

黑龙江省哈尔滨市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（每小题 3 分，共计 30 分）

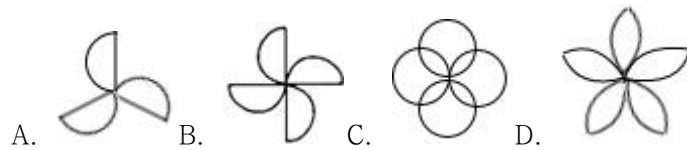
1. (3.00 分) $-\frac{5}{7}$ 的绝对值是 ()

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $-\frac{5}{7}$ D. $-\frac{7}{5}$

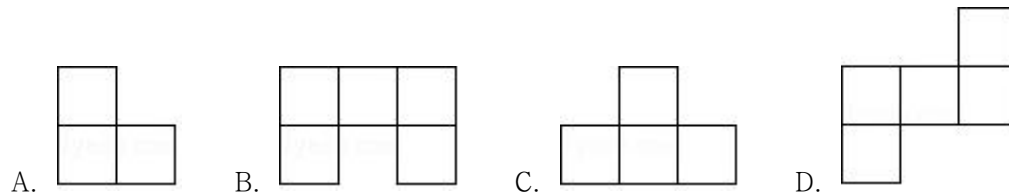
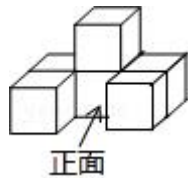
2. (3.00 分) 下列运算一定正确的是 ()

- A. $(m+n)^2 = m^2 + n^2$ B. $(mn)^3 = m^3 n^3$ C. $(m^3)^2 = m^5$ D. $m \cdot m^2 = m^2$

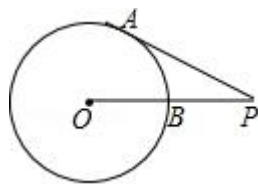
3. (3.00 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



4. (3.00 分) 六个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，其俯视图是 ()



5. (3.00 分) 如图，点 P 为 $\odot O$ 外一点，PA 为 $\odot O$ 的切线，A 为切点，PO 交 $\odot O$ 于点 B， $\angle P = 30^\circ$ ，OB=3，则线段 BP 的长为 ()



- A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. 9

6. (3.00 分) 将抛物线 $y = -5x^2 + 1$ 向左平移 1 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，所得到的抛物线为 ()

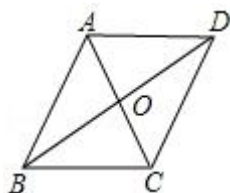
- A. $y = -5(x+1)^2 - 1$ B. $y = -5(x-1)^2 - 1$ C. $y = -5(x+1)^2 + 3$ D. $y = -5(x-1)^2 + 3$

7. (3.00 分) 方程 $\frac{1}{2x} - \frac{2}{x+3}$ 的解为 ()

- A. $x = -1$ B. $x = 0$ C. $x = \frac{3}{5}$ D. $x = 1$

8. (3.00 分) 如图, 在菱形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O, $BD=8$, $\tan \angle ABD = \frac{3}{4}$,

则线段 AB 的长为 ()

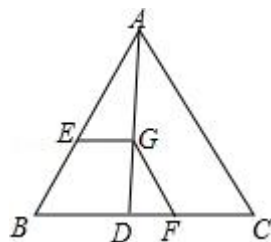


- A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 5 D. 10

9. (3.00 分) 已知反比例函数 $y = \frac{2k-3}{x}$ 的图象经过点 (1, 1), 则 k 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. (3.00 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, 连接 AD, 点 G 在线段 AD 上, $GE \parallel BD$, 且交 AB 于点 E, $GF \parallel AC$, 且交 CD 于点 F, 则下列结论一定正确的是 ()



- A. $\frac{AB}{AE} = \frac{AG}{AD}$ B. $\frac{DF}{CF} = \frac{DG}{AD}$ C. $\frac{FG}{AC} = \frac{EG}{BD}$ D. $\frac{AE}{BE} = \frac{CF}{DF}$

二、填空题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

11. (3.00 分) 将数 920000000 科学记数法表示为_____.

12. (3.00 分) 函数 $y = \frac{5x}{x-4}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

13. (3.00 分) 把多项式 $x^3 - 25x$ 分解因式的结果是_____

14. (3.00 分) 不等式组 $\begin{cases} x-2 \geq 1 \\ 5-2x > 3x-15 \end{cases}$ 的解集为_____.

15. (3.00 分) 计算 $6\sqrt{5} - 10\sqrt{\frac{1}{5}}$ 的结果是_____.

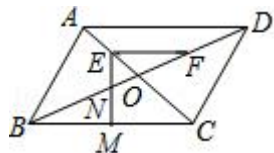
16. (3.00 分) 抛物线 $y = 2(x+2)^2 + 4$ 的顶点坐标为_____.

17. (3.00 分) 一枚质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 张兵同学掷一次骰子, 骰子向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率是_____.

18. (3.00 分) 一个扇形的圆心角为 135° , 弧长为 3π cm, 则此扇形的面积是_____ cm^2 .

19. (3.00 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=100^\circ$, 点 D 在 BC 边上, 连接 AD , 若 $\triangle ABD$ 为直角三角形, 则 $\angle ADC$ 的度数为_____.

20. (3.00 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AB=OB$, 点 E 、点 F 分别是 OA 、 OD 的中点, 连接 EF , $\angle CEF=45^\circ$, $EM \perp BC$ 于点 M , EM 交 BD 于点 N , $FN=\sqrt{10}$, 则线段 BC 的长为_____.



