

乐山市 2024 年初中学业水平考试

数学

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），共 8 页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。考生作答时，不能使用任何型号的计算器。

第 I 卷（选择题共 30 分）

注意事项：

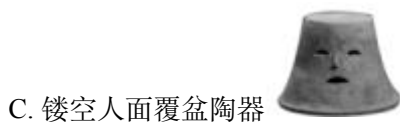
1. 选择题必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上。
2. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. 不等式 $x - 2 < 0$ 的解集是（ ）

- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x < -2$ D. $x > -2$

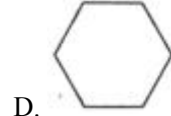
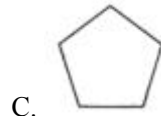
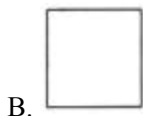
2. 下列文物中，俯视图是四边形的是（ ）



3. 2023 年，乐山市在餐饮、文旅、体育等服务消费表现亮眼，网络零售额突破 400 亿元，居全省地级市第一。将 40000000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 4×10^8 B. 4×10^9 C. 4×10^{10} D. 4×10^{11}

4. 下列多边形中，内角和最小的是（ ）



5. 为了解学生上学的交通方式，刘老师在九年级 800 名学生中随机抽取了 60 名进行问卷调查，并将调查结果制作成如下统计表，估计该年级学生乘坐公交车上学的人数为（ ）

交通方式	公交车	自行车	步行	私家车	其它
人数 (人)	30	5	15	8	2

6. 下列条件中, 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

- A. $AB \parallel CD, AD \parallel BC$ B. $AB = CD, AD = BC$
C. $OA = OC, OB = OD$ D. $AB \parallel CD, AD = BC$

7. 已知 $1 < x < 2$, 化简 $\sqrt{(x-1)^2} + |x-2|$ 的结果为 ()

- A. -1 B. 1 C. $2x-3$ D. $3-2x$

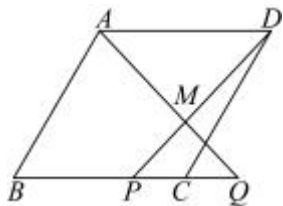
8. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + p = 0$ 两根为 x_1 、 x_2 ，且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ ，则 p 的值为 ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. -6 D. 6

9. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x (-1 \leq x \leq t-1)$ ，当 $x = -1$ 时，函数取得最大值；当 $x = 1$ 时，函数取得最小值，则 t 的取值范围是 ()

- A. $0 < t \leq 2$ B. $0 < t \leq 4$ C. $2 \leq t \leq 4$ D. $t \geq 2$

10. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AB = 1$ ，点 P 是 BC 边上一个动点，在 BC 延长线上找一点 Q ，使得点 P 和点 Q 关于点 C 对称，连接 DP 、 AQ 交于点 M 。当点 P 从 B 点运动到 C 点时，点 M 的运动路径长为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

第Ⅱ卷 (非选择题共 120 分)

注意事项:

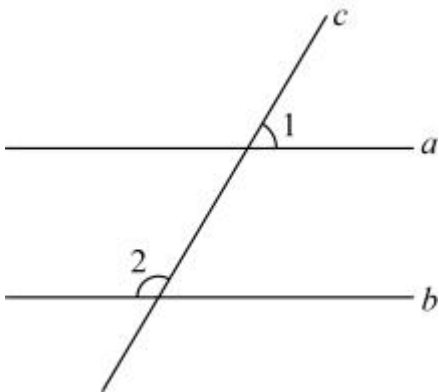
1. 考生使用 **0.5mm** 黑色墨汁签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答，答在试题卷上无效。
2. 作图时，可先用铅笔画线，确认后再用 **0.5mm** 黑色墨汁签字笔描清楚。
3. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤。
4. 本部分共 **16** 个小题，共 **120** 分。

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分。

11. 计算: $2a + a =$.

