

资阳市 2024 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学

全卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 4 页。全卷满分 150 分。考试时间共 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，请考生务必在答题卡上正确填写自己的姓名、准考证号和座位号。考试结束，将试题卷和答题卡一并交回。
2. 第 I 卷每小题选出的答案须用 2B 铅笔在答题卡上把对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦净后，再选涂其它答案。
3. 第 II 卷各题须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上对应题号答题位置作答。在试卷上作答，答案无效。

第 I 卷（选择题 共 40 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

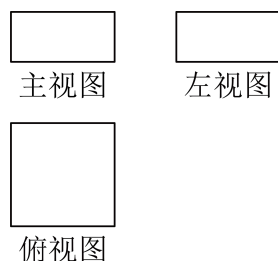
1. 3 的相反数为（ ）

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 + a^2 = a^5$ B. $a^3 - a^2 = a$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^5 \div a^2 = a^3$

3. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体是（ ）



- A. 长方体 B. 棱锥 C. 圆锥 D. 球体

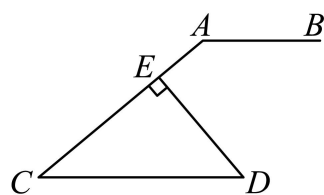
4. 6 名学生一周做家务的天数依次为 4, 4, 5, 7, 7, 7，这组数据的中位数和众数分别为（ ）

- A. 5, 4 B. 6, 5 C. 6, 7 D. 7, 7

5. 在平面直角坐标系中，将点 $(-2, 1)$ 沿 y 轴向上平移 1 个单位后，得到的点的坐标为（ ）

- A. $(-2,0)$ B. $(-2,2)$ C. $(-3,1)$ D. $(-1,1)$

6. 如图, $AB \parallel CD$, 过点 D 作 $DE \perp AC$ 于点 E . 若 $\angle D = 50^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 130° B. 140° C. 150° D. 160°

7. 一个正多边形的每个外角度数都等于 60° , 则这个多边形的边数为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 8

8. 若 $\sqrt{5} < m < \sqrt{10}$, 则整数 m 的值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. 第14届国际数学教育大会 (JCME-14) 会标如图1所示, 会标中心的图案来源于我国古代数学家赵爽的“弦图”, 如图2所示的“弦图”是由四个全等的直角三角形 ($\triangle ABE$, $\triangle BCF$, $\triangle CDG$, $\triangle DAH$) 和一个小正方形 $EFGH$ 拼成的大正方形 $ABCD$. 若 $EF: AH = 1:3$, 则 $\sin \angle ABE =$ ()

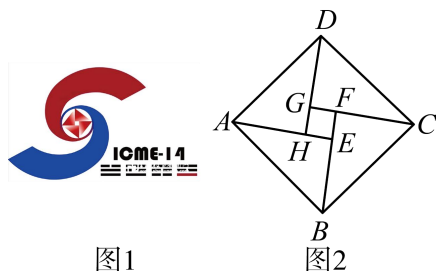
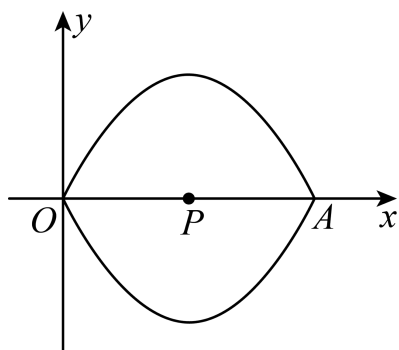


图1

图2

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx$ 与 $y = \frac{1}{2}x^2 - bx$ 的图像均过点 $A(4,0)$ 和坐标原点 O , 这两个函数在 $0 \leq x \leq 4$ 时形成的封闭图像如图所示, P 为线段 OA 的中点, 过点 P 且与 x 轴不重合的直线与封闭图像交于 B , C 两点. 给出下列结论:



① $b = 2$;

② $PB = PC$;

③ 以 O, A, B, C 为顶点的四边形可以为正方形;

④ 若点 B 的横坐标为 1, 点 Q 在 y 轴上 (Q, B, C 三点不共线), 则 $\triangle BCQ$ 周长的最小值为 $5 + \sqrt{13}$.

其中, 所有正确结论的个数是 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

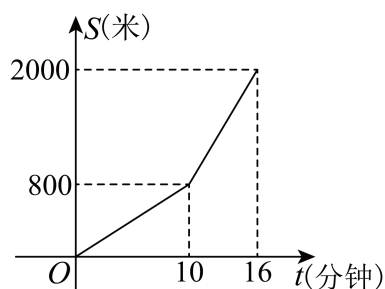
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 若 $(a-1)^2 + |b-2| = 0$, 则 $ab =$ _____.

