

乐山市 2023 年初中学业水平考试

数学

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），共 8 页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。考生作答时，不能使用任何型号的计算器。

第 I 卷（选择题 共 30 分）

注意事项：

1. 选择题必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上。

2. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. 计算： $2a - a =$ ()

- A. a B. $-a$ C. $3a$ D. 1

2. 下面几何体中，是圆柱的是 ()



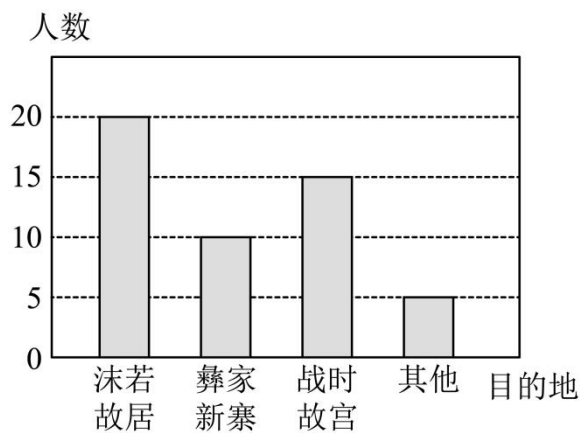
3. 下列各点在函数 $y = 2x - 1$ 图象上的是 ()

- A. $(-1, 3)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, -1)$ D. $(2, 3)$

4. 从水利部长江水利委员会获悉，截止 2023 年 3 月 30 日 17 时，南水北调中线一期工程自 2014 年 12 月全面通水以来，已累计向受水区实施生态补水约 90 亿立方米。其中 9000000000 用科学记数法表示为 ()

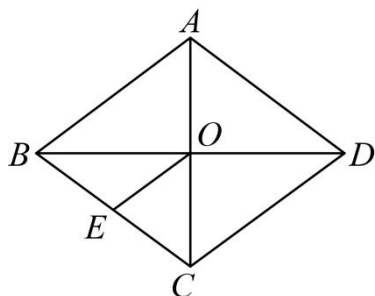
- A. 9×10^8 B. 9×10^9 C. 9×10^{10} D. 9×10^{11}

5. 乐山是一座著名的旅游城市，有着丰富的文旅资源。某校准备组织初一年级 500 名学生进行研学旅行活动，政教处周老师随机抽取了其中 50 名同学进行研学目的地意向调查，并将调查结果制成如下统计图，如图所示估计初一年级愿意去“沫若故居”的学生人数为 ()



- A. 100 B. 150 C. 200 D. 400

6. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , E 为边 BC 的中点, 连结 OE . 若 $AC = 6$, $BD = 8$, 则 $OE = (\quad)$

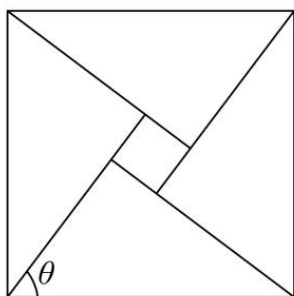


- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 4

7. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 8x + m = 0$ 两根为 x_1 、 x_2 , 且 $x_1 = 3x_2$, 则 m 的值为 ()

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

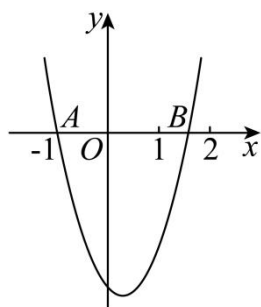
8. 我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出“赵爽弦图”, 如图所示, 它是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的一个大正方形. 如果大正方形面积为 25, 小正方形面积为 1, 则 $\sin \theta = (\quad)$



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

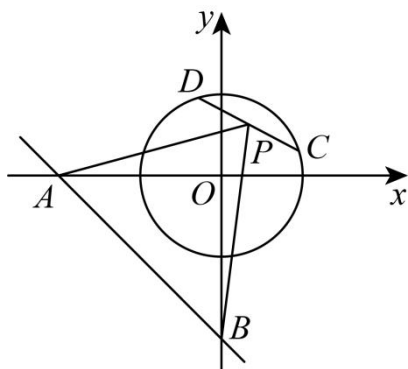
9. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(m, 0)$, 且 $1 < m < 2$, 有下列结论: ① $b < 0$;

② $a+b>0$; ③ $0<a<-c$; ④ 若点 $C\left(-\frac{2}{3}, y_1\right), D\left(\frac{5}{3}, y_2\right)$ 在抛物线上, 则 $y_1 > y_2$. 其中, 正确的结论有 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

10. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -x - 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, C 、 D 是半径为 1 的 $\odot O$ 上两动点, 且 $CD = \sqrt{2}$, P 为弦 CD 的中点. 当 C 、 D 两点在圆上运动时, $\triangle PAB$ 面积的最大值是 ()



