

南充市二〇二四年初中学业水平考试

数学试题

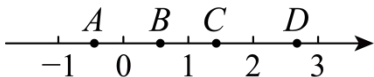
(满分 150 分, 时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前将姓名、座位号、身份证号、准考证号填在答题卡指定位置;
2. 所有解答内容均须涂、写在答题卡上;
3. 选择题须用 2B 铅笔将答题卡相应题号对应选项涂黑, 若需改动, 须擦净另涂;
4. 填空题、解答题在答题卡对应题号位置用 0.5 毫米黑色字迹笔书写.

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 每小题都有代号为 A , B , C , D 四个答案选项, 其中只有一个是正确的. 请根据正确选项的代号填涂答题卡对应位置, 填涂正确记 4 分, 不涂、错涂或多涂记 0 分.

1. 如图, 数轴上表示 $\sqrt{2}$ 的点是 ()

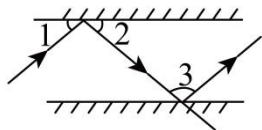


- A. 点 A B. 点 B C. 点 C D. 点 D

2. 学校举行篮球技能大赛, 评委从控球技能和投球技能两方面为选手打分, 各项成绩均按百分制计, 然后再按控球技能占 60%, 投球技能占 40% 计算选手的综合成绩 (百分制人选手李林控球技能得 90 分, 投球技能得 80 分. 李林综合成绩为 ()

- A. 170 分 B. 86 分 C. 85 分 D. 84 分

3. 如图, 两个平面镜平行放置, 光线经过平面镜反射时, $\angle 1 = \angle 2 = 40^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()

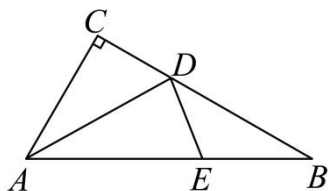


- A. 80° B. 90° C. 100° D. 120°

4. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^8 \div a^4 = a^2$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(3a^2)^3 = 27a^6$

5. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BC = 6$, AD 平分 $\angle CAB$ 交 BC 于点 D , 点 E 为边 AB 上一点, 则线段 DE 长度的最小值为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

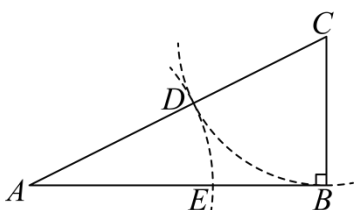
6. 我国古代《算法统宗》里有这样一首诗：“我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空。”诗中后两句的意思是：如果每一间客房住7人，那么有7人无房住；如果每一间客房住9人，那么就空出一间客房。设该店有客房 x 间、房客 y 人，下列方程组中正确的是（ ）

- A. $\begin{cases} 7x+7=y \\ 9(x-1)=y \end{cases}$ B. $\begin{cases} 7x+7=y \\ 9(x+1)=y \end{cases}$ C. $\begin{cases} 7x-7=y \\ 9(x-1)=y \end{cases}$ D. $\begin{cases} 7x-7=y \\ 9(x+1)=y \end{cases}$

7. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 5 \\ x < m+1 \end{cases}$ 的解集为 $x < 3$ ，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m > 2$ B. $m \geq 2$ C. $m < 2$ D. $m \leq 2$

8. 如图，已知线段 AB ，按以下步骤作图：①过点 B 作 $BC \perp AB$ ，使 $BC = \frac{1}{2}AB$ ，连接 AC ；②以点 C 为圆心，以 BC 长为半径画弧，交 AC 于点 D ；③以点 A 为圆心，以 AD 长为半径画弧，交 AB 于点 E 。若 $AE = mAB$ ，则 m 的值为（ ）

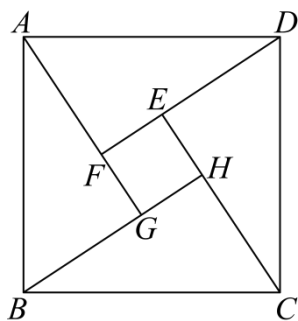


- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ C. $\sqrt{5}-1$ D. $\sqrt{5}-2$

9. 当 $2 \leq x \leq 5$ 时，一次函数 $y = (m+1)x + m^2 + 1$ 有最大值 6，则实数 m 的值为（ ）

- A. -3 或 0 B. 0 或 1 C. -5 或 -3 D. -5 或 1

10. 如图是我国汉代赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成。在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ 。下列三个结论：①若 $\tan \angle ADF = \frac{3}{4}$ ，则 $EF = 2$ ；②若 $\text{Rt}\triangle ABG$ 的面积是正方形 $EFGH$ 面积的 3 倍，则点 F 是 AG 的三等分点；③将 $\triangle ABG$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ADG'$ ，则 BG' 的最大值为 $5\sqrt{5} + 5$ 。其中正确的结论是（ ）



A. ①②

B. ①③

C. ②③

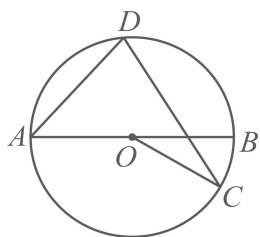
D. ①②③

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）请将答案填在答题卡对应的横线上.