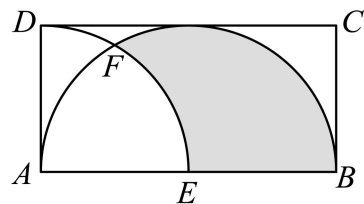
12. 2024 年政府工作报告提出, 我国今年发展主要预期目标是: 国内生产总值增长 5% 左右, 城镇新增就业 1200 万人以上……将数 “1200 万” 用科学记数法表示为_____.

13. 一个不透明的袋中装有 6 个白球和 m 个红球, 这些球除颜色外无其他差别. 充分搅匀后, 从袋中随机取出一个球是白球的概率为 $\frac{2}{5}$, 则 $m =$ _____.

14. 小王前往距家 2000 米的公司参会, 先以 v_0 (米/分) 的速度步行一段时间后, 再改骑共享单车直达会议地点, 到达时距会议开始还有 14 分钟, 小王距家的路程 S (单位: 米) 与距家的时间 t (单位: 分钟) 之间的函数图象如图所示. 若小王全程以 v_0 (米/分) 的速度步行, 则他到达时距会议开始还有_____分钟.



15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 2$. 以点 A 为圆心, AD 长为半径作弧交 AB 于点 E , 再以 AB 为直径作半圆, 与 $\widehat{DE}$ 交于点 F , 则图中阴影部分的面积为_____.



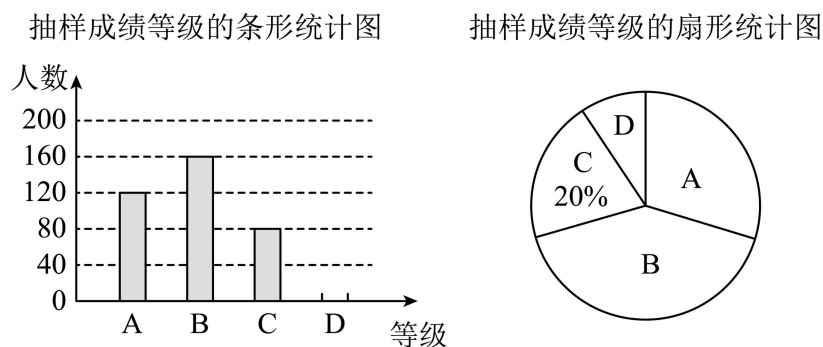
16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 4$. 若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 则边 AB 长的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 86 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步

骤)

17. 先化简，再求值： $\left(\frac{x+1}{x}-1\right) \div \frac{x^2-4}{x^2+2x}$ ，其中 $x=3$ 。

18. 我国古诗词源远流长。某校以“赏诗词之美、寻文化之根、铸民族之魂”为主题，组织学生开展了古诗词知识竞赛活动。为了解学生对古诗词的掌握情况，该校随机抽取了部分学生的竞赛成绩，将成绩分为 A ， B ， C ， D 四个等级，并绘制成如图所示的两幅不完整的统计图：

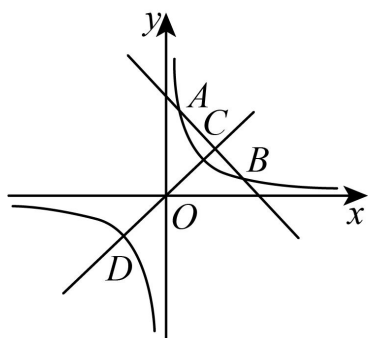


- (1) 本次共抽取了_____名学生的竞赛成绩，并补全条形统计图；
- (2) 若该校共有 2000 人参加本次竞赛活动，估计竞赛成绩为 B 等级的学生人数；
- (3) 学校在竞赛成绩为 A 等级中的甲、乙、丙、丁这 4 名学生里，随机选取 2 人参加经典诵读活动，用画树状图或列表法求出甲、乙两人中恰好有 1 人被选中的概率。

19. 2024 年巴黎奥运会将于 7 月 26 日至 8 月 11 日举行，某经销店调查发现：与吉祥物相关的 A ， B 两款纪念品深受青少年喜爱。已知购进 3 个 A 款比购进 2 个 B 款多用 120 元；购进 1 个 A 款和 2 个 B 款共用 200 元。

- (1) 分别求出 A ， B 两款纪念品的进货单价；
- (2) 该商店决定购进这两款纪念品共 70 个，其总费用不超过 5000 元，则至少应购买 B 款纪念品多少个？

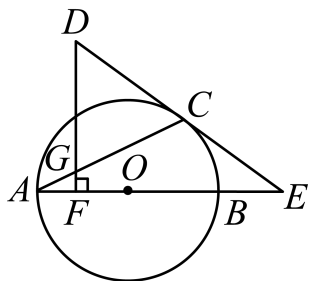
20. 如图，已知平面直角坐标系中， O 为坐标原点，一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象相交于 $A(m,4)$ ， $B(4,n)$ 两点。



(1) 求一次函数的解析式;

(2) 若点 $C(t, t)$ 在一次函数的图象上, 直线 CO 与反比例函数的图象在第三象限内交于点 D , 求点 D 的坐标, 并写出直线 CD 在图中的一个特征.

