

2024 年四川省达州市中考数学试题

本考试为闭卷考试. 考试时间 120 分钟、满分 150 分. 本试卷分为第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分. 第 I 卷 1-2 页, 第 II 卷 3-8 页, 共 8 页.

温馨提示:

1. 答题前, 考生需用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座位号正确填写在答题卡对应位置, 待监考老师粘贴条形码后, 再认真核对条形码上的信息与自己的准考证上的信息是否一致.
2. 选择题必须使用 2B 铅笔在答题卡相应位置规范填涂. 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其他答案标号; 非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔作答, 答案必须写在答题卡对应的框内. 超出答题区答案无效; 在草稿纸、试题卷上作答无效.
3. 不要折叠、弄破、弄皱答题卡. 不得使用涂改液、修正带、刮纸刀等影响答题卡整洁.
4. 考试结束后, 将试卷及答题卡一并交回.

第 I 卷 (选择题 共 40 分)

一、单项选择题 (每小题 4 分. 共 40 分)

1. 有理数 2024 的相反数是 ()

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

2. 大米是我国居民最重要的主食之一, 与此同时, 我国也是世界上最大的大米生产国, 水稻产量常年稳定在 2 亿吨以上. 将 2 亿用科学记数法表示为 ()

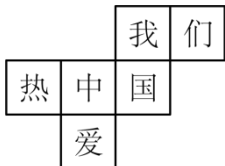
- A. 2×10^9 B. 2×10^8 C. 0.2×10^8 D. 2×10^7

3. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $(a+2)^2 = a^2 + 2a + 4$

- C. $(-2a^2b^3)^3 = -8a^6b^9$ D. $a^{12} \div a^6 = a^2$

4. 如图, 正方体的表面展开图上写有“我们热爱中国”六个字, 还原成正方体后“我”的对面的字是 ()

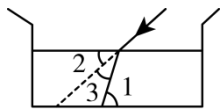


- A. 热 B. 爱 C. 中 D. 国

5. 小明在处理一组数据“12, 12, 28, 35, ■”时, 不小心将其中一个数据污染了, 只记得该数据在 30~40 之间. 则“■”在范围内无论为何值都不影响这组数据的 ()

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

6. 当光线从空气射入水中时, 光线的传播方向发生了改变, 这就是光的折射现象 (如图所示). 图中 $\angle 1 = 80^\circ$, $\angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 40° C. 50° D. 70°

7. 甲乙两人各自加工 120 个零件, 甲由于个人原因没有和乙同时进行, 乙先加工 30 分钟后, 甲开始加工. 甲为了追赶上乙的进度, 加工的速度是乙的 1.2 倍, 最后两人同时完成. 求乙每小时加工零件多少个? 设乙每小时加工 x 个零件. 可列方程为 ()

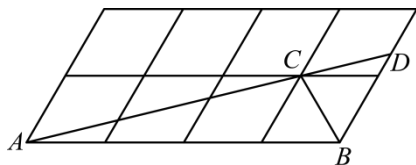
A. $\frac{120}{1.2x} - \frac{120}{x} = 30$

B. $\frac{120}{x} - \frac{120}{1.2x} = 30$

C. $\frac{120}{1.2x} - \frac{120}{x} = \frac{30}{60}$

D. $\frac{120}{x} - \frac{120}{1.2x} = \frac{30}{60}$

8. 如图, 由 8 个全等的菱形组成的网格中, 每个小菱形的边长均为 2, $\angle ABD = 120^\circ$, 其中点 A, B, C 都在格点上, 则 $\tan \angle BCD$ 的值为 ()



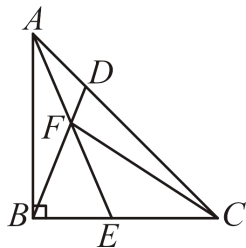
- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 3

9. 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于两点, 其中一个交点的横坐标大于 1, 另一个交点的横坐标小于 1, 则下列结论正确的是 ()

