

数学

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），共 8 页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。满分 150 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。考生作答时，不能使用任何型号的计算器。

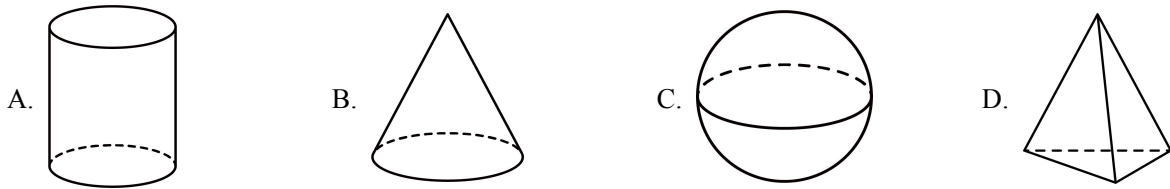
第 I 卷（选择题 共 30 分）

注意事项：

1. 选择题必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上。
2. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. 下面几何体中，是球体的是（ ）



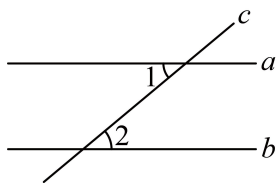
2. 下列各数是不等式 $x - 1 > 0$ 的解的是（ ）

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

3. 2025 年，我国人工智能核心产业规模突破 1.2 万亿元。数据 1200000000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.2×10^9 B. 1.2×10^{10} C. 1.2×10^{11} D. 1.2×10^{12}

4. 如图，两条平行线 a 、 b 被第三条直线 c 所截。若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）



- A. 20° B. 40° C. 50° D. 140°

5. 一个布袋里放着 3 个红球和 2 个白球，这两种球除了颜色以外没有任何其他区别。从布袋中任取 1 个球，取出红球的概率是（ ）

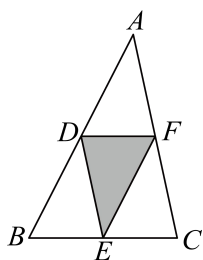
- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

6. 若实数 a 、 b 满足 $\sqrt{a-2} + (b+3)^2 = 0$ ，则 ab 的值是（ ）

- A. 1 B. -1 C. 6 D. -6

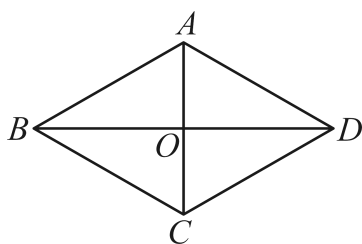
7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别是 AB 、 BC 、 AC 的中点，连接 DE 、 EF 、 DF 。若

$S_{\triangle DEF} = 1$ ，则 $S_{\triangle ABC} =$ ()



- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

8. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形， AC 与 BD 相交于点 O ，添加一个条件后，不能判定四边形 $ABCD$ 是菱形的是 ()



- A. $AB = AD$ B. $AC \perp BD$
C. $AC = BD$ D. $\angle BAC = \angle DAC$

9. 若 a 、 b 均不为 0，将下列分式中的 a 和 b 都变为原来的 2 倍，分式值保持不变的是 ()

- A. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2}$ B. $\frac{ab}{a + b}$ C. $\frac{a}{b - 1}$ D. $\frac{3b}{a^2 + b^2}$

10. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ ，有下列结论：

- ①二次函数图象与 y 轴的交点坐标是 $(0, c)$ ；
②二次函数的顶点坐标是 $(\frac{b}{2}, c - \frac{b^2}{4})$ ；
③若二次函数图象经过 $A(-1, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 两点，且 $y_1 > y_2$ ，则 $b > -2$ ；
④当 $1 \leq x \leq 2$ 时，二次函数的最大值为 m ，最小值为 n ，则 $m - n$ 的值与 c 无关.

其中，正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

第 II 卷 (非选择题 共 120 分)

注意事项：

1. 考生使用 0.5mm 黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答，答在试题卷上无效.

2. 作图时，可先用铅笔画线，确认后再用 0.5mm 黑色墨迹签字笔描清楚.

3. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤.

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.

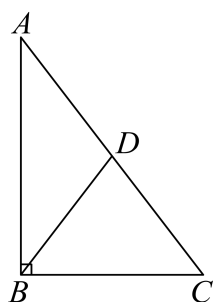
11. -3 的相反数是_____.

12. $\sin 30^\circ =$ _____.

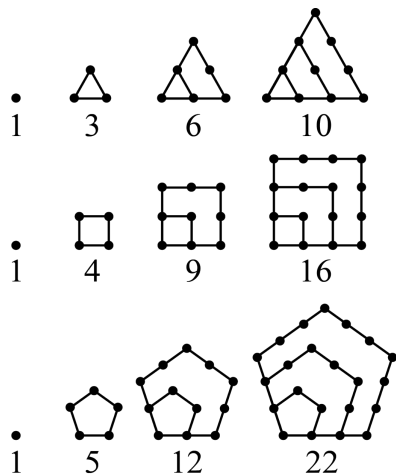
13. 一组数据 $3, 7, 9, 12, 15$ 的中位数是_____.

