

数学

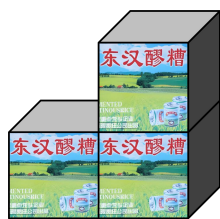
温馨提示:

- ### 第 I 卷 (选择题共 40 分)

1. 如果收入 100 元记作 $+100$ 元, 那么支出 40 元应记作 ()

- A. +60元 B. +40元 C. -40元 D. -60元

2. 下图是大竹“东汉醪糟”包装盒组成的立体图形，其主视图为（ ）



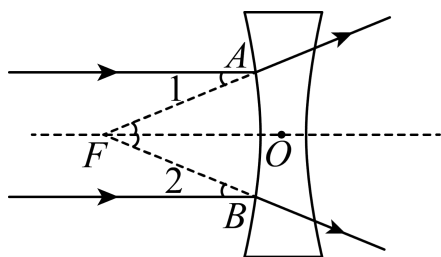
正面图

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

3. “悟空”号全海深 AUV 是中国哈尔滨工程大学自主研发的无人无缆潜水器，具备在 11000 米深海自主作业的能力，数据 11000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.11×10^5 B. 1.1×10^4 C. 1.1×10^5 D. 1.1×10^3

4. 如图，一束平行于主光轴的光线经过凹透镜后，其折射光线的反向延长线交于主光轴的焦点 F 。若 $\angle 1 + \angle 2 = 35^\circ$ ，则 $\angle AFB$ 的度数为 ()



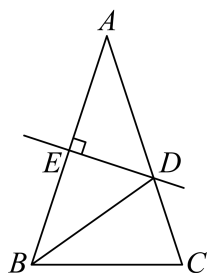
- A. 35° B. 55° C. 70° D. 145°
5. 下列各式运算结果为 a^6 的是 ()
- A. $a^3 + a^3$ B. $a^3 \cdot a^3$ C. $a^{12} \div a^2$ D. $(a^3)^3$
6. 小明随机抽查爱民小区 6 户家庭月均用水情况，分别是：3, 4, 5, 7, 6, 5 (单位: m^3)，关于这组数据，下列说法正确的是 ()
- A. 众数是 5 B. 中位数是 6 C. 平均数是 6 D. 极差是 3
7. 《九章算术》中记载了这样一道题：牛 5 头和羊 2 只共值 10 金，牛 2 头和羊 5 只共值 8 金，问牛和羊各值多少金？设每头牛值 x 金，每只羊值 y 金，可列方程组为 ()

A. $\begin{cases} 5x + 2y = 10 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 2x + 5y = 10 \\ 5x + 2y = 6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x + 5y = 10 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x + 2y = 10 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

8. 下列说法正确的是 ()

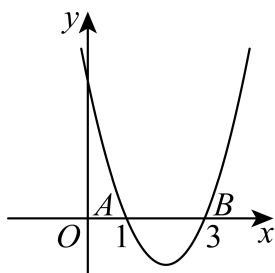
- A. 两点之间线段最短
- B. 平行四边形是轴对称图形
- C. 若 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则 x 的取值范围是全体实数
- D. 三角形的中位线将三角形分成面积相等的两部分

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $BC = 5$ ，线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 E ，交 AC 于点 D ，则 $\triangle BDC$ 的周长为 ()



- A. 21 B. 14 C. 13 D. 9

10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(1,0)$ ，点 $B(3,0)$ ，下列结论：① $abc < 0$ ；
② $4a + b = 0$ ；③ $b^2 - 4ac > 0$ ；④ $a - b + c > 0$ 。正确的个数为 ()

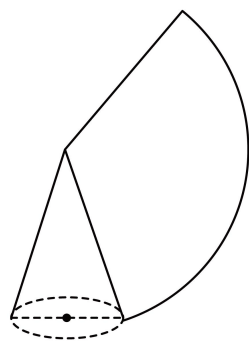


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

第 II 卷 (非选择题共 110 分)

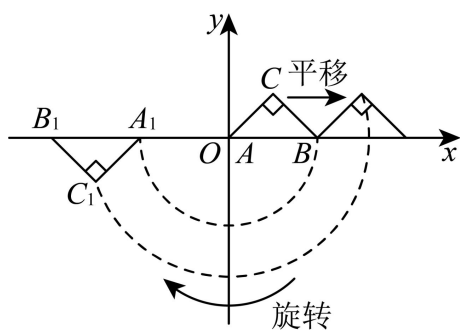
二、填空题 (每小题 4 分，共 20 分)

11. 因式分解: $m^2 + 2m =$ _____.
12. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx - 3 = 0$ 的一个根是 1，则 m 的值为 _____.
13. 如图，圆锥的侧面展开图是一个扇形，已知圆锥的底面半径为 2，则扇形的弧长是 _____.



