

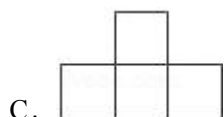
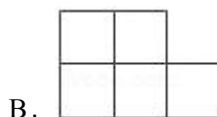
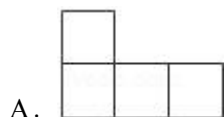
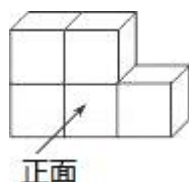
2010 年四川省南充市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. (3 分) 计算 $-(-5)$ 的结果是 ()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. (3 分) 如图，立体图形的主视图是 ()



3. (3 分) 下列等式成立的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^6$ B. $2a^2 - 3a = -a$
C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a+4)(a-4) = a^2 - 4$

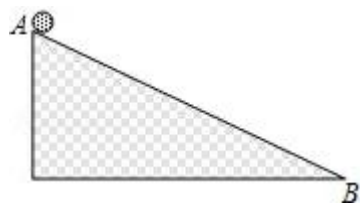
4. (3 分) 三根木条的长度如下，能组成三角形的是 ()

- A. 2cm, 2cm, 5cm B. 2cm, 2cm, 4cm
C. 2cm, 3cm, 5cm D. 2cm, 3cm, 4cm

5. (3 分) 计算 $\frac{1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$ 的结果为 ()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

6. (3 分) 如图，小球从点 A 运动到点 B，速度 v (米/秒) 和时间 t (秒) 的函数关系式是 $v = 2t$ 。如果小球运动到点 B 时的速度为 6 米/秒，小球从点 A 到点 B 的时间是 ()



- A. 1 秒 B. 2 秒 C. 3 秒 D. 4 秒

7. (3 分) 四个班各选 10 名同学参加学校 1500 米长跑比赛，各班选手平均用时及方差如下

表:

班	A 班	B 班	C 班	D 班
平均用时 (分钟)	5	5	5	5
方差	0.15	0.16	0.17	0.14

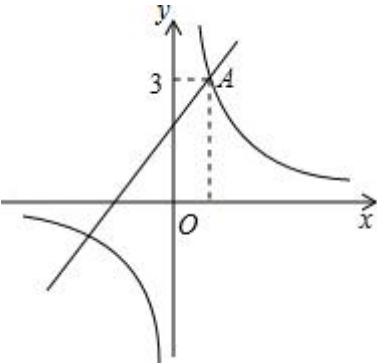
各班选手用时波动性最小的是 ()

- A. A 班 B. B 班 C. C 班 D. D 班

8. (3 分) 甲箱装有 40 个红球和 10 个黑球, 乙箱装有 60 个红球、40 个黑球和 50 个白球. 这些球除了颜色外没有其他区别. 搅匀两箱中的球, 从箱中分别任意摸出一个球. 正确说法是 ()

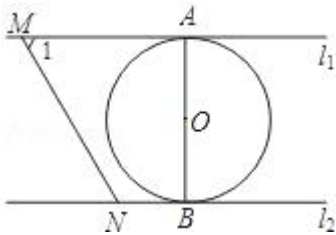
- A. 从甲箱摸到黑球的概率较大
B. 从乙箱摸到黑球的概率较大
C. 从甲、乙两箱摸到黑球的概率相等
D. 无法比较从甲、乙两箱摸到黑球的概率

9. (3 分) 如图, 直线 $y = x + 2$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 相交于点 A, 点 A 的纵坐标为 3, k 的值为 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. (3 分) 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, $\odot O$ 与 l_1 和 l_2 分别相切于点 A 和点 B. 点 M 和点 N 分别是 l_1 和 l_2 上的动点, MN 沿 l_1 和 l_2 平移. $\odot O$ 的半径为 1, $\angle 1 = 60^\circ$. 下列结论错误的是 ()



A. $MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

B. 若 MN 与 $\odot O$ 相切, 则 $AM = \sqrt{3}$

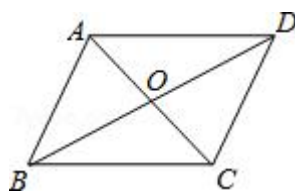
C. 若 $\angle MON = 90^\circ$, 则 MN 与 $\odot O$ 相切

D. l_1 和 l_2 的距离为 2

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分)

11. (3 分) 使代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

12. (3 分) 如图, $\square ABCD$ 中, 点 A 关于点 O 的对称点是点_____.