- A. $b + c > 1$ B. $b = 2$ C. $b^2 + 4c < 0$ D. $c < 0$

10. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, 点 D, E 分别在 AC, BC 边上运动, 连结 AE, BD 交于点 F, 且始终满足 $AD = \frac{\sqrt{2}}{2} CE$, 则下列结论: ① $\frac{AE}{BD} = \sqrt{2}$; ② $\angle DFE = 135^\circ$;

③ $\triangle ABF$ 面积的最大值是 $4\sqrt{2} - 4$; ④ CF 的最小值是 $2\sqrt{10} - 2\sqrt{2}$. 其中正确的是 ()



- A. ①③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①②③④

第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

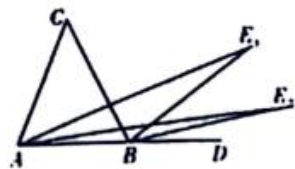
二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

11. 分解因式: $3x^2 - 18x + 27 =$ _____.

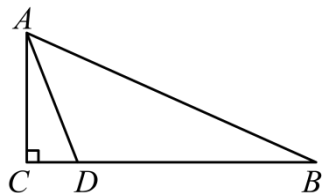
12. “四大名著”《红楼梦》《水浒传》《三国演义》《西游记》是中国优秀文化的重要组成部分. 某校七年级准备从这四部名著中随机抽取两本 (先随机抽取一本, 不放回, 再随机抽取另一本) 开展“名著共读”活动, 则该年级的学生恰好抽取到《三国演义》和《西游记》的概率是_____.

13. 若关于 x 的方程 $\frac{3}{x-2} - \frac{k-1}{x-2} = 1$ 无解, 则 k 的值为_____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AE_1 , BE_1 分别是内角 $\angle CAB$ 、外角 $\angle CBD$ 的三等分线, 且 $\angle E_1AD = \frac{1}{3}\angle CAB$, $\angle E_1BD = \frac{1}{3}\angle CBD$, 在 $\triangle ABE_1$ 中, AE_2 , BE_2 分别是内角 $\angle E_1AB$, 外角 $\angle E_1BD$ 的三等分线. 且 $\angle E_2AD = \frac{1}{3}\angle E_1AB$, $\angle E_2BD = \frac{1}{3}\angle E_1BD$, $\dots$, 以此规律作下去. 若 $\angle C = m^\circ$. 则 $\angle E_n =$ _____度.



15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$. 点 D 在线段 BC 上, $\angle BAD = 45^\circ$. 若 $AC = 4$, $CD = 1$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



三、解答题: 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤 (共 90 分)

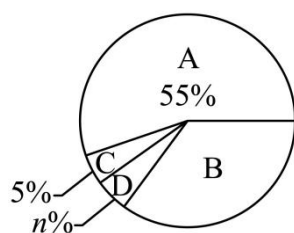
16. (1) 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - \sqrt{27} + 2\sin 60^\circ - (\pi - 2024)^0$;

(2) 解不等式组
$$\begin{cases} -x - 3 < -2 \\ \frac{3x-1}{2} \leq x+2 \end{cases}$$

17. 先化简: $\left(\frac{x}{x-2} - \frac{x}{x+2}\right) \div \frac{x^2+x}{x^2-4}$, 再从 -2 , -1 , 0 , 1 , 2 之中选择一个合适的数作为 x 的值代入求值.

