

2010 年四川省乐山市中考数学试卷

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1.（3 分）计算 $(-2) \times 3$ 的结果是（ ）

- A. -6 B. 6 C. -5 D. 5

2.（3 分）下列图形中，是轴对称图形的是（ ）



3.（3 分）函数 $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 中，自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x \neq 2$ C. $x < 2$ D. $x \neq 0$

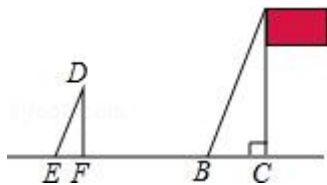
4.（3 分）下列不等式变形正确的是（ ）

- A. 由 $a > b$ ，得 $a - 2 < b - 2$ B. 由 $a > b$ ，得 $-2a < -2b$
C. 由 $a > b$ ，得 $|a| > |b|$ D. 由 $a > b$ ，得 $a^2 > b^2$

5.（3 分）某厂生产上第世博会吉祥物：“海宝”纪念章 10 万个，质检部门为检测这批纪念章质量的合格情况，从中随机抽查 500 个，合格 499 个．下列说法正确的是（ ）

- A. 总体是 10 万个纪念章的合格情况，样本是 500 个纪念章的合格情况
B. 总体是 10 万个纪念章的合格情况，样本是 499 个纪念章的合格情况
C. 总体是 500 个纪念章的合格情况，样本是 500 个纪念章的合格情况
D. 总体是 10 万个纪念章的合格情况，样本是 1 个纪念章的合格情况

6.（3 分）某校数学兴趣小组为测量学校旗杆 AC 的高度，在点 F 处竖立一根长为 1.5 米的标杆 DF ，如图所示，量出 DF 的影子 EF 的长度为 1 米，再量出旗杆 AC 的影子 BC 的长度为 6 米，那么旗杆 AC 的高度为（ ）



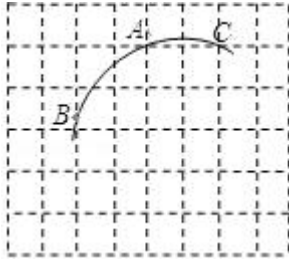
- A. 6 米 B. 7 米 C. 8.5 米 D. 9 米

7.（3 分）如图所示，是一个几何体的三视图，已知正视图和左视图都是边长为 2 的等边三角形，则这个几何体的全面积为（ ）



- A. 2π B. 3π C. $2\sqrt{3}\pi$ D. $(1+2\sqrt{3})\pi$

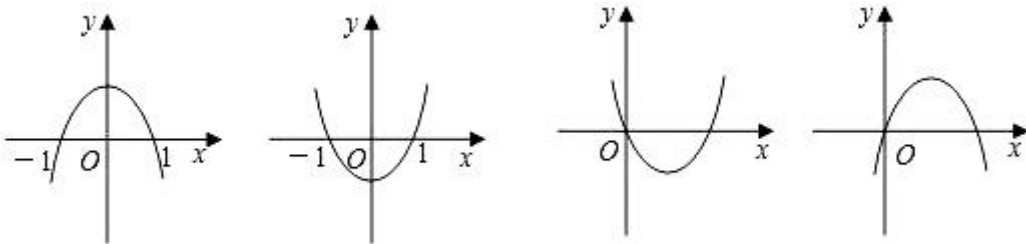
8. (3分) 如图所示, 一圆弧过方格的格点 A 、 B 、 C , 试在方格中建立平面直角坐标系, 使点 A 的坐标为 $(-2, 4)$, 则该圆弧所在圆的圆心坐标是 ()



- A. $(-1, 2)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, 1)$ D. $(2, 1)$
9. (3分) 已知一次函数 $y = kx + b$, 当 $0 \leq x \leq 2$ 时, 对应的函数值 y 的取值范围是 $-2 \leq y \leq 4$, 则 kb 的值为 ()

- A. 12 B. -6 C. -6 或 -12 D. 6 或 12

10. (3分) 设 a 、 b 是常数, 且 $b > 0$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + a^2 - 5a - 6$ 为下图中四个图象之一, 则 a 的值为 ()

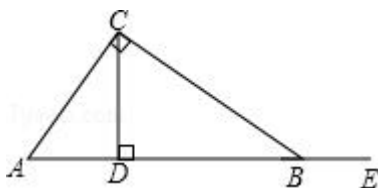


- A. 6 或 -1 B. -6 或 1 C. 6 D. -1

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. (3分) 把温度计显示的零上 5°C 用 $+5^\circ\text{C}$ 表示, 那么零下 2°C 应表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ $^\circ\text{C}$.

12. (3分) 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的高, $\angle ACD = 40^\circ$, 则 $\angle EBC =$ 度.

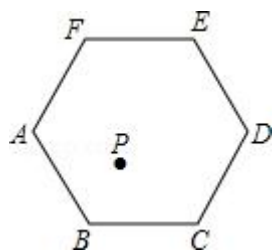


13. (3分) 若 $a < 0$, 化简 $|a - 3| - \sqrt{a^2} =$ _____.

14. (3分) 下列因式分解: ① $x^3 - 4x = x(x^2 - 4)$; ② $a^2 - 3a + 2 = (a - 2)(a - 1)$; ③ $a^2 - 2a - 2 = a(a - 2) - 2$;

④ $x^2 + x + \frac{1}{4} = (x + \frac{1}{2})^2$. 其中正确的是_____ (只填序号).

15. (3分) 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2cm , 点 P 为这个正六边形内部的一个动点, 则点 P 到这个正六边形各边的距离之和为_____ cm .

