

广元市 2024 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数 学

说明：1. 全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

2. 本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共三个大题 26 个小题。

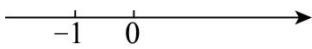
3. 考生必须在答题卡上答题，写在试卷上的答案无效。选择题必须使用 2B 铅笔填涂答案，非选择题必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔答题。

4. 考试结束，将答题卡和试卷一并交回。

第 I 卷 选择题（共 30 分）

一、选择题（每小题给出的四个选项中，只有一个符合题意。每小题 3 分，共 30 分）

1. 将 -1 在数轴上对应的点向右平移 2 个单位，则此时该点对应的数是（ ）

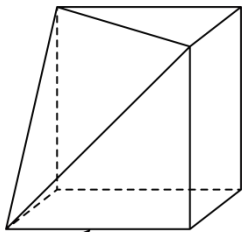


- A. -1 B. 1 C. -3 D. 3

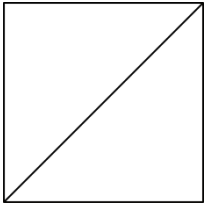
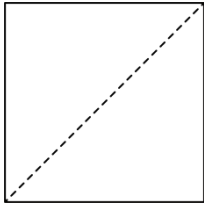
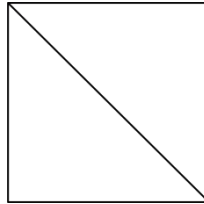
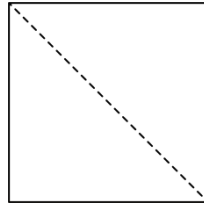
2. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ D. $(ab^2)^2 = a^2b^4$

3. 一个几何体如图水平放置，它的俯视图是（ ）



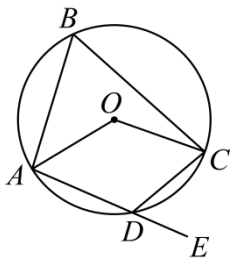
主视方向

- A.  B.  C.  D. 

4. 在“五·四”文艺晚会节目评选中，某班选送的节目得分如下：91，96，95，92，94，95，95，分析这组数据，下列说法错误的是（ ）

- A. 中位数是 95 B. 方差是 3 C. 众数是 95 D. 平均数是 94

5. 如图，已知四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， E 为 AD 延长线上一点， $\angle AOC = 128^\circ$ ，则 $\angle CDE$ 等于（ ）

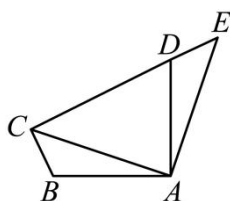


- A. 64° B. 60° C. 54° D. 52°

6. 如果单项式 $-x^{2m}y^3$ 与单项式 $2x^4y^{2-n}$ 的和仍是一个单项式，则在平面直角坐标系中点 (m, n) 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle ADE$ ，点 B, C 的对应点分别为点 D, E ，连接 CE ，点 D 恰好落在线段 CE 上，若 $CD = 3$ ， $BC = 1$ ，则 AD 的长为 ()

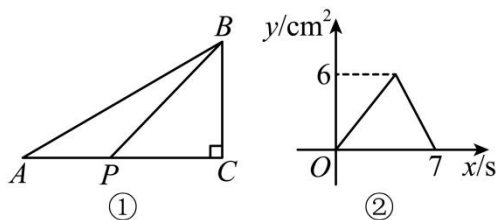


- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

8. 我市把提升城市园林绿化水平作为推进城市更新行动的有效抓手，从 2023 年开始通过拆违建绿、见缝插绿等方式在全域打造多个小而美的“口袋公园”。现需要购买 A, B 两种绿植，已知 A 种绿植单价是 B 种绿植单价的 3 倍，用 6750 元购买的 A 种绿植比用 3000 元购买的 B 种绿植少 50 株。设 B 种绿植单价是 x 元，则可列方程是 ()

- A. $\frac{6750}{3x} - 50 = \frac{3000}{x}$ B. $\frac{3000}{3x} - 50 = \frac{6750}{x}$
C. $\frac{6750}{3x} + 50 = \frac{3000}{x}$ D. $\frac{3000}{3x} + 50 = \frac{6750}{x}$