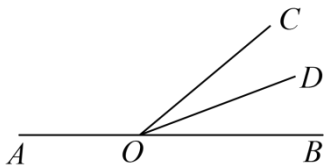
- A. 8 B. 6 C. 4 D. 3

第 II 卷 (非选择题 共 120 分)

注意事项:

- 考生使用 0.5m 黑色墨汁签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答, 答在试题卷上无效。
 - 作图时, 可先用铅笔画线, 确认后再用 0.5mm 黑色墨汁签字笔描清楚。
 - 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤。
 - 本部分共 16 个小题, 共 120 分。
- 二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分。

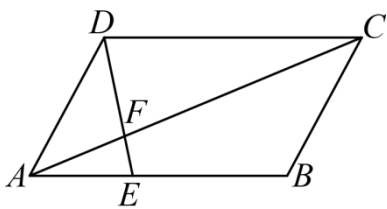
- 不等式 $x-1>0$ 的解集是_____。
- 小张在“阳光大课间”活动中进行了 5 次一分钟跳绳练习, 所跳个数分别为: 160, 163, 160, 157, 160. 这组数据的众数为_____。
- 如图, 点 O 在直线 AB 上, OD 是 $\angle BOC$ 的平分线, 若 $\angle AOC = 140^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数为_____。



14. 若 m 、 n 满足 $3m - n - 4 = 0$ ，则 $8^m \div 2^n =$ _____.

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 是线段 AB 上一点，连结 AC 、 DE 交于点 F . 若 $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ ，则

$$\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AEF}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



16. 定义：若 x 、 y 满足 $x^2 = 4y + t$ ， $y^2 = 4x + t$ 且 $x \neq y$ (t 为常数)，则称点 $M(x, y)$ 为“和谐点”.

(1) 若 $P(3, m)$ 是“和谐点”，则 $m =$ _____.

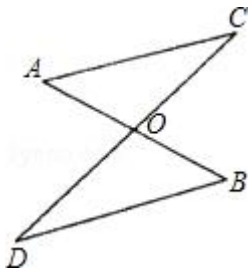
(2) 若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($-3 < x < -1$) 存在“和谐点”，则 k 的取值范围为_____.

三、解答题：本大题共 10 个小题，共 102 分。解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤。

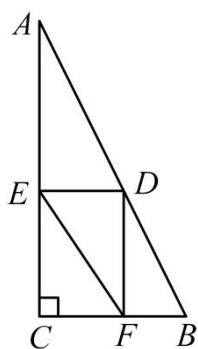
17. 计算： $|-2| + 2023^0 - \sqrt{4}$

18. 解二元一次方程组：
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

19. 如图， AB 、 CD 相交于点 O ， $AO = BO$ ， $AC \parallel DB$. 求证： $AC = BD$.



20. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 为 AB 边上任意一点 (不与点 A 、 B 重合)，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ， $DF \parallel AC$ ，分别交 AC 、 BC 于点 E 、 F ，连接 EF .

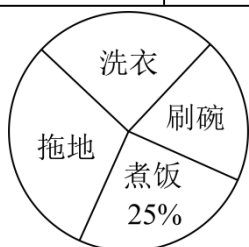


- (1) 求证：四边形 $ECFD$ 是矩形；
- (2) 若 $CF = 2$ ， $CE = 4$ ，求点 C 到 EF 的距离.

21. 为了践行习近平总书记提出的“绿水青山就是金山银山”的发展理念，某地计划在规定时间内种植梨树 6000 棵. 开始种植时，由于志愿者的加入，实际每天种植梨树的数量比原计划增加了 20%，结果提前 2 天完成任务. 问原计划每天种植梨树多少棵？

22. 为培养同学们爱劳动的习惯，某班开展了“做好一件家务”主题活动，要求全班同学人人参与经统计，同学们做的家务类型为“洗衣”“拖地”“煮饭”“刷碗”. 班主任将以上信息绘制成了统计图表，如图所示.

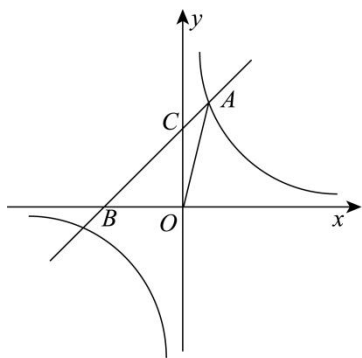
家务类型	洗衣	拖地	煮饭	刷碗
人数 (人)	10	12	10	m



根据上面图表信息，回答下列问题：

- (1) $m =$ _____；
- (2) 在扇形统计图中，“拖地”所占的圆心角度数为_____；
- (3) 班会课上，班主任评选出了近期做家务表现优异的 4 名同学，其中有 2 名男生. 现准备从表现优异的同学中随机选取两名同学分享体会，请用画树状图或列表的方法求所选同学中有男生的概率.