14. 已知方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的两个根是 x_1 和 x_2 ，则 $x_1 x_2 =$ _____.

15. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $AB = 8$ ，点 D 为斜边 AC 的中点，则 $BD =$ _____.



16. 传说古希腊毕达哥拉斯学派的数学家用沙粒和小石子来研究数. 他们根据沙粒或小石子所排列的形状把数分成许多类. 如图，第一行的 $1, 3, 6, 10$ 称为三角形数，第二行的 $1, 4, 9, 16$ 称为四边形数，第三行的 $1, 5, 12, 22$ 称为五边形数.



(1) 下列三个数中，既是三角形数又是四边形数的有_____ (填序号):

①1; ②25; ③36.

(2) 我们将 k 边形数中第 n 个数记为 $N(n, k) (k \geq 3)$. 已知 $N(n, 3) = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$ ， $N(n, 4) = n^2$ ，则

$N(n, 5) =$ _____. (用含有 n 的代数式表示)

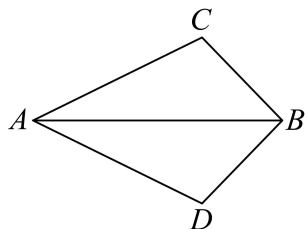
三、解答题：本大题共 10 个小题，共 102 分.

17. 计算: $|-2| + \sqrt{4}$.

18. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

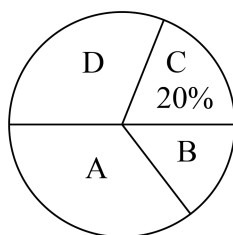
19. 化简: $(x+3)(x-3) - x^2$.

20. 如图, 已知 $AC = AD$, $\angle CAB = \angle DAB$. 求证: $BC = BD$.



21. 某校开展“典籍里的中国”选修课, 拟开设四门课程供学生选择: A.《论语》, B.《史记》, C.《天工开物》, D.《九章算术》. 刘老师随机调查了部分学生对四门课程的喜好情况 (每人限选一种), 并将调查结果绘制成统计图表, 如图所示.

课程	内容	人数
A	《论语》	21
B	《史记》	9
C	《天工开物》	12
D	《九章算术》	m



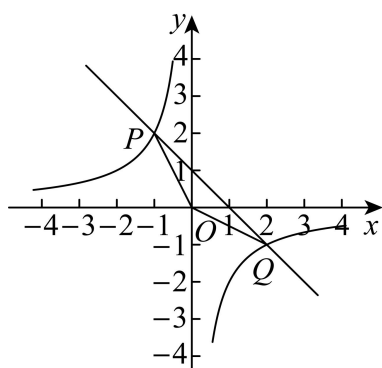
根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 本次调查的学生共有_____人, 表中 m 的值为_____;

(2) 现准备从四门课程中随机选择两门在全校作汇报展示, 请利用画树状图或列表的方法, 求恰好选到课程 A 和课程 B 的概率.

22. 如图, 一次函数 $y = -x + 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象交于 $P(-1, a)$ 、 $Q(b, -1)$ 两点,

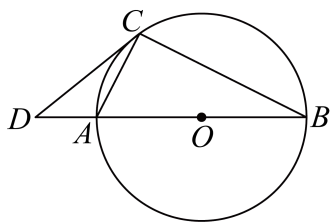
连接 OP 、 OQ .



(1) 求 a 、 b 的值和反比例函数的表达式;

(2) 求 $\triangle POQ$ 的面积.

23. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 为圆上一点, 点 D 在 BA 延长线上, 连接 CD , 且 $\angle ACD = \angle B$.



(1) 求证: CD 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\tan D = \frac{3}{4}$, $\odot O$ 的半径为 3, 求 AD 的长.

24. 在一堂平面密铺探究课上, 张老师引导学生探索多边形铺满地面的条件和方法.

【感知密铺】

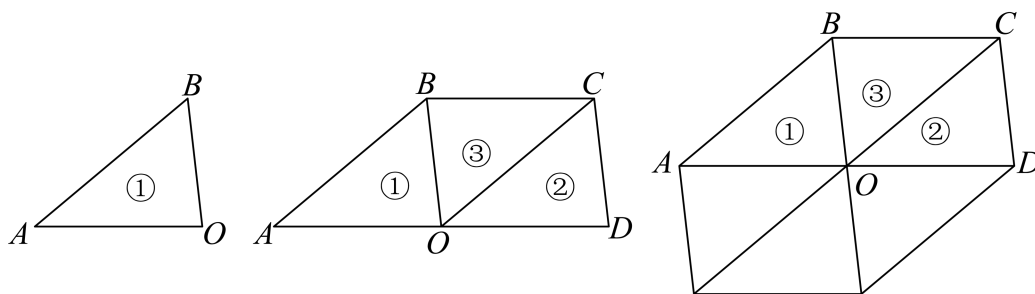
(1) 同学们通过观察发现: 使用给定的某种正多边形, 当围绕一点拼在一起的几个内角加在一起恰好组成一个周角时, 就可以铺满地面.