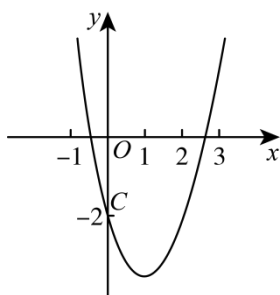
9. 如图①，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 P 从点 A 出发沿 $A \rightarrow C \rightarrow B$ 以 1 cm/s 的速度匀速运动至点 B ，图②是点 P 运动时， $\triangle ABP$ 的面积 $y (\text{cm}^2)$ 随时间 $x (\text{s})$ 变化的函数图象，则该三角形的斜边 AB 的长为 ()



- A. 5 B. 7 C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

10. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $C(0, -2)$ 与 x 轴交点的横坐标分别为 x_1, x_2 , 且 $-1 < x_1 < 0$, $2 < x_2 < 3$, 则下列结论:

- ① $a - b + c < 0$;
- ② 方程 $ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 有两个不相等的实数根;
- ③ $a + b > 0$;
- ④ $a > \frac{2}{3}$;
- ⑤ $b^2 - 4ac > 4a^2$. 其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

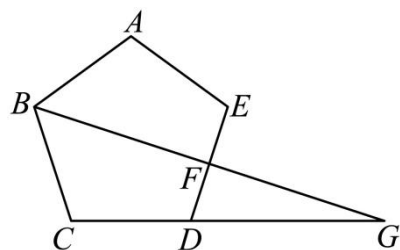
第 II 卷 非选择题 (共 120 分)

二、填空题 (把正确答案直接写在答题卡对应题目的横线上, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 分解因式: $(a+1)^2 - 4a =$ _____.

12. 2023 年 10 月诺贝尔物理学奖授予三位“追光”科学家, 以表彰他们“为研究物质中的电子动力学而产生阿秒光脉冲的实验方法”. 什么是阿秒? 1 阿秒是 10^{-18} 秒, 也就是十亿分之一秒的十亿分之一. 目前世界上最短的单阿秒光学脉冲是 43 阿秒. 将 43 阿秒用科学记数法表示为 _____ 秒.

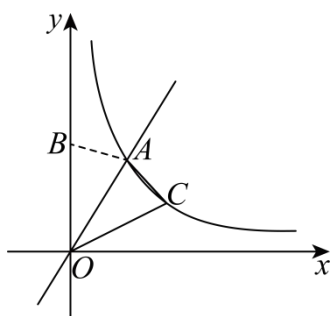
13. 点 F 是正五边形 $ABCDE$ 边 DE 的中点, 连接 BF 并延长与 CD 延长线交于点 G , 则 $\angle BGC$ 的度数为 _____.



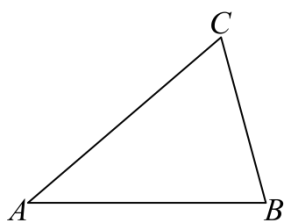
14. 若点 $Q(x, y)$ 满足 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{xy}$, 则称点 Q 为“美好点”, 写出一个“美好点”的坐标 _____.

15. 已知 $y = \sqrt{3}x$ 与 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(2, m)$, 点 B 为 y 轴上一点, 将 $\triangle OAB$ 沿 OA 翻折, 使

点 B 恰好落在 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上点 C 处, 则 B 点坐标为_____.



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $\tan \angle C = 2$, 则 $AC + \frac{\sqrt{5}}{5} BC$ 的最大值为_____.

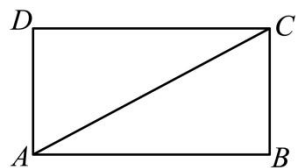


三、解答题 (要求写出必要的解答步骤或证明过程. 共 96 分)

17. 计算: $(2024 - \pi)^0 + |\sqrt{3} - 2| + \tan 60^\circ - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

18. 先化简, 再求值: $\frac{a}{a-b} \div \frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} - \frac{a-b}{a+b}$, 其中 a, b 满足 $b - 2a = 0$.

19. 如图, 已知矩形 $ABCD$.



(1) 尺规作图: 作对角线 AC 的垂直平分线, 交 CD 于点 E , 交 AB 于点 F ; (不写作法, 保留作图痕迹)

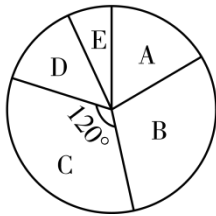
(2) 连接 AE, CF . 求证: 四边形 $AFCE$ 是菱形.