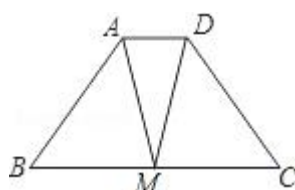
13. (3 分) 在“抛掷正六面体”的试验中, 如果正六面体的六个面分别标有数字“1”、“2”、“3”、“4”、“5”和“6”, 如果试验的次数增多, 出现数字“1”的频率的变化趋势是_____.

14. (3 分) 如果方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两个根分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条边, $\triangle ABC$ 最小的角为 A , 那么 $\tan A$ 的值为_____.

三、解答题 (共 8 小题, 满分 58 分)

15. (6 分) 计算: $(-2)^2 + 2\sqrt{12} - 8\cos 30^\circ - |-3|$.

16. (6 分) 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 M 是 BC 的中点, 且 $MA = MD$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形.

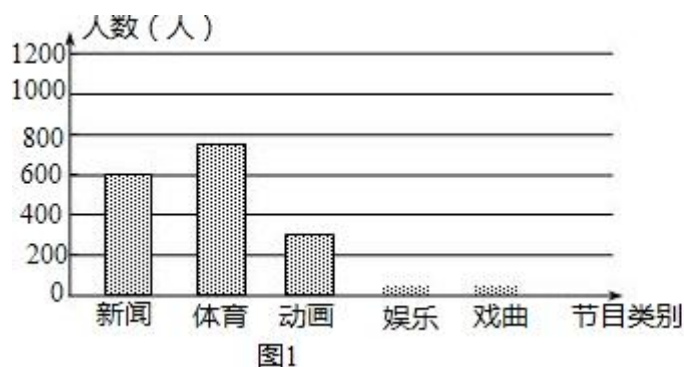


17. (6 分) 电视台在南充城市某居民小区对电视节目的收视情况进行抽样调查, 每人只能在被调查的五类电视节目中选择一类“最喜欢”的电视节目, 将统计结果绘制了两幅不完整的统计图. 请根据图中信息解答问题:

(1) 这次抽样调查了多少人?

(2) 在扇形统计图中, 最喜欢娱乐节目对应的圆心角比最喜欢戏曲节目对应的圆心角大 90° , 调查中最喜欢娱乐节目比最喜欢戏曲节目的多多少人?

(3) 估计南充城区有 100 万人中最喜欢体育节目的有多少人?

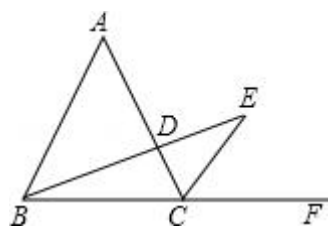


18. (8分) 已知: 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求 k 的取值范围;
- (2) 请选择一个 k 的负整数值, 并求出方程的根.

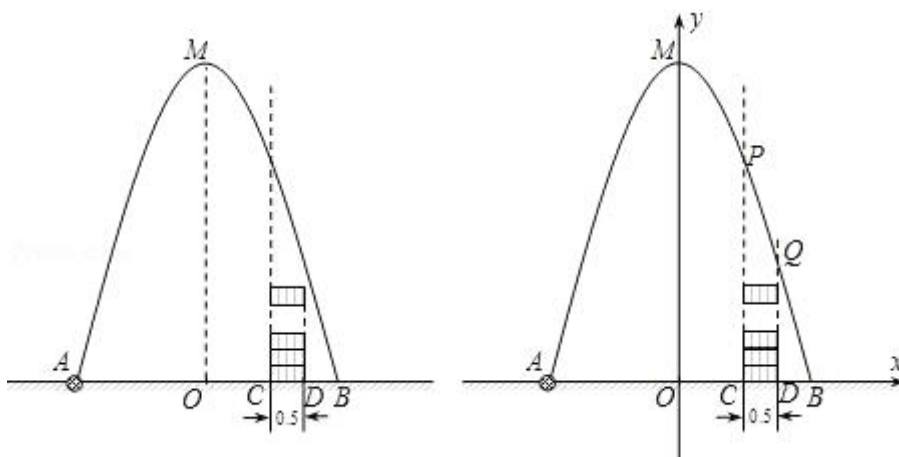
19. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, CE 是外角平分线, 点 D 在 AC 上, 连接 BD 并延长与 CE 交于点 E .