11. 计算 $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a-b}$ 的结果为_____.

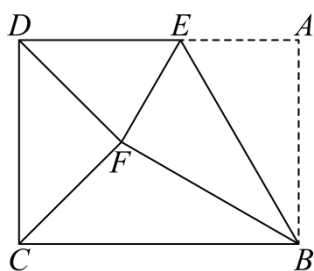
12. 若一组数据 6, 6, m , 7, 7, 8 的众数为 7, 则这组数据的中位数为_____.

13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 位于 AB 两侧的点 C, D 均在 $\odot O$ 上, $\angle BOC = 30^\circ$, 则 $\angle ADC =$ _____度.



14. 已知 m 是方程 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 的一个根, 则 $(m+5)(m-1)$ 的值为_____.

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AD 边上一点, $\angle ABE = 30^\circ$, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠得 $\triangle FBE$, 连接 CF , DF , 若 CF 平分 $\angle BCD$, $AB = 2$, 则 DF 的长为_____.



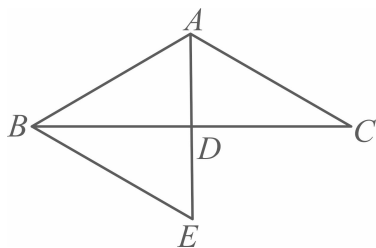
16. 已知抛物线 $C_1: y = x^2 + mx + m$ 与 x 轴交于两点 A, B (A 在 B 的左侧), 抛物线 $C_2: y = x^2 + nx + n$ ($m \neq n$) 与 x 轴交于两点 C, D (C 在 D 的左侧), 且 $AB = CD$. 下列四个结论: ① C_1 与 C_2 交点为 $(-1, 1)$; ② $m + n = 4$; ③ $mn > 0$; ④ A, D 两点关于 $(-1, 0)$ 对称. 其中正确的结论是_____. (填写序号)

三、解答题（本大题共 9 个小题，共 86 分）解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步

骤.

17. 先化简, 再求值: $(x+2)^2 - (x^3 + 3x) \div x$, 其中 $x = -2$.

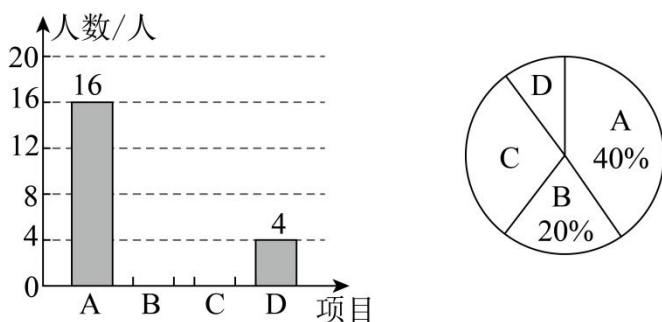
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为 BC 边的中点, 过点 B 作 $BE \parallel AC$ 交 AD 的延长线于点 E .



(1) 求证: $\triangle BDE \cong \triangle CDA$.

(2) 若 $AD \perp BC$, 求证: $BA = BE$

19. 某研学基地开设有 A, B, C, D 四类研学项目. 为了解学生对四类研学项目的喜爱情况, 随机抽取部分参加完研学项目的学生进行调查统计 (每名学生必须选择一项, 并且只能选择一项), 并将调查结果绘制成两幅不完整的统计图, (如图).



根据图中信息, 解答下列问题:

(1) 参加调查统计的学生中喜爱 B 类研学项目有多少人? 在扇形统计图中, 求 C 类研学项目所在扇形的圆心角的度数.

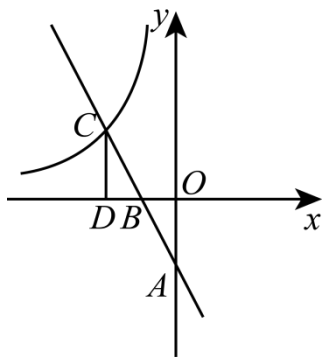
(2) 从参加调查统计喜爱 D 类研学项目的 4 名学生 (2 名男生 2 名女生) 中随机选取 2 人接受访谈, 求恰好选中一名男生一名女生的概率.

20. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - 2kx + k^2 - k + 1 = 0$ 的两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围.