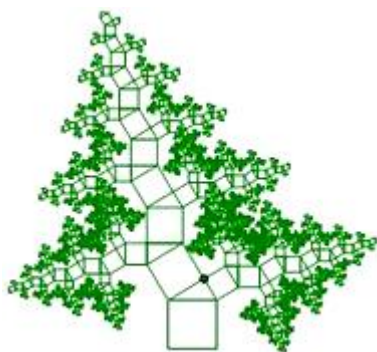


16. (3分) 勾股定理揭示了直角三角形三边之间的关系, 其中蕴含着丰富的科学知识和人文价值. 如图所示, 是一棵由正方形和含 30° 角的直角三角形按一定规律长成的勾股树, 树干自下而上第一个正方形和第一个直角三角形的面积之和为 S_1 , 第二个正方形和第二个直角三角形的面积之和为 S_2 , $\dots$, 第 n 个正方形和第 n 个直角三角形的面积之和为 S_n . 设第一个正方形的边长为 1.

请解答下列问题:

(1) $S_1 =$ _____;

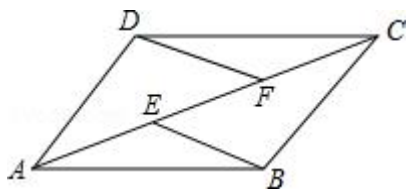
(2) 通过探究, 用含 n 的代数式表示 S_n , 则 $S_n =$ _____.



三、解答题 (共 10 小题, 满分 102 分)

17. (9分) 解方程: $5(x - 5) + 2x = -4$.

18. (9分) 如图所示, 在平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上取两点 E 和 F , 若 $AE = CF$. 求证: $\angle AFD = \angle CEB$.

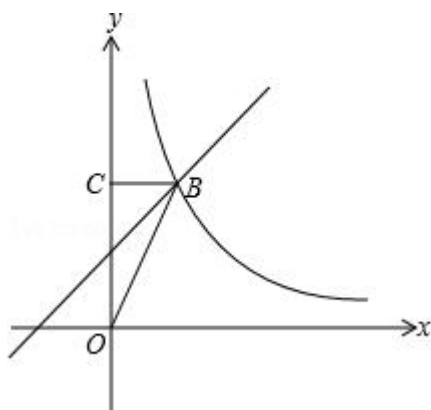


19. (9分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-3}{x-1}-2) \div \frac{1}{x-1}$, 其中 x 满足 $x^2-2x-3=0$.

20. (10分) 如图所示一次函数 $y=x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第一象限的图象交于点 B , 且

点 B 的横坐标为 1, 过点 B 作 y 轴的垂线, C 为垂足, 若 $S_{\triangle BCO} = \frac{3}{2}$, 求一次函数和反比

例函数的解析式.



21. (10分) 某校对八年级(1)班全体学生的体育作测试, 测试成绩分为优秀、良好、合格和不合格四个等级, 根据测试成绩绘制的不完整统计图如下:

八年级(1)班体育成绩频数分布表:

等级	分值	频数
优秀	90 - 100 分	?
良好	75 - 89 分	13
合格	60 - 74 分	?
不合格	0 - 59 分	9

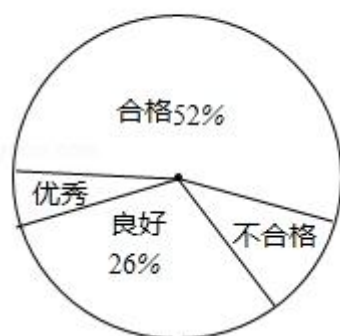
根据统计图表给出的信息, 解答下列问题:

(1) 八年级(1)班共有多少名学生?

(2) 填空: 体育成绩为优秀的频数是_____, 为合格的频数是_____;

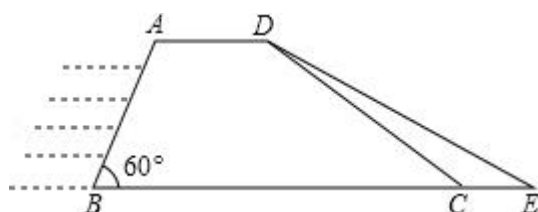
(3) 从该班全体学生的体育成绩中, 随机抽取一个同学的成绩, 求达到合格以上(包含合格)的概率.

八年级(1)班体育成绩扇形统计图



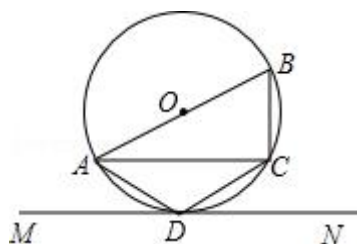
22. (10分) 水务部门为加强防汛工作, 决定对程家山水库进行加固. 原大坝的横断面是梯形 $ABCD$, 如图所示, 已知迎水面 AB 的长为 10 米, $\angle B = 60^\circ$, 背水面 DC 的长度为 $10\sqrt{3}$ 米, 加固后大坝的横断面为梯形 $ABED$. 若 CE 的长为 5 米.

- (1) 已知需加固的大坝长为 100 米, 求需要填方多少立方米;
- (2) 求新大坝背水面 DE 的坡度. (计算结果保留根号)



23. (10分) 如图所示, AB 是 $\odot O$ 的直径, D 是圆上一点, $\widehat{AD} = \widehat{DC}$, 连接 AC , 过点 D 作弦 AC 的平行线 MN .

- (1) 证明: MN 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 已知 $AB = 10$, $AD = 6$, 求弦 BC 的长.



24. (10分) 从甲、乙两题中选做一题. 如果两题都做, 只以甲题计分.

