 C 和点 D 在所求抛物线上;

(3) 设直线 CD 对应的函数关系式为 $y = kx + b'$,

$$\text{则 } \begin{cases} 5k + b' = 4, \\ 2k + b' = 0 \end{cases};$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{4}{3} \\ b' = -\frac{8}{3} \end{cases};$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$$

$\because MN \parallel y$ 轴, M 点的横坐标为 t ,

$\therefore N$ 点的横坐标也为 t ;

$$\text{则 } y_M = \frac{2}{3}t^2 - \frac{10}{3}t + 4, \quad y_N = \frac{4}{3}t - \frac{8}{3},$$

$$\therefore l = y_N - y_M = \frac{4}{3}t - \frac{8}{3} - \left(\frac{2}{3}t^2 - \frac{10}{3}t + 4 \right) = -\frac{2}{3}t^2 + \frac{14}{3}t - \frac{20}{3} = -\frac{2}{3}\left(t - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$$

$$\because -\frac{2}{3} < 0,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{7}{2} \text{ 时, } l_{\text{最大}} = \frac{3}{2}, \quad y_M = \frac{2}{3}t^2 - \frac{10}{3}t + 4 = \frac{1}{2}.$$

此时点 M 的坐标为 $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

【点评】 此题考查了一次函数、二次函数解析式的确定, 菱形的性质, 图象的平移变换, 二次函数的应用等知识.