

2025 年初中学业水平考试

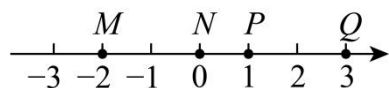
数学试题

本试卷共 8 页，满分 120 分，考试时长 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，用 0.5 毫米黑色签字笔将答案写在答题卡上。答案写在本试卷上无效。

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。每小题只有一个选项符合题目要求。

1. 如图，数轴上表示 -2 的点是（ ）



- A. M B. N C. P D. Q

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



3. 我国“深蓝 2 号”大型智能深海养殖网箱的主体是一个正六棱柱，其示意图的主视图是（ ）



4. 好客山东以其宽厚仁德的人文情怀、风景秀丽的河海山川吸引了来自世界各地的朋友，据统计，山东省 2024 年全年接待游客超 9 亿人次。数据“9 亿”用科学记数法表示为（ ）

- A. 9×10^7 B. 0.9×10^8 C. 9×10^8 D. 0.9×10^9

5. 已知 $a \neq 0$ ，则下列运算正确的是（ ）

A. $-2a + 3a = 5a$

B. $(-2a^3)^2 = 4a^6$

C. $a^2 - a = a$

D. $a^6 \div a^2 = a^3$

6. 某班学生到山东省博物馆参加研学活动. 博物馆为同学们准备了以镇馆之宝“亚醜钺”“蛋壳黑陶杯”“颂簋”为主题的三款文创产品, 每位同学可从中随机抽取一个作为纪念品. 若抽到每一款的可能性相等, 则甲、乙两位同学同时抽到“亚醜钺”的概率是 ()

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

7. 明代数学家吴敬的《九章算法比类大全》中有一个“哪吒夜叉”问题, 大意是: 有 3 个头 6 只手的哪吒若干, 有 1 个头 8 只手的夜叉若干, 两方交战, 共有 36 个头, 108 只手. 问哪吒、夜叉各有多少? 设哪吒有 x 个, 夜叉有 y 个, 则根据条件所列方程组为 ()

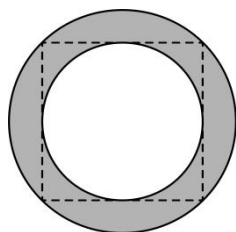
A. $\begin{cases} x + 3y = 36 \\ 8x + 6y = 108 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + 3y = 36 \\ 6x + 8y = 108 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x + y = 36 \\ 8x + 6y = 108 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x + y = 36 \\ 6x + 8y = 108 \end{cases}$

8. 在中国古代文化中, 玉璧寓意宇宙的广阔与秩序, 也经常被视为君子修身齐家的象征. 下图是某玉璧的平面示意图, 由一个正方形的内切圆和外接圆组成. 已知内切圆的半径是 2, 则图中阴影部分的面积是 ()



A. π

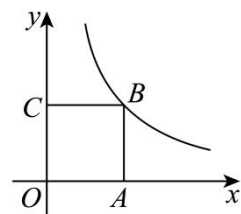
B. 2π

C. 3π

D. 4π

9. 如图, 在平面直角坐标系中, A , C 两点在坐标轴上, 四边形 $OABC$ 是面积为 4 的正方形. 若函数

$y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 B , 则满足 $y \geq 2$ 的 x 的取值范围为 ()



A. $0 < x \leq 2$

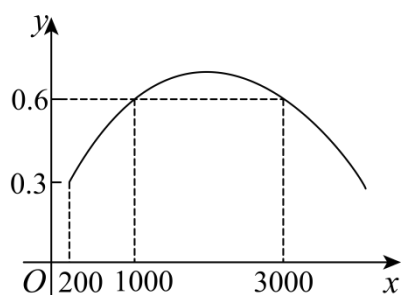
B. $x \geq 2$

C. $0 < x \leq 4$

D. $x \geq 4$

10. 在水分、养料等条件一定的情况下, 某植物的生长速度 y (厘米/天) 和光照强度 x (勒克斯) 之间存在一定关系. 在低光照强度范围 ($200 \leq x < 1000$) 内, y 与 x 近似成一次函数关系; 在中高光照强度范围

($x \geq 1000$) 内, y 与 x 近似成二次函数关系. 其部分图象如图所示. 根据图象, 下列结论正确的是 ()



- A. 当 $x \geq 1000$ 时, y 随 x 的增大而减小
 B. 当 $x = 2000$ 时, y 有最大值
 C. 当 $y \geq 0.6$ 时, $x \geq 1000$
 D. 当 $y = 0.4$ 时, $x = 600$

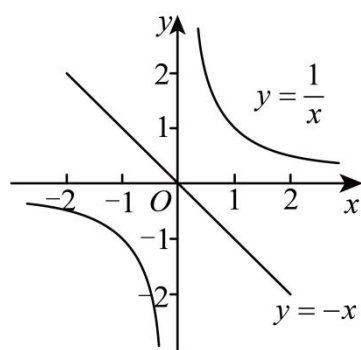
二、填空题: 本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分.