题甲: 若关于 x 一元二次方程 $x^2 - 2(2-k)x + k^2 + 12 = 0$ 有实数根 α, β .

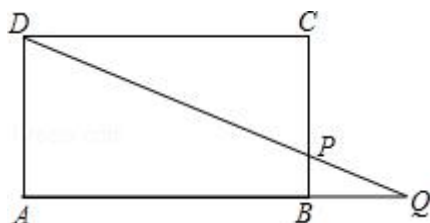
- (1) 求实数 k 的取值范围;
- (2) 设 $t = \frac{\alpha + \beta}{k}$, 求 t 的最小值.

题乙: 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中, P 是 BC 边上一点, 连接 DP 并延长, 交 AB 的延长线于点 Q .

(1) 若 $\frac{BP}{PC} = \frac{1}{3}$, 求 $\frac{AB}{AQ}$ 的值;

(2) 若点 P 为 BC 边上的任意一点, 求证: $\frac{BC}{BP} - \frac{AB}{BQ} =$.

我选做的是_____题.



25. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 的中点, O 为 AD 的中点, 直线 l 过点 O . 过 A 、 B 、 C 三点分别作直线 l 的垂线, 垂足分别是 G 、 E 、 F , 设 $AG = h_1$, $BE = h_2$, $CF = h_3$.

(1) 如图 1 所示, 当直线 $l \perp AD$ 时 (此时点 G 与点 O 重合). 求证: $h_2 + h_3 = 2h_1$;

(2) 将直线 l 绕点 O 旋转, 使得 l 与 AD 不垂直.

①如图 2 所示, 当点 B 、 C 在直线 l 的同侧时, 猜想 (1) 中的结论是否成立, 请说明你的理由;

②如图 3 所示, 当点 B 、 C 在直线 l 的异侧时, 猜想 h_1 、 h_2 、 h_3 满足什么关系. (只需写出关系, 不要求说明理由)

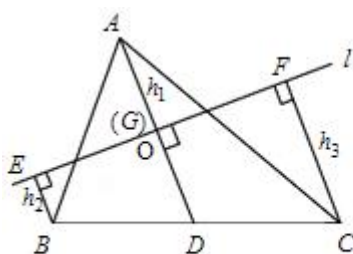


图1

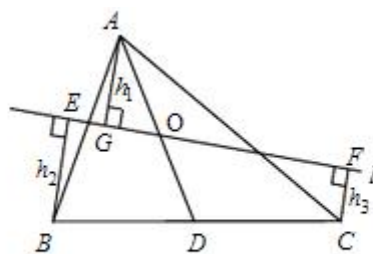


图2

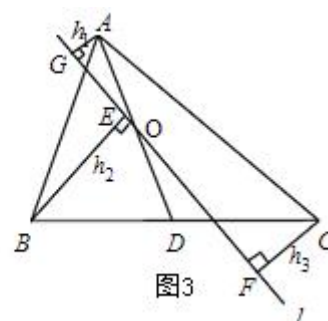


图3

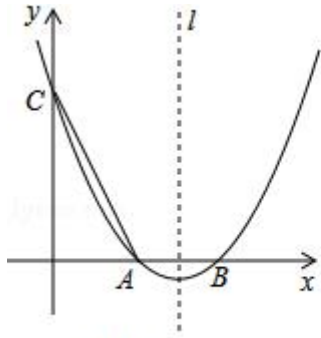
26. (13分) 如图①所示, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$, 连接 AC , 若 $\tan \angle OAC = 2$.

(1) 求抛物线对应的二次函数的解析式;

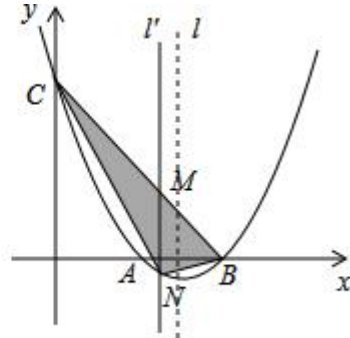
(2) 在抛物线的对称轴 l 上是否存在点 P , 使 $\angle APC = 90^\circ$? 若存在, 求出点 P 的坐标;

若不存在, 请说明理由

(3) 如图②所示, 连接 BC , M 是线段 BC 上 (不与 B 、 C 重合) 的一个动点, 过点 M 作直线 $l' \parallel l$, 交抛物线于点 N , 连接 CN 、 BN , 设点 M 的横坐标为 t . 当 t 为何值时, $\triangle BCN$ 的面积最大? 最大面积为多少?



图①



图②

2010 年四川省乐山市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 【分析】根据异号两数相乘的乘法运算法则解答.

【解答】解： $(-2) \times 3 = -6$.

故选： A .

【点评】主要考查有理数的乘法运算法则，需要熟练掌握并灵活运用.

2. 【分析】根据轴对称图形的定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴，这时，我们也可以说这个图形关于这条直线（成轴）对称，进而得出答案.

【解答】解： A 、不是轴对称图形，故 A 错误；

B 、是轴对称图形，故 B 正确；

C 、不是轴对称图形，故 C 错误；

D 、不是轴对称图形，故 D 错误.

故选： B .

【点评】本题考查了轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

3. 【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解.

【解答】解：根据题意，得 $2 - x > 0$,

解得 $x < 2$,

故选： C .

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数. 注意当单独的二次根式在分母时，被开方数应大于 0.

4. 【分析】根据不等式的性质判断即可. 要注意选项 C 中 a, b 的正负性.

