

广安市 2023 年初中学业水平考试试题

数学

注意事项:

1. 本试卷分为试题卷 (1-4 页) 和答题卡两部分. 考试时间 120 分钟, 满分 120 分.
2. 考生答题前, 请先将姓名、准考证号等信息用黑色墨迹签字笔填写在答题卡上的指定位置, 待监考教师粘贴条形码后, 认真核对条形码上的姓名、准考证号与自己准考证上的信息是否一致.
3. 请将选择题答案用 2B 铅笔填涂在答题卡上的相应位置, 非选择题答案用黑色墨迹签字笔答在答题卡上的相应位置. 超出答题区域书写的答案无效, 在草稿纸、试题卷上答题无效; 作图题应先用铅笔画, 确定不修改后, 再用黑色墨迹签字笔描黑.
4. 考试结束, 监考人员必须将参考学生和缺考学生的答题卡、试题卷一并收回.

一、选择题 (每小题只有一个选项符合题意, 请将所选选项填涂在答题卡相应位置上. 本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. -6 的绝对值是 ()

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

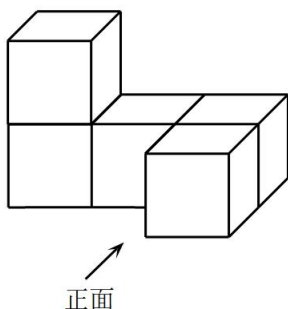
2. 下列运算中, 正确的是 ()

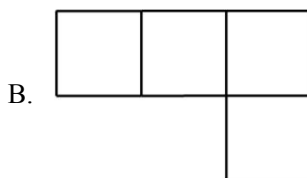
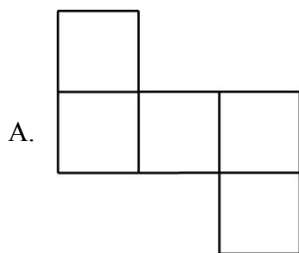
- A. $a^2 + a^4 = a^6$ B. $3a^3 \cdot 4a^2 = 12a^6$ C. $(2a+b)^2 = 4a^2 + b^2$ D. $(-2ab^2)^3 = -8a^3b^6$

3. 2023 年以来, 广安市全面落实市委、市政府关于促进消费的各项政策措施, 积极优化消费运行环境, 消费加速回升. 1-2 月, 全市实现社会消费品总额 116 亿元, 同比增长 10.8%. 请将 116 亿用科学记数法表示 ()

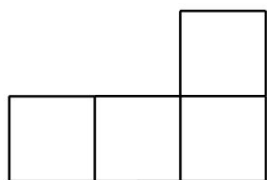
- A. 1.16×10^9 B. 1.16×10^{10} C. 1.16×10^{11} D. 116×10^8

4. 如图, 由 5 个大小相同的小正方体搭成的几何体, 它的俯视图是 ()

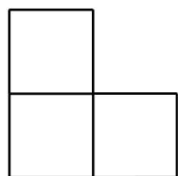




C.



D.



5. 下列说法正确的是 ()

A. 三角形的一个外角等于两个内角的和

B. 对角线相等且互相垂直的四边形是正方形

C. 在一组数据 11, 9, 7, 8, 6, 8, 12, 8 中, 众数和中位数都是 8

D. 甲乙两组各 10 名同学参加“安全知识竞赛”, 若两组同学的平均成绩相同, 甲组的方差 $S_{\text{甲}}^2 = 0.25$, 乙组的方差 $S_{\text{乙}}^2 = 0.15$, 则甲组同学的成绩比乙组同学的成绩稳定

6. 已知 a, b, c 为常数, 点 $P(a, c)$ 在第四象限, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的情况为 ()

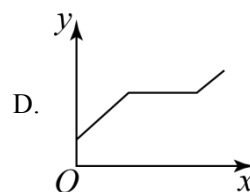
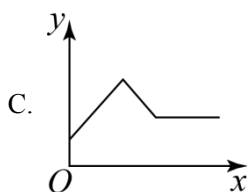
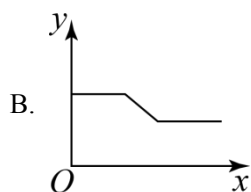
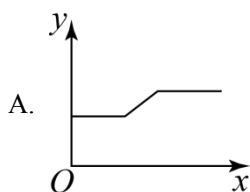
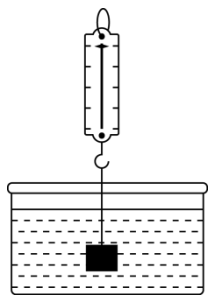
A. 有两个相等的实数根