11. 写出使分式 $\frac{1}{2x-3}$ 有意义的 x 的一个值_____.

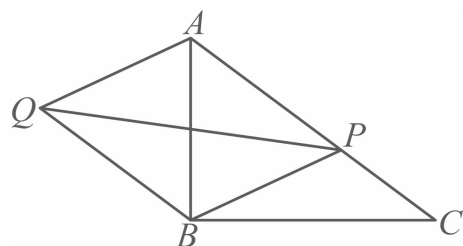
12. 在平面直角坐标系中, 将点 $P(3, 4)$ 向下平移 2 个单位长度, 得到的对应点 P' 的坐标是_____.

13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围是_____.

14. 取直线 $y = -x$ 上一点 $A(x_1, y_1)$, ①过点 A_1 作 x 轴的垂线, 交 $y = \frac{1}{x}$ 于点 $A_2(x_2, y_2)$; ②过点 A_2 作 y 轴的垂线, 交 $y = -x$ 于点 $A_3(x_3, y_3)$; 如此循环进行下去. 按照上面的操作, 若点 A_1 的坐标为 $(1, -1)$, 则点 A_{2025} 的坐标是_____.



15. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$. 点 P 为边 AC 上异于 A 的一点, 以 PA , PB 为邻边作 $\square PAQB$, 则线段 PQ 的最小值是_____.



三、解答题：本题共 8 小题，共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16. (1) 计算： $\left| -\frac{1}{3} \right| \times \sqrt{9} + \pi^0$;

(2) 先化简，再求值： $(x^2 - 1) \left(\frac{1}{x+1} + 1 \right)$ ，其中 $x = 2$ 。

17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D 。如图 1。

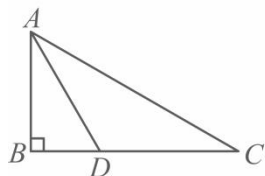


图1

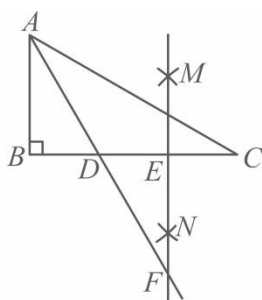


图2

(1) 求 $\angle ADC$ 的度数;

(2) 已知 $AB = 3$ ，分别以 C ， D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 M ， N ，作直线 MN 交 BC 于点 E ，交 AD 的延长线于点 F 。如图 2，求 DF 的长。

18. 山东省在能源绿色低碳转型过程中，探索出一条“以储调绿”的能源转型路径。某地结合实际情况，建立了一座圆柱形蓄水池，通过蓄水发电实现低峰蓄能、高峰释能，助力能源转型。

已知本次注水前蓄水池的水位高度为 5 米，注水时水位高度每小时上升 6 米。

(1) 请写出本次注水过程中，蓄水池的水位高度 y (米) 与注水时间 x (小时) 之间的关系式;

(2) 已知蓄水池的底面积为 0.4 万平方米，每立方米的水可供发电 0.3 千瓦时，求注水多长时间可供发电 4.2 万千瓦时?

19. 在 2025 年全国科技活动周期间，某校科技小组对甲、乙两个水产养殖基地水体的 pH 值进行了检测，

并对一天 (24 小时) 内每小时的 pH 值进行了整理、描述及分析。

【收集数据】

甲基地水体的 pH 值数据:

7.27, 7.28, 7.34, 7.35, 7.36, 7.51, 7.53, 7.67, 7.67, 7.67, 7.67, 7.81, 7.81, 7.88, 7.91, 8.01, 8.02, 8.03, 8.07, 8.16, 8.17, 8.23, 8.26, 8.26.