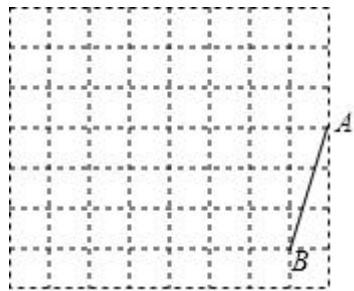
三、解答题 (其中 21-22 题各 7 分, 23-24 题各 8 分, 25-27 题各 10 分, 共计 60 分)

21. (7.00 分) 先化简, 再求代数式 $(1 - \frac{1}{a-2}) \div \frac{a^2-6a+9}{2a-4}$ 的值, 其中 $a=4\cos 30^\circ + 3\tan 45^\circ$.

22. (7.00 分) 如图, 方格纸中每个小正方形的边长均为 1, 线段 AB 的两个端点均在小正方形的顶点上.

(1) 在图中画出以线段 AB 为一边的矩形 $ABCD$ (不是正方形), 且点 C 和点 D 均在小正方形的顶点上;

(2) 在图中画出以线段 AB 为一腰, 底边长为 $2\sqrt{2}$ 的等腰三角形 ABE , 点 E 在小正方形的顶点上, 连接 CE , 请直接写出线段 CE 的长.

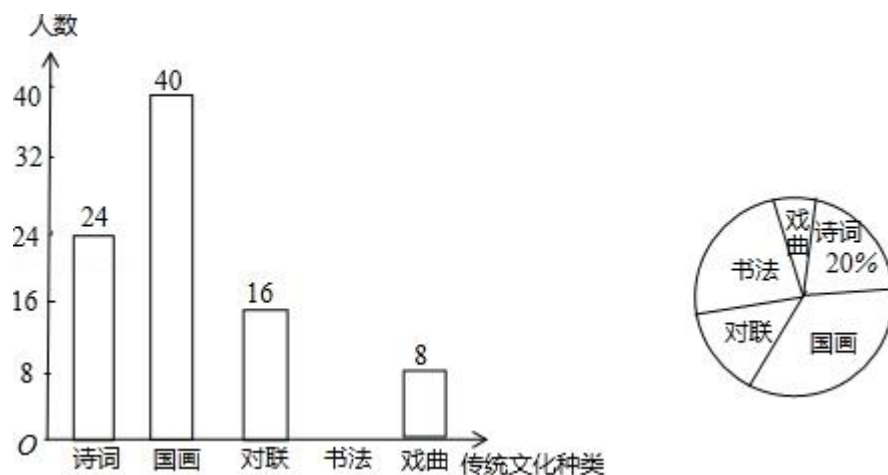


23. (8.00 分) 为使中华优秀传统文化教育更具有实效性, 军宁中学开展以“我最喜爱的传统文化种类”为主题的调查活动, 围绕“在诗词、国画、对联、书法、戏曲五种传统文化中, 你最喜爱哪一种? (必选且只选一种)”的问题, 在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查, 将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的统计图, 请你根据图中提供的信息回答下列问题:

(1) 本次调查共抽取了多少名学生?

(2) 通过计算补全条形统计图;

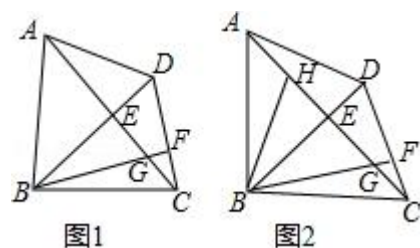
(3) 若军宁中学共有 960 名学生, 请你估计该中学最喜爱国画的学生有多少名?



24. (8.00 分) 已知：在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 E ，且 $AC \perp BD$ ，作 $BF \perp CD$ ，垂足为点 F ， BF 与 AC 交于点 G ， $\angle BGE = \angle ADE$ 。

(1) 如图 1，求证： $AD = CD$ ；

(2) 如图 2， BH 是 $\triangle ABE$ 的中线，若 $AE = 2DE$ ， $DE = EG$ ，在不添加任何辅助线的情况下，请直接写出图 2 中四个三角形，使写出的每个三角形的面积都等于 $\triangle ADE$ 面积的 2 倍。



25. (10.00 分) 春平中学要为学校科技活动小组提供实验器材，计划购买 A 型、B 型两种型号的放大镜。若购买 8 个 A 型放大镜和 5 个 B 型放大镜需用 220 元；若购买 4 个 A 型放大镜和 6 个 B 型放大镜需用 152 元。

(1) 求每个 A 型放大镜和每个 B 型放大镜各多少元；

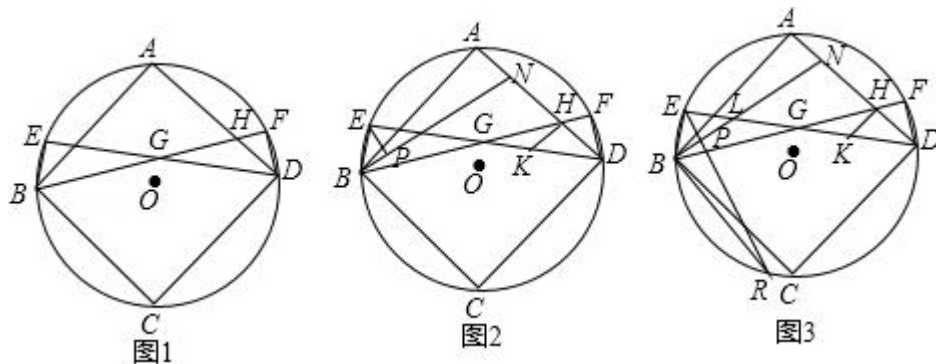
(2) 春平中学决定购买 A 型放大镜和 B 型放大镜共 75 个，总费用不超过 1180 元，那么最多可以购买多少个 A 型放大镜？