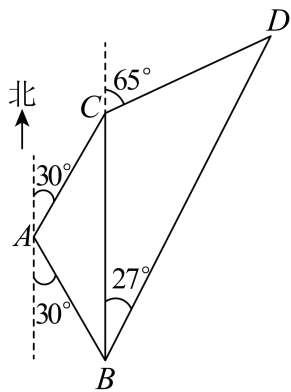
21. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的弦, 点 D 在 $\odot O$ 外, 延长 DC , AB 相交于点 E , 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F , 交 AC 于点 G , $DG = DC$.



(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 6, 点 F 为线段 OA 的中点, $CE = 8$, 求 DF 的长.

22. 如图, 某海域有两灯塔 A, B , 其中灯塔 B 在灯塔 A 的南偏东 30° 方向, 且 A, B 相距 $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ 海里. 一渔船在 C 处捕鱼, 测得 C 处在灯塔 A 的北偏东 30° 方向、灯塔 B 的正北方向.



(1) 求 B, C 两处的距离;

(2) 该渔船从 C 处沿北偏东 65° 方向航行一段时间后, 突发故障滞留于 D 处, 并发出求救信号. 此时, 在灯塔 B 处的渔政船测得 D 处在北偏东 27° 方向, 便立即以 18 海里/小时的速度沿 BD 方向航行至 D 处救援, 求渔政船的航行时间.

(注: 点 A, B, C, D 在同一水平面内; 参考数据: $\tan 65^\circ \approx 2.1$, $\tan 27^\circ \approx 0.5$)

23. (1) 【观察发现】如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上. 若 $\angle BAD = \angle C$, 则 $AB^2 = BD \cdot BC$, 请证明;

(2) 【灵活运用】如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, 点 D 为边 BC 的中点, $CA = CD = 2$, 点 E 在 AB

上, 连接 AD , DE . 若 $\angle AED = \angle CAD$, 求 BE 的长;

(3) 【拓展延伸】如图 3, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 点 E, F 分别在边 AD, CD 上, $\angle ABC = 2\angle EBF$, 延长 AD , BF 相交于点 G . 若 $BE = 4$, $DG = 6$, 求 FG 的长.

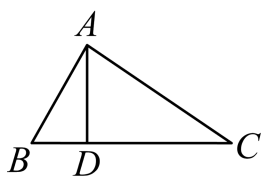


图1

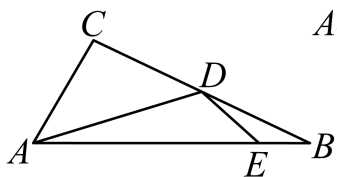


图2

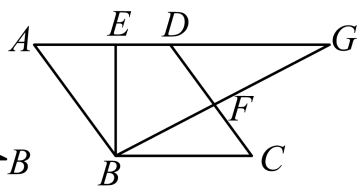


图3

24. 已知平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴的正半轴交于 C 点, 且 $B(4, 0)$, $BC = 4\sqrt{2}$.

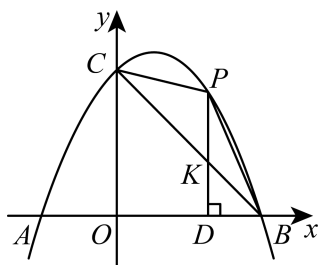


图1

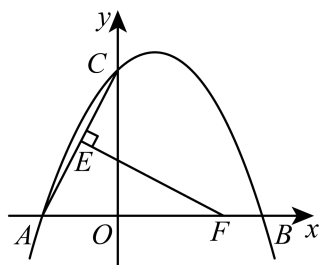


图2

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 点 P 是抛物线在第一象限内的一点, 连接 PB, PC , 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D , 交 BC 于点 K . 记 $\triangle PBC$, $\triangle BDK$ 的面积分别为 S_1, S_2 , 求 $S_1 - S_2$ 的最大值;

(3) 如图 2, 连接 AC , 点 E 为线段 AC 的中点, 过点 E 作 $EF \perp AC$ 交 x 轴于点 F . 抛物线上是否存在点 Q , 使 $\angle QFE = 2\angle OCA$? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 说明理由.