乙基地水体的 pH 值数据:

7.11, 7.12, 7.14, 7.25, 7.36, 7.52, 7.63, 7.67, 7.69, 7.75, 7.77, 7.77, 7.81, 7.84, 7.89, 8.01, 8.12,

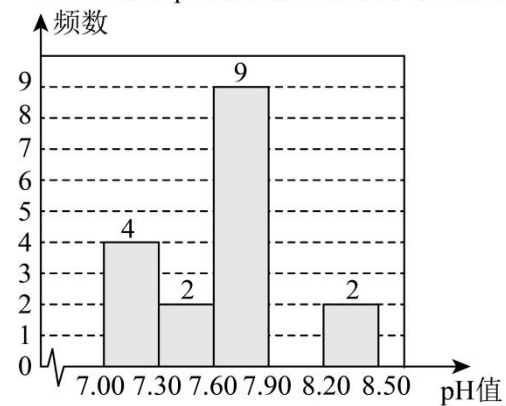
8.13, 8.14, 8.16, 8.17, 8.18, 8.20, 8.21.

【整理数据】

	$7.00 \leq x < 7.30$	$7.30 \leq x < 7.60$	$7.60 \leq x < 7.90$	$7.90 \leq x < 8.20$	$8.20 \leq x \leq 8.50$
甲	2	5	7	7	3
乙	4	2	9	a	2

【描述数据】

乙基地水体pH值数据的频数分布直方图



【分析数据】

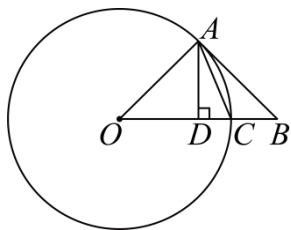
	平均数	众数	中位数	方差
甲	7.79	b	7.81	0.10
乙	7.78	7.77	c	0.13

根据以上信息解决下列问题:

- (1) 补全频数分布直方图;
- (2) 填空: $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$;
- (3) 请判断甲、乙哪个基地水体的pH值更稳定, 并说明理由;
- (4) 已知两基地对水体pH值的日变化量 (pH值最大值与最小值的差) 要求为 0.5~1, 分别判断并说明该日两基地的pH值是否符合要求.

20. 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, 点A在 $\odot O$ 上, 边OB交 $\odot O$ 于点C, $AD \perp OB$ 于点D. AC是 $\angle BAD$ 的平

分线.



(1) 求证: AB 为 $\odot O$ 的切线;

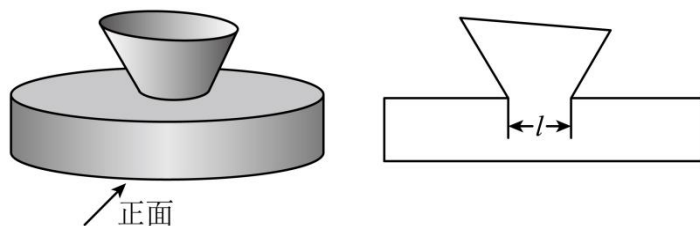
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, $\angle AOB = 45^\circ$, 求 CB 的长.

21. 【问题情境】

2025 年 5 月 29 日“天问二号”成功发射, 开启了小行星伴飞取样探测的新篇章. 某校航天兴趣小组受到鼓舞, 制作了一个航天器模型, 其中某个部件使用 3D 打印完成, 如图 1.

【问题提出】

部件主视图如图 2 所示, 由于 l 的尺寸不易直接测量, 需要设计一个可以得到 l 的长度的方案, 以检测该部件中 l 的长度是否符合要求.

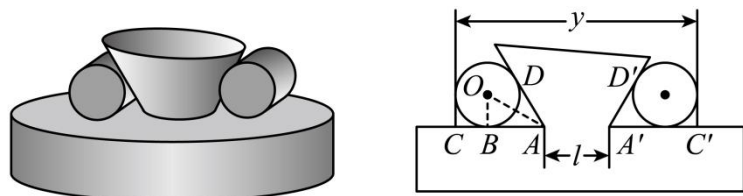


【方案设计】

兴趣小组通过查阅文献, 提出了钢柱测量法.

测量工具: 游标卡尺、若干个底面圆半径相同的钢柱 (圆柱).

操作步骤: 如图 3, 将两个钢柱平行放在部件合适位置, 使得钢柱与部件紧密贴合. 示意图如图 4, $\odot O$ 分别与 AC , AD 相切于点 B , D . 用游标卡尺测量出 CC' 的长度 y .



【问题解决】

已知 $\angle CAD = \angle C'A'D' = 60^\circ$, l 的长度要求是 $1.9\text{cm} \sim 2.1\text{cm}$.

