

宜宾市 2023 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学

(考试时间: 120 分钟, 全卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答题时, 务必将自己的姓名、座位号, 准考证号填写在答题卡指定的位置并将答题卡背面座位号对应标号涂黑.
2. 答选择题时, 务必使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号.
3. 答非选择题时, 务必使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定的位置上.
4. 所有题目必须在答题卡规定的位置上作答, 在试卷上答题无效.

一、选择题: 本大题共 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确选项填涂在答题卡对应题目上.

1. 2 的相反数是 ()

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $4a - 2a = 2$ B. $2ab + 3ba = 5ab$
C. $a + a^2 = a^3$ D. $5x^2y - 3xy^2 = 2xy$

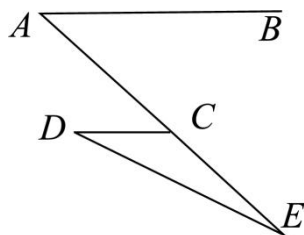
3. 下列图案中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



4. 为积极践行节能减排的发展理念, 宜宾大力推进“电动宜宾”工程, 2022 年城区已建成充电基础设施接口超过 8500 个. 将 8500 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.85×10^4 B. 85×10^2 C. 8.5×10^3 D. 8.5×10^4

5. 如图, $AB \parallel CD$, 且 $\angle A = 40^\circ$, $\angle D = 24^\circ$, 则 $\angle E$ 等于 ()

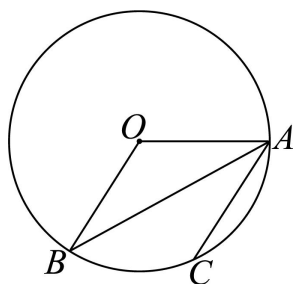


- A. 40° B. 32° C. 24° D. 16°

6. “今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何”是《孙子算经》卷中著名数学问题. 意思是：鸡兔同笼，从上面数，有 35 个头；从下面数，有 94 条腿. 问鸡兔各有多少只？若设鸡有 x 只，兔有 y 只，则所列方程组正确的是 ()

- A. $\begin{cases} x+y=35 \\ 4x+2y=94 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=94 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x+y=94 \\ 4x+2y=35 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=94 \\ 2x+4y=35 \end{cases}$

7. 如图，已知点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上， C 为 $\widehat{AB}$ 的中点. 若 $\angle BAC = 35^\circ$ ，则 $\angle AOB$ 等于 ()



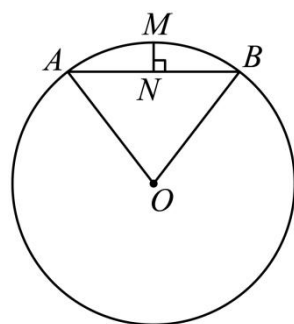
- A. 140° B. 120° C. 110° D. 70°

8. 分式方程 $\frac{x-2}{x-3} = \frac{2}{x-3}$ 的解为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

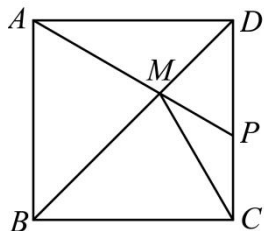
9. 《梦溪笔谈》是我国古代科技著作，其中它记录了计算圆弧长度的“会圆术”. 如图， $\widehat{AB}$ 是以点 O 为圆心、 OA 为半径的圆弧， N 是 AB 的中点， $MN \perp AB$. “会圆术”给出 $\widehat{AB}$ 的弧长 l 的近似值计算公式：

$l = AB + \frac{MN^2}{OA}$. 当 $OA = 4$ ， $\angle AOB = 60^\circ$ 时，则 l 的值为 ()



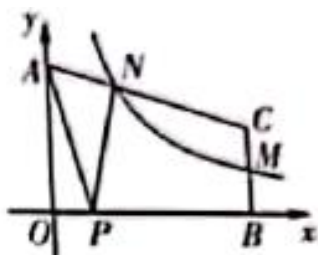
- A. $11 - 2\sqrt{3}$ B. $11 - 4\sqrt{3}$ C. $8 - 2\sqrt{3}$ D. $8 - 4\sqrt{3}$

10. 如图，边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中， M 为对角线 BD 上的一点，连接 AM 并延长交 CD 于点 P . 若 $PM = PC$ ，则 AM 的长为 ()