12. 一名交警在路口随机监测了 5 辆过往车辆的速度，分别是：66，57，71，69，58（单位：千米/

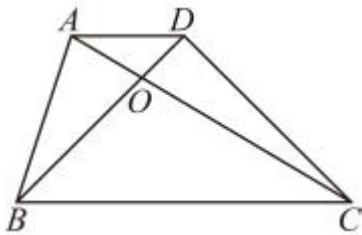
13. 如图，两条平行线 a 、 b 被第三条直线 c 所截. 若 $\angle 1 = 60^\circ$ ，那么 $\angle 2 =$ _____.



14. 已知 $a - b = 3$ ， $ab = 10$ ，则 $a^2 + b^2 =$ _____.

15. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 和 BD 交于点 O ，若 $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{1}{3}$ ，则

$$\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle BOC}} = \text{_____}.$$



16. 定义：函数图象上到两坐标轴的距离都小于或等于 1 的点叫做这个函数图象的“近轴点”. 例如，点 $(0, 1)$ 是函数 $y = x + 1$ 图象的“近轴点”.

(1) 下列三个函数的图象上存在“近轴点”的是_____ (填序号)；

① $y = -x + 3$ ；② $y = \frac{2}{x}$ ；③ $y = -x^2 + 2x - 1$.

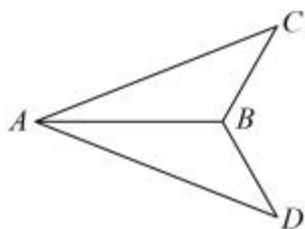
(2) 若一次函数 $y = mx - 3m$ 图象上存在“近轴点”，则 m 的取值范围为_____.

三、解答题：本大题共 10 个小题，共 102 分. 解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 计算： $|-3| + (\pi - 2024)^0 - \sqrt{9}$.

18. 解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

19. 知：如图， AB 平分 $\angle CAD$ ， $AC = AD$. 求证： $\angle C = \angle D$.



20. 先化简，再求值： $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}$ ，其中 $x=3$ 。小乐同学的计算过程如下：

解： $\frac{2x}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = \frac{2x}{(x+2)(x-2)} - \frac{1}{x-2} \dots \textcircled{1}$

$= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} - \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \dots \textcircled{2}$

$= \frac{2x-x+2}{(x+2)(x-2)} \dots \textcircled{3}$

$= \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \dots \textcircled{4}$

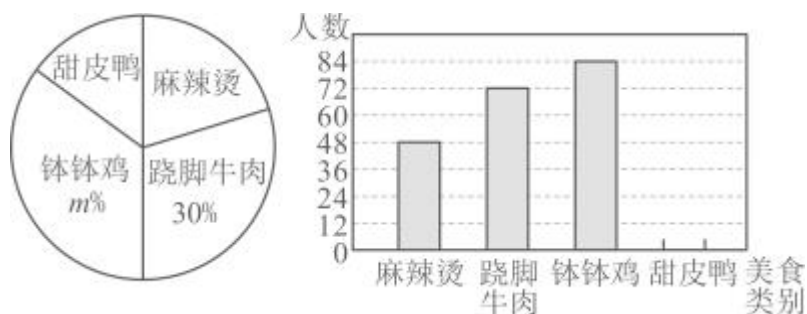
$= \frac{1}{x-2} \dots \textcircled{5}$

当 $x=3$ 时，原式 $= 1$ 。

(1) 小乐同学的解答过程中，第_____步开始出现了错误；

(2) 请帮助小乐同学写出正确的解答过程。

21. 乐山作为闻名世界的文化旅游胜地，吸引了大量游客。为更好地提升服务质量，某旅行社随机调查了部分游客对四种美食的喜好情况（每人限选一种），并将调查结果绘制成统计图，如图所示。



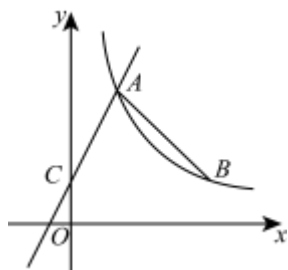
根据以上信息，回答下列问题：

(1) 本次抽取的游客总人数为_____人，扇形统计图中 m 的值为_____；

(2) 请补全条形统计图；

(3) 旅行社推出每人可免费品尝两种美食的活动，某游客从上述 4 种美食中随机选择两种，请用画树状图或列表的方法求选到“钵钵鸡和跷脚牛肉”的概率。

22. 如图, 已知点 $A(1, m)$ 、 $B(n, 1)$ 在反比例函数 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 的图象上, 过点 A 的一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 y 轴交于点 $C(0, 1)$.