正多边形的边数	3	4	5	6	...
正多边形的内角和	180°	360°	540°	720°	...
正多边形每个内角的大小	60°	90°	108°	a	...

上表中 $a =$ _____, 正六边形 _____ (填“能”或“不能”) 铺满地面.

【探寻密铺】

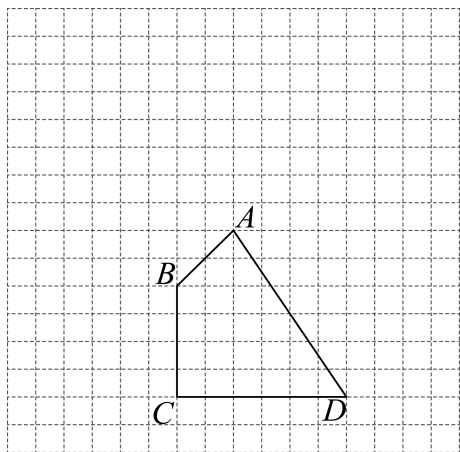
(2) 同学们通过动手操作, 探寻到了实现密铺的路径.



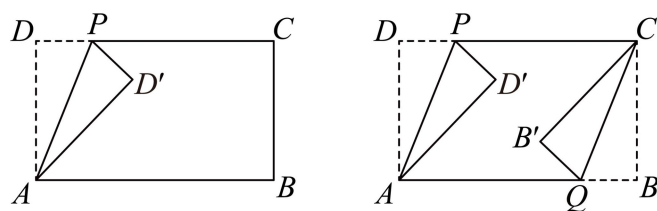
上图中, ②号三角形可看成①号三角形通过 _____ (填“平移”或“旋转”) 得到; ③号三角形可看成①号三角形通过 _____ (填“平移”或“旋转”) 得到.

【创作密铺】

(3) 最后, 张老师给同学们布置了一项任务: 用与四边形 $ABCD$ 形状大小相同的四边形实现平面密铺, 并在下面方格纸中画出点 A 位置的密铺设计图.

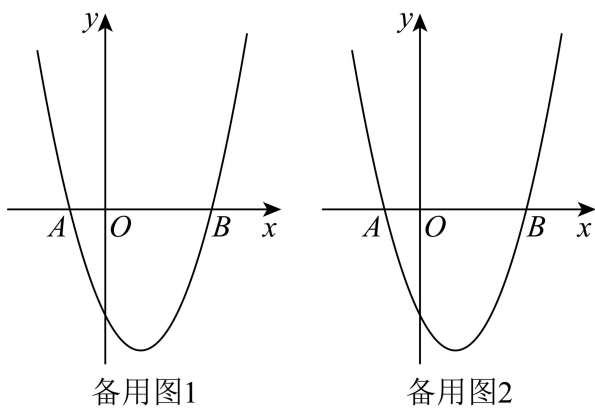


25. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3}$ 、 $AD = 1$, 点 P 在线段 CD 上 (点 P 不与点 D 重合), 连结 AP , 将 $\triangle ADP$ 沿 AP 翻折得到、点 D 的对应点为 D' .



- (1) 求 AD' 的长度;
- (2) 求证: 当 $DP = 1$ 时, 四边形 $AD'PD$ 为正方形;
- (3) 若点 Q 在线段 AB 上, 且 $BQ = DP = a$ ($0 < a \leq \sqrt{3}$), 连接 CQ 、将 $\triangle BCQ$ 沿 CQ 翻折得到 $\triangle B'CQ$ 、点 B 的对应点为 B' , 设点 B' 与点 D' 之间的距离为 d , 求 d 的取值范围.

26. 已知抛物线 $C: y = x^2 - 2x - 3$ 交 x 轴于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 顶点为点 P .



- (1) 求 A 、 B 两点的坐标;
- (2) 直线 $l: y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与抛物线 C 交于 D 、 E 两点.
 - ①若 A 、 B 两点到直线 l 距离相等, 则直线 l 过定点, 请求出这个定点, 并说明理由;
 - ②若 $\angle DPE = 90^\circ$, 试问直线 l 是否过定点? 若过定点, 请求出定点坐标; 若不过定点, 请说明理由.