26. (10.00 分) 已知： $\odot O$ 是正方形 $ABCD$ 的外接圆，点 E 在 $\widehat{AB}$ 上，连接 BE 、 DE ，点 F 在 $\widehat{AD}$ 上连接 BF 、 DF ， BF 与 DE 、 DA 分别交于点 G 、点 H ，且 DA 平分 $\angle EDF$ 。

(1) 如图 1，求证： $\angle CBE = \angle DHG$ ；

(2) 如图 2，在线段 AH 上取一点 N (点 N 不与点 A 、点 H 重合)，连接 BN 交 DE 于点 L ，过点 H 作 $HK \parallel BN$ 交 DE 于点 K ，过点 E 作 $EP \perp BN$ ，垂足为点 P ，当 $BP = HF$ 时，求证： $BE = HK$ ；

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 当 $3HF=2DF$ 时, 延长 EP 交 $\odot O$ 于点 R , 连接 BR , 若 $\triangle BER$ 的面积与 $\triangle DHK$ 的面积之差为 $\frac{7}{4}$, 求线段 BR 的长.

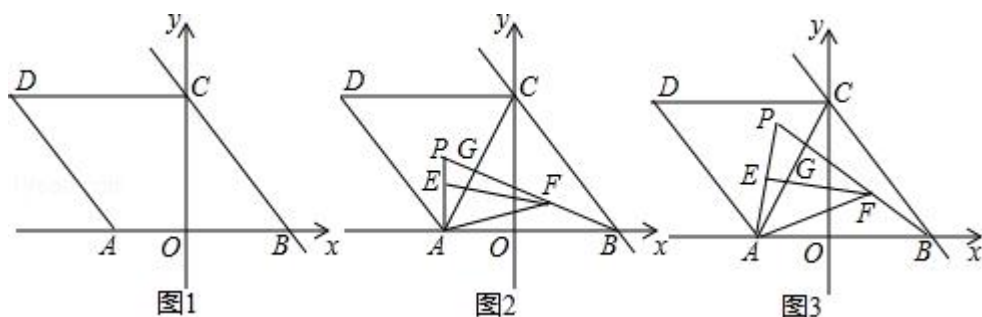


27. (10.00 分) 已知: 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 点 A 在 x 轴的负半轴上, 直线 $y = -\sqrt{3}x + \frac{7}{2}\sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 B 、 C 两点, 四边形 $ABCD$ 为菱形.

(1) 如图 1, 求点 A 的坐标;

(2) 如图 2, 连接 AC , 点 P 为 $\triangle ACD$ 内一点, 连接 AP 、 BP , BP 与 AC 交于点 G , 且 $\angle APB = 60^\circ$, 点 E 在线段 AP 上, 点 F 在线段 BP 上, 且 $BF = AE$, 连接 AF 、 EF , 若 $\angle AFE = 30^\circ$, 求 $AF^2 + EF^2$ 的值;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 当 $PE = AE$ 时, 求点 P 的坐标.



参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 3 分，共计 30 分）

1. (3.00 分) $-\frac{5}{7}$ 的绝对值是 ()

- A. $\frac{5}{7}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $-\frac{5}{7}$ D. $-\frac{7}{5}$

【分析】 计算绝对值要根据绝对值的定义求解，第一步列出绝对值的表达式，第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

【解答】 解： $|- \frac{5}{7}| = \frac{5}{7}$,

故选：A.

【点评】 本题主要考查了绝对值的定义，绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0，比较简单.

2. (3.00 分) 下列运算一定正确的是 ()

- A. $(m+n)^2 = m^2 + n^2$ B. $(mn)^3 = m^3 n^3$ C. $(m^3)^2 = m^5$ D. $m \cdot m^2 = m^2$

【分析】 直接利用完全平方公式以及积的乘方运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别计算得出答案.

【解答】 解：A、 $(m+n)^2 = m^2 + 2mn + n^2$ ，故此选项错误；

B、 $(mn)^3 = m^3 n^3$ ，正确；

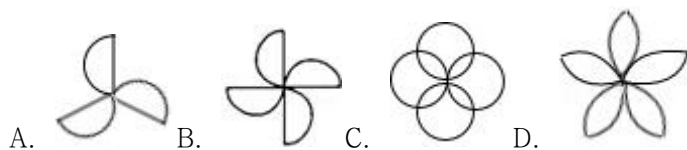
C、 $(m^3)^2 = m^6$ ，故此选项错误；

D、 $m \cdot m^2 = m^3$ ，故此选项错误；

故选：B.

【点评】 此题主要考查了完全平方公式以及积的乘方运算、同底数幂的乘除运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3. (3.00 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



【分析】 观察四个选项中的图形，找出既是轴对称图形又是中心对称图形的那个即可得出结论.

【解答】解：A、此图形既不是轴对称图形也不是中心对称图形，此选项不符合题意；

B、此图形不是轴对称图形，是中心对称图形，此选项不符合题意；

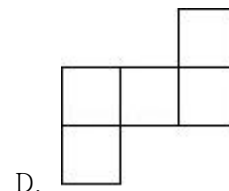
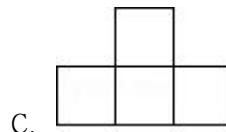
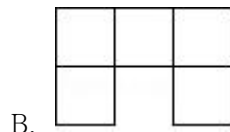
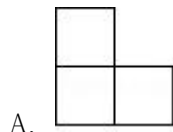
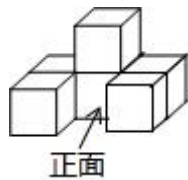
C、此图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，此选项符合题意；

D、此图形是轴对称图形，但不是中心对称图形，此选项不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形以及轴对称图形，牢记轴对称及中心对称图形的特点是解题的关键.

