

乐山市 2025 年初中学业水平考试

数学

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），共 8 页，考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。满分 150 分，考试时间 120 分钟，考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回，考生作答时，不能使用任何型号的计算器。

第 I 卷（选择题共 30 分）

注意事项：

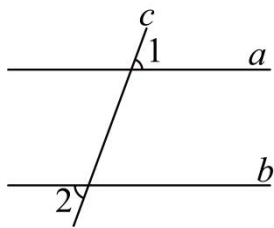
1. 选择题必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上，
2. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. 2025 年“五一”期间，乐山大佛“夜游凌云山”项目营收突破 300 万元，创下同期历史新高。数据 3000000 用科学记数法表示为（ ）

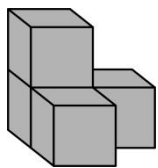
- A. 3×10^5 B. 3×10^6 C. 3×10^7 D. 3×10^8

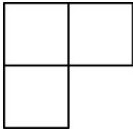
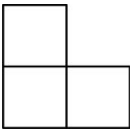
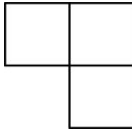
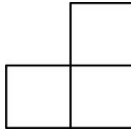
2. 如图，两条平行线 a 、 b 被第三条直线 c 所截。若 $\angle 1 = 70^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）



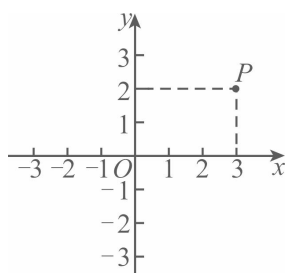
- A. 130° B. 110° C. 90° D. 70°

3. 如图是由 4 个相同的正方体堆成的物体，则它的俯视图是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

4. 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标是（ ）

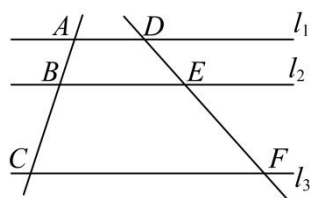


- A. $(-3, -2)$ B. $(-3, 2)$ C. $(3, 2)$ D. $(3, -2)$

5. 计算: $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{1-x}$ 的结果为 ()

- A. $\frac{1}{x-1}$ B. $\frac{1}{1-x}$ C. -1 D. 1

6. 如图, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB=2$, $DE=3$, $BC=4$, 则 EF 的长为 ()

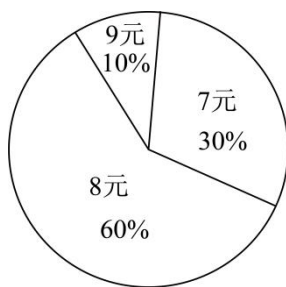


- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

7. 若方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的两个根是 x_1 和 x_2 , 则 $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ 的值为 ()

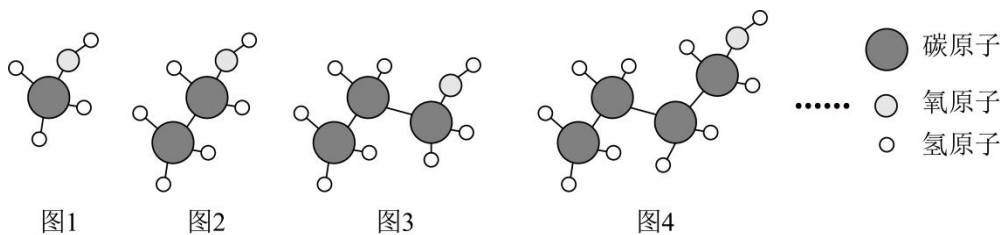
- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

8. 某学校食堂有 7 元、8 元和 9 元三种价格的午餐供师生选择 (每人限定一份), 5 月份销售情况如图所示, 则师生购买午餐的平均价格为 ()