14. 化简: $\frac{3x}{x-y} - \frac{5-3x}{y-x} =$ _____.

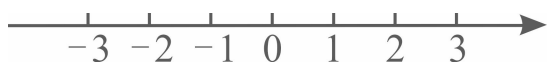
15. 定义: 在平面直角坐标系中，一个图形向右平移 a 个单位长度，再绕原点按顺时针方向旋转 θ 角度，这样的图形运动叫做图形的 $\gamma(a, \theta)$ 变换，现将斜边为 1 的等腰直角三角形 ABC 放置在如图的平面直角坐标系中， ABC 经 $\gamma(1, 180^\circ)$ 变换后得 $\triangle A_1B_1C_1$ 为第一次变换， $\triangle A_1B_1C_1$ 经 $\gamma(2, 180^\circ)$ 变换得 $\triangle A_2B_2C_2$ 为第二次变换， $\dots$ ，经 $\gamma(n, 180^\circ)$ 变换得 $\triangle A_nB_nC_n$ ，则点 C_{2025} 的坐标是 _____.



三、解答题：解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤（共 90 分）

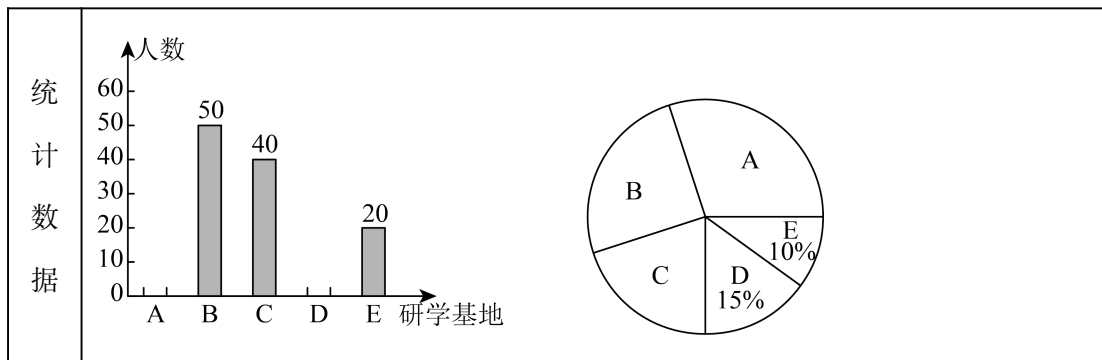
16. (1) 计算： $(\sqrt{2025}-1)^0 - (-1)^2 + |-2|$ ；

(2) 解不等式： $\frac{3x-1}{2} \leq \frac{2x+1}{3}$ 并把解集表示在数轴上.



17 项目调研

项目主题	阳光学校学生研学需求情况调查
调查人员	数学兴趣小组
调查方法	抽样调查
调研内容	阳光学校计划组织学生前往以下 5 个研学基地中的一个基地进行研学，5 个研学基地分别为：A. 张爱萍故居；B. 王维舟纪念馆；C. 万源保卫战纪念馆；D. 广子村农业示范园；E. 开江白宝塔. 数学兴趣小组对本校学生的意向目的地展开抽样调查，并为学校出具了调查报告（每位学生只能选 1 个研学基地）

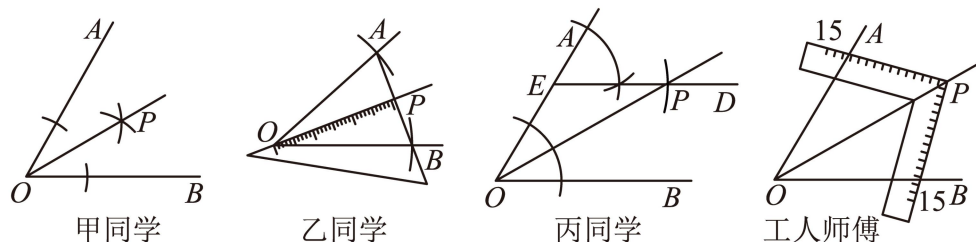


请阅读上述材料，解决下列问题：

- 请将条形统计图补充完整，意向参加 B 研学基地人数对应的扇形圆心角度数是_____；
- 若该校共有 2000 名学生，请你估计全校参加 A 研学基地的学生人数；
- 甲同学从 B, C, D 三个基地中随机选择一个参加研学，乙同学从 C, D 两个基地中随机选择一个参加研学，请用列表或画树状图的方法，求两位同学选择相同研学基地的概率.

