

数学试卷

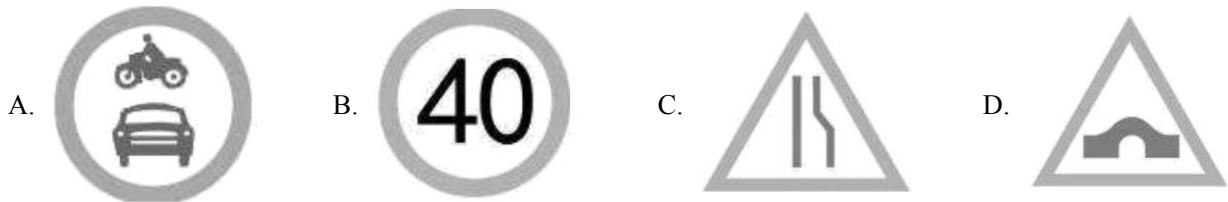
选择题

一、选择题

1. 在 0 , 1 , -1 , π 中最小的实数是 ()

- A. 0 B. -1 C. 1 D. π

2. 下列图形中, 是轴对称图形的是 ()



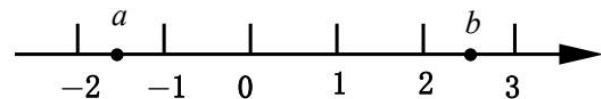
3. 函数 $y = \sqrt{x+2}$ 自变量的取值范围是 ()

- A. $x > 0$ B. $x > -2$ C. $x \geq -2$ D. $x \neq -2$

4. 下列运算正确的是 ()

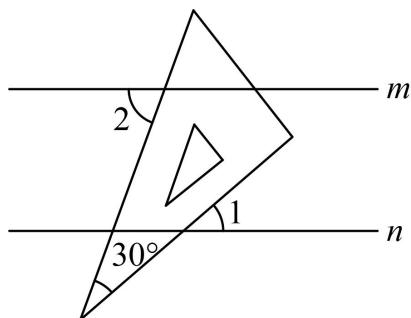
- A. $3a + b = 3ab$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$
C. $a^8 \div a^2 = a^4 (a \neq 0)$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

5. 实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图所示, 下列结论正确的是 ()



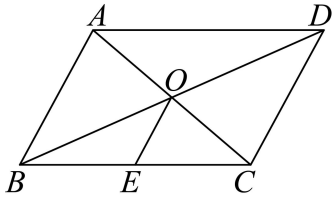
- A. $ab > 0$ B. $a + b < 0$ C. $|a| > |b|$ D. $a - b < 0$

6. 如图, 直线 $m \parallel n$, 一块含有 30° 的直角三角板按如图所示放置. 若 $\angle 1 = 40^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小为 ()



- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°

7. 如图, $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 点 E 是 BC 的中点, $AC = 4$. 若 $ABCD$ 的周长为 12, 则 $\triangle COE$ 的周长为 ()



A. 4

B. 5

C. 6

D. 8

8. 某班学生乘汽车从学校出发去参加活动，目的地距学校 60km，一部分学生乘慢车先行 0.5h，另一部分学生再乘快车前往，他们同时到达。已知快车的速度比慢车的速度每小时快 20km，求慢车的速度？设慢车的速度为 x km/h，则可列方程为（ ）

A. $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+20} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{60}{x-20} - \frac{60}{x} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{60}{x+20} - \frac{60}{x} = \frac{1}{2}$

D. $\frac{60}{x} - \frac{60}{x-20} = \frac{1}{2}$

9. 一组数据 -10, 0, 11, 17, 17, 31，若去掉数据 11，下列会发生变化的是（ ）

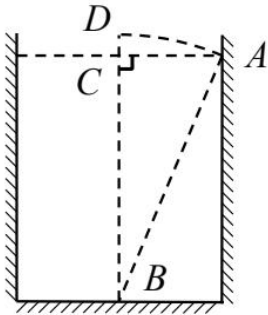
A. 平均数

B. 中位数

C. 众数

D. 极差

10. “今有方池一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，适与岸齐。问：水深几何？”这是我国数学史上的“葭生池中”问题。即 $AC = 5$ ， $DC = 1$ ， $BD = BA$ ，则 $BC =$ （ ）



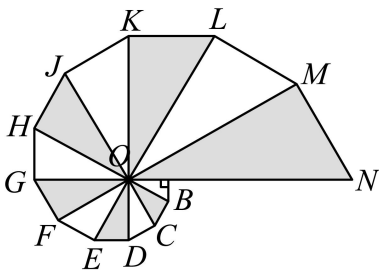
A. 8

B. 10

C. 12

D. 13

11. 如图，是用 12 个相似的直角三角形组成的图案。若 $OA = 1$ ，则 $OG =$ （ ）



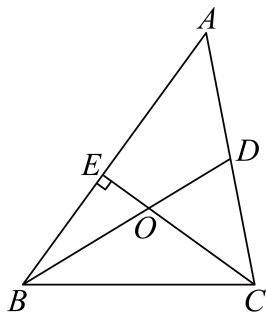
A. $\frac{125\sqrt{5}}{64}$

B. $\frac{125}{64}$

C. $\frac{64}{27}$

D. $\frac{32\sqrt{3}}{27}$

12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 的中点， $CE \perp AB$ ， BD 与 CE 交于点 O ，且 $BE = CD$ 。下列说法错误的是（ ）