20. 广元市开展“蜀道少年”选拔活动, 旨在让更多的青少年关注蜀道、了解蜀道、热爱蜀道、宣传蜀道, 进一步挖掘和传承古蜀道文化、普及蜀道知识. 为此某校开展了“蜀道文化知识竞赛”活动, 并从全校学生中抽取了若干学生的竞赛成绩进行整理、描述和分析 (竞赛成绩用 x 表示, 总分为 100 分, 共分成五个等级: $A: 90 \leq x \leq 100$; $B: 80 \leq x < 90$; $C: 70 \leq x < 80$; $D: 60 \leq x < 70$; $E: 50 \leq x < 60$). 并绘制了如下尚不完整的统计图.

抽取学生成绩等级人数统计表

等级	A	B	C	D	E
人数	m	27	30	12	6

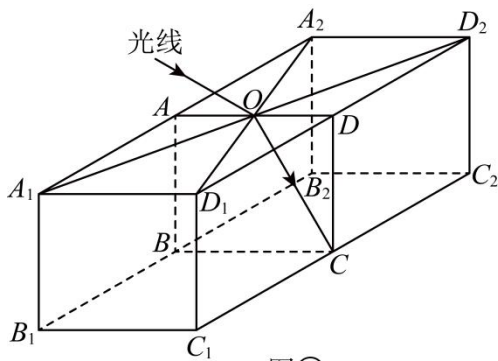
抽取学生成绩等级扇形统计图



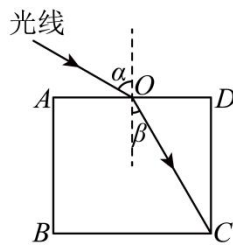
其中扇形图中 C 等级区域所对应的扇形的圆心角的度数是 120° .

- (1) 样本容量为 _____, $m =$ _____;
- (2) 全校 1200 名学生中, 请估计 A 等级的人数;
- (3) 全校有 5 名学生得满分, 七年级 1 人, 八年级 2 人, 九年级 2 人, 从这 5 名学生中任意选择两人在国旗下分享自己与蜀道的故事, 请你用画树状图或列表的方法, 求这两人来自同一个年级的概率.

21. 小明从科普读物中了解到, 光从真空射入介质发生折射时, 入射角 α 的正弦值与折射角 β 的正弦值的比值 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ 叫做介质的“绝对折射率”, 简称“折射率”. 它表示光在介质中传播时, 介质对光作用的一种特征.



图①



图②

- (1) 若光从真空射入某介质, 入射角为 α , 折射角为 β , 且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$, $\beta = 30^\circ$, 求该介质的折射率;
- (2) 现有一块与 (1) 中折射率相同的长方体介质, 如图①所示, 点 A, B, C, D 分别是长方体棱的中点, 若光线经真空从矩形 $A_1D_1D_2A_2$ 对角线交点 O 处射入, 其折射光线恰好从点 C 处射出. 如图②, 已知 $\alpha = 60^\circ$, $CD = 10\text{cm}$, 求截面 $ABCD$ 的面积.

22. 近年来, 中国传统服饰备受大家的青睐, 走上国际时装周舞台, 大放异彩. 某服装店直接从工厂购进长、

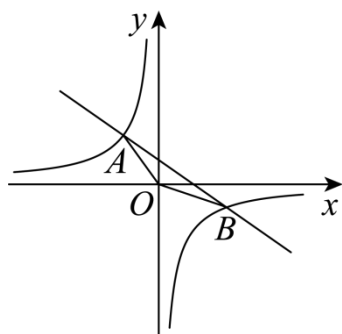
短两款传统服饰进行销售，进货价和销售价如下表：

价格/类别	短款	长款
进货价（元/件）	80	90
销售价（元/件）	100	120

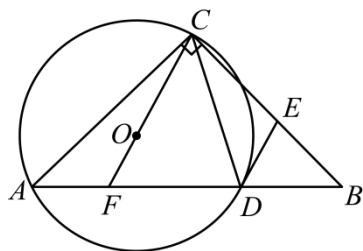
- (1) 该服装店第一次用 4300 元购进长、短两款服装共 50 件，求两款服装分别购进的件数；
- (2) 第一次购进的两款服装售完后，该服装店计划再次购进长、短两款服装共 200 件（进货价和销售价都不变），且第二次进货总价不高于 16800 元，服装店这次应如何设计进货方案，才能获得最大销售利润，最大销售利润是多少？

23. 如图，已知反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 和一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象相交于点 $A(-3, a)$ ， $B\left(a + \frac{3}{2}, -2\right)$ 两点，