B. 有两个不相等的实数根

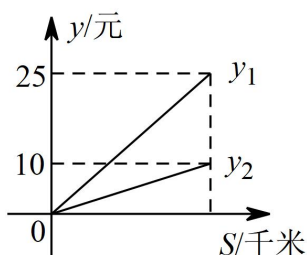
C. 没有实数根

D. 无法判定

7. 如图, 用弹簧测力计将一铁块悬于盛有水的水槽中, 然后匀速向上提起, 使铁块完全露出水面, 并上升一定高度, 则下列能反映弹簧测力计的读数 y (单位: N) 与铁块被提起的时间 x (单位: s) 之间的函数关系的大致图象是 ()

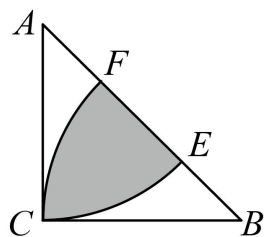


8. 为了降低成本, 某出租车公司实施了“油改气”措施. 如图, y_1 、 y_2 分别表示燃油汽车和燃气汽车所需费用 y (单位: 元) 与行驶路程 S (单位: 千米) 的关系, 已知燃油汽车每千米所需的费用比燃气汽车每千米所需的费用的 3 倍少 0.1 元, 设燃气汽车每千米所需的费用为 x 元, 则可列方程为 ()



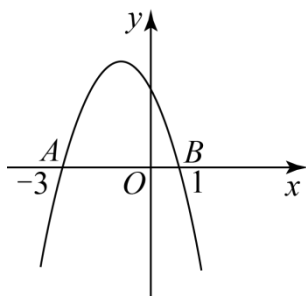
- A. $\frac{25}{x} = \frac{10}{3x-0.1}$ B. $\frac{25}{x} = \frac{10}{3x+0.1}$ C. $\frac{25}{3x+0.1} = \frac{10}{x}$ D. $\frac{25}{3x-0.1} = \frac{10}{x}$

9. 如图, 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 2\sqrt{2}$, 以点 A 为圆心, AC 为半径画弧, 交 AB 于点 E , 以点 B 为圆心, BC 为半径画弧, 交 AB 于点 F , 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. $\pi - 2$ B. $2\pi - 2$ C. $2\pi - 4$ D. $4\pi - 4$

10. 如图所示, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 为常数, $a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$. 有下列结论: ① $abc > 0$; ②若点 $(-2, y_1)$ 和 $(-0.5, y_2)$ 均在抛物线上, 则 $y_1 < y_2$; ③ $5a - b + c = 0$; ④ $4a + c > 0$. 其中正确的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

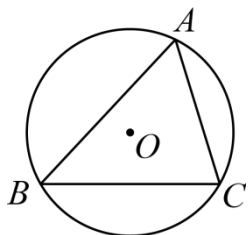
二、填空题 (请把最简答案填写在答题卡相应位置. 本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. $\sqrt{16}$ 的平方根是_____.

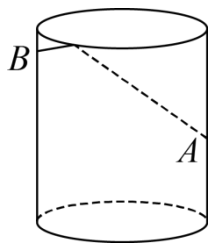
12. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. 定义一种新运算: 对于两个非零实数 a 、 b , $a \ast b = \frac{x}{a} + \frac{y}{b}$. 若 $2 \ast (-2) = 1$, 则 $(-3) \ast 3$ 的值是_____.

14. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 圆的半径为 7, $\angle BAC = 60^\circ$, 则弦 BC 的长度为_____.



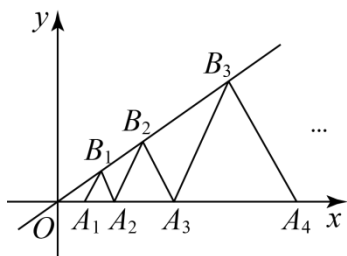
15. 如图, 圆柱形玻璃杯的杯高为 9cm, 底面周长为 16cm, 在杯内壁离杯底 4cm 的点 A 处有一滴蜂蜜, 此时, 一只蚂蚁正好在杯外壁上, 它在离杯上沿 1cm, 且与蜂蜜相对的点 B 处, 则蚂蚁从外壁 B 处到内壁 A 处所走的最短路程为_____ cm. (杯壁厚度不计)



16. 在平面直角坐标系中, 点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 $A_4 \cdots$ 在 x 轴的正半轴上, 点 B_1 、 B_2 、 $B_3 \cdots$ 在直线

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x (x \geq 0)$ 上, 若点 A_1 的坐标为 $(2, 0)$, 且 $\triangle A_1B_1A_2$ 、 $\triangle A_2B_2A_3$ 、 $\triangle A_3B_3A_4 \cdots$ 均为等边三角形. 则

点 B_{2023} 的纵坐标为_____.