4. (3.00 分) 六个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，其俯视图是 ()



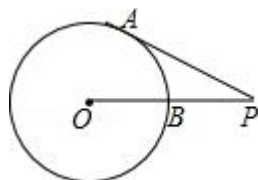
【分析】俯视图有 3 列，从左到右正方形个数分别是 2，1，2.

【解答】解：俯视图从左到右分别是 2，1，2 个正方形.

故选：B.

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，培养学生的思考能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

5. (3.00 分) 如图，点 P 为 $\odot O$ 外一点，PA 为 $\odot O$ 的切线，A 为切点，PO 交 $\odot O$ 于点 B， $\angle P=30^\circ$ ，OB=3，则线段 BP 的长为 ()



A. 3 B. $3\sqrt{3}$ C. 6 D. 9

【分析】直接利用切线的性质得出 $\angle OAP=90^\circ$ ，进而利用直角三角形的性质得出 OP 的长.

【解答】解：连接 OA，

∵PA 为⊙O 的切线,

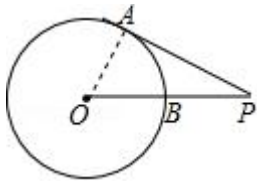
∴∠OAP=90°,

∵∠P=30°, OB=3,

∴AO=3, 则 OP=6,

故 BP=6-3=3.

故选: A.



【点评】 此题主要考查了切线的性质以及圆周角定理, 正确作出辅助线是解题关键.

6. (3.00 分) 将抛物线 $y = -5x^2 + 1$ 向左平移 1 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 所得到的抛物线为 ()

A. $y = -5(x+1)^2 - 1$ B. $y = -5(x-1)^2 - 1$ C. $y = -5(x+1)^2 + 3$ D. $y = -5(x-1)^2 + 3$

【分析】 直接利用二次函数图象与几何变换的性质分别平移得出答案.

【解答】 解: 将抛物线 $y = -5x^2 + 1$ 向左平移 1 个单位长度, 得到 $y = -5(x+1)^2 + 1$, 再向下平移 2 个单位长度,

所得到的抛物线为: $y = -5(x+1)^2 - 1$.

故选: A.

【点评】 此题主要考查了二次函数图象与几何变换, 正确记忆平移规律是解题关键.

7. (3.00 分) 方程 $\frac{1}{2x} - \frac{2}{x+3}$ 的解为 ()

A. $x = -1$ B. $x = 0$ C. $x = \frac{3}{5}$ D. $x = 1$

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【解答】 解: 去分母得: $x+3=4x$,

解得: $x=1$,

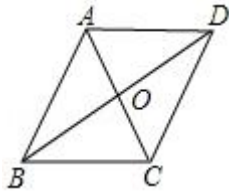
经检验 $x=1$ 是分式方程的解,

故选: D.

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

8. (3.00 分) 如图，在菱形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O， $BD=8$ ， $\tan \angle ABD=\frac{3}{4}$ ，

则线段 AB 的长为 ()



A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 5 D. 10

【分析】根据菱形的性质得出 $AC \perp BD$ ， $AO=CO$ ， $OB=OD$ ，求出 OB，解直角三角形求出 AO，根据勾股定理求出 AB 即可.

【解答】解：∵ 四边形 ABCD 是菱形，

∴ $AC \perp BD$ ， $AO=CO$ ， $OB=OD$ ，

∴ $\angle AOB=90^\circ$ ，

∵ $BD=8$ ，

∴ $OB=4$ ，

∵ $\tan \angle ABD=\frac{3}{4}=\frac{AO}{OB}$ ，

∴ $AO=3$ ，

在 $Rt\triangle AOB$ 中，由勾股定理得： $AB=\sqrt{AO^2+OB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ ，

故选：C.

【点评】本题考查了菱形的性质、勾股定理和解直角三角形，能熟记菱形的性质是解此题的关键.

9. (3.00 分) 已知反比例函数 $y=\frac{2k-3}{x}$ 的图象经过点 (1, 1)，则 k 的值为 ()

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【分析】把点的坐标代入函数解析式得出方程，求出方程的解即可.

【解答】解：∵ 反比例函数 $y=\frac{2k-3}{x}$ 的图象经过点 (1, 1)，

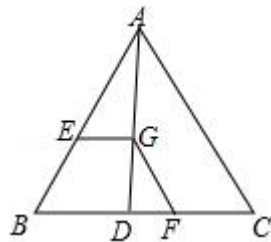
∴ 代入得： $2k-3=1 \times 1$ ，

解得： $k=2$ ，

故选：D.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，能根据已知得出关于 k 的方程是解此题的关键.

10. (3.00 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 边上，连接 AD ，点 G 在线段 AD 上， $GE \parallel BD$ ，且交 AB 于点 E ， $GF \parallel AC$ ，且交 CD 于点 F ，则下列结论一定正确的是 ()



- A. $\frac{AB}{AE} = \frac{AG}{AD}$ B. $\frac{DF}{CF} = \frac{DG}{AD}$ C. $\frac{FG}{AC} = \frac{EG}{BD}$ D. $\frac{AE}{BE} = \frac{CF}{DF}$

【分析】由 $GE \parallel BD$ 、 $GF \parallel AC$ 可得出 $\triangle AEG \sim \triangle ABD$ 、 $\triangle DFG \sim \triangle DCA$ ，根据相似三角形的性质即可找出 $\frac{AE}{BE} = \frac{AG}{DG} = \frac{CF}{DF}$ ，此题得解.