- (1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle CED$.
- (2) 若 $AB = 6$, $AD = 2CD$, 求 BE 的长.



20. (8分) 如图, 在水平地面点 A 处有一网球发射器向空中发射网球, 网球飞行路线是一条抛物线, 在地面上落点为 B . 有人在直线 AB 上点 C (靠点 B 一侧) 竖直向上摆放无盖的圆柱形桶, 试图让网球落入桶内. 已知 $AB = 4$ 米, $AC = 3$ 米, 网球飞行最大高度 $OM = 5$ 米, 圆柱形桶的直径为 0.5 米, 高为 0.3 米 (网球的体积和圆柱形桶的厚度忽略不计).

- (1) 如果竖直摆放 5 个圆柱形桶时, 网球能不能落入桶内?
- (2) 当竖直摆放圆柱形桶多少个时, 网球可以落入桶内?

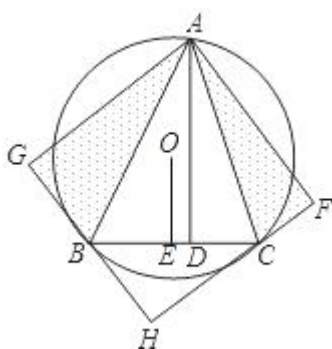


21. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AD \perp BC$, $OE \perp BC$, $OE = \frac{1}{2}BC$.

(1) 求 $\angle BAC$ 的度数;

(2) 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 折叠为 $\triangle ACF$, 将 $\triangle ABD$ 沿 AB 折叠为 $\triangle ABG$, 延长 FC 和 GB 相交于点 H ; 求证: 四边形 $AFHG$ 是正方形;

(3) 若 $BD = 6$, $CD = 4$, 求 AD 的长.

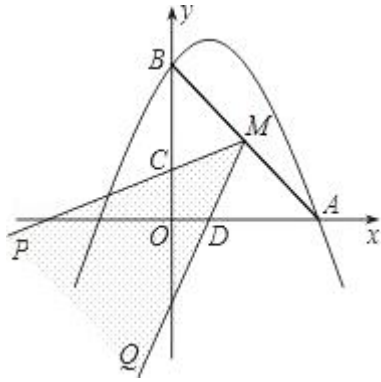


22. (8分) 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + 4$ 上有不同的两点 $E(k+3, -k^2+1)$ 和 $F(-k-1, -k^2+1)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + 4$ 与 x 轴和 y 轴的正半轴分别交于点 A 和 B , M 为 AB 的中点, $\angle PMQ$ 在 AB 的同侧以 M 为中心旋转, 且 $\angle PMQ = 45^\circ$, MP 交 y 轴于点 C , MQ 交 x 轴于点 D . 设 AD 的长为 m ($m > 0$), BC 的长为 n , 求 n 和 m 之间的函数关系式;

(3) 当 m, n 为何值时, $\angle PMQ$ 的边过点 F ?



2010 年四川省南充市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】根据相反数的定义求解. $-(-5)$ 表示 -5 的相反数，所以等于 5 .

【解答】解： $-(-5) = 5$.

故选： A .

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“ $-$ ”号；一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数， 0 的相反数是 0 .

2. 【分析】找到从正面看所得到的图形即可.

【解答】解：从正面可看到从左往右三列小正方形的个数为： $2, 2, 1$ ，故选 B .

【点评】本题考查了三视图的知识，主视图是从物体的正面看得到的视图.

3. 【分析】根据幂的乘方，底数不变指数相乘；同底数幂相除，底数不变指数相减；平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ；对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解： A 、 $(a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$ ；正确；

B 、 $2a^2$ 和 $3a$ 不是同类项，不能合并，故本选项错误；

C 、应为 $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$ ；故本选项错误；

D 、应为 $(a+4)(a-4) = a^2 - 16$ ；故本选项错误.

故选： A .

【点评】本题考查同底数幂的除法，合并同类项，幂的乘方，平方差公式，熟练掌握运算法则和性质是解题的关键.

4. 【分析】根据三角形形成的条件：任意两边之和大于第三边，从而得出答案 D 正确.

【解答】解：根据三角形形成的条件：任意两边之和大于第三边： A 、 $2+2 < 5$ 不成立，故 A 错误； B 、 $2+2 = 4$ ，故 B 错误； C 、 $2+3 = 5$ ，故 C 答案错误； D 、 $2+3 > 4$ ，故 D 答案正确.