- A. $3(\sqrt{3}-1)$ B. $3(3\sqrt{3}-2)$ C. $6(\sqrt{3}-1)$ D. $6(3\sqrt{3}-2)$

11. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 、 B 分别在 y 、 x 轴上， $BC \perp x$ 轴. 点 M 、 N 分别在线段 BC 、 AC 上， $BM = CM$ ， $NC = 2AN$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 M 、 N 两点， P 为 x 正半轴上一点，且 $OP:BP = 1:4$ ， $\triangle APN$ 的面积为 3，则 k 的值为 ()



- A. $\frac{45}{4}$ B. $\frac{45}{8}$ C. $\frac{144}{25}$ D. $\frac{72}{25}$

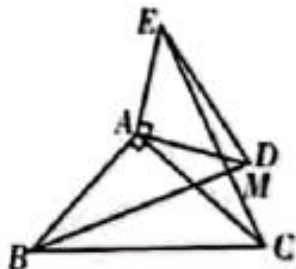
12. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是以点 A 为直角顶点的等腰直角三角形，把 $\triangle ADE$ 以 A 为中心顺时针旋转，点 M 为射线 BD 、 CE 的交点. 若 $AB = \sqrt{3}$ ， $AD = 1$. 以下结论:

① $BD = CE$; ② $BD \perp CE$;

③当点 E 在 BA 的延长线上时， $MC = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$;

④在旋转过程中，当线段 MB 最短时， $\triangle MBC$ 的面积为 $\frac{1}{2}$.

其中正确结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题: 本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分，请把答案直接填在答题卡对应题中横线上.

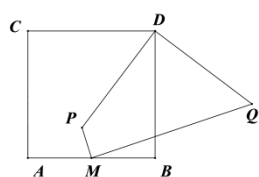
13. 在“庆五四·展风采”的演讲比赛中，7 位同学参加决赛，演讲成绩依次为：77，80，79，77，80，79，80. 这组数据的中位数是_____.

14. 分解因式： $x^3 - 6x^2 + 9x =$ _____.

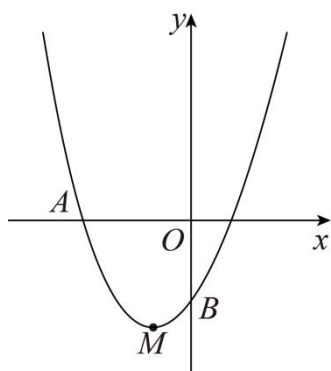
15. 若关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m + 4 = 0$ 两根的倒数和为 1，则 m 的值为_____.

16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > x+a \text{ ①} \\ \frac{x}{2}+1 \geq \frac{5}{2}x-9 \text{ ②} \end{cases}$ 所有整数解的和为 14，则整数 a 的值为_____.

17. 如图， M 是正方形 $ABCD$ 边 CD 的中点， P 是正方形内一点，连接 BP ，线段 BP 以 B 为中心逆时针旋转 90° 得到线段 BQ ，连接 MQ . 若 $AB = 4$ ， $MP = 1$ ，则 MQ 的最小值为_____.



18. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-3, 0)$ ，顶点为 $M(-1, m)$ ，且抛物线与 y 轴的交点 B 在 $(0, -2)$ 和 $(0, -3)$ 之间（不含端点），则下列结论：



①当 $-3 \leq x \leq 1$ 时， $y \leq 1$ ；

②当 $\triangle ABM$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 时， $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ；

③当 $\triangle ABM$ 为直角三角形时，在 $\triangle AOB$ 内存在唯一点 P ，使得 $PA + PO + PB$ 的值最小，最小值的平方为 $18 + 9\sqrt{3}$.

其中正确的结论是_____。（填写所有正确结论的序号）

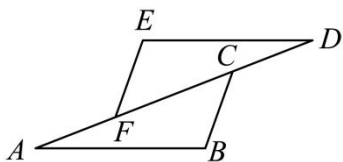
三、解答题：本大题共 7 个小题，共 78 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

19. 计算

(1) 计算: $2 \tan 45^\circ \left(-\frac{1}{2}\right)^0 + |\sqrt{3} - 1|$.

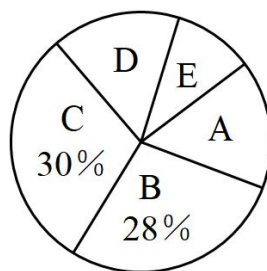
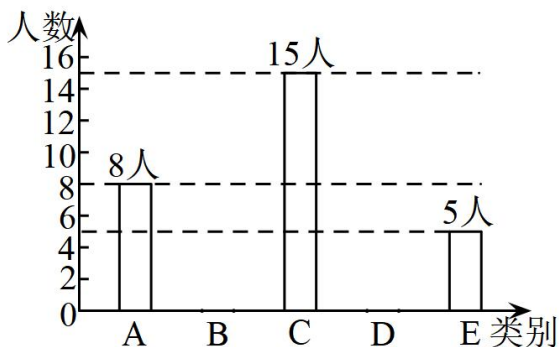
(2) 化简: $\left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}\right) \div \frac{x}{x^2-4}$.