【解答】解： $\because GE \parallel BD$ ， $GF \parallel AC$ ，

$\therefore \triangle AEG \sim \triangle ABD$ ， $\triangle DFG \sim \triangle DCA$ ，

$$\therefore \frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AD}, \quad \frac{DG}{DA} = \frac{DF}{DC},$$

$$\therefore \frac{AE}{BE} = \frac{AG}{DG} = \frac{CF}{DF}.$$

故选：D.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，利用相似三角形的性质找出 $\frac{AE}{BE} = \frac{AG}{DG} = \frac{CF}{DF}$ 是解题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分，共计 30 分)

11. (3.00 分) 将数 920000000 科学记数法表示为 9.2×10^8 .

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：920000000 用科学记数法表示为 9.2×10^8 ，

故答案为： 9.2×10^8

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. (3.00 分) 函数 $y = \frac{5x}{x-4}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 4$.

【分析】根据分式分母不为 0 列出不等式, 解不等式即可.

【解答】解: 由题意得, $x - 4 \neq 0$,

解得, $x \neq 4$,

故答案为: $x \neq 4$.

【点评】本题考查的是函数自变量的取值范围, 掌握分式分母不为 0 是解题的关键.

13. (3.00 分) 把多项式 $x^3 - 25x$ 分解因式的结果是 $x(x+5)(x-5)$

【分析】首先提取公因式 x , 再利用平方差公式分解因式即可.

【解答】解: $x^3 - 25x$

$= x(x^2 - 25)$

$= x(x+5)(x-5)$.

故答案为: $x(x+5)(x-5)$.

【点评】此题主要考查了提取公因式法以及公式法分解因式, 正确应用公式是解题关键.

14. (3.00 分) 不等式组 $\begin{cases} x-2 \geq 1 \\ 5-2x > 3x-15 \end{cases}$ 的解集为 $3 \leq x < 4$.

【分析】先求出每个不等式的解集, 再求出不等式组的解集即可.

【解答】解: $\begin{cases} x-2 \geq 1 \text{ ①} \\ 5-2x > 3x-15 \text{ ②} \end{cases}$

$\therefore$ 解不等式①得: $x \geq 3$,

解不等式②得: $x < 4$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $3 \leq x < 4$,

故答案为: $3 \leq x < 4$.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组, 能根据不等式的解集得出不等式组的解集是解此题的关键.

15. (3.00 分) 计算 $6\sqrt{5} - 10\sqrt{\frac{1}{5}}$ 的结果是 $4\sqrt{5}$.

【分析】首先化简 $\sqrt{\frac{1}{5}}$, 然后再合并同类二次根式即可.

【解答】解: 原式 $= 6\sqrt{5} - 10 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = 6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$.

故答案为: $4\sqrt{5}$.

【点评】此题主要考查了二次根式的加减, 关键是掌握二次根式相加减, 先把各个二次根式化成最简二次根式, 再把被开方数相同的二次根式进行合并, 合并方法为系数相加减, 根式不变.

16. (3.00 分) 抛物线 $y = 2(x+2)^2 + 4$ 的顶点坐标为 $(-2, 4)$.

【分析】根据题目中二次函数的顶点式可以直接写出它的顶点坐标.

【解答】解: $\because y = 2(x+2)^2 + 4$,

$\therefore$ 该抛物线的顶点坐标是 $(-2, 4)$,

故答案为: $(-2, 4)$.

【点评】本题考查二次函数的性质, 解答本题的关键是由顶点式可以直接写出二次函数的顶点坐标.

17. (3.00 分) 一枚质地均匀的正方体骰子, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 张兵同学掷一次骰子, 骰子向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率是 $\frac{1}{3}$.

【分析】共有 6 种等可能的结果数, 其中点数是 3 的倍数有 3 和 6, 从而利用概率公式可求出向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率.

【解答】解: 掷一次骰子, 向上的一面出现的点数是 3 的倍数的有 3, 6,

故骰子向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率是: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了概率公式: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 A 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

18. (3.00 分) 一个扇形的圆心角为 135° , 弧长为 3π cm, 则此扇形的面积是 6π cm².

【分析】先求出扇形对应的圆的半径, 再根据扇形的面积公式求出面积即可.

【解答】解：设扇形的半径为 $R\text{cm}$,

$\therefore$ 扇形的圆心角为 135° , 弧长为 $3\pi\text{cm}$,

$$\therefore \frac{135\pi \times R}{180} = 3\pi,$$

解得: $R=4$,

所以此扇形的面积为 $\frac{135\pi \times 4^2}{360} = 6\pi \text{ (cm}^2\text{)}$,

故答案为: 6π .

【点评】本题考查了扇形的面积计算和弧长的面积计算, 能熟记扇形的面积公式和弧长公式是解此题的关键.

19. (3.00 分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=100^\circ$, 点 D 在 BC 边上, 连接 AD , 若 $\triangle ABD$ 为直角三角形, 则 $\angle ADC$ 的度数为 130° 或 90° .

【分析】根据题意可以求得 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的度数, 然后根据分类讨论的数学思想即可求得 $\angle ADC$ 的度数.

【解答】解: $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=100^\circ$,

$$\therefore \angle B = \angle C = 40^\circ,$$

$\because$ 点 D 在 BC 边上, $\triangle ABD$ 为直角三角形,

$$\therefore \text{当 } \angle BAD = 90^\circ \text{ 时, 则 } \angle ADB = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ADC = 130^\circ,$$

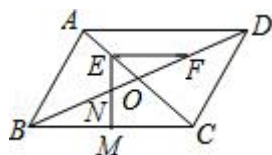
当 $\angle ADB = 90^\circ$ 时, 则

$$\angle ADC = 90^\circ,$$

故答案为: 130° 或 90° .

【点评】本题考查等腰三角形的性质, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用等腰三角形的性质和分类讨论的数学思想解答.