- A. 7.8 元 B. 7.9 元 C. 8 元 D. 8.1 元

9. 醇是一类由碳、氢、氧元素组成的有机化合物, 下图是这类物质前四种化合物的分子结构模型图, 其中 代表碳原子, 代表氧原子, 代表氢原子. 第 1 种如图 1 有 4 个氢原子, 第 2 种如图 2 有 6 个氢原子, 第 3 种如图 3 有 8 个氢原子, 第 4 种如图 4 有 10 个氢原子, ……按照这一规律, 第 9 种化合物的分子结构模型中氢原子的个数是 ()



- A. 18 B. 20 C. 22 D. 24

10. 已知二次函数 $y = x^2 + 4x + m$ 的图象经过 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点，有下列结论：

- ①二次函数的图象开口向上，对称轴为直线 $x = -2$ ；
 ②当 $m < 4$ 时，二次函数的图象与 x 轴有两个交点；
 ③若 $y_1 < y_2$ ，则 $|x_1 + 2| > |x_2 + 2|$ ；
 ④当 $x \geq -2$ 时，二次函数的图象与 $y = 2x - 1$ 的图象有两个交点，则 $-1 \leq m < 0$ 。

其中，正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

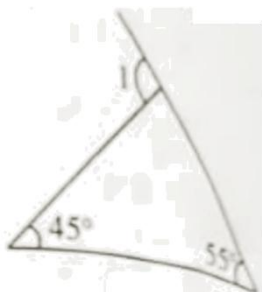
第 II 卷 (非选择题 共 120 分)

注意事项：

- 考生使用 0.5mm 黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答，答在试题卷上无效，
- 作图时，可先用铅笔画线，确认后再用 0.5mm 黑色墨迹签字笔描清楚。
- 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤。

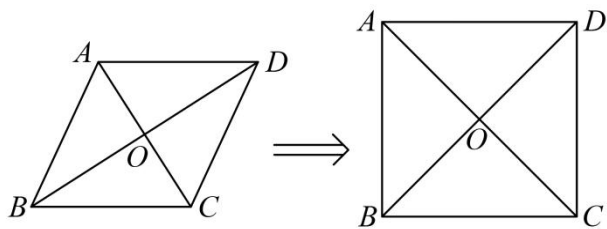
二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分。

11. -2 的相反数是_____。
 12. 某校举行演讲比赛，5 位评委对某选手给出的评分如下：7.5，7.5，7，7.5，8，则评分的众数为_____。
 13. 如图， $\angle 1$ 的度数为_____。



14. 已知： $a^m = 3$, $a^n = 2$ ，则， $a^{m+2n} =$ _____。
 15. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O 。小乐同学欲添加两个条件使得四边形 $ABCD$ 是

正方形，现有三个条件可供选择：① $AC \perp BD$ ；② $AC = BD$ ；③ $\angle ADC = 90^\circ$ ．则正确的组合是_____（只需填一种组合即可）．



16. 定义：在平面直角坐标系中，到原点的距离等于 1 的点叫做“单位圆点”．

(1) 下列三个函数的图象上存在“单位圆点”的是_____（填番号）；

① $y = x + 2$ ；② $y = \frac{1}{x}$ ；③ $y = x^2 + 1$ ．

(2) 若一次函数 $y = \frac{1}{2}x + m$ 的图象上存在“单位圆点”，则 m 的取值范围为_____．

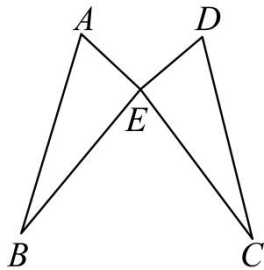
三、解答题：本大题共 10 个小题，共 102 分．

17. 计算： $|-3| + \sqrt{25} - 2\sin 30^\circ$ ．

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} x+1 > -1 \\ 3(x-2) \leq 2x-3 \end{cases}$$