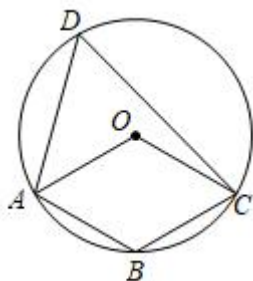


- A. BD 的垂直平分线一定与 AB 相交于点 E
- B. $\angle BDC = 3\angle ABD$
- C. 当 E 为 AB 中点时, $\triangle ABC$ 是等边三角形
- D. 当 E 为 AB 中点时, $\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AEC}} = \frac{3}{4}$

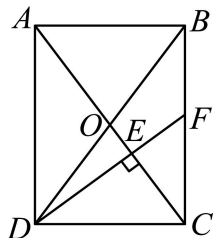
非选择题

二、填空题

13. 27 的立方根为_____.
14. 过五边形的一个顶点有_____条对角线.
15. 已知方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 的一个根为 -2 , 则方程的另一个根为_____.
16. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 若四边形 $OABC$ 为菱形, 则 $\angle ADC$ 的度数是_____.



17. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , $DE \perp AC$ 于点 E , 延长 DE 与 BC 交于点 F . 若 $AB = 3$, $BC = 4$, 则点 F 到 BD 的距离为_____.



18. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象向右平移 1 个单位长度后关于 y 轴对称. 则下列说法正确的序号为_____. (少选得 1 分, 错选得 0 分, 选全得满分)

① $\frac{b}{a} = 2$

② 当 $\frac{3}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ 时，代数式 $a^2 + b^2 - 5b + 8$ 的最小值为 3

③ 对于任意实数 m ，不等式 $am^2 + bm - a + b \geq 0$ 一定成立

④ $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$ 为该二次函数图象上任意两点，且 $x_1 < x_2$ 。当 $x_1 + x_2 + 2 > 0$ 时，一定有 $y_1 < y_2$

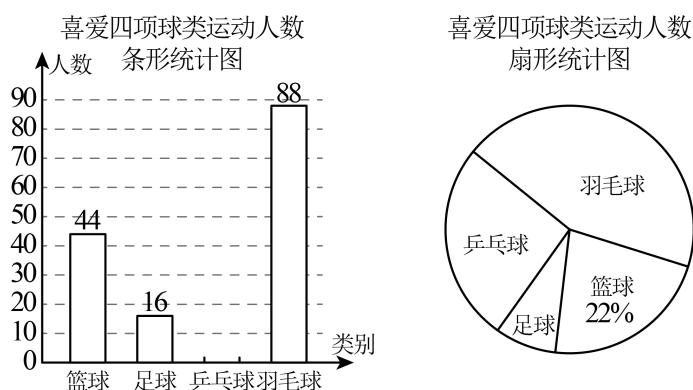
三、解答题

19. (1) 计算： $2\sin 30^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi + 3)^0$

(2) 求不等式组 $\begin{cases} 2x - 6 < 3x & \text{①} \\ \frac{x+2}{5} - \frac{x-1}{4} \geq 0 & \text{②} \end{cases}$ 的解集.

(3) 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x^2 - 2x + 1}{2x + 4}$ ，其中 $x = \sqrt{2} + 1$

20. 为了解全校学生对篮球、足球、乒乓球、羽毛球四项球类运动的喜爱情况，在全校随机抽取了 m 名学生进行问卷调查，每名学生只选择一项球类运动填写问卷。将调查结果绘制成如下统计图，请你根据图中所提供的信息解答下列问题.

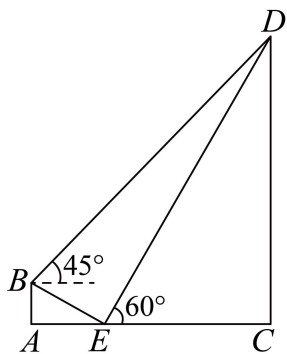


(1) 求 $m =$ _____，并补全条形统计图.

(2) 若该校共有 1200 名学生，请估计喜欢乒乓球运动的学生有多少名？

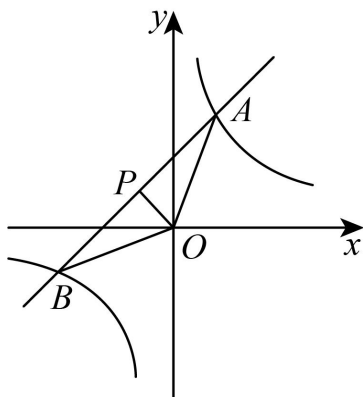
(3) 学校羽毛球队计划从甲、乙、丙、丁四名同学中挑选两名同学加入球队。请用画树状图或列表的方法计算恰好选中甲、乙两名同学的概率.