- (1) 求 m 、 n 的值和一次函数的表达式;
- (2) 连结 AB , 求点 C 到线段 AB 的距离.

23. 我国明朝数学家程大位写过一本数学著作《直指算法统宗》, 其中有一道与荡秋千有关的数学问题是使用《西江月》词牌写的:

平地秋千未起, 踏板一尺离地.

送行二步与人齐, 五尺人高曾记.

仕女佳人争蹴, 终朝笑语欢嬉.

良工高士素好奇, 算出索长有几?

词写得很优美, 翻译成现代汉语的大意是: 有一架秋千, 当它静止时, 踏板离地 1 尺, 将它往前推进 10 尺 (5 尺为一步), 秋千的踏板就和某人一样高, 这个人的身高为 5 尺. (假设秋千的绳索拉的很直)

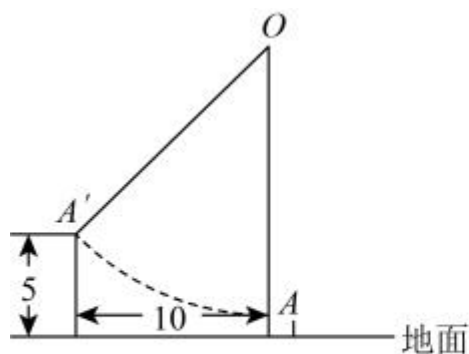


图 1

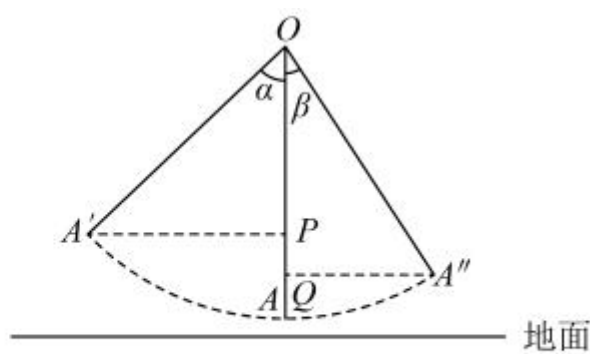
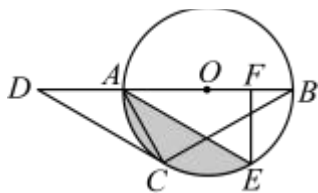


图 2

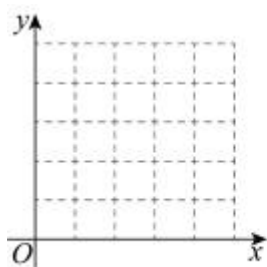
- (1) 如图 1, 请你根据词意计算秋千绳索 OA 的长度;
 - (2) 如图 2, 将秋千从与竖直方向夹角为 α 的位置 OA' 释放, 秋千摆动到另一侧与竖直方向夹角为 β 的地方 OA'' , 两次位置的高度差 $PQ = h$. 根据上述条件能否求出秋千绳索 OA 的长度? 如果能, 请用含 α 、 β 和 h 的式子表示; 如果不能, 请说明理由.
24. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 为直径, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD 交 BA 延长线于点 D , 点 E 为 $\widehat{CB}$ 上一点, 且 $\widehat{AC} = \widehat{CE}$.



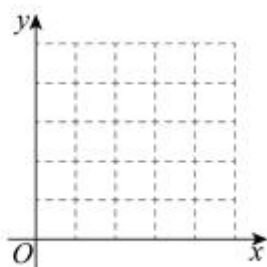
(1) 求证: $DC \parallel AE$;

(2) 若 EF 垂直平分 OB , $DA=3$, 求阴影部分的面积.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 我们称横坐标、纵坐标都为整数的点为“完美点”. 抛物线 $y = ax^2 - 2ax + 2a$ (a 为常数且 $a > 0$) 与 y 轴交于点 A .