【解答】解： A 、由 $a > b$ ，得 $a - 2 > b - 2$ ，故选项错误；

B 、由 $a > b$ ，得 $-2a < -2b$ ，故选项正确；

C 、 $a > b > 0$ 时，才有 $|a| > |b|$ ， $0 > a > b$ 时，有 $|a| < |b|$ ，故选项错误；

D 、 $1 > a > b > 0$ 时， $a^2 < b^2$ ，故选项错误.

故选：B.

【点评】主要考查了不等式的基本性质.“0”是很特殊的一个数，因此，解答不等式的问题时，应密切关注“0”存在与否，以防掉进“0”的陷阱.不等式的基本性质：

(1) 不等式两边加(或减)同一个数(或式子)，不等号的方向不变.

(2) 不等式两边乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变.

(3) 不等式两边乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.

5. 【分析】总体是指考查的对象的全体，个体是总体中的每一个考查的对象，样本是总体中所抽取的一部分个体，而样本容量则是指样本中个体的数目.我们在区分总体、个体、样本、样本容量，这四个概念时，首先找出考查的对象.从而找出总体、个体.再根据被收集数据的这一部分对象找出样本，最后再根据样本确定出样本容量.

【解答】解：总体是10万个纪念章的合格情况，样本是500个纪念章的合格情况.

故选：A.

【点评】解题要分清具体问题中的总体、个体与样本，关键是明确考查的对象.总体、个体与样本的考查对象是相同的，所不同的是范围的大小.样本容量是样本中包含的个体的数目，不能带单位.

6. 【分析】在同一时刻物高和影长成正比，即在同一时刻的两个物体，影子，经过物体顶部的太阳光线三者构成的两个直角三角形相似.根据相似三角形的对应边的比相等，即可求解.

【解答】解：∵ $\frac{\text{标杆的高}}{\text{标杆的影长}} = \frac{\text{旗杆的高}}{\text{旗杆的影长}}$

$$\text{即 } \frac{1.5}{1} = \frac{AC}{6},$$

$$\therefore AC = 6 \times 1.5 = 9 \text{ 米}.$$

故选：D.

【点评】本题考查了相似三角形在测量高度时的应用，解题时关键是找出相似的三角形，然后根据对应边成比例列出方程，建立适当的数学模型来解决问题.

7. 【分析】易得此几何体为圆锥，那么全面积为：底面积+侧面积 = $\pi \times \text{底面半径}^2 + \pi \times \text{底面半径} \times \text{母线长}$.

【解答】解：此几何体为圆锥，底面直径为2，母线长为2，那么底面半径为1，

$$\therefore \text{圆锥的全面积} = \pi \times 1^2 + \pi \times 1 \times 2 = 3\pi.$$

故选：B.

【点评】主要考查了圆锥的全面积的公式；解决本题的关键是得到圆锥的底面直径与母线长.

8. 【分析】连接 AB 、 AC ，作出 AB 、 AC 的垂直平分线，其交点即为圆心.

【解答】解：如图所示，

$$\because AW = 1, WH = 3,$$

$$\therefore AH = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10};$$

$$\because BQ = 3, QH = 1,$$

$$\therefore BH = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10};$$

$$\therefore AH = BH,$$

同理， $AD = BD$ ，

所以 GH 为线段 AB 的垂直平分线，

易得 EF 为线段 AC 的垂直平分线，

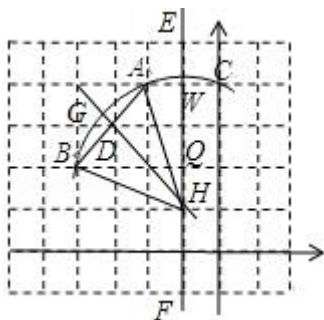
H 为圆的两条弦的垂直平分线的交点，

则 $BH = AH = HC$ ，

H 为圆心.

于是则该圆弧所在圆的圆心坐标是 $(-1, 1)$.

故选：C.



【点评】根据线段垂直平分线上的点到这条线段两端点的距离相等，找到圆的半径，半径的交点即为圆心.

9. 【分析】根据一次函数的性质，分 $k > 0$ 和 $k < 0$ 时两种情况讨论求解.

【解答】解：（1）当 $k > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，即一次函数为增函数，

$$\therefore \text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = -2, \text{ 当 } x = 2 \text{ 时, } y = 4,$$

$$\text{代入一次函数解析式 } y = kx + b \text{ 得: } \begin{cases} b = -2 \\ 2k + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=3 \\ b=-2 \end{cases},$$

$$\therefore kb = 3 \times (-2) = -6;$$

(2) 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 即一次函数为减函数,

$\therefore$ 当 $x = 0$ 时, $y = 4$, 当 $x = 2$ 时, $y = -2$,

$$\text{代入一次函数解析式 } y = kx + b \text{ 得: } \begin{cases} b=4 \\ 2k+b=-2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-3 \\ b=4 \end{cases},$$

$$\therefore kb = -3 \times 4 = -12.$$

所以 kb 的值为 -6 或 -12 .

故选: C.

【点评】 本题要注意根据一次函数图象的性质要分情况讨论, 有一定难度.

10. **【分析】** 由 $b > 0$, 排除前两个图象, 第三个图象 $a > 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$, 推出 $b < 0$, 与已知

矛盾排除, 从而抛物线 $y = ax^2 + bx + a^2 - 5a - 6$ 的图象是第四个图, 再求 a 的值.