O 为坐标原点，连接 OA ， OB 。



- (1) 求 $y_1 = \frac{k}{x}$ 与 $y_2 = mx + n$ 的解析式；
- (2) 当 $y_1 > y_2$ 时，请结合图象直接写出自变量 x 的取值范围；
- (3) 求 $\triangle AOB$ 的面积。
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\odot O$ 经过 A 、 C 两点，交 AB 于点 D ， CO 的延长线交 AB 于点 F ， $DE \parallel CF$ 交 BC 于点 E 。



- (1) 求证： DE 为 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $AC = 4$ ， $\tan \angle CFD = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径。

25. 数学实验，能增加学习数学的乐趣，还能经历知识“再创造”的过程，更是培养动手能力，创新能力的一种手段. 小强在学习《相似》一章中对“直角三角形斜边上作高”这一基本图形（如图 1）产生了如下问题，请同学们帮他解决.

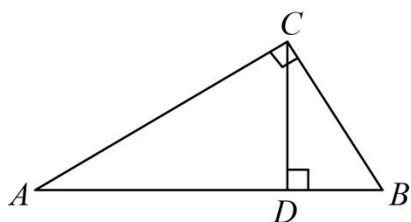


图 1

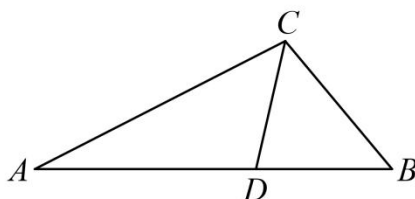


图 2

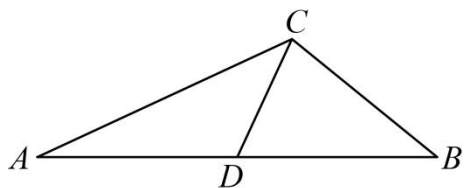


图 3

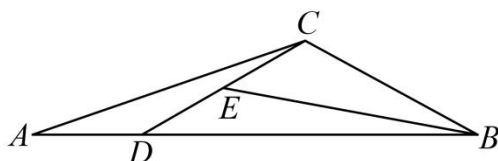


图 4

在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为边 AB 上一点，连接 CD .

(1) 初步探究

如图 2，若 $\angle ACD = \angle B$ ，求证： $AC^2 = AD \cdot AB$ ；

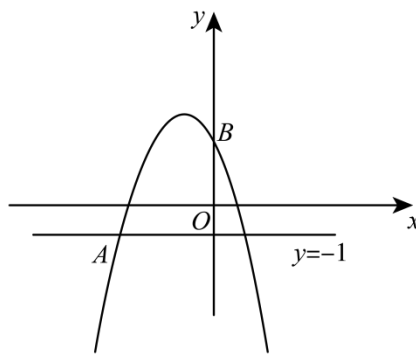
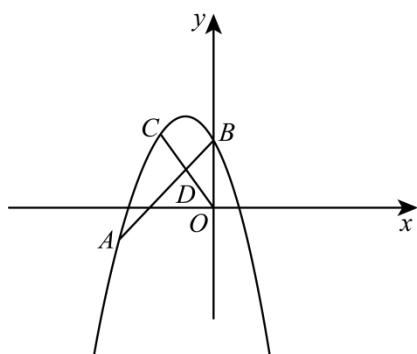
(2) 尝试应用

如图 3，在 (1) 的条件下，若点 D 为 AB 中点， $BC = 4$ ，求 CD 的长；

(3) 创新提升

如图 4，点 E 为 CD 中点，连接 BE ，若 $\angle CDB = \angle CBD = 30^\circ$ ， $\angle ACD = \angle EBD$ ， $AC = 2\sqrt{7}$ ，求 BE 的长.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $F: y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-3, -1)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 2)$.



(1) 求抛物线的函数表达式；

(2) 在直线 AB 上方抛物线上有一动点 C ，连接 OC 交 AB 于点 D ，求 $\frac{CD}{OD}$ 的最大值及此时点 C 的坐标；

(3) 作抛物线 F 关于直线 $y = -1$ 上一点的对称图象 F' , 抛物线 F 与 F' 只有一个公共点 E (点 E 在 y 轴右侧), G 为直线 AB 上一点, H 为抛物线 F' 对称轴上一点, 若以 B, E, G, H 为顶点的四边形是平行四边形, 求 G 点坐标.