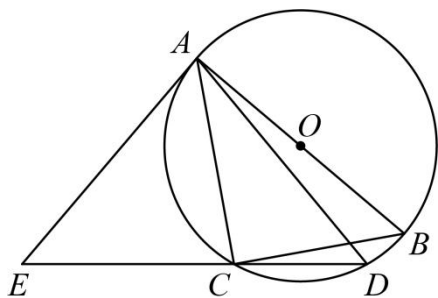
23. 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于点 $A(m, 4)$ ，与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 3)$.



(1) 求 m 的值和一次函数的表达式;

(2) 已知 P 为反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 图象上的一点, $S_{\triangle OBP} = 2S_{\triangle OAC}$, 求点 P 的坐标.

24. 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是圆上一点, E 是 DC 延长线上一点, 连结 AD , AE , 且 $AD = AE$, $CA = CE$.



(1) 求证: 直线 AE 是 $\odot O$ 的切线;

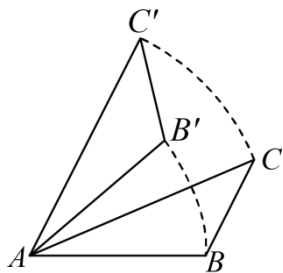
(2) 若 $\sin E = \frac{2}{3}$, $\odot O$ 的半径为 3, 求 AD 的长.

25. 在学习完《图形的旋转》后, 刘老师带领学生开展了一次数学探究活动

【问题情境】

刘老师先引导学生回顾了华东师大版教材七年级下册第121页“探索”部分内容:

如图, 将一个三角形纸板 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 θ 到达 $\triangle AB'C'$ 的位置, 那么可以得到: $AB = AB'$, $AC = AC'$, $BC = B'C'$; $\angle BAC = \angle B'AC'$, $\angle ABC = \angle AB'C'$, $\angle ACB = \angle AC'B'$ ()



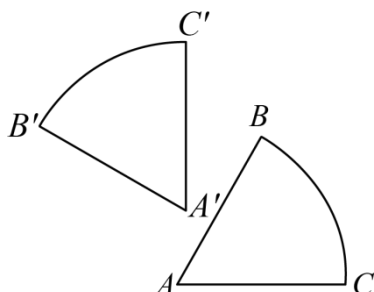
刘老师进一步谈到: 图形的旋转蕴含于自然界的运动变化规律中, 即“变”中蕴含着“不变”, 这是我们

解决图形旋转的关键；故数学就是一门哲学.

【问题解决】

(1) 上述问题情境中 “ () ” 处应填理由: _____;

(2) 如图, 小王将一个半径为 4cm , 圆心角为 60° 的扇形纸板 ABC 绕点 O 逆时针旋转 90° 到达扇形纸板 $A'B'C'$ 的位置.

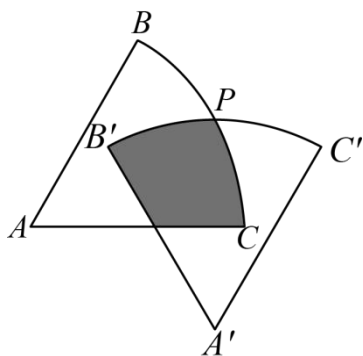


①请在图中作出点 O ;

②如果 $BB'=6\text{cm}$, 则在旋转过程中, 点 B 经过的路径长为 _____;

【问题拓展】

小李突发奇想, 将与 (2) 中完全相同的两个扇形纸板重叠, 一个固定在墙上, 使得一边位于水平位置, 另一个在弧的中点处固定, 然后放开纸板, 使其摆动到竖直位置时静止, 此时, 两个纸板重叠部分的面积是多少呢? 如图所示, 请你帮助小李解决这个问题.



26. 已知 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{4}x^2 + bx$ (b 为常数) 上的两点, 当 $x_1 + x_2 = 0$ 时, 总有 $y_1 = y_2$

(1) 求 b 的值;

(2) 将抛物线 C_1 平移后得到抛物线 $C_2: y = -\frac{1}{4}(x-m)^2 + 1 (m > 0)$.

探究下列问题:

①若抛物线 C_1 与抛物线 C_2 有一个交点, 求 m 的取值范围;

②设抛物线 C_2 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线 C_2 的顶点为点 E , $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为

点 F ，如果对抛物线 C_1 上的任意一点 P ，在抛物线 C_2 上总存在一点 Q ，使得点 P 、 Q 的纵坐标相等，求 EF 长的取值范围.