19. 先化简，再求值： $(x+3)^2 + 3x(x-2)$ ，其中 $x = \frac{1}{2}$ ．

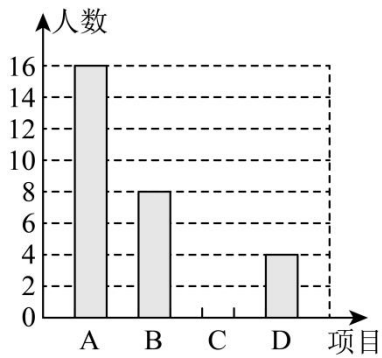
20. 如图，已知线段 AC 、 BD 相交于点 E ， $AE = DE$ ， $BE = CE$ ．求证： $AB = DC$ ．



21. 某校开展“综合与实践”项目学习，拟开设四个项目供学生选择：A．体育中的数学，B．绘制公园平面地图，C．改进我们的课桌椅，D．高度的测量，若每名学生只选择其中一个项目进行学习，现随机调查部分学生的选择情况并绘制成统计图表，如图所示，

项目	人数	频率
A	16	
B	8	

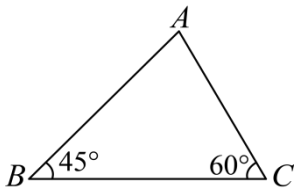
C		
D	4	0.1



根据以上信息，解答下列问题：

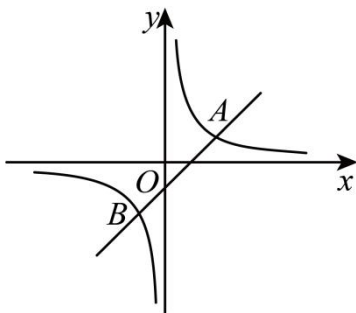
- (1) 本次调查抽取的学生总人数为_____人，请补全条形统计图；
- (2) 已知该校共有 800 名学生，请估计选择项目 B 的学生人数；
- (3) 现准备从四个项目中随机选择两个项目在全校作汇报展示，请利用画树状图或列表的方法，求恰好选到项目 A 和项目 B 的概率.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ， $AC = 2$.



- (1) 求 AB 的长；
- (2) 求点 C 到线段 AB 的距离.

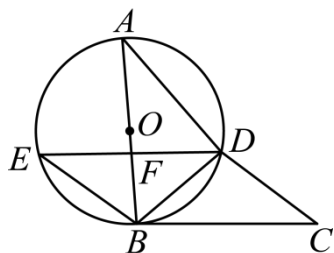
23. 如图，一次函数 $y = x - 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象交于点 $A(m, 1)$ 、 $B(-1, n)$.



- (1) 求 m 、 n 的值和反比例函数的表达式；

(2) 若在 x 轴上存在点 $P(a, 0)$, 使得 $\triangle ABP$ 的面积为 6, 求 a 的值.

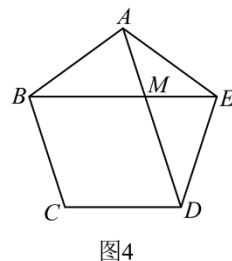
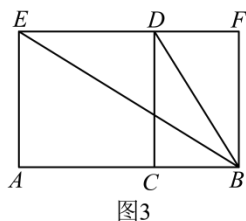
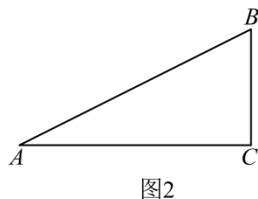
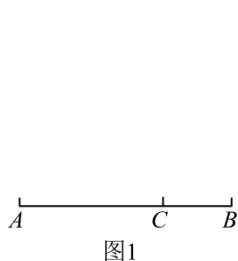
24. 如图, $\odot O$ 为 $\triangle ABD$ 的外接圆, 直径 AB 垂直于弦 DE , 垂足为点 F . 点 C 为圆外一点, 连结 BE 、 BC 、 CD , $\angle DBC = \angle DEB$.