(1) 求 $\angle BAO$ 的度数;

(2) 已知钢柱的底面圆半径为 1cm , 现测得 $y = 7.52\text{cm}$. 根据以上信息, 通过计算说明该部件 l 的长度是

否符合要求. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$)

【结果反思】

(3) 本次实践过程借助圆柱将不可测量的长度转化为可测量的长度, 能将圆柱换成其他几何体吗? 如果能, 写出一个; 如果不能, 说明理由.

22. 已知二次函数 $y = x(x-a) + (x-a)(x-b) + x(x-b)$, 其中 a, b 为两个不相等的实数.

(1) 当 $a = 0, b = 3$ 时, 求此函数图象的对称轴;

(2) 当 $b = 2a$ 时, 若该函数在 $0 \leq x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小; 在 $3 \leq x \leq 4$ 时, y 随 x 的增大而增大, 求 a 的取值范围;

(3) 若点 $A(a, y_1), B\left(\frac{a+b}{2}, y_2\right), C(b, y_3)$ 均在该函数的图象上, 是否存在常数 m , 使得

$y_1 + my_2 + y_3 = 0$? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 说明理由

23. 【图形感知】

如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 $\angle BAD = \angle ABC = \angle BDC = 90^\circ$, $AD = 2, AB = 4$.

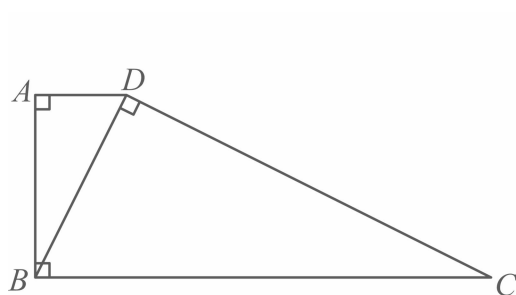


图1

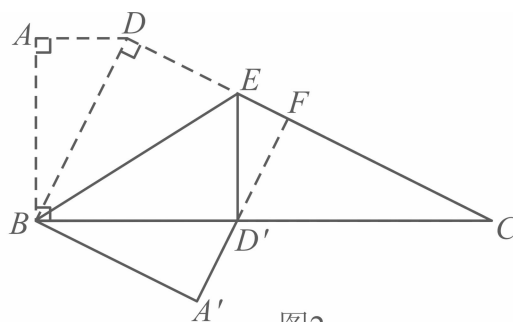


图2

(1) 求 CD 的长;

【探究发现】

老师指导同学们对图 1 所示的纸片进行了折叠探究.

在线段 CD 上取一点 E , 连接 BE . 将四边形 $ABED$ 沿 BE 翻折得到四边形 $A'BED'$, 其中 A', D' 分别是 A, D 的对应点.

(2) 其中甲、乙两位同学的折叠情况如下:

①甲: 点 D' 恰好落在边 BC 上, 延长 $A'D'$ 交 CD 于点 F , 如图 2. 判断四边形 $DBA'F$ 的形状, 并说明理由;

②乙: 点 A' 恰好落在边 BC 上, 如图 3. 求 DE 的长;

(3) 如图 4, 连接 DD' 交 BE 于点 P , 连接 CP . 当点 E 在线段 CD 上运动时, 线段 CP 是否存在最小值? 若存在, 直接写出; 若不存在, 说明理由.

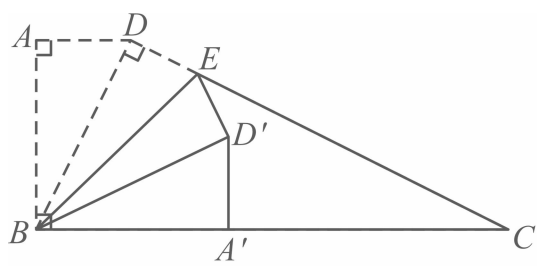


图3

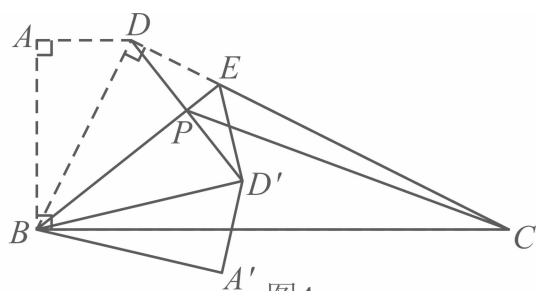


图4