备用图1



备用图2

(1) 若 $a=1$, 求抛物线的顶点坐标;

(2) 若线段 OA (含端点) 上的“完美点”个数大于 3 个且小于 6 个, 求 a 的取值范围;

(3) 若抛物线与直线 $y=x$ 交于 M 、 N 两点, 线段 MN 与抛物线围成的区域 (含边界) 内恰有 4 个“完美点”, 求 a 的取值范围.

26. 在一堂平面几何专题复习课上, 刘老师先引导学生解决了以下问题:

【问题情境】

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 点 D 、 E 在边 BC 上, 且 $\angle DAE = 45^\circ$, $BD = 3$, $CE = 4$, 求 DE 的长.

解: 如图 2, 将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle ACD'$, 连结 ED' .

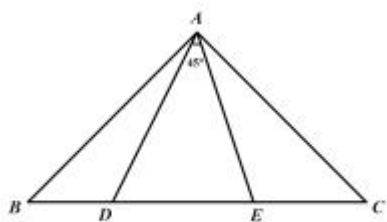


图 1

由旋转的特征得 $\angle BAD = \angle CAD'$, $\angle B = \angle ACD'$, $AD = AD'$, $BD = CD'$.

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$, $\angle DAE = 45^\circ$,

$\therefore \angle BAD + \angle EAC = 45^\circ$.

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD',$$

$$\therefore \angle CAD' + \angle EAC = 45^\circ, \text{ 即 } \angle EAD' = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle DAE = \angle D'AE.$$

在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle D'AE$ 中,

$$AD = AD', \angle DAE = \angle D'AE, AE = AE,$$

$$\therefore \text{①}.$$

$$\therefore DE = D'E.$$

$$\text{又 } \angle ECD' = \angle ECA + \angle ACD' = \angle ECA + \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ECD' \text{ 中, ②}.$$

$$\therefore CD' = BD = 3, CE = 4,$$

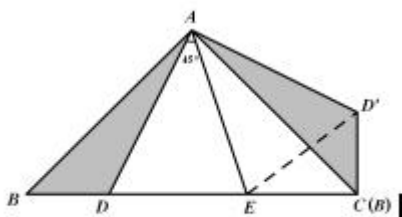


图 2

$$\therefore DE = D'E = \text{③}.$$

【问题解决】

上述问题情境中, “①”处应填: _____; “②”处应填: _____; “③”处应填: _____.

刘老师进一步谈到: 图形的变化强调从运动变化的观点来研究, 只要我们抓住了变化中的不变量, 就能以不变应万变.

【知识迁移】

如图 3, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 满足 $\triangle CEF$ 的周长等于正方形 $ABCD$ 的周长的一半, 连结 AE 、 AF , 分别与对角线 BD 交于 M 、 N 两点. 探究 BM 、 MN 、 DN 的数量关系并证明.

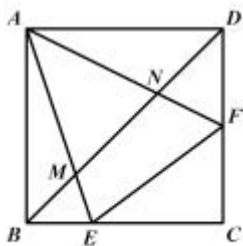


图 3

【拓展应用】

如图 4, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 且 $\angle EAF = \angle CEF = 45^\circ$. 探究

BE 、 EF 、 DF 的数量关系：_____（直接写出结论，不必证明）。

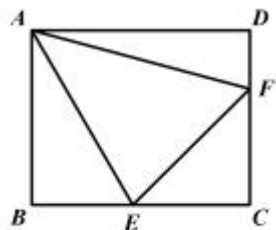


图 4

【问题再探】

如图 5，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 3$ ，点 D 、 E 在边 AC 上，且 $\angle DBE = 45^\circ$ 。设 $AD = x$ ， $CE = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式。

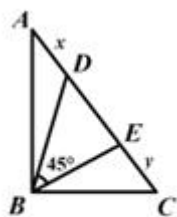


图 5