【解答】 解: $\because$ 图 1 和图 2 表示 $y = 0$ 时, 有 1 和 -1 两个根, 代入方程能得出 $b = -b$,
即 $b = 0$, 不合题意,

$\therefore$ 排除前两个图象;

$\because$ 第三个图象 $a > 0$, 又 $-\frac{b}{2a} > 0$,

$\therefore b < 0$, 与已知矛盾排除,

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + a^2 - 5a - 6$ 的图象是第四个图,

由图象可知, 抛物线经过原点 $(0, 0)$,

$$\therefore a^2 - 5a - 6 = 0, \text{ 解得 } a = -1 \text{ 或 } 6,$$

$$\because a < 0, \therefore a = -1.$$

故选: D.

【点评】 主要考查了从图象上把握有用的条件, 准确选择数量关系解得 a 的值, 简单的图象最少能反映出 2 个条件: 开口方向, 经过原点, 利用这两个条件即可求出 a 的值.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. **【分析】** 零上的温度用正数表示, 那么零下的温度可用负数表示.

【解答】 解: 零上 5°C 用 $+5^\circ\text{C}$ 表示, 那么零下 2°C 应表示为 -2°C .

故答案为: -2 .

【点评】解题关键是理解“正”和“负”的相对性，确定一对具有相反意义的量．

12. 【分析】首先根据余角的性质求出 $\angle ABC$ 的度数，再根据邻补角定义求出 $\angle EBC$ ．

【解答】解： $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， CD 是斜边 AB 上的高，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACD = 90^\circ - \angle BCD = 40^\circ ,$$

$$\therefore \angle EBC = 180^\circ - \angle ABC = 140^\circ .$$

故答案为：140．

【点评】本题主要考查了余角的性质及邻补角定义．

13. 【分析】此题考查了绝对值的定义及二次根式的化简 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a (a \geq 0) \\ -a (a < 0) \end{cases}$ ．

【解答】解： $\because a < 0$ ，

$$\therefore a - 3 < 0,$$

$$\therefore |a - 3| - \sqrt{a^2} = -a + 3 + a = 3.$$

故答案为：3．

【点评】考查了根据绝对值的定义及二次根式的意义化简．

二次根式 $\sqrt{a^2}$ 规律总结：当 $a \geq 0$ 时， $\sqrt{a^2} = a$ ；当 $a \leq 0$ 时， $\sqrt{a^2} = -a$ ．

14. 【分析】根据提公因式法和公式法进行判断求解．

【解答】解：①分解不彻底，应为 $x^3 - 4x = x(x+2)(x-2)$ ，故本选项错误；

② $a^2 - 3a + 2 = (a-2)(a-1)$ ，正确；

③ $a^2 - 2a - 2 = a(a-2) - 2$ ，右边不是积的形式，故本选项错误；

④ $x^2 + x + \frac{1}{4} = (x + \frac{1}{2})^2$ ，正确．

所以正确的是：②④．

故答案为：②④．

【点评】本题考查了提公因式法，公式法，十字相乘法分解因式，注意因式分解的结果一定要写成整式乘积的形式，且要分解彻底．

15. 【分析】此题可采用取特殊点的方法进行计算，即当 O 为圆心时进行计算．

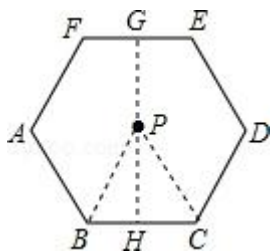
【解答】解：如图所示，过 P 作 $PH \perp BC$ 于 H ，根据正六边形的性质可知， $\angle BPC = 60^\circ$ ，

$$\text{即 } \angle BPH = \frac{1}{2} \angle BPC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ, \quad BH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 2 = 1 \text{ cm};$$

$$\therefore PH = \frac{BH}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}.$$

$\therefore$ 正六边形各边的距离之和 $= 6PH = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.

故答案为: $6\sqrt{3}$.



【点评】此题比较简单，解答此题的关键是根据题意画出图形，再由正六边形及等腰三角形的性质解答即可.

16. 【分析】根据正方形的面积公式求出面积，再根据直角三角形三条边的关系运用勾股定理求出三角形的直角边，求出 S_1 ，然后利用正方形与三角形面积扩大与缩小的规律推导出公式.

【解答】解：(1) $\because$ 第一个正方形的边长为 1，

$\therefore$ 正方形的面积为 1，

又 $\because$ 直角三角形一个角为 30° ，

$\therefore$ 三角形的一条直角边为 $\frac{1}{2}$ ，另一条直角边就是 $\sqrt{1^2 - (\frac{1}{2})^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

$\therefore$ 三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div 2 = \frac{\sqrt{3}}{8}$ ，

$\therefore S_1 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{8}$ ；

(2) $\because$ 第二个正方形的边长为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，它的面积就是 $\frac{3}{4}$ ，也就是第一个正方形面积的 $\frac{3}{4}$ ，

同理，第二个三角形的面积也是第一个三角形的面积的 $\frac{3}{4}$ ，

$\therefore S_2 = (1 + \frac{\sqrt{3}}{8}) \cdot \frac{3}{4}$ ，依此类推， $S_3 = (1 + \frac{\sqrt{3}}{8}) \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$ ，即 $S_3 = (1 + \frac{\sqrt{3}}{8}) \cdot (\frac{3}{4})^2$ ，

$S_n = (1 + \frac{\sqrt{3}}{8}) \cdot (\frac{3}{4})^{n-1}$ (n 为整数).

【点评】本题重点考查了勾股定理的运用.

三、解答题（共 10 小题，满分 102 分）

17. 【分析】根据题意首先去括号，然后合并同类项，即可解答出 x 的值

【解答】解：去括号得： $5x - 25 + 2x = -4$

移项得： $7x = 21$

系数化为 1 得: $x = 3$,

即原方程的解为 $x = 3$.

