

内江市 2023 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试试卷

数学

本试卷分为 A 卷和 B 卷两部分，A 卷 1 至 4 页，满分 100 分；B 卷 5 至 6 页，满分 60 分。全卷满分 160 分。考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前请仔细阅读答题卡上的注意事项。
2. 所有试题的答案必须按题号填写在答题卡相应的位置上，在试卷上、草稿纸上答题无效。
3. 考试结束后，监考人员将试卷和答题卡一并收回。

A 卷（共 100 分）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

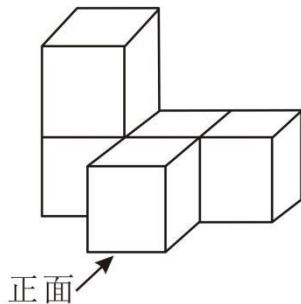
1. -2 的绝对值是（ ）

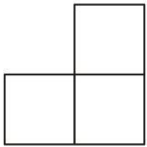
- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

2. 作为世界文化遗产的长城，其总长大约是 6700000m，将 6700000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 6.7×10^5 B. 6.7×10^6 C. 0.67×10^7 D. 67×10^8

3. 如图是由 5 个完全相同的小正方体堆成的物体，其主视图是（ ）

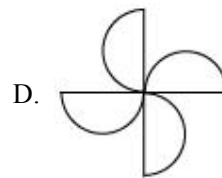
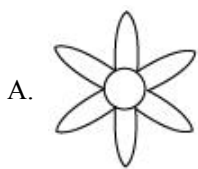


- A.  B.  C.  D. 

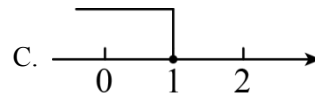
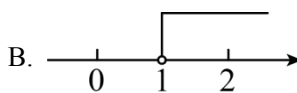
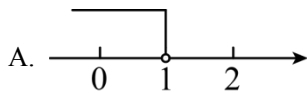
4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $3a+4b=7ab$ B. $x^{12} \div x^6 = x^6$
C. $(a+2)^2 = a^2+4$ D. $(ab^3)^3 = ab^6$

5. 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



6. 函数 $y = \sqrt{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围在数轴上可表示为 ()



7. 某校举行“遵守交通安全，从我做起”演讲比赛. 7 位评委给选手甲的评分如下：91，95，89，93，88，94，95，则这组数据的众数和中位数分别是 ()

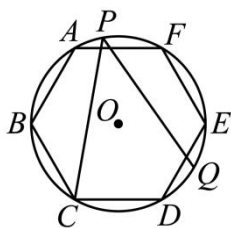
A. 95，92

B. 93，93

C. 93，92

D. 95，93

8. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，点 P 在 $\widehat{AF}$ 上， Q 是 $\widehat{DE}$ 的中点，则 $\angle CPQ$ 的度数为 ()



A. 30°

B. 36°

C. 45°

D. 60°

9. 用计算机处理数据，为了防止数据输入出错，某研究室安排两名程序操作员各输入一遍，比较两人的输入是否一致，本次操作需输入 2640 个数据，已知甲的输入速度是乙的 2 倍，结果甲比乙少用 2 小时输完. 这两名操作员每分钟各能输入多少个数据？设乙每分钟能输入 x 个数据，根据题意得方程正确的是 ()

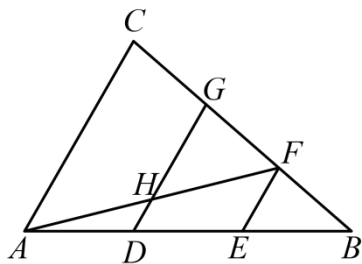
A. $\frac{2640}{2x} = \frac{2640}{x} + 2$

B. $\frac{2640}{2x} = \frac{2640}{x} - 2$

C. $\frac{2640}{2x} = \frac{2640}{x} + 2 \times 60$

D. $\frac{2640}{2x} = \frac{2640}{x} - 2 \times 60$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 为边 AB 的三等分点，点 F 、 G 在边 BC 上， $AC \parallel DG \parallel EF$ ，点 H 为 AF 与 DG 的交点. 若 $AC = 12$ ，则 DH 的长为 ()



- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3

11. 对于实数 a, b 定义运算 “ $\otimes$ ” 为 $a \otimes b = b^2 - ab$, 例如 $3 \otimes 2 = 2^2 - 3 \times 2 = -2$, 则关于 x 的方程

$(k-3) \otimes x = k-1$ 的根的情况, 下列说法正确的是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根
C. 无实数根 D. 无法确定

12. 对于正数 x , 规定 $f(x) = \frac{2x}{x+1}$, 例如: $f(2) = \frac{2 \times 2}{2+1} = \frac{4}{3}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{2}{3}$, $f(3) = \frac{2 \times 3}{3+1} = \frac{3}{2}$,

$f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+1} = \frac{1}{2}$, 计算:

$f\left(\frac{1}{101}\right) + f\left(\frac{1}{100}\right) + f\left(\frac{1}{99}\right) + \cdots + f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) +$

$f(2) + f(3) + \cdots + f(99) + f(100) + f(101) = ()$

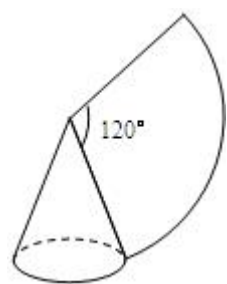
- A. 199 B. 200 C. 201 D. 202

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

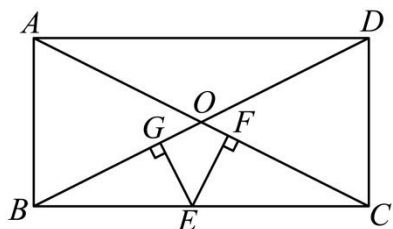
13. 分解因式: $x^3 - xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若 a, b 互为相反数, c 为 8 的立方根, 则 $2a + 2b - c = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 用圆心角为 120° 半径为 6 的扇形围成一个圆锥的侧面 (接缝忽略不计), 则这个圆锥的高是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



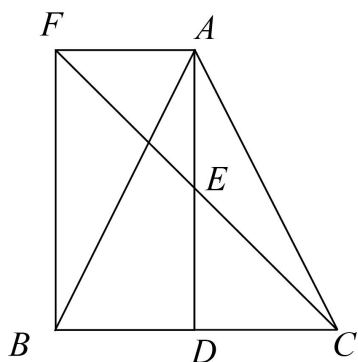
16. 出入相补原理是我国古代数学的重要成就之一, 最早是由三国时期数学家刘徽创建. “将一个几何图形, 任意切成多块小图形, 几何图形的总面积保持不变, 等于所分割成的小图形的面积之和” 是该原理的重要内容之一. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $AD = 12$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E 为 BC 边上的一个动点, $EF \perp AC$, $EG \perp BD$, 垂足分别为点 F, G , 则 $EF + EG = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题（本大题共 5 小题，共 4 分．解答应写出必要的文字说明或推演步骤．）

17. 计算: $(-1)^{2023} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + 3 \tan 30^\circ - (3 - \pi)^0 + |\sqrt{3} - 2|$

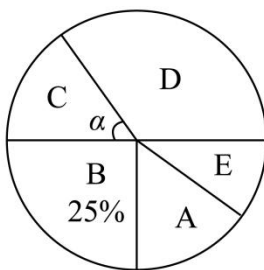
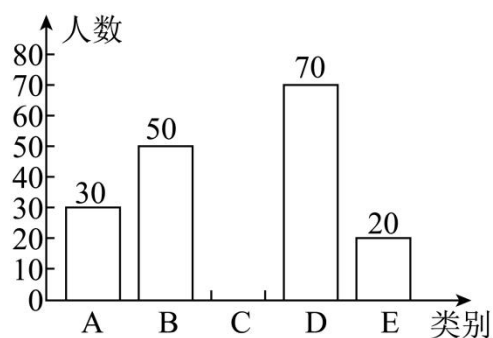
18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点， E 是 AD 的中点，过点 A 作 $AF \parallel BC$ 交 CE 的延长线于点 F ．



(1) 求证: $AF = BD$;