故选： D .

【点评】考查三角形的边时，要注意三角形形成的条件：任意两边之和大于第三边，把符合条件的保留下来，不符合的舍去.

5. 【分析】根据分式加减法则进行运算. 对于同分母的分式相加减分母不变，分子相加减.

【解答】解：原式 $= \frac{1-x}{x-1} = \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$.

故选：C.

【点评】本题比较容易，考查分式的运算.

6. 【分析】直接将速度的值代入函数关系式即可.

【解答】解：把 $v=6$ 代入 $v=2t$ 中，

得 $t=3$.

故选：C.

【点评】本题考查的是一次函数在实际生活中的应用，比较简单.

7. 【分析】根据方差的意义：反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

【解答】解：由于 $S^2_D < S^2_A < S^2_B < S^2_C$ ，故 D 班的方差小，波动小，

故选：D.

【点评】本题考查方差的定义与意义：一般地设 n 个数据， $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，

则方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ ，它反映了一组数据的波动大小，

方差越大，波动性越大，反之也成立.

8. 【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：

①各箱中符合条件的黑球数目；

②各箱中球的总数.

二者的比值就是其发生的概率的大小，算出相应概率后比较即可.

【解答】解： $\because$ 甲箱装有 40 个红球和 10 个黑球，

球的总个数为：40+10=50 个；

黑球的个数为：10 个，

$\because$ 乙箱装有 60 个红球、40 个黑球和 50 个白球，

球的总个数为：60+40+50=150 个，

黑球的个数为：40 个，

于是：从甲箱摸到黑球的概率 $\frac{10}{50} = \frac{1}{5}$ ；

从乙箱摸到黑球的概率 $\frac{40}{150} = \frac{4}{15}$ ；

由此可得从乙箱摸到黑球的概率较大，

故选：B.

【点评】本题考查概率的求法与运用，一般方法为：如果一个事件有 n 种可能，而且这

些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

9. 【分析】把 A 点的纵坐标代入直线解析式，即可求得 A 的坐标. 再根据待定系数法即可求得反比例函数的解析式.

【解答】解：在 $y = x + 2$ 中令 $y = 3$ ，得到： $3 = x + 2$ ，

解得： $x = 1$ ，则 A 的坐标是 $(1, 3)$.

设反比例函数的解析式 $y = \frac{k}{x}$ ，

把 $(1, 3)$ 代入得到： $k = 3$.

故选： C .

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，同学们要重点掌握.

10. 【分析】根据直线与圆的相关知识，逐一判断.

【解答】解： A 、平移 MN 使点 B 与 N 重合， $\angle 1 = 60^\circ$ ， $AB = 2$ ，解直角三角形得 $MN = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，

正确；

B 、当 MN 与圆相切时， M, N 在 AB 左侧以及 M, N 在 A, B 右侧时， $AM = \sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

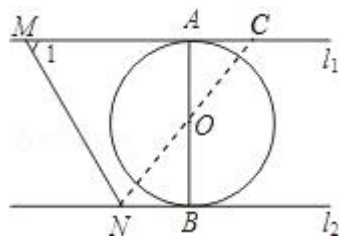
错误；

C 、若 $\angle MON = 90^\circ$ ，连接 NO 并延长交 MA 于点 C ，则 $\triangle AOC \cong \triangle BON$ ，

故 $CO = NO$ ， $\triangle MON \cong \triangle MOC$ ，故 MN 上的高为 1，即 O 到 MN 的距离等于半径. 正确；

D 、 $l_1 \parallel l_2$ ，两平行线之间的距离为线段 AB 的长，即直径 $AB = 2$ ，正确.

故选： B .



【点评】本题考查了直线与圆相切的判断方法和性质.

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

11. 【分析】根据二次根式的性质，即“被开方数大于等于 0 时二次根式才有意义”，解答即可.

【解答】解： $\because \sqrt{x-1}$ 有意义，

$\therefore x - 1 \geq 0$ ，

解得： $x \geq 1$.

故答案为： $x \geq 1$.

【点评】本题主要考查了二次根式的意义和性质：

二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

12. 【分析】根据平行四边形的对角线互相平分，点 A 、 C 关于点 O 对称.