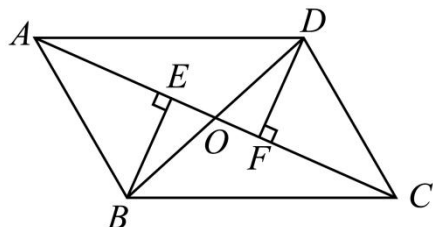


三、解答题 (本大题共 4 个小题, 第 17 小题 5 分, 第 18、19、20 小题各 6 分, 共 23 分)

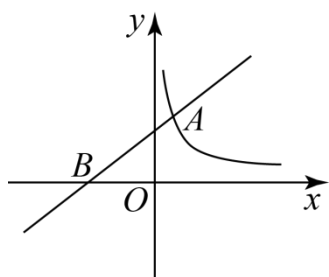
17. 计算: $-1^{2024} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^0 - 2\cos 60^\circ + |\sqrt{5} - 3|$

18. 先化简 $\left(\frac{a^2}{a+1} - a + 1\right) \div \frac{a^2 - 1}{a^2 + 2a + 1}$, 再从不等式 $-2 < a < 3$ 中选择一个适当的整数, 代入求值.

19. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , $BE \perp AC$, $DF \perp AC$, 垂足分别为点 E 、 F , 且 $AF = CE$, $\angle BAC = \angle DCA$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



20. 如图, 一次函数 $y = kx + \frac{9}{4}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ (m 为常数, $m \neq 0$) 的图象在第一象限交于点 $A(1, n)$, 与 x 轴交于点 $B(-3, 0)$.

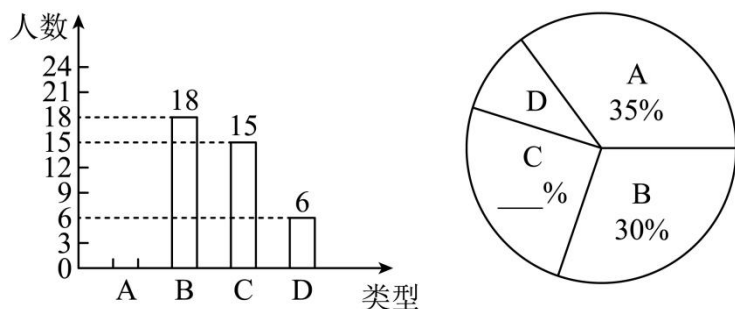


(1) 求一次函数和反比例函数的解析式.

(2) 点 P 在 x 轴上, $\triangle ABP$ 是以 AB 为腰的等腰三角形, 请直接写出点 P 的坐标.

四、实践应用题 (本大题共 4 个小题, 第 21 小题 6 分, 第 22、23、24 小题各 8 分, 共 30 分)

21. “双减”政策实施后, 某校为丰富学生的课余生活, 开设了 A 书法, B 绘画, C 舞蹈, D 跆拳道四类兴趣班. 为了解学生对这四类兴趣班的喜爱情况, 随机抽取该校部分学生进行了问卷调查, 并将调查结果整理后绘制成两幅不完整的统计图. 请根据统计图信息回答下列问题.



(1) 本次抽取调查学生共有_____人, 估计该校 3000 名学生喜爱“跆拳道”兴趣班的人数约为_____人.

(2) 请将以上两个统计图补充完整.

(3) 甲、乙两名学生要选择参加兴趣班, 若他们每人从 A , B , C , D 四类兴趣班中随机选取一类, 请用画

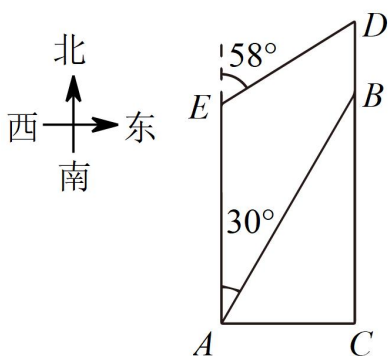
树状图或列表法，求两人恰好选择同一类的概率.

22. “广安盐皮蛋”是小平故里的名优特产，某超市销售 A, B 两种品牌的盐皮蛋，若购买 9 箱 A 种盐皮蛋和 6 箱 B 种盐皮蛋共需 390 元；若购买 5 箱 A 种盐皮蛋和 8 箱 B 种盐皮蛋共需 310 元.