18. 开启作角平分线的智慧之窗

问题：作 $\angle AOB$ 的平分线 OP



作法：甲同学用尺规作出了角平分线；乙同学用圆规和直角三角板作出了角平分线；丙同学也用尺规作出了角平分线，工人师傅用带刻度的直角弯尺，通过移动弯尺使上下相同刻度在角的两边上，即得 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线；

讨论：大家对甲同学和工人师傅的作法都深信不疑，认为判断角平分线的依据是利用三角形全等，其判定全等的方法是_____；

对乙同学作法半信半疑，通过讨论最终确定的判定依据：①三角形全等，AAS，ASA 或 HL，
②_____；

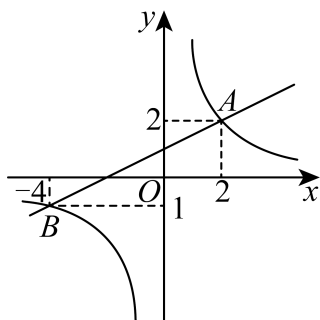
对丙同学的作法陷入了沉思.

任务：

- 请你将上述讨论得出的依据补充完整；
- 完成对丙同学作法的验证.

已知 $\angle AED = \angle AOB$ ， $EP = EO$ ，求证： OP 平分 $\angle AOB$.

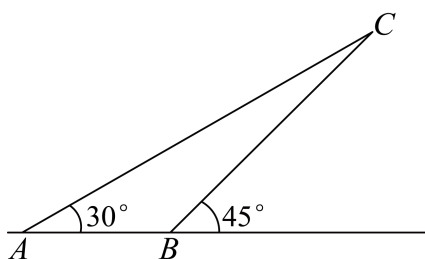
19. 如图，直线 $y = kx + b (k \neq 0)$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 交于点 $A(2, 2)$ ，点 $B(-4, a)$.



(1) 求一次函数与反比例函数的表达式；

(2) 点 P 在 x 轴上, $S_{\triangle AOP} = 3$, 求点 P 的坐标.

20. 为了让莲花湖湿地公园的天更蓝, 水更清, 莲花湖管委会定期利用无人机指引工作人员清理湖中垃圾. 已知无人机悬停在湖面上的 C 处, 工作人员所乘小船在 A 处测得无人机的仰角为 30° , 当工作人员沿正前方向划行 30 米到达 B 处, 测得无人机的仰角为 45° , 求无人机离湖面的高度 (结果不取近似值)



21. 归纳与应用

归纳是学好数学的敲门砖, 尤其对几何而言. 例如, 我们看到图 1 是平行四边形, 就会联想到: 从边的角度, 平行四边形对边平行且相等; 从角的角度, 平行四边形对角相等, 邻角互补; 从对角线的角度, 平行四边形对角线互相平分; 从对称性的角度, 平行四边形是中心对称图形通过如此归纳形成知识体系的学习方法, 成为我们解决相关问题的金钥匙:

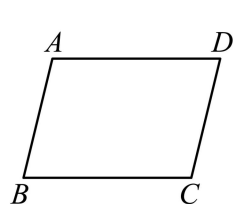


图1

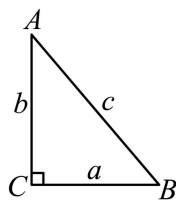


图2

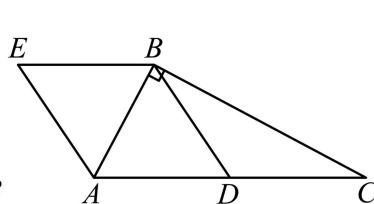


图3

(1) 尝试归纳: 请你根据图 2, 写出 3 条直角三角形的性质

① _____;

② _____;

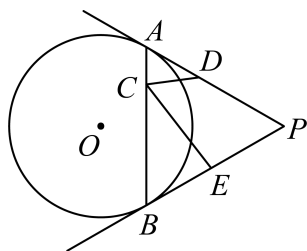
③ _____.

(2) 实践应用: 小明同学在思考直角三角形的性质时, 作出如图 3, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 D 是 AC 的中点, $BE \parallel AC$, $AE \parallel BD$, 试帮他判断四边形 $ADBE$ 的形状, 并证明你的结论.