【解答】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore OA = OC$ ，且 A 、 O 、 C 三点共线，

$\therefore$ 点 A 关于点 O 的对称点是点 C .

故答案为： C .

【点评】平行四边形是中心对称图形，其对称中心为对角线的交点.

13. 【分析】随着试验次数的增多，变化趋势接近与理论上的概率.

【解答】解：如果试验的次数增多，出现数字“1”的频率的变化趋势是接近 $\frac{1}{6}$.

【点评】实验次数越多，出现某个数的变化趋势越接近于它所占总数的概率.

14. 【分析】先求出方程的两个根是 1 和 3，再根据边长 3 是直角边和斜边两种情况讨论.

【解答】解：解方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 得，

$x_1 = 1$ ， $x_2 = 3$ ，

①当 3 是直角边时， $\because \triangle ABC$ 最小的角为 A ， $\therefore \tan A = \frac{1}{3}$ ；

②当 3 是斜边时，根据勾股定理， $\angle A$ 的邻边 $= \sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$ ，

$\therefore \tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ；

所以 $\tan A$ 的值为 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

【点评】本题注意因为较长边是直角边还是斜边不明确，所以要分情况讨论.

三、解答题（共 8 小题，满分 58 分）

15. 【分析】本题涉及绝对值、乘方、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解：原式 $= 4 + 2 \times 2\sqrt{3} - 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 3$

$= 4 + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} - 3$

$= 1$.

【点评】本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题

目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

16. 【分析】根据已知利用 SAS 判定 $\triangle AMB \cong \triangle DMC$ ，从而得到 $AB = CD$ ，两腰相等即得到四边形 $ABCD$ 是等腰梯形.

【解答】证明： $\because MA = MD$,

$\therefore \triangle MAD$ 是等腰三角形.

$\therefore \angle DAM = \angle ADM$.

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle AMB = \angle DAM, \angle DMC = \angle ADM$.

$\therefore \angle AMB = \angle DMC$.

$\because$ 点 M 是 BC 的中点,

$\therefore BM = CM$.

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle DMC$.

$\therefore AB = DC$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形.

【点评】此题主要考查学生对全等三角形的判定方法及等腰梯形的判定的理解及运用.

17. 【分析】(1) 喜欢新闻的有 600 人，占总体的 20%，根据：这次抽样调查的总人数为：喜欢新闻节目的人数 $\div$ 它所占的百分比；

(2) 知道最喜欢娱乐节目对应的圆心角比最喜欢戏曲节目对应的圆心角大 90° ，则调查中最喜欢娱乐节目比最喜欢戏曲节目多的人数 = 总人数 $\times \frac{90}{360}$ ；

(3) 先算出 3000 人中有多少喜欢体育节目，再估计南充城区有 100 万人中最喜欢体育节目的人数.

【解答】解：(1) 这次抽样调查人数为： $\frac{600}{20\%} = 3000$ (人)；

(2) 最喜欢娱乐节目比最喜欢戏曲节目的多： $3000 \times \frac{90}{360} = 750$ (人)；

(3) 估计南充城区最喜欢体育节目的有： $100 \times 25\% = 25$ (万人).

答：(1) 这次抽样调查了 3000 人；

(2) 最喜欢娱乐节目比最喜欢戏曲节目的多 750 人；

(3) 估计南充城区最喜欢体育节目的有 25 万人

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

18. **【分析】** (1) 根据方程有两个不相等的实数根，则根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，建立关于 k 的不等式，求出 k 的取值范围；

(2) k 取负整数，再解一元二次方程即可．

【解答】 解：(1) $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 3x - k = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0,$$

$$\text{解得 } k > -\frac{9}{4};$$

(2) 当 $k = -2$ 时，方程为 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，

$$\text{因式分解得 } (x - 1)(x - 2) = 0,$$

$$\text{解得 } x_1 = 1, x_2 = 2.$$

【点评】 本题考查的是根的判别式，熟知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 中，当 $\Delta > 0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根是解答此题的关键．

19. **【分析】** (1) 由于 $\triangle ABC$ 是等边三角形，易知 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle ACF = 120^\circ$ ；而 CE 平分 $\angle ACF$ ，可得 $\angle A = \angle DCE = 60^\circ$ ，又已知了一组对顶角，两组对应角相等，可判定所求的两个三角形相似；

