

数学

全卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共4页。全卷满分150分。考试时间共120分钟。

注意事项：

1. 答题前，请考生务必在答题卡上正确填写自己的姓名、准考证号和座位号。考试结束，将试题卷和答题卡一并交回。
2. 第Ⅰ卷每小题选出的答案须用2B铅笔在答题卡上把对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦净后，再选涂其它答案。
3. 第Ⅱ卷各题须用0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上对应题号答题位置作答。在试卷上作答，答案无效。

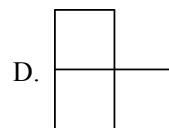
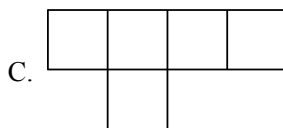
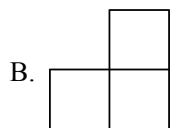
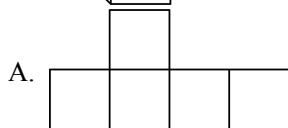
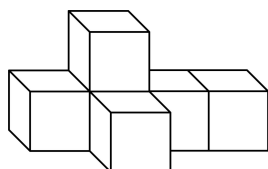
第Ⅰ卷（选择题 共40分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. $-\frac{1}{4}$ 的相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. 4 D. -4

2. 如图是由6个相同的正方体堆成的物体，则该物体的左视图是（ ）



3. 2025年政府工作报告显示，我国2024年新能源汽车年产量突破1300万辆。将数“1300万”用科学记数法表示为（ ）

- A. 13×10^6 B. 1.3×10^7 C. 1.3×10^8 D. 0.13×10^8

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a + 2a = 2a^2$ B. $3b - b = 3$ C. $(b^3)^2 = b^6$ D. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$

5. 某年级7名教师某周使用人工智能（AI）办公的次数分别为：5，2，6，9，5，5，3。这组数据的众数和中位数分别为（ ）

A. 6, 5

B. 5, 9

C. 5, 6

D. 5, 5

6. 已知数轴上点 A 所表示的数是 $\sqrt{2}$ ，则与点 A 相距 2 个单位长度的点表示的数是 ()

A. $\sqrt{2} + 2$ 或 $\sqrt{2} - 2$ B. $2 + \sqrt{2}$ 或 $2 - \sqrt{2}$ C. $\sqrt{2} + 2$ D. $\sqrt{2} - 2$

7. 三角形的周长为 48cm，则它的三条中位线组成的三角形的周长是 ()

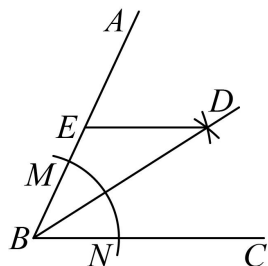
A. 12cm

B. 24cm

C. 28cm

D. 30cm

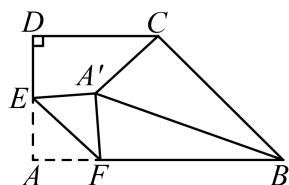
8. 如图，在射线 BA, BC 上，分别截取 BM, BN，使 $BM = BN$ ；再分别以点 M 和点 N 为圆心、大于线段 MN 一半的长为半径作圆弧，在 $\angle ABC$ 内，两弧交于点 D，作射线 BD；过点 D 作 $DE \parallel BC$ 交 BA 于点 E. 若 $\angle BDE = 30^\circ$ ，则 $\angle AED$ 的度数是 ()

A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

9. 《九章算术》是我国古代数学名著，书中有这样一个题目：“今有人持金出五关，前关二而税一，次关三而税一，次关四而税一，次关五而税一，次关六而税一，并五关所税，适重一斤。问本持金几何。”大意是：今有人持金出五关，第 1 关收税金为所持金的 $\frac{1}{2}$ ，第 2 关收税金为此时所持金的 $\frac{1}{3}$ ，第 3 关收税金为此时所持金的 $\frac{1}{4}$ ，第 4 关收税金为此时所持金的 $\frac{1}{5}$ ，第 5 关收税金为此时所持金的 $\frac{1}{6}$ 。五关税金之和恰好重 1 斤，问原本持金多少？ ()

A. $\frac{6}{5}$ 斤B. $\frac{7}{5}$ 斤C. $\frac{8}{5}$ 斤D. $\frac{9}{5}$ 斤

10. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB \parallel DC$ ， $AD \perp DC$ ， $AB = 4$ ， $AD = DC = 2$ ，E 是线段 AD 的中点，F 是线段 AB 上的一个动点。现将 $\triangle AEF$ 沿 EF 所在直线翻折得到 $\triangle A'EF$ (如图的所有点在同一平面内)，连接 $A'B$ ， $A'C$ ，则 $\triangle A'BC$ 面积的最小值为 ()