20. 已知: 如图, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $AF = DC$. 求证: $\angle B = \angle E$.



21. 某校举办“我劳动, 我快乐, 我光荣”活动. 为了解该校九年级学生周末在家的劳动情况, 随机调查了九年级 1 班的所有学生在家劳动时间 (单位: 小时), 并进行了统计和整理绘制如图所示的不完整统计图. 根据图表信息回答以下问题:

类别	劳动时间 x
A	$0 \leq x < 1$
B	$1 \leq x < 2$
C	$2 \leq x < 3$
D	$3 \leq x < 4$
E	$4 \leq x$



- 九年级 1 班的学生共有_____人, 补全条形统计图;
- 若九年级学生共有 800 人, 请估计周末在家劳动时间在 3 小时及以上的学生人数;
- 已知 E 类学生中恰好有 2 名女生 3 名男生, 现从中抽取两名学生做劳动交流, 请用列表或画树状图的方法, 求所抽的两名学生恰好是一男一女的概率.

22. 渝昆高速铁路的建成, 将会显著提升宜宾的交通地位. 渝昆高速铁路宜宾临港长江公铁两用大桥 (如图 1), 桥面采用国内首创的公铁平层设计. 为测量左桥墩底到桥面的距离 CD , 如图 2. 在桥面上点 A 处,

测得 A 到左桥墩 D 的距离 $AD = 200$ 米，左桥墩所在塔顶 B 的仰角 $\angle BAD = 45^\circ$ ，左桥墩底 C 的俯角 $\angle CAD = 15^\circ$ ，求 CD 的长度. (结果精确到 1 米. 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



图1

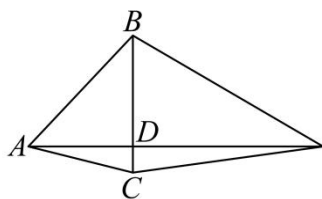
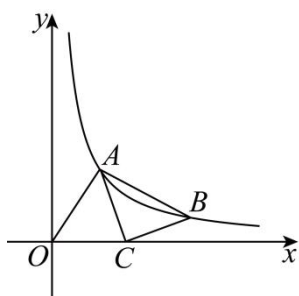


图2

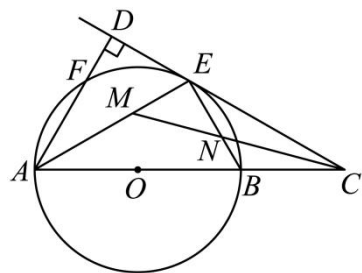
23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，等腰直角三角形 ABC 的直角顶点 $C(3,0)$ ，顶点 A 、 $B(6, m)$ 恰好落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 第一象限的图象上.



(1) 分别求反比例函数的表达式和直线 AB 所对应的一次函数的表达式;

(2) 在 x 轴上是否存在一点 P ，使 $\triangle ABP$ 周长的值最小. 若存在，求出最小值; 若不存在，请说明理由.

24. 如图，以 AB 为直径的 $\odot O$ 上有两点 E 、 F ， $\widehat{BE} = \widehat{EF}$ ，过点 E 作直线 $CD \perp AF$ 交 AF 的延长线于点 D ，交 AB 的延长线于点 C ，过 C 作 CM 平分 $\angle ACD$ 交 AE 于点 M ，交 BE 于点 N .

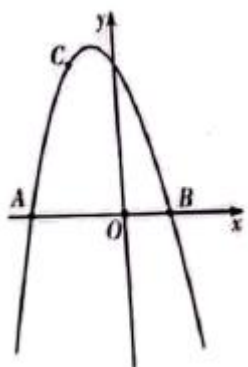


(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $EM = EN$;

(3) 如果 N 是 CM 的中点，且 $AB = 9\sqrt{5}$ ，求 EN 的长.

25. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-4,0)$ 、 $B(2,0)$ ，且经过点 $C(-2,6)$.



- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 在 x 轴上方的抛物线上任取一点 N , 射线 AN 、 BN 分别与抛物线的对称轴交于点 P 、 Q , 点 Q 关于 x 轴的对称点为 Q' , 求 $\triangle APQ'$ 的面积;
- (3) 点 M 是 y 轴上一动点, 当 $\angle AMC$ 最大时, 求 M 的坐标.