(2) 由于 $\triangle ABC$ 是等边三角形，则 $AC = BC = 6$ ，由此可求出 AC 、 CD 的长；过 B 作 $BM \perp AC$ 于 M ，根据等边三角形的性质知 $AM = MC$ ，由此可求出 MD 、 MB 的长，进而可由勾股定理求出 BD 的长；根据 (1) 的相似三角形，可得出关于 AD 、 CD ， BD 、 DE 的比例关系式，即可求出 DE 的长，从而由 $BE = BD + DE$ 求出 BE 的长．

【解答】 (1) 证明： $\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ, \angle ACF = 120^\circ;$$

$\because CE$ 是外角平分线，

$$\therefore \angle ACE = 60^\circ;$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ACE;$$

$$\text{又 } \because \angle ADB = \angle CDE,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CED;$$

(2) 解: 作 $BM \perp AC$ 于点 M , $AC = AB = 6$, 在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中

$$\therefore AM = CM = 3, BM = AB \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3};$$

$$\therefore AD = 2CD,$$

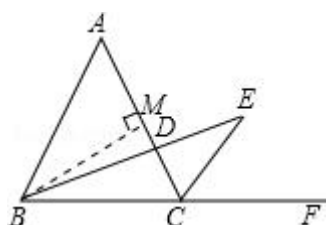
$$\therefore CD = 2, AD = 4, MD = 1;$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BDM \text{ 中, } BD = \sqrt{BM^2 + MD^2} = 2\sqrt{7};$$

$$\text{由 (1) } \triangle ABD \sim \triangle CED \text{ 得, } \frac{BD}{ED} = \frac{AD}{CD}, \frac{2\sqrt{7}}{ED} = 2,$$

$$\therefore ED = \sqrt{7},$$

$$\therefore BE = BD + ED = 3\sqrt{7}.$$



【点评】 此题主要考查了等边三角形的性质、相似三角形的判定和性质; (2) 题中能够正确的构建出直角三角形求出 BD 的长是解答此题的关键.

20. **【分析】** (1) 以抛物线的对称轴为 y 轴, 水平地面为 x 轴, 建立平面直角坐标系, 设解析式, 结合已知确定抛物线上点的坐标, 代入解析式确定抛物线的解析式;

(2) 由圆桶的直径, 求出圆桶两边缘纵坐标的值, 确定 m 的范围, 根据 m 为正整数, 得出 m 的值, 即可得到当网球可以落入桶内时, 竖直摆放圆柱形桶个数.

【解答】 解: (1) 以点 O 为原点, AB 所在直线为 x 轴建立直角坐标系 (如图),

$$M(0, 5), B(2, 0), C(1, 0), D\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

设抛物线的解析式为 $y = ax^2 + k$,

抛物线过点 M 和点 B ,

$$\text{则 } k = 5, a = -\frac{5}{4}.$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为: } y = -\frac{5}{4}x^2 + 5;$$

$$\therefore \text{当 } x = 1 \text{ 时, } y = \frac{15}{4};$$

$$\text{当 } x = \frac{3}{2} \text{ 时, } y = \frac{35}{16}.$$

$\therefore P(1, \frac{15}{4}), Q(\frac{3}{2}, \frac{35}{16})$ 在抛物线上;

当竖直摆放 5 个圆柱形桶时, 桶高 $= \frac{3}{10} \times 5 = \frac{3}{2}$,

$$\therefore \frac{3}{2} < \frac{15}{4} \text{ 且 } \frac{3}{2} < \frac{35}{16},$$

$\therefore$ 网球不能落入桶内.

(2) 设竖直摆放圆柱形桶 m 个时网球可以落入桶内,

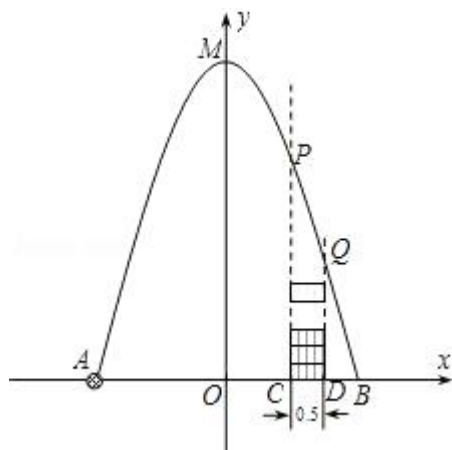
$$\text{由题意, 得, } \frac{35}{16} \leq \frac{3}{10}m \leq \frac{15}{4},$$

$$\text{解得: } 7\frac{7}{24} \leq m \leq 12\frac{1}{2};$$

$\therefore m$ 为整数,

$\therefore m$ 的值为 8, 9, 10, 11, 12.