【点评】本题考查了一元一次方程的解法, 要熟练掌握解一元一次方程的方法.

18. 【分析】可证 $\triangle AFD \cong \triangle CEB$, 根据平行四边形性质有 $AD = BC$, $\angle DAF = \angle BCE$; 由 $AE = CF$ 可得 $AF = CE$, 根据 SAS 得证.

【解答】证明: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle BCE,$$

$$\therefore AE = CF,$$

$$\therefore AE + EF = CF + EF,$$

$$\text{即 } AF = CE,$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle CEB.$$

【点评】此题考查了平行四边形的性质和三角形全等的判定, 比较简单.

19. 【分析】首先运用乘法分配律将所求的代数式去括号, 然后再合并化简, 最后代值求解即可.

$$\text{【解答】解: 原式} = \left(\frac{x^2 - 3}{x - 1} - 2 \right) \cdot (x - 1)$$

$$= \frac{x^2 - 3}{x - 1} \cdot (x - 1) - 2(x - 1)$$

$$= x^2 - 3 - 2x + 2$$

$$= x^2 - 2x - 1$$

$$\text{由 } x^2 - 2x - 3 = 0, \text{ 得 } x^2 - 2x = 3$$

$$\therefore \text{原式} = 3 - 1 = 2.$$

【点评】分式混合运算要注意先去括号; 分子、分母能因式分解的先因式分解; 除法要统一为乘法运算. 注意整体代入思想在代数求值计算中的应用.

20. 【分析】根据点 B 的横坐标是 1, 求出 OC 的长利用三角形的面积求出 b 值, 点 B 的坐标即可求出, 代入反比例函数即可求出 k 值, 解析式可得.

【解答】解: $\because$ 一次函数 $y = x + b$ 过点 B , 且点 B 的横坐标为 1,

$$\therefore y = 1 + b, \text{ 即 } B(1, 1 + b).$$

$$\because BC \perp y \text{ 轴, 且 } S_{\triangle BCO} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times OC \times BC = \frac{1}{2} \times 1 \times (b+1) = \frac{3}{2},$$

解得: $b = 2$,

$$\therefore B(1, 3).$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = x + 2$.

又 $\because y = \frac{k}{x}$ 过点 B ,

$$\therefore \frac{k}{1} = 3, \text{ 解得: } k = 3,$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为: $y = \frac{3}{x}$.

【点评】 此题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 解本题的关键是先根据三角形的面积求出 b 值, 进一步确定出点 B 的坐标.

21. **【分析】** (1) 表格中已知良好人数 13 人, 扇形统计图中已知良好的百分比为 26%, 由此即可求出八年级 (1) 班共有多少名学生;

(2) 根据总人数和合格的百分比可以求出合格的频数, 然后用总人数减去所有已知人数即可求出优秀的频数;

(3) 由于抽取的 50 人中达到合格以上 (包含合格) 的人数为 $2 + 13 + 26$, 由此即可求出达到合格以上 (包含合格) 的概率.

【解答】 解: (1) 由题意得: $13 \div 26\% = 50$;

即八年级 (1) 班共有 50 名学生;

(2) 合格的频数为 $50 \times 52\% = 26$,

体育成绩为优秀的频数是 $50 - 26 - 13 - 9 = 2$;

(3) 随机抽取一个同学的体育成绩, 达到合格以上的概率为:

$$P = \frac{2+13+26}{50} = \frac{41}{50}, \text{ 或 } P = 1 - \frac{9}{50} = \frac{41}{50}.$$

【点评】 读图时要全面细致, 同时, 解题方法要灵活多样, 切忌死记硬背, 要充分运用数形结合思想来解决由统计图形式给出的数学实际问题. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比. 部分数目 = 总体数目乘以相应概率.

22. **【分析】** (1) 分别过 A 、 D 作下底的垂线, 设垂足为 F 、 G .

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中，已知坡面长和坡角的度数，可求得铅直高度 AF 的值，也就得到了 DG 的长；以 CE 为底， DG 为高即可求出 $\triangle CED$ 的面积，再乘以大坝的长度，即为所需的填方体积；

(2) 在 $\text{Rt}\triangle CDG$ 中，由勾股定理求 CG 的长，即可得到 GE 的长； $\text{Rt}\triangle DEG$ 中，根据 DG 、 GE 的长即可求得坡角的正切值，即坡面 DE 的坡比。

【解答】 解：(1) 分别过 A 、 D 作 $AF \perp BC$ ， $DG \perp BC$ ，垂点分别为 F 、 G ，如图所示。

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中， $AB = 10$ 米， $\angle B = 60^\circ$ ，

$$\sin \angle B = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore AF = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3},$$

$$DG = 5\sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\triangle DCE} = \frac{1}{2} \times CE \times DG = \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} = \frac{25}{2}\sqrt{3}.$$

$$\text{需要填方：} 100 \times \frac{25}{2}\sqrt{3} = 1250\sqrt{3} \text{ (立方米);}$$

(2) 在直角三角形 DGC 中， $DC = 10\sqrt{3}$ ，

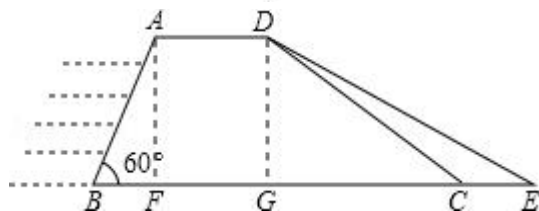
$$\therefore GC = \sqrt{DC^2 - DG^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 - (5\sqrt{3})^2} = 15,$$

$$\therefore GE = GC + CE = 20,$$

$$\text{坡度 } i = \frac{DG}{GE} = \frac{5\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$$