(2) 连接 BF ，若 $AB = AC$ ，求证: 四边形 $ADBF$ 是矩形．

19. 某校为落实国家“双减”政策，丰富课后服务内容，为学生开设五类社团活动（要求每人必须参加且只参加一类活动）：A. 音乐社团；B. 体育社团；C. 美术社团；D. 文学社团；E. 电脑编程社团，该校为了了解学生对这五类社团活动的喜爱情况，随机抽取部分学生进行了调查统计，并根据调查结果，绘制了如图所示的两幅不完整的统计图．



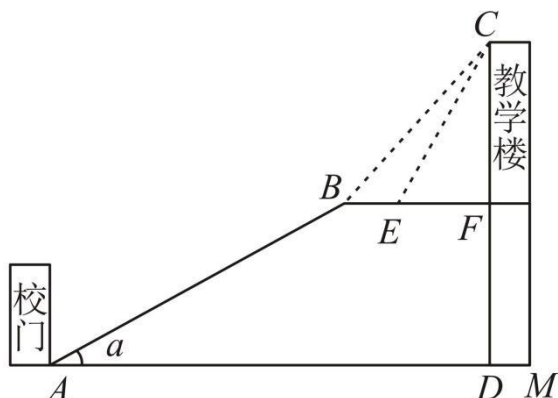
根据图中信息，解答下列问题：

(1) 此次调查一共随机抽取了_____名学生，补全条形统计图（要求在条形图上方注明人数）；

(2) 扇形统计图中圆心角 $\alpha =$ _____度；

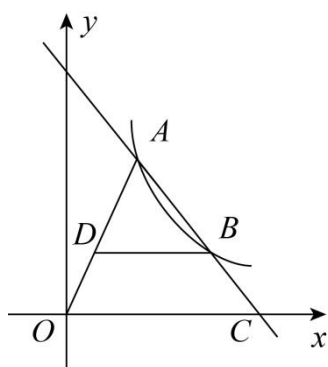
(3) 现从“文学社团”里表现优秀的甲、乙、丙、丁四名同学中随机选取两名参加演讲比赛，请用列表或画树状图的方法求出恰好选中甲和乙两名同学的概率．

20. 某中学依山而建, 校门 A 处有一坡角 $\alpha = 30^\circ$ 的斜坡 AB , 长度为 30 米, 在坡顶 B 处测得教学楼 CF 的楼顶 C 的仰角 $\angle CBF = 45^\circ$, 离 B 点 4 米远的 E 处有一个花台, 在 E 处测得 C 的仰角 $\angle CEF = 60^\circ$, CF 的延长线交水平线 AM 于点 D , 求 DC 的长 (结果保留根号).



21. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = mx + n$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第一象限内交于

$A(a, 4)$ 和 $B(4, 2)$ 两点, 直线 AB 与 x 轴相交于点 C , 连接 OA .

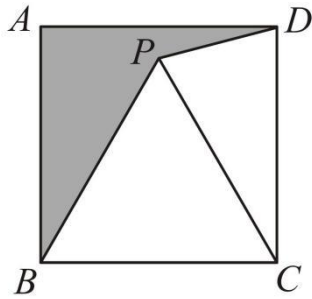


- (1) 求一次函数与反比例函数的表达式;
- (2) 当 $x > 0$ 时, 请结合函数图象, 直接写出关于 x 的不等式 $mx + n \geq \frac{k}{x}$ 的解集;
- (3) 过点 B 作 BD 平行于 x 轴, 交 OA 于点 D , 求梯形 $OCBD$ 的面积.

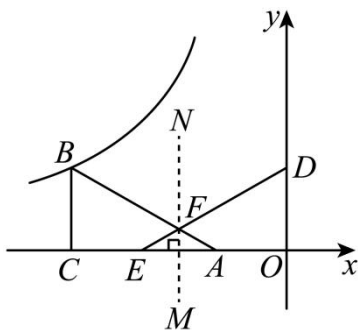
B 卷

四、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 共 24 分.)