21. 某兴趣小组开展了测量电线塔高度的实践活动。如图所示，斜坡 BE 的坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$ ， $BE = 6\text{m}$ ，在 B 处测得电线塔 CD 顶部 D 的仰角为 45° ，在 E 处测得电线塔 CD 顶部 D 的仰角为 60° 。



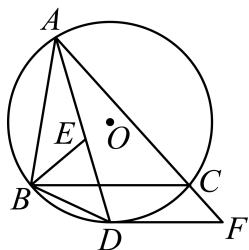
- (1) 求点 B 离水平地面的高度 AB .
- (2) 求电线塔 CD 的高度 (结果保留根号).

22. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 2$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象交于 A, B 两点, 点 A 的横坐标为 1.



- (1) 求 k 的值及点 B 的坐标.
- (2) 点 P 是线段 AB 上一点, 点 M 在直线 OB 上运动, 当 $S_{\triangle BPO} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABO}$ 时, 求 PM 的最小值.

23. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 D 为 $\widehat{BC}$ 的中点, 连接 AD, BD , BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E , 过点 D 作 $DF \parallel BC$ 交 AC 的延长线于点 F .



- (1) 求证: DF 是 $\odot O$ 的切线.
- (2) 求证: $BD = ED$.
- (3) 若 $DE = 5$, $CF = 4$, 求 AB 的长.

24. 综合与实践

(1) **操作与发现：** 平行四边形和梯形都可以剪开拼成一个矩形，拼接示意图如图 1、图 2. 在图 2 中，四边形 $ABCD$ 为梯形， $AB \parallel CD$ ， E 、 F 是 AD 、 BC 边上的点. 经过剪拼，四边形 $GHJK$ 为矩形. 则 $\triangle EDK \cong$ _____.

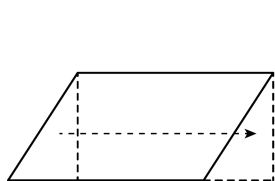


图1

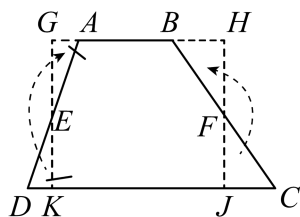


图2

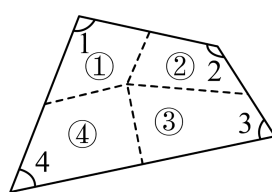


图3

(2) **探究与证明：** 探究将任意一个四边形剪开拼成一个平行四边形，拼接示意图如图 3、图 4、图 5. 在图 5 中， E 、 F 、 G 、 H 是四边形 $ABCD$ 边上的点. $OJKL$ 是拼接之后形成的四边形.

①通过操作得出： AE 与 EB 的比值为_____.

②证明：四边形 $OJKL$ 为平行四边形.

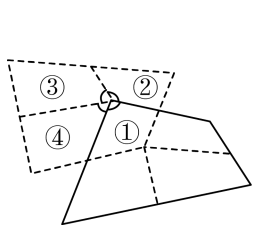


图4

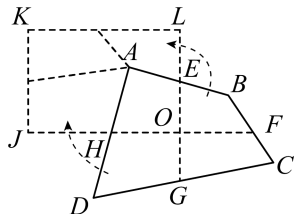


图5

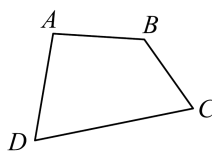


图6

(3) **实践与应用：** 任意一个四边形能不能剪开拼成一个矩形？若能，请将四边形 $ABCD$ 剪成 4 块，按图 5 的方式补全图 6，并简单说明剪开和拼接过程. 若不能，请说明理由.

25. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，点 P 是抛物线上一动点，且在直线 BC 的上方.

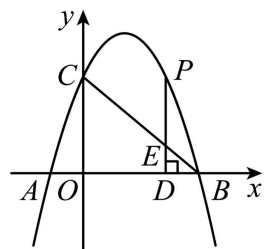


图1

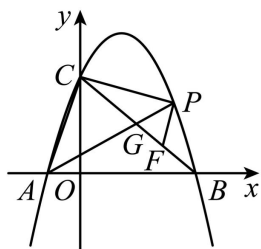


图2

(1) 求抛物线的表达式.

(2) 如图 1，过点 P 作 $PD \perp x$ 轴，交直线 BC 于点 E ，若 $PE = 2ED$ ，求点 P 的坐标.

(3) 如图 2，连接 AC 、 PC 、 AP ， AP 与 BC 交于点 G ，过点 P 作 $PF \parallel AC$ 交 BC 于点 F . 记 $\triangle ACG$ 、

$\triangle PCG$ 、 $\triangle PGF$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 . 当 $\frac{S_3}{S_2} + \frac{S_2}{S_1}$ 取得最大值时，求 $\sin \angle BCP$ 的值.