A. $2 - \sqrt{2}$ B. $3 - \sqrt{2}$ C. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ D. $4 - \sqrt{2}$

第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

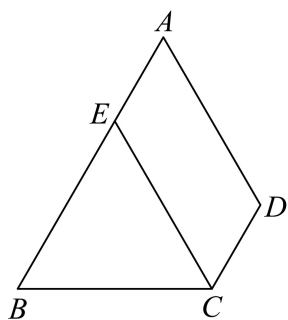
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 使代数式 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

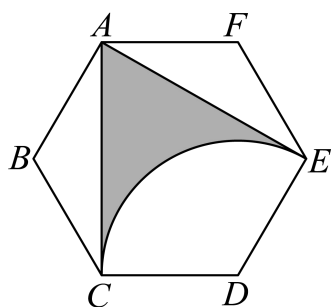
12. 一个质地均匀的小正方体, 六个面分别标有数字 1、2、3、4、5、6, 随机掷一次小正方体, 朝上一面的数字是奇数的概率是_____.

13. 方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+3}$ 的解为 $x =$ _____.

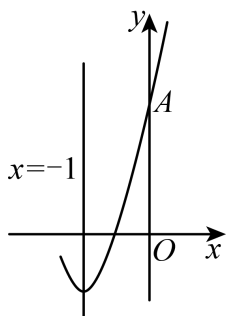
14. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle B$, 点 E 在线段 AB 上, $CE \parallel DA$. 若使 $\triangle BCE$ 成为等边三角形, 可增加的一个条件是_____.



15. 如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, $AB = 2$, 连接 AC , AE , 以点 D 为圆心、 CD 的长为半径作圆弧 CE , 则图中阴影部分的面积是_____.



16. 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 y 轴相交于点 $A(0, 2)$, 且抛物线的对称轴为直线 $x = -1$. 给出以下 4 个结论: ① $abc < 0$; ② 对于任意实数 m , $am^2 + bm + c + a$ 的值不小于 2; ③ 若 P 是对称轴上的一点, 则 $OP + AP$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$; ④ 若点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 在抛物线上, 满足 $x_1 < x_2$ 且 $x_1 + x_2 + 2 > 0$, 则一定有 $y_1 < y_2$. 其中, 所有正确结论的序号为_____.



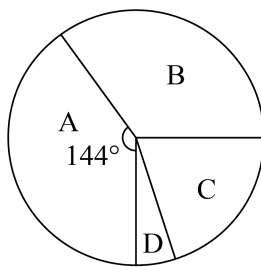
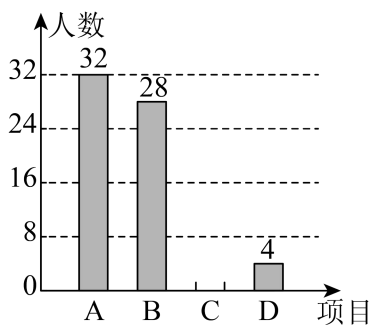
三、解答题（本大题共 8 个小题，共 86 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 先化简，再求值： $\left(\frac{a^2+1}{a}+2\right) \div \frac{a^2-1}{a}$ ，其中 $a=2$ ．

18. 为丰富学生课外锻炼活动，某学校增设了 A （足球）、 B （篮球）、 C （体操）、 D （田径）四个锻炼项目，每名学生只能选择其中的一项．为了解学生的选择情况，随机抽取部分学生进行调查，并将调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图．根据图中所提供的信息，解答下列问题：

各项目人数的条形统计图

各项目人数的扇形统计图

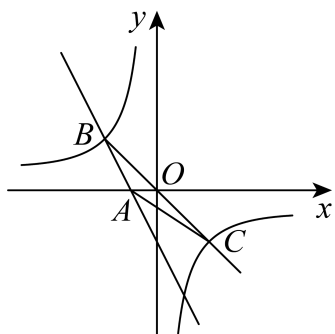


(1) 本次调查共抽取了_____名学生，并补全条形统计图；

(2) 在扇形统计图中，求项目 C 对应的圆心角度数；

(3) 已知选择项目 D 的学生是 2 名男生和 2 名女生，现从这 4 名学生中随机抽取 2 名参加比赛，用画树状图或列表法求抽到两名性别相同的学生的概率．

19. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点．一次函数 $y=kx-2$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ ，与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于点 $B(-2,a)$ ，射线 BO 与反比例函数的图象交于点 C ，连接 AC ．



(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 求 ABC 的面积.