(2) 若 $k < 5$, 且 k, x_1, x_2 都是整数, 求 k 的值.

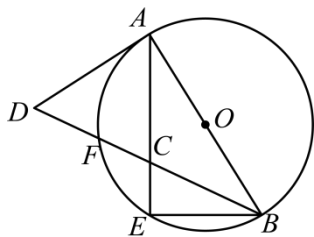
21. 如图, 直线 $y = kx + b$ 经过 $A(0, -2), B(-1, 0)$ 两点, 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ ($x < 0$) 交于点 $C(a, 2)$.



(1) 求直线和双曲线的解析式.

(2) 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 点 P 在 x 轴上, 若以 O, A, P 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似, 直接写出点 P 的坐标.

22. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 是直径, AE 是弦, 点 F 是 AE 上一点, $AF = BE$, AE, BF 交于点 C , 点 D 为 BF 延长线上一点, 且 $\angle CAD = \angle CDA$.



(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $BE = 4, AD = 2\sqrt{5}$, 求 $\odot O$ 的半径长.

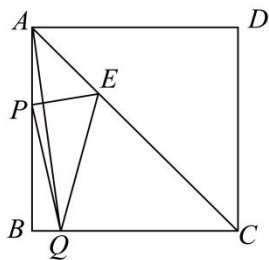
23. 2024 年“五一”假期期间, 阆中古城景区某特产店销售 A, B 两类特产. A 类特产进价 50 元/件, B 类特产进价 60 元/件. 已知购买 1 件 A 类特产和 1 件 B 类特产需 132 元, 购买 3 件 A 类特产和 5 件 B 类特产需 540 元.

(1) 求 A 类特产和 B 类特产每件的售价各是多少元?

(2) A 类特产供货充足, 按原价销售每天可售出 60 件. 市场调查反映, 若每降价 1 元, 每天可多售出 10 件 (每件售价不低于进价). 设每件 A 类特产降价 x 元, 每天的销售量为 y 件, 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

(3) 在 (2) 的条件下, 由于 B 类特产供货紧张, 每天只能购进 100 件且能按原价售完. 设该店每天销售这两类特产的总利润为 w 元, 求 w 与 x 的函数关系式, 并求出每件 A 类特产降价多少元时总利润 w 最大, 最大利润是多少元? (利润 = 售价 - 进价)

24. 如图, 正方形 $ABCD$ 边长为 6cm, 点 E 为对角线 AC 上一点, $CE = 2AE$, 点 P 在 AB 边上以 1cm/s 的速度由点 A 向点 B 运动, 同时点 Q 在 BC 边上以 2cm/s 的速度由点 C 向点 B 运动, 设运动时间为 t 秒 ($0 < t \leq 3$).



(1) 求证: $\triangle AEP \sim \triangle CEQ$.

(2) 当 $\triangle EPQ$ 是直角三角形时, 求 t 的值.

(3) 连接 AQ , 当 $\tan \angle AQE = \frac{1}{3}$ 时, 求 $\triangle AEQ$ 的面积.

25. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$.

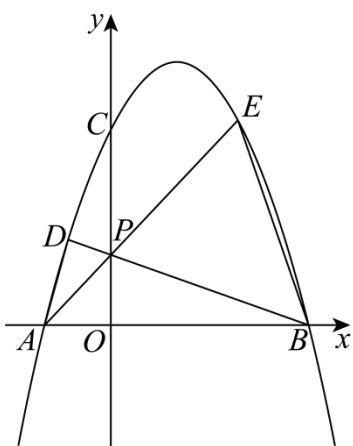


图1

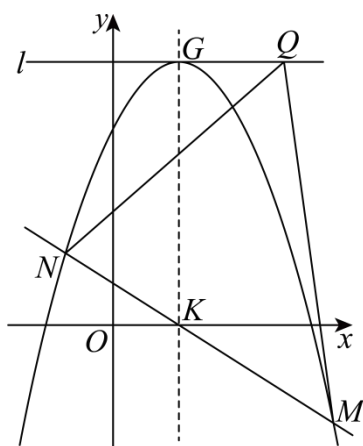


图2

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图1, 抛物线与 y 轴交于点 C , 点 P 为线段 OC 上一点 (不与端点重合), 直线 PA , PB 分别交抛物线于点 E , D , 设 $\triangle PAD$ 面积为 S_1 , $\triangle PBE$ 面积为 S_2 , 求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值;

(3) 如图2, 点 K 是抛物线对称轴与 x 轴的交点, 过点 K 的直线 (不与对称轴重合) 与抛物线交于点 M , N , 过抛物线顶点 G 作直线 $l \parallel x$ 轴, 点 Q 是直线 l 上一动点. 求 $QM + QN$ 的最小值.