$\therefore$ 当竖直摆放圆柱形桶 8, 9, 10, 11 或 12 个时, 网球可以落入桶内.



【点评】 研究抛物线的问题, 需要建立适当的平面直角坐标系, 根据已知条件, 求出相关点的坐标, 确定解析式, 这是解答其它问题的基础.

21. **【分析】** (1) 连接 OB 、 OC , 由垂径定理知 E 是 BC 的中点, 而 $OE = \frac{1}{2}BC$, 可判定 $\triangle BOC$ 是直角三角形, 则 $\angle BOC = 90^\circ$, 根据同弧所对的圆周角和圆心角的关系即可求得 $\angle BAC$ 的度数;

(2) 由折叠的性质可得到的条件是: ① $AG = AD = AF$, ② $\angle GAF = \angle GAD + \angle DAF = 2\angle BAC = 90^\circ$, 且 $\angle G = \angle F = 90^\circ$; 由②可判定四边形 $AGHF$ 是矩形, 联立①的结论可证得四边形 $AGHF$ 是正方形;

(3) 设 $AD = x$, 由折叠的性质可得: $AD = AF = x$ (即正方形的边长为 x), $BG = BD = 6$,

$CF = CD = 4$; 进而可用 x 表示出 BH 、 HC 的长, 即可在 $\text{Rt}\triangle BHC$ 中, 由勾股定理求得 AD 的长.

【解答】(1) 解: 连接 OB 和 OC ;

$$\because OE \perp BC,$$

$$\therefore BE = CE;$$

$$\because OE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ;$$

(2) 证明: $\because AD \perp BC$,

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ;$$

由折叠可知, $AG = AF = AD$, $\angle AGH = \angle AFH = 90^\circ$,

$$\angle BAG = \angle BAD, \angle CAF = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle BAG + \angle CAF = \angle BAD + \angle CAD = \angle BAC = 45^\circ;$$

$$\therefore \angle GAF = \angle BAG + \angle CAF + \angle BAC = 90^\circ;$$

$\therefore$ 四边形 $AFHG$ 是正方形;

(3) 解: 由 (2) 得, $\angle BHC = 90^\circ$, $GH = HF = AD$, $GB = BD = 6$, $CF = CD = 4$;

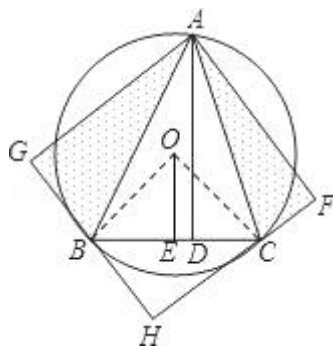
设 AD 的长为 x , 则 $BH = GH - GB = x - 6$, $CH = HF - CF = x - 4$.

在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中, $BH^2 + CH^2 = BC^2$,

$$\therefore (x - 6)^2 + (x - 4)^2 = 10^2;$$

解得, $x_1 = 12$, $x_2 = -2$ (不合题意, 舍去);

$$\therefore AD = 12.$$



【点评】此题主要考查了垂径定理、勾股定理、正方形的判定和性质以及图形的翻折变换等知识，能够根据折叠的性质得到与所求相关的相等角和相等边是解答此题的关键．

22. 【分析】(1) 求抛物线的解析式关键是求出 b 的值，根据 E 、 F 的坐标可发现， E 、 F 关于抛物线的对称轴对称，由此可求出抛物线的对称轴方程，进而可求出 b 的值及抛物线的解析式；

(2) 根据抛物线的解析式可求出 A 、 B 的坐标，可得到 $\angle OAB = \angle OBA = \angle PMQ = 45^\circ$ ，可证 $\triangle BCM \sim \triangle AMD$ ，根据相似三角形得到的比例线段求出 m 、 n 的函数关系式；

(3) 将点 F 的坐标代入抛物线的解析式中，即可求出 F 点的坐标，进而可由待定系数法求出直线 MF 的解析式，然后根据直线 MF 与坐标轴的交点坐标求出 m 、 n 的值．（需要注意的是此题要分 MP 、 MQ 过 F 的两种不同情况分类讨论）