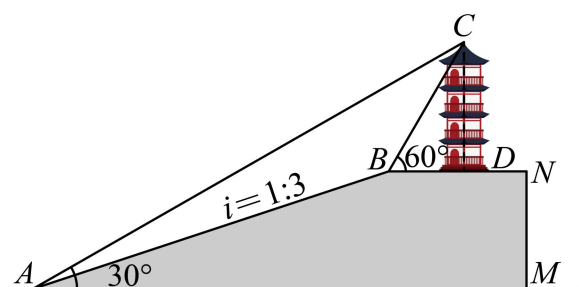
20. 某社团计划开展手工制作活动, 制作需使用 A, B 两款材料包, 购买 3 份 A 款材料包和 2 份 B 款材料包需 84 元, 购买 2 份 A 款材料包和 3 份 B 款材料包需 86 元.

(1) 问购买一份 A 款材料包和一份 B 款材料包各需多少元?

(2) 该社团打算购买 A, B 两款材料包共 50 份, 总费用不超过 830 元, 则至少购买 A 款材料包多少份?

21. 如图, 已知水平地面 AM 上方有一个水平的平台 BN , 该平台上有一个竖直的建筑物 CD . 在 A 处测得建筑物顶端 C 的仰角为 30° , 在 B 处测得 C 的仰角为 60° , 斜坡 AB 的坡度 $i = 1:3$, $AB = 10\sqrt{10}$ 米,

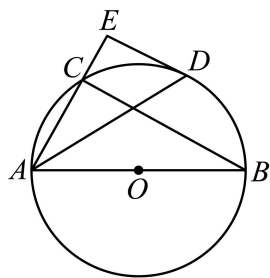
$CD \perp BN$. (点 A, B, C, D 在同一竖直平面内).



(1) 求平台 BN 的水平高度;

(2) 求建筑物的高度 (即 CD 的长).

22. 如图, $\odot O$ 是 ABC 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 过点 D 作 BC 的平行线交 AC 的延长线于点 E .



(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle BAC = 60^\circ$, $CE = \sqrt{3}$, 求 $\odot O$ 的半径.

23. 在四边形 $ABCD$ 中, E 是边 BC 上的一点, O 是对角线 AC 的中点.

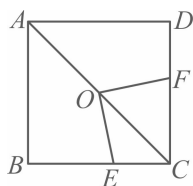


图1

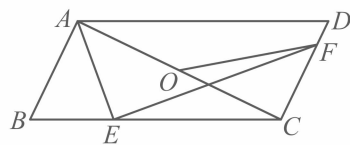


图2

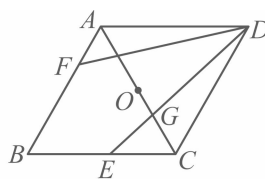


图3

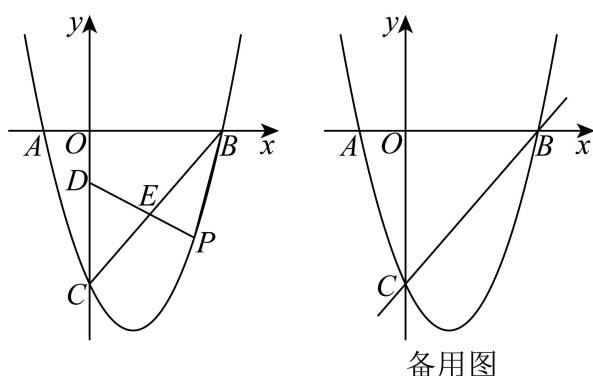
(1) 如图 1, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 连接 OE , 作 $OF \perp OE$ 交 CD 于点 F , 求证: $OE = OF$;

(2) 如图 2, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AB \perp AC$, $AB = \frac{3\sqrt{5}}{5}$, $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$, $BE : EC = 1 : 2$, 连

接 AE , 作 $EF \perp AE$ 交 CD 于点 F , 连接 OF , 求 $\frac{OF}{CF}$ 的值;

(3) 如图 3, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle B = 60^\circ$, $BC = 6$, 连接 DE 交 AC 于点 G , F 是边 AB 上的一点, $\angle EDF = 30^\circ$, 若 $AF = \frac{1}{3}AB$, 求 OG 的长.

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线与 x 轴相交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴相交于点 $C(0, -3)$, 且抛物线的顶点坐标为 $(1, -4)$.



(1) 求抛物线的表达式;

(2) P 是抛物线上位于第四象限的一点, 点 $D(0, -1)$, 连接 BC, DP 相交于点 E , 连接 PB . 若 $\triangle CDE$ 与 $\triangle PBE$ 的面积相等, 求点 P 的坐标;

(3) M, N 是抛物线上的两个动点, 分别过点 M, N 作直线 BC 的垂线段, 垂足分别为 G, H . 是否存在点 M, N , 使得以 M, N, G, H 为顶点的四边形是正方形? 若存在, 求该正方形的边长; 若不存在, 说明理由.