18. 2024 年 4 月 21 日, 达州马拉松暨“跑遍四川”达州站马拉松赛鸣枪开跑. 本次赛事以“相约巴人故里, 乐跑红色达州”为主题. 旨在增强全市民众科学健身意识. 推动全民健身活动, 本届赛事共设置马拉松,

半程马拉松和欢乐跑三个项目赛后随机抽样了部分参赛选手对本次赛事组织进行满意度评分调查，整理后得到下列不完整的图表：

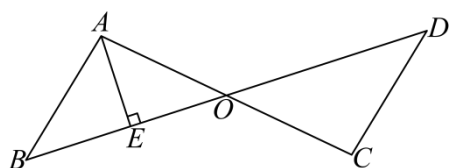


等级	A	B	C	D
分数段	90 ~ 100	80 ~ 89	70 ~ 79	60 ~ 69
频数	440	280	m	40

请根据表中提供的信息，解答下列问题：

- 此次调查共抽取了_____名选手， $m =$ _____， $n =$ _____；
- 扇形统计图中，B等级所对应的扇形圆心角度数是_____度；
- 赛后若在三个项目的冠军中随机抽取两人访谈，请用列表或画树状图的方法，求出恰好抽到马拉松和欢乐跑冠军的概率。

19. 如图，线段 AC 、 BD 相交于点 O ，且 $AB \parallel CD$ ， $AE \perp BD$ 于点 E 。



(1) 尺规作图：过点 C 作 BD 的垂线，垂足为点 F 、连接 AF 、 CE ；(不写作法，保留作图痕迹，并标明相应的字母)

(2) 若 $AB = CD$ ，请判断四边形 $AECF$ 的形状，并说明理由。(若前问未完成，可画草图完成此问)

20. “三汇彩婷会”是达州市渠县三汇镇独有的传统民俗文化活动、起源于汉代、融数学，力学，锻造，绑扎，运载于一体，如图 1，在一次展演活动中，某数学综合与实践小组将彩婷抽象成如图 2 的示意图， AB 是彩婷的中轴、甲同学站在 C 处，借助测角仪观察，发现中轴 AB 上的点 D 的仰角是 30° ，他与彩婷中轴的距离 $BC = 6$ 米。乙同学在观测点 E 处借助无人机技术进行测量，测得 AE 平行于水平线 BC ，中轴 AB

上的点 F 的仰角 $\angle AEF = 45^\circ$ ，点 E 、 F 之间的距离是 4 米，已知彩婷的中轴 $AB = 6.3$ 米，甲同学的眼睛到地面的距离 $MC = 1.5$ 米，请根据以上数据，求中轴上 DF 的长度。（结果精确到 0.1 米，参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.73$ ， $\sqrt{2} \approx 1.41$ ）



图1

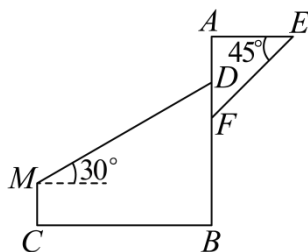
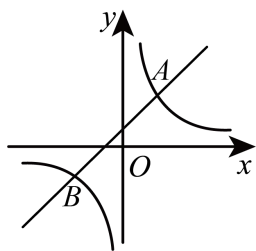


图2

21. 如图，一次函数 $y = kx + b$ （ k 、 b 为常数， $k \neq 0$ ）的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ （ m 为常数， $m \neq 0$ ）的图象交于点 $A(2, 3)$ ， $B(a, -2)$ 。



(1) 求反比例函数和一次函数的解析式；

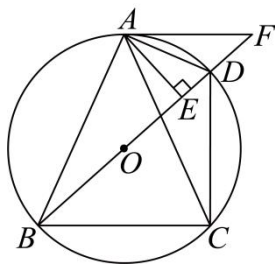
(2) 若点 C 是 x 轴正半轴上的一点，且 $\angle BCA = 90^\circ$ ，求点 C 的坐标。

22. 为拓宽销售渠道，助力乡村振兴，某乡镇帮助农户将 A、B 两个品种的柑橘加工包装成礼盒再出售。已知每件 A 品种柑橘礼盒比 B 品种柑橘礼盒的售价少 20 元，且出售 25 件 A 品种柑橘礼盒和 15 件 B 品种柑橘礼盒的总价共 3500 元。