(1) 求证: BC 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BE \parallel CD$, $\tan C = \frac{3}{4}$, $CD = 5$, 求 OF 的长.

25. 两千多年前, 古希腊数学家欧多克索斯发现: 将一条线段 AB 分割成长、短两条线段 AC 、 CB , 若短段与长段的长度之比等于长段的长度与全长之比, 即 $\frac{CB}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 则这种分割称为黄金分割, 这个比值称为黄金比, 点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点.



【问题初探】

如图 1, 已知点 C 为线段 AB 的黄金分割点 ($AC > BC$), 求黄金比.

解: 设 $AB = 1$, $AC = x$, 则 $CB = 1 - x$.

$$\therefore \frac{CB}{AC} = \frac{AC}{AB},$$

$\therefore \dots\dots$

请补全以上解题过程;

【问题再探】

如图 2, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 1$, $AC = 2$, 请作出 AC 的黄金分割点 (要求: 仅用圆规作图, 不写作法, 保留作图痕迹);

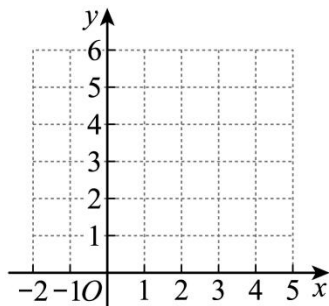
【知识迁移】

如图 3, 点 C 为线段 AB 的黄金分割点 ($AC > BC$), 分别以 AC 、 BC 为边在线段 AB 同侧作正方形 $ACDE$ 和矩形 $CBFD$, 连结 BD 、 BE . 求证: $\triangle EAB \sim \triangle BCD$;

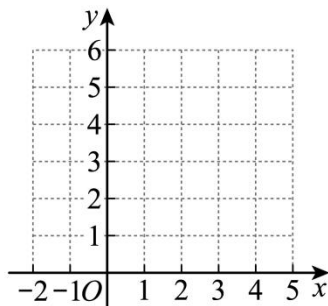
【延伸拓展】

如图4, 在正五边形 $ABCDE$ 中, 对角线 AD 与 BE 交于点 M . 求证: 点 M 是 AD 的黄金分割点.

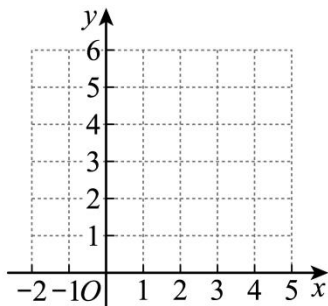
26. 在一堂函数专题复习课上, 刘老师给出了新定义: 若两个函数的图象关于某一点 P 成中心对称, 则称这两个函数关于点 P 互为“对称函数”. 请同学们解决以下问题:



备用图1



备用图2



备用图3

(1) 求函数 $y = x - 1$ 关于点 $(0, 0)$ 的“对称函数”. 小乐同学给出了如下的解题步骤:

第一步: 在函数 $y = x - 1$ 的图象上取两点 $(1, 0)$ 和 $(0, -1)$;

第二步: 分别求出这两个点关于点 $(0, 0)$ 的对称点_____和_____;

第三步: 函数 $y = x - 1$ 关于点 $(0, 0)$ 的“对称函数”为_____.

(2) 是否存在点 P , 使得函数 $y = \frac{1}{x} + 1$ 关于点 P 的“对称函数”就是它本身? 如果存在, 请求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由;

(3) 函数 $C_1: y = ax^2 - 2ax + 2a (a > 0)$ 关于点 $(2, 2)$ 的“对称函数”为 C_2 , 函数 C_1 与函数 C_2 所围成的区域 (包括边界) 记作 W , 横坐标、纵坐标都为整数的点叫做“整点”,

①若 $a = \frac{1}{2}$, 求 W 内的“整点”个数;

②若 W 内至少有 9 个“整点”, 至多有 13 个“整点”, 求 a 的取值范围.