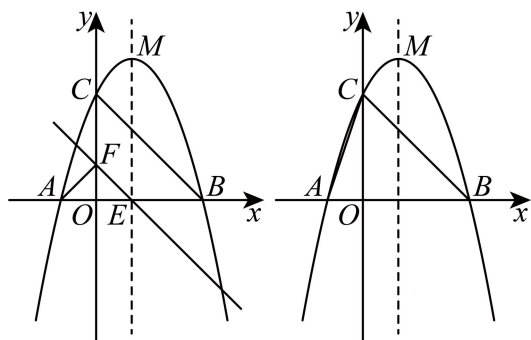
22. 为弘扬达州地方文化,让更多游客了解巴人故里,某文旅公司推出多款文创产品. 已知某款巴小虎吉祥物的成本价是 30 元,当售价为 40 元时,每天可以售出 60 件,经调查发现,售价每降价 1 元,每天可以多售出 10 件.

- (1) 设该款巴小虎吉祥物降价 x 元,则每天售出的数量是_____件;
- (2) 为让利于游客,该款巴小虎吉祥物应该降价多少元,文旅公司每天的利润是 630 元;
- (3) 文旅公司每天售卖该款巴小虎吉祥物的利润为 W 元,当售价为多少元时,每天的利润最大? 最大利润是多少?

23. 如图,在 $\odot O$ 中, AB 是弦, PA 是 $\odot O$ 的切线, $PA = PB$, 点 C, D, E 分别是线段 AB, AP, BP 上的动点, 连接 $CD, CE, \angle DCE = \angle P = \alpha$.



- (1) 试判断 PB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;
 - (2) 若 $\alpha = 60^\circ, CD:CE = 1:2$, 试求 $4AD + BE$ 与 $\odot O$ 半径 r 的数量关系.
24. 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于 C 点, B 的坐标为 $(3, 0)$, C 的坐标为 $(0, 3)$, 顶点为 M .



备用图

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 连接 BC , 过第四象限内抛物线上一点作 BC 的平行线, 交 x 轴于点 E , 交 y 轴于点 F .
 - ① 连接 AF , 当 $\angle AFE = 90^\circ$ 时, 求 $Rt\triangle AFE$ 内切圆半径 r 与外接圆半径 R 的比值;
 - ② 连接 CA, CE , 当点 F 在 $\triangle AEC$ 的内角平分线上, BC 上的动点 P 满足 $MP + \frac{\sqrt{2}}{2}BP$ 的值最小时, 求 $\triangle BPE$ 的面积.

25. 综合与实践

问题提出：探究图形中线段之间的数量关系，通常将一个图形分割成几个图形，根据面积不变，获得线段之间的数量关系.

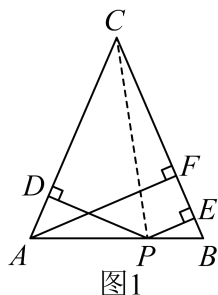


图1

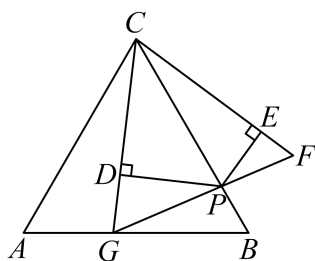


图2

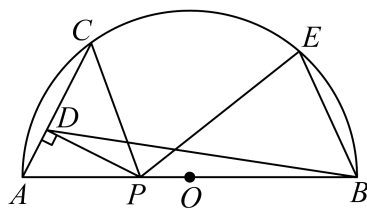


图3

探究发现：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， P 是 AB 边上一点，过点 P 作 $PD \perp AC$ 于 D ， $PE \perp BC$ 于 E ，过点 A 作 $AF \perp BC$ 于 F ．连结 CP ，由图形面积分割法得： $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle APC} + \underline{\hspace{2cm}}$ ；则 $AF = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$.

实践应用：如图 2， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $AC = 3$ ，点 G 是 AB 边上一点，连结 CG ．将线段 CG 绕点 C 逆时针旋转 60° 得 CF ，连结 GF 交 BC 于 P ，过点 P 作 $PD \perp GC$ 于 D ， $PE \perp CF$ 于 E ，当 $AG = 1$ 时，求 $PD + PE$ 的值.

拓展延伸：如图 3，已知 AB 是半圆 O 的直径， AC ， BE 是弦， $AC = BE$ ， P 是 AB 上一点， $PD \perp AC$ ，垂足为 D ， $AB = 10$ ， $AD = 2$ ， $BD = 4\sqrt{5}$ ，求 $S_{\triangle PAC} + S_{\triangle PBE}$ 的值.