答：(1) 需要土石方 $1250\sqrt{3}$ 立方米。

(2) 背水坡坡度为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 。



【点评】 此题主要考查学生对坡度坡角的掌握及三角函数的运用能力。

23. **【分析】** (1) 证 MN 是 $\odot O$ 的切线，只需连接 OD ，证 $OD \perp MN$ 即可。由于 D 是弧 AC 的中点，由垂径定理知 $OD \perp AC$ ，而 $MN \parallel AC$ ，由此可证得 $OD \perp MN$ ，即可得证。

(2) 设 OD 与 AC 的交点为 E ，那么 OE 就是 $\triangle ABC$ 的中位线，即 $BC = 2OE$ ；欲求 BC ，需先求出 OE 的长。可设 OE 为 x ，那么 $DE = 5 - x$ ，可分别在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 和 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，

用勾股定理表示出 AE^2 ，即可得到关于 x 的方程，从而求出 x 即 OE 的值，也就能得到 BC 的长.

【解答】(1) 证明：连接 OD ，交 AC 于 E ，如图所示，

$$\because \widehat{AD} = \widehat{DC}, \therefore OD \perp AC;$$

$$\text{又} \because AC \parallel MN, \therefore OD \perp MN,$$

所以 MN 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解：设 $OE = x$ ，因 $AB = 10$ ，所以 $OA = 5$ ， $ED = 5 - x$ ；

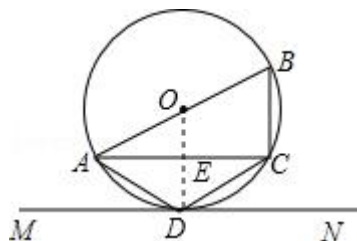
又因 $AD = 6$ ，在 $\text{Rt}\triangle OAE$ 和 $\text{Rt}\triangle DAE$ 中，

$$AE^2 = OA^2 - OE^2 = AD^2 - DE^2, \text{ 即:}$$

$$5^2 - x^2 = 6^2 - (5 - x)^2, \text{ 解得 } x = \frac{7}{5};$$

由于 AB 是 $\odot O$ 的直径，所以 $\angle ACB = 90^\circ$ ，则 $OD \parallel BC$ ；

$$\text{又 } AO = OB, \text{ 则 } OE \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的中位线，所以 } BC = 2OE = 2 \times \frac{7}{5} = \frac{14}{5}.$$



【点评】此题考查了垂径定理、切线的判定，勾股定理以及三角形中位线定理等知识，难度适中.

24. 【分析】对甲：(1) 由于一元二次方程存在两实根，令 $\Delta \geq 0$ 求得 k 的取值范围；

(2) 将 $\alpha + \beta$ 换为 k 的表达式，根据 k 的取值范围得出 t 的取值范围，求得最小值.

【解答】题甲

解：(1) $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 2(2 - k)x + k^2 + 12 = 0$ 有实数根 α, β ,

$$\therefore \Delta \geq 0,$$

$$\text{即 } 4(2 - k)^2 - 4(k^2 + 12) \geq 0,$$

$$\text{得 } k \leq -2.$$

(2) 由根与系数的关系得： $\alpha + \beta = -[-2(2 - k)] = 4 - 2k$,

$$\therefore t = \frac{a+\beta}{k} = \frac{4-2k}{k} = \frac{4}{k} - 2,$$

$$\because k \leq -2,$$

$$\therefore -2 \leq \frac{4}{k} < 0,$$

$$\therefore -4 \leq \frac{4}{k} - 2 < -2,$$

即 t 的最小值为 -4 .

题乙:

$$(1) \text{ 解: } \because AB \parallel CD, \therefore \frac{BP}{PC} = \frac{BQ}{CD} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } CD = 3BQ,$$

$$\therefore \frac{AB}{AQ} = \frac{CD}{CD+BQ} = \frac{3BQ}{3BQ+BQ} = \frac{3}{4};$$

(2) 证明: 四边形 $ABCD$ 是矩形

$$\because AB = CD, AB \parallel DC$$

$$\therefore \triangle DPC \sim \triangle QPB$$

$$\therefore \frac{DC}{BQ} = \frac{PC}{BP}$$

$$\frac{BC}{BP} - \frac{AB}{BQ} = \frac{BP+PC}{BP} - \frac{AB}{BQ} = 1 + \frac{PC}{BP} - \frac{DC}{BQ} = 1$$

$$\therefore \frac{BC}{BP} - \frac{AB}{BQ} = 1.$$

【点评】 本题考查了一元二次方程根的判定, 另要掌握两根之和、两根之积与系数的关系.

25. **【分析】** (1) 因为 $BE \perp l$, $GF \perp l$, 所以四边形 $BCFE$ 是梯形, 又因为 D 是 BC 的中点, 由梯形的中位线定理可得 $BE+CF=2DG$, O 为 AD 的中点, 故可证 $h_2+h_3=2h_1$;

(2) ①过点 D 作 $DH \perp l$, 垂足为 H , 根据 AAS 易证 $\triangle AGO \cong \triangle DHO$, 所以 $DH=AG$, 又因为 D 为 BC 的中点, 由梯形的中位线性质的可得 $2AG=BE+CF$, 故 (1) 结论成立;

② h_1 、 h_2 、 h_3 满足关系: $h_2-h_3=2h_1$.