【解答】解：(1) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + 4$ 的对称轴为 $x = -\frac{b}{2 \times (-\frac{1}{2})} = b$ ；

$\because$ 抛物线上不同两个点 $E(k+3, -k^2+1)$ 和 $F(-k-1, -k^2+1)$ 的纵坐标相同，

$\therefore$ 点 E 和点 F 关于抛物线对称轴对称，则 $b = \frac{(k+3) + (-k-1)}{2} = 1$ ，且 $k \neq -2$ ；

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ ；

(2) 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 与 x 轴的交点为 $A(4, 0)$ ，与 y 轴的交点为 $B(0, 4)$ ，

$\therefore AB = 4\sqrt{2}$ ， $AM = BM = 2\sqrt{2}$ ；

在 $\angle PMQ$ 绕点 M 在 AB 同侧旋转过程中， $\angle MBC = \angle DAM = \angle PMQ = 45^\circ$ ，

在 $\triangle BCM$ 中， $\angle BMC + \angle BCM + \angle MBC = 180^\circ$ ，即 $\angle BMC + \angle BCM = 135^\circ$ ，

在直线 AB 上， $\angle BMC + \angle PMQ + \angle AMD = 180^\circ$ ，即 $\angle BMC + \angle AMD = 135^\circ$ ；

$\therefore \angle BCM = \angle AMD$ ，

$\therefore \triangle BCM \sim \triangle AMD$ ；

$\therefore \frac{BC}{AM} = \frac{BM}{AD}$ ，即 $\frac{n}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{m}$ ， $n = \frac{8}{m}$ ；

故 n 和 m 之间的函数关系式为 $n = \frac{8}{m}$ ($m > 0$)；

(3) $\because F(-k-1, -k^2+1)$ 在 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$ 上,

$\therefore$ 将 F 代入函数解析式得: $-\frac{1}{2}(-k-1)^2+(-k-1)+4=-k^2+1$,

化简得, $k^2-4k+3=0$, $\therefore k_1=1, k_2=3$;

即 $F_1(-2, 0)$ 或 $F_2(-4, -8)$;

① MF 过 $M(2, 2)$ 和 $F_1(-2, 0)$, 设 MF 为 $y=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} 2k+b=2 \\ -2k+b=0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ b=1 \end{cases};$$

$\therefore$ 直线 MF 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$;

直线 MF 与 x 轴交点为 $(-2, 0)$, 与 y 轴交点为 $(0, 1)$;

若 MP 过点 $F(-2, 0)$, 则 $m_1=4-1=3$, $m_1=\frac{8}{3}$;

若 MQ 过点 $F(-2, 0)$, 则 $m_2=4-(-2)=6$, $m_2=\frac{4}{3}$;

② MF 过 $M(2, 2)$ 和 $F_2(-4, -8)$, 设 MF 为 $y=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} 2k+b=2 \\ -4k+b=-8 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=\frac{5}{3} \\ b=-\frac{4}{3} \end{cases};$$

$\therefore$ 直线 MF 的解析式为 $y=\frac{5}{3}x-\frac{4}{3}$;

直线 MF 与 x 轴交点为 $(\frac{4}{5}, 0)$, 与 y 轴交点为 $(0, -\frac{4}{3})$;

若 MP 过点 $F(-4, -8)$, 则 $n_3=4-(\frac{4}{5})=\frac{16}{5}$, $m_3=\frac{3}{2}$;

若 MQ 过点 $F(-4, -8)$, 则 $m_4=4-\frac{4}{5}=\frac{16}{5}$, $n_4=\frac{5}{2}$;

故当 $\begin{cases} m_1=\frac{8}{3} \\ n_1=3 \end{cases}$, $\begin{cases} m_2=6 \\ n_2=\frac{4}{3} \end{cases}$, $\begin{cases} m_3=\frac{3}{2} \\ n_3=\frac{16}{5} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m_4=\frac{16}{5} \\ n_4=\frac{5}{2} \end{cases}$ 时, $\angle PMQ$ 的边过点 F .

【点评】 此题主要考查了二次函数解析式的确定、相似三角形的判定和性质、函数图象与坐标轴交点坐标的求法等知识, 需注意的是(3)题中, MP 、 MQ 都有可能经过 F 点, 要分类讨论, 以免漏解.