(1) 求 A、B 两种柑橘礼盒每件的售价分别为多少元？

(2) 已知加工 A、B 两种柑橘礼盒每件的成本分别为 50 元、60 元，该乡镇计划在某农产品展销活动中售出 A、B 两种柑橘礼盒共 1000 盒，且 A 品种柑橘礼盒售出的数量不超过 B 品种柑橘礼盒数量的 1.5 倍，总成本不超过 54050 元。要使农户收益最大，该乡镇应怎样安排 A、B 两种柑橘礼盒的销售方案，并求出农户在这次农产品展销活动中的最大收益为多少元？

23. 如图， BD 是 $\odot O$ 的直径，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，连接 AC ，且 $AB = AC$ ，以 AD 为边作 $\angle DAF = \angle ACD$ 交 BD 的延长线于点 F 。



(1) 求证: AF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 过点 A 作 $AE \perp BD$ 交 BD 于点 E. 若 $CD = 3DE$, 求 $\cos \angle ABC$ 的值.

24. 如图 1, 抛物线 $y = ax^2 + kx - 3$ 与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$, 与 y 轴交于点 C . 点 D 是抛物线的顶点.

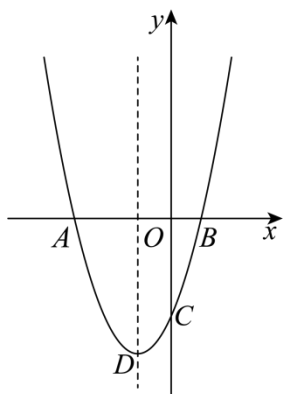


图1

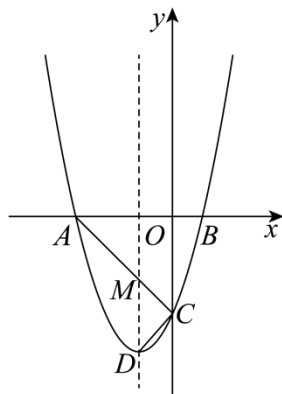


图2

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 2, 连接 AC , DC , 直线 AC 交抛物线的对称轴于点 M , 若点 P 是直线 AC 上方抛物线上一点, 且 $S_{\triangle PMC} = 2S_{\triangle DMC}$, 求点 P 的坐标;

(3) 若点 N 是抛物线对称轴上位于点 D 上方的一动点, 是否存在以点 N , A , C 为顶点的三角形是等腰三角形, 若存在, 请直接写出满足条件的点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

25. 在学习特殊的平行四边形时, 我们发现正方形的对角线等于边长的 $\sqrt{2}$ 倍, 某数学兴趣小组以此为方向对菱形的对角线和边长的数量关系探究发现, 具体如下: 如图 1.

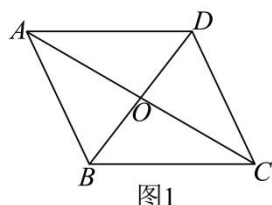


图1

(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $AO = CO$, $BO = DO$.

$$\therefore AB^2 = AO^2 + BO^2.$$

$$\text{又} \because AC = 2AO, \quad BD = 2BO,$$

$$\therefore AB^2 = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{化简整理得 } AC^2 + BD^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【类比探究】

(2) 如图 2. 若四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 请说明边长与对角线的数量关系.

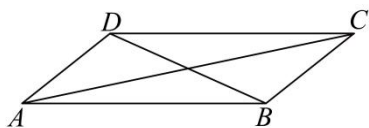


图2

【拓展应用】

(3) 如图 3, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 为 AO 的中点, 点 F 为 BC 的中点, 连接 EF , 若 $AB = 8$, $BD = 8$, $AC = 12$, 直接写出 EF 的长度.

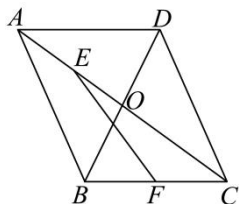


图3