【解答】 (1) 证明: $\because BE \perp l$, $CF \perp l$,

$$\therefore CF \parallel EB.$$

又由图知, $EF \neq BC$,

$\therefore$ 四边形 $BCFE$ 是梯形

又 $\because GD \perp l$, D 是 BC 的中点,

$$\therefore GD \parallel FC,$$

$\therefore DG$ 是梯形的中位线

$$\therefore BE + CF = 2DG$$

又 $\because O$ 为 AD 的中点

$$\therefore AG = DG$$

$$\therefore BE + CF = 2AG$$

$$\text{即 } h_2 + h_3 = 2h_1;$$

(2) ①成立;

证明: 过点 D 作 $DH \perp l$, 垂足为 H ,

在 $\triangle AGO$ 和 $\triangle DHO$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle AGO = \angle DHO \\ \angle AOG = \angle DOH \\ OA = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AGO \cong \triangle DHO \text{ (AAS)}$$

$$\therefore DH = AG,$$

$$\because DH \perp l, BE \perp l, CF \perp l,$$

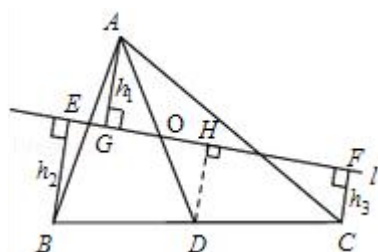
$$\therefore BE \parallel DH \parallel FC,$$

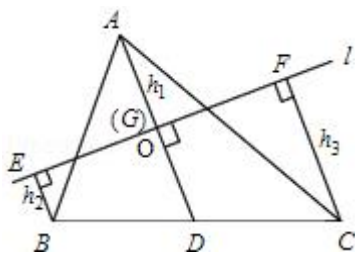
又 $\because D$ 为 BC 的中点, 由梯形的中位线性质

$$\therefore 2DH = BE + CF, \text{ 即 } 2AG = BE + CF$$

$$\therefore h_2 + h_3 = 2h_1 \text{ 成立};$$

② h_1 、 h_2 、 h_3 满足关系: $h_2 - h_3 = 2h_1$.





【点评】此题把梯形、梯形的中位线定理和全等三角形的判定结合求解．考查学生综合运用数学知识的能力．

26. 【分析】(1) 已知了 C 点的坐标，即可得到 OC 的长，根据 $\angle OAC$ 的正切值即可求出 OA 的长，由此可得到 A 点的坐标，将 A 、 C 的坐标代入抛物线中，即可确定该二次函数的解析式；

(2) 根据抛物线的解析式即可确定其对称轴方程，由此可得到点 P 的横坐标；若 $\angle APC = 90^\circ$ ，则 $\angle PAE$ 和 $\angle CPD$ 是同角的余角，因此两角相等，则它们的正切值也相等，由此可求出线段 PE 的长，即可得到点 P 点的坐标；(用相似三角形求解亦可)

(3) 根据 B 、 C 的坐标易求得直线 BC 的解析式，已知了点 M 的横坐标为 t ，根据直线 BC 和抛物线的解析式，即可用 t 表示出 M 、 N 的纵坐标，由此可求得 MN 的长，以 MN 为底， B 点横坐标的绝对值为高，即可求出 $\triangle BNC$ 的面积(或者理解为 $\triangle BNC$ 的面积是 $\triangle CMN$ 和 $\triangle MNB$ 的面积和)，由此可得到关于 S ($\triangle BNC$ 的面积)、 t 的函数关系式，根据所得函数的性质即可求得 S 的最大值及对应的 t 的值．

【解答】解：(1) $\because$ 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 过点 $C(0, 2)$,

$$\therefore c = 2;$$

$$\text{又} \because \tan \angle OAC = \frac{OC}{OA} = 2,$$

$$\therefore OA = 1, \text{ 即 } A(1, 0);$$

又 $\because$ 点 A 在抛物线 $y = x^2 + bx + 2$ 上,

$$\therefore 0 = 1^2 + b \times 1 + 2, \quad b = -3;$$

$$\therefore \text{抛物线对应的二次函数的解析式为 } y = x^2 - 3x + 2;$$

(2) 存在.

过点 C 作对称轴 l 的垂线，垂足为 D ，如图所示，

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-3}{2 \times 1} = \frac{3}{2};$$

$$\therefore AE = OE - OA = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2},$$

$$\because \angle APC = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle PAE = \tan \angle CPD,$$

$$\therefore \frac{PE}{EA} = \frac{CD}{DP}, \text{ 即 } \frac{PE}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{2-PE},$$

$$\text{解得 } PE = \frac{1}{2} \text{ 或 } PE = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \text{ 或 } \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right). \text{ (备注: 可以用勾股定理或相似解答)}$$

(3) 如图所示, 易得直线 BC 的解析式为: $y = -x+2$,

$\because$ 点 M 是直线 l' 和线段 BC 的交点,

$$\therefore M \text{ 点的坐标为 } (t, -t+2) \quad (0 < t < 2),$$

$$\therefore MN = -t+2 - (t^2 - 3t+2) = -t^2+2t,$$

$$\therefore S_{\triangle BCN} = S_{\triangle MNC} + S_{\triangle MNB} = \frac{1}{2}MN \cdot t + \frac{1}{2}MN \cdot (2-t),$$

$$= \frac{1}{2}MN \cdot (t+2-t) = MN = -t^2+2t \quad (0 < t < 2),$$

$$\therefore S_{\triangle BCN} = -t^2+2t = -(t-1)^2+1,$$

$\therefore$ 当 $t=1$ 时, $S_{\triangle BCN}$ 的最大值为 1.

备注: 如果没有考虑取值范围, 可以不扣分.