20. (3.00 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AB=OB$, 点 E 、点 F 分别是 OA 、 OD 的中点, 连接 EF , $\angle CEF=45^\circ$, $EM \perp BC$ 于点 M , EM 交 BD 于点 N , $FN=\sqrt{10}$, 则线段 BC 的长为 $4\sqrt{2}$.



【分析】设 $EF=x$, 根据三角形的中位线定理表示 $AD=2x$, $AD \parallel EF$, 可得 $\angle CAD = \angle CEF = 45^\circ$, 证明 $\triangle EMC$ 是等腰直角三角形, 则 $\angle CEM = 45^\circ$, 证明 $\triangle ENF \cong \triangle MNB$, 则 $EN = MN = \frac{1}{2}x$, $BN = FN = \sqrt{10}$, 最后利用勾股定理计算 x 的值, 可得 BC 的长.

【解答】解: 设 $EF=x$,

$\because$ 点 E 、点 F 分别是 OA 、 OD 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle OAD$ 的中位线,

$\therefore AD=2x$, $AD \parallel EF$,

$\therefore \angle CAD = \angle CEF = 45^\circ$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AD=BC=2x$,

$\therefore \angle ACB = \angle CAD = 45^\circ$,

$\because EM \perp BC$,

$\therefore \angle EMC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EMC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore \angle CEM = 45^\circ$,

连接 BE ,

$\because AB=OB$, $AE=OE$

$\therefore BE \perp AO$

$\therefore \angle BEM = 45^\circ$,

$\therefore BM=EM=MC=x$,

$\therefore BM=FE$,

易得 $\triangle ENF \cong \triangle MNB$,

$\therefore EN=MN=\frac{1}{2}x$, $BN=FN=\sqrt{10}$,

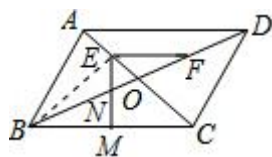
$\text{Rt}\triangle BNM$ 中, 由勾股定理得: $BN^2=BM^2+MN^2$,

$\therefore (\sqrt{10})^2 = x^2 + (\frac{1}{2}x)^2$,

$x=2\sqrt{2}$ 或 $-2\sqrt{2}$ (舍),

$$\therefore BC=2x=4\sqrt{2}.$$

故答案为: $4\sqrt{2}$.



【点评】 本题考查了平行四边形的性质、等腰直角三角形的判定和性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理；解决问题的关键是设未知数，利用方程思想解决问题.

三、解答题 (其中 21-22 题各 7 分, 23-24 题各 8 分, 25-27 题各 10 分, 共计 60 分)

21. (7.00 分) 先化简, 再求代数式 $(1 - \frac{1}{a-2}) \div \frac{a^2-6a+9}{2a-4}$ 的值, 其中 $a=4\cos 30^\circ + 3\tan 45^\circ$.

【分析】 根据分式的运算法则即可求出答案,

【解答】 解: 当 $a=4\cos 30^\circ + 3\tan 45^\circ$ 时,

所以 $a=2\sqrt{3}+3$

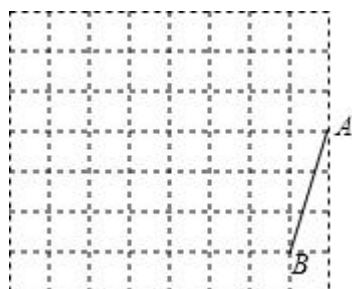
$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{a-3}{a-2} \cdot \frac{2(a-2)}{(a-3)^2} \\ &= \frac{2}{a-3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

【点评】 本题考查分式的运算, 解题的关键是熟练运用分式的运算法则, 本题属于基础题型.

22. (7.00 分) 如图, 方格纸中每个小正方形的边长均为 1, 线段 AB 的两个端点均在小正方形的顶点上.

(1) 在图中画出以线段 AB 为一边的矩形 ABCD (不是正方形), 且点 C 和点 D 均在小正方形的顶点上;

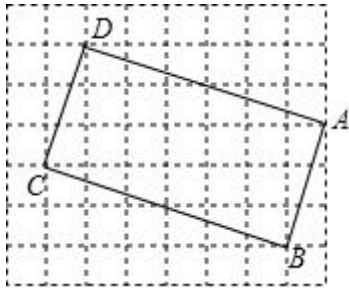
(2) 在图中画出以线段 AB 为一腰, 底边长为 $2\sqrt{2}$ 的等腰三角形 ABE, 点 E 在小正方形的顶点上, 连接 CE, 请直接写出线段 CE 的长.