(1) A 种盐皮蛋、 B 种盐皮蛋每箱价格分别是多少元？

(2) 若某公司购买 A, B 两种盐皮蛋共 30 箱，且 A 种的数量至少比 B 种的数量多 5 箱，又不超过 B 种的 2 倍，怎样购买才能使总费用最少？并求出最少费用.

23. 为了美化环境, 提高民众的生活质量, 市政府在三角形花园 ABC 边上修建一个四边形人工湖泊 $ABDE$, 并沿湖泊修建了人行步道. 如图, 点 C 在点 A 的正东方向 170 米处, 点 E 在点 A 的正北方向, 点 B, D 都在点 C 的正北方向, BD 长为 100 米, 点 B 在点 A 的北偏东 30° 方向, 点 D 在点 E 的北偏东 58° 方向.

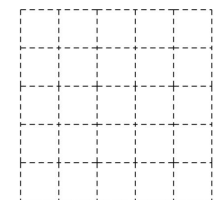
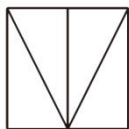


(1) 求步道 DE 的长度.

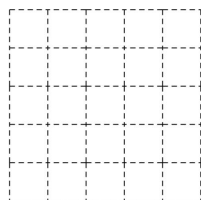
(2) 点 D 处有一个小商店, 某人从点 A 出发沿人行步道去商店购物, 可以经点 B 到达点 D , 也可以经点 E 到达点 D , 请通过计算说明他走哪条路较近. 结果精确到个位) (参考数据:

$$\sin 58^\circ \approx 0.85, \cos 58^\circ \approx 0.53, \tan 58^\circ \approx 1.60, \sqrt{3} \approx 1.73)$$

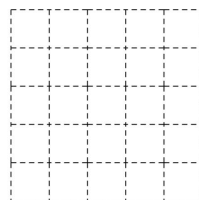
24. 将边长为 2 的正方形剪成四个全等的直角三角形, 用这四个直角三角形拼成符合要求的四边形, 请在下列网格中画出你拼成的四边形 (注: ①网格中每个小正方形的边长为 1; ②所拼的图形不得与原图形相同; ③四边形的各顶点都在格点上).



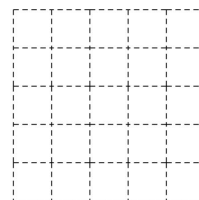
是轴对称图形
不是中心对称图形



是中心对称图形
不是轴对称图形



既是轴对称图形
又是中心对称图形

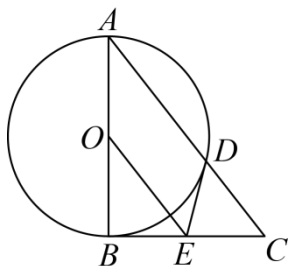


既不是轴对称图形
又不是中心对称图形

五、推理论证题

25. 如图, 以 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AB 为直径作 $\odot O$, 交斜边 AC 于点 D , 点 E 是 BC 的中点, 连接

OE 、 DE .



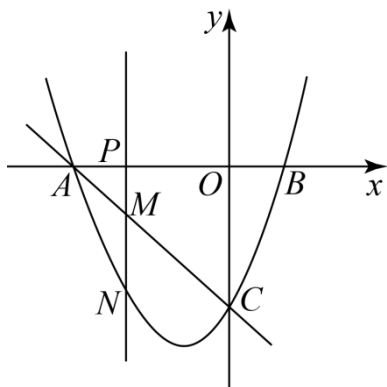
(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\sin C = \frac{4}{5}$, $DE = 5$, 求 AD 的长.

(3) 求证: $2DE^2 = CD \cdot OE$.

六、拓展探究题

26. 如图, 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象交 x 轴于点 A , B , 交 y 轴于点 C , 点 B 的坐标为 $(1, 0)$, 对称轴是直线 $x = -1$, 点 P 是 x 轴上一动点, $PM \perp x$ 轴, 交直线 AC 于点 M , 交抛物线于点 N .



(1) 求这个二次函数的解析式.

(2) 若点 P 在线段 AO 上运动 (点 P 与点 A 、点 O 不重合), 求四边形 $ABCN$ 面积的最大值, 并求出此时点 P 的坐标.

(3) 若点 P 在 x 轴上运动, 则在 y 轴上是否存在点 Q , 使以 M 、 N 、 C 、 Q 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 请直接写出所有满足条件的点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