22. 已知 a, b 是方程 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 的两根, 则 $a^2 + 4a + b - 3 =$ _____.
23. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边分别为 a, b, c , 且满足 $a^2 + |c - 10| + \sqrt{b - 8} = 12a - 36$, 则 $\sin B$ 的值为_____.
24. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, $\triangle BPC$ 是等边三角形, 则阴影部分的面积为_____.

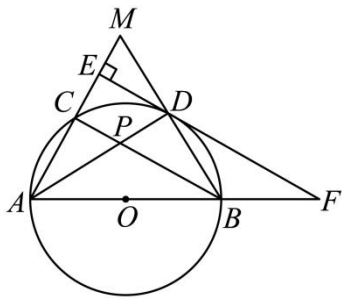


25. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点， MN 垂直于 x 轴，以 MN 为对称轴作 $\triangle ODE$ 的轴对称图形，对称轴 MN 与线段 DE 相交于点 F ，点 D 的对应点 B 恰好落在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象上，点 O 、 E 的对应点分别是点 C 、 A 。若点 A 为 OE 的中点，且 $S_{\triangle EAF} = \frac{1}{4}$ ，则 k 的值为_____。



五、解答题（本大题共 3 小题，每小题 12 分，共 36 分。解答应写出必要的文字说明或推演步骤。）

26. 如图，以线段 AB 为直径作 $\odot O$ ，交射线 AC 于点 C ， AD 平分 $\angle CAB$ 交 $\odot O$ 于点 D ，过点 D 作直线 $DE \perp AC$ ，交 AC 的延长线于点 E ，交 AB 的延长线于点 F 。连接 BD 并延长交 AC 的延长线于点 M 。



- (1) 求证：直线 DE 是 $\odot O$ 的切线；
 - (2) 当 $\angle F = 30^\circ$ 时，判断 $\triangle ABM$ 的形状，并说明理由；
 - (3) 在 (2) 的条件下， $ME = 1$ ，连接 BC 交 AD 于点 P ，求 AP 的长。
27. 某水果种植基地为响应政府号召，大力种植优质水果。某超市看好甲、乙两种优质水果的市场价值，经调查，这两种水果的进价和售价如下表所示：

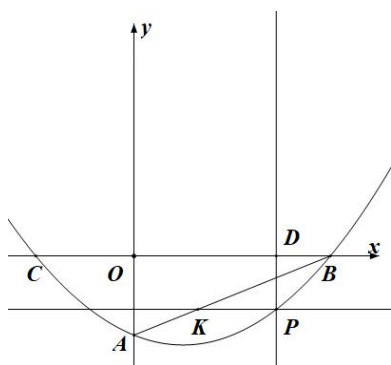
水果种类	进价（元/千克）	售价（元/千克）

甲	a	20
乙	b	23

该超市购进甲种水果 15 千克和乙种水果 5 千克需要 305 元；购进甲种水果 20 千克和乙种水果 10 千克需要 470 元.

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 该超市决定每天购进甲、乙两种水果共 100 千克进行销售, 其中甲种水果的数量不少于 30 千克, 且不大于 80 千克. 实际销售时, 若甲种水果超过 60 千克, 则超过部分按每千克降价 3 元销售. 求超市当天售完这两种水果获得的利润 y (元) 与购进甲种水果的数量 x (千克) 之间的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 在 (2) 的条件下, 超市在获得的利润 y (元) 取得最大值时, 决定售出的甲种水果每千克降价 $3m$ 元, 乙种水果每千克降价 m 元, 若在保证利润率 (利润率 = $\frac{\text{利润}}{\text{本金}}$) 不低于 16%, 求 m 的最大值.

28. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $B(4, 0)$, $C(-2, 0)$ 两点. 与 y 轴交于点 $A(0, -2)$.



- (1) 求该抛物线的函数表达式;
- (2) 若点 P 是直线 AB 下方抛物线上的一动点, 过点 P 作 x 轴的平行线交 AB 于点 K , 过点 P 作 y 轴的平行线交 x 轴于点 D , 求与 $\frac{1}{2}PK + PD$ 的最大值及此时点 P 的坐标;
- (3) 在抛物线的对称轴上是否存在一点 M , 使得 $\triangle MAB$ 是以 AB 为一条直角边的直角三角形: 若存在, 请求出点 M 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