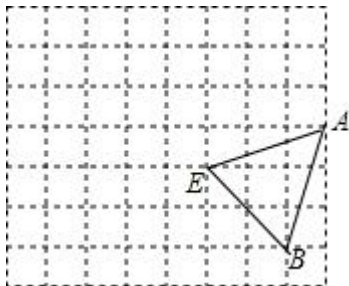
【分析】(1) 利用数形结合的思想解决问题即可；

(2) 利用数形结合的思想解决问题即可；

【解答】解：(1) 如图所示，矩形 ABCD 即为所求；



(2) 如图 $\triangle ABE$ 即为所求；



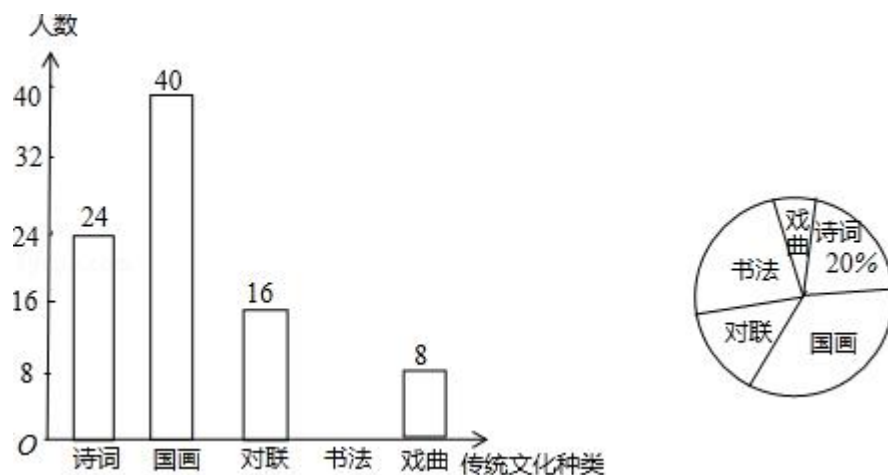
【点评】本题考查作图 - 应用与设计、等腰三角形的性质、勾股定理、矩形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用数形结合的思想解决问题，属于中考常考题型．

23. (8.00 分) 为使中华优秀传统文化教育更具有实效性，军宁中学开展以“我最喜爱的传统文化种类”为主题的调查活动，围绕“在诗词、国画、对联、书法、戏曲五种传统文化中，你最喜爱哪一种？（必选且只选一种）”的问题，在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查，将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的统计图，请你根据图中提供的信息回答下列问题：

(1) 本次调查共抽取了多少名学生？

(2) 通过计算补全条形统计图；

(3) 若军宁中学共有 960 名学生，请你估计该中学最喜爱国画的学生有多少名？



【分析】(1) 由“诗词”的人数及其所占百分比可得总人数；

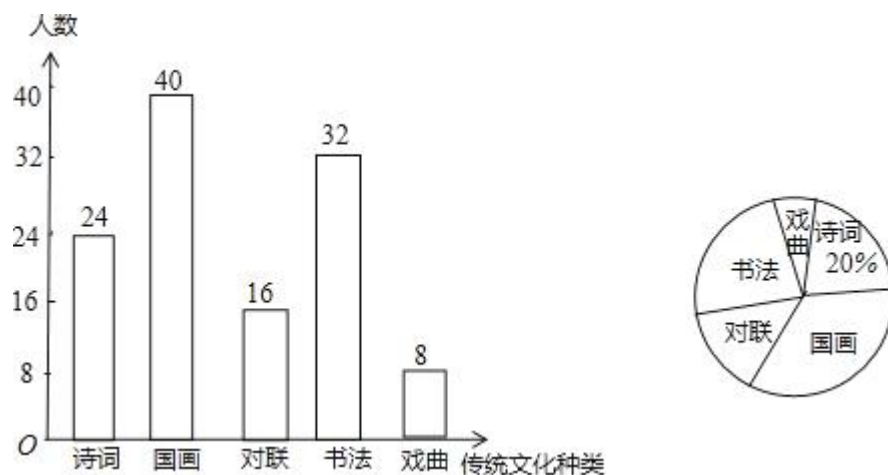
(2) 总人数减去其他种类的人数求得“书法”的人数即可补全条形图；

(3) 用总人数乘以样本中“国画”人数所占比例.

【解答】解：(1) 本次调查的学生总人数为 $24 \div 20\% = 120$ 人；

(2) “书法”类人数为 $120 - (24 + 40 + 16 + 8) = 32$ 人，

补全图形如下：



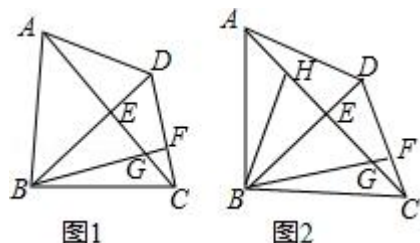
(3) 估计该中学最喜爱国画的学生有 $960 \times \frac{40}{120} = 320$ 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

24. (8.00 分) 已知: 在四边形 ABCD 中, 对角线 AC、BD 相交于点 E, 且 $AC \perp BD$, 作 $BF \perp CD$, 垂足为点 F, BF 与 AC 交于点 G, $\angle BGE = \angle ADE$.

(1) 如图 1, 求证: $AD = CD$;

(2) 如图 2, BH 是 $\triangle ABE$ 的中线, 若 $AE = 2DE$, $DE = EG$, 在不添加任何辅助线的情况下, 请直接写出图 2 中四个三角形, 使写出的每个三角形的面积都等于 $\triangle ADE$ 面积的 2 倍.



【分析】 (1) 由 $AC \perp BD$ 、 $BF \perp CD$ 知 $\angle ADE + \angle DAE = \angle CGF + \angle GCF$, 根据 $\angle BGE = \angle ADE = \angle CGF$ 得出 $\angle DAE = \angle GCF$ 即可得;

(2) 设 $DE = a$, 先得出 $AE = 2DE = 2a$ 、 $EG = DE = a$ 、 $AH = HE = a$ 、 $CE = AE = 2a$, 据此知 $S_{\triangle ADC} = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE}$, 证 $\triangle ADE \cong \triangle BGE$ 得 $BE = AE = 2a$, 再分别求出 $S_{\triangle ABE}$ 、 $S_{\triangle ACE}$ 、 $S_{\triangle BHG}$, 从而得出答案.

【解答】 解: (1) $\because \angle BGE = \angle ADE$, $\angle BGE = \angle CGF$,

$$\therefore \angle ADE = \angle CGF,$$

$$\because AC \perp BD, BF \perp CD,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle DAE = \angle CGF + \angle GCF,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle GCF,$$

$$\therefore AD = CD;$$

(2) 设 $DE = a$,

则 $AE = 2DE = 2a$, $EG = DE = a$,

$$\therefore S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} AE \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a = a^2,$$

$\because BH$ 是 $\triangle ABE$ 的中线,

$$\therefore AH = HE = a,$$

$\because AD = CD$ 、 $AC \perp BD$,

$$\therefore CE = AE = 2a,$$

$$\text{则 } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DE = \frac{1}{2} \cdot (2a + 2a) \cdot a = 2a^2 = 2S_{\triangle ADE};$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle BGE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle AED = \angle BEG \\ DE = GE \\ \angle ADE = \angle BGE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BGE$ (ASA),

$\therefore BE = AE = 2a$,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot (2a) \cdot 2a = 2a^2,$$

$$S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} CE \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot (2a) \cdot 2a = 2a^2,$$

$$S_{\triangle BHG} = \frac{1}{2} HG \cdot BE = \frac{1}{2} \cdot (a+a) \cdot 2a = 2a^2,$$

综上, 面积等于 $\triangle ADE$ 面积的 2 倍的三角形有 $\triangle ACD$ 、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle BCE$ 、 $\triangle BHG$.

【点评】 本题主要考查全等三角形的判定与性质, 解题的关键是掌握等腰三角形的判定与性质及全等三角形的判定与性质.

25. (10.00 分) 春平中学要为学校科技活动小组提供实验器材, 计划购买 A 型、B 型两种型号的放大镜. 若购买 8 个 A 型放大镜和 5 个 B 型放大镜需用 220 元; 若购买 4 个 A 型放大镜和 6 个 B 型放大镜需用 152 元.

(1) 求每个 A 型放大镜和每个 B 型放大镜各多少元;

(2) 春平中学决定购买 A 型放大镜和 B 型放大镜共 75 个, 总费用不超过 1180 元, 那么最多可以购买多少个 A 型放大镜?

【分析】 (1) 设每个 A 型放大镜和每个 B 型放大镜分别为 x 元, y 元, 列出方程组即可解决问题;

(2) 由题意列出不等式求出即可解决问题.

【解答】 解: (1) 设每个 A 型放大镜和每个 B 型放大镜分别为 x 元, y 元, 可得:
$$\begin{cases} 8x + 5y = 220 \\ 4x + 6y = 152 \end{cases}$$
 解得:
$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 12 \end{cases}$$

答: 每个 A 型放大镜和每个 B 型放大镜分别为 20 元, 12 元;

(2) 设购买 A 型放大镜 m 个, 根据题意可得: $20a + 12 \times (75 - a) \leq 1180$,

解得: $x \leq 35$,

答: 最多可以购买 35 个 A 型放大镜.

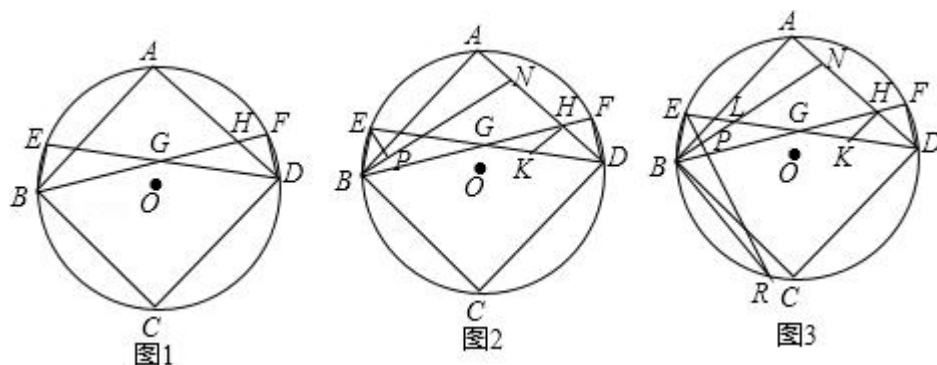
【点评】 本题考查二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用等知识, 解题的关键是理解题意, 列出方程组和不等式解答.

26. (10.00 分) 已知: $\odot O$ 是正方形 $ABCD$ 的外接圆, 点 E 在 $\widehat{AB}$ 上, 连接 BE 、 DE , 点 F 在 $\widehat{AD}$ 上连接 BF 、 DF , BF 与 DE 、 DA 分别交于点 G 、点 H , 且 DA 平分 $\angle EDF$.

(1) 如图 1, 求证: $\angle CBE = \angle DHG$;

(2) 如图 2, 在线段 AH 上取一点 N (点 N 不与点 A 、点 H 重合), 连接 BN 交 DE 于点 L , 过点 H 作 $HK \parallel BN$ 交 DE 于点 K , 过点 E 作 $EP \perp BN$, 垂足为点 P , 当 $BP = HF$ 时, 求证: $BE = HK$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 当 $3HF = 2DF$ 时, 延长 EP 交 $\odot O$ 于点 R , 连接 BR , 若 $\triangle BER$ 的面积与 $\triangle DHK$ 的面积之差为 $\frac{7}{4}$, 求线段 BR 的长.



【分析】 (1) 由正方形的四个角都为直角, 得到两个角为直角, 再利用同弧所对的圆周角相等及角平分线定义, 等量代换即可得证;

(2) 如图 2, 过 H 作 $HM \perp KD$, 垂足为点 M , 根据题意确定出 $\triangle BEP \cong \triangle HKM$, 利用全等三角形对应边相等即可得证;

(3) 根据 $3HF = 2DF$, 设出 $HF = 2a$, $DF = 3a$, 由角平分线定义得到一对角相等, 进而得到正切值相等, 表示出 $DM = 3a$, 利用正方形的性质得到 $\triangle BED \cong \triangle DFB$, 得到 $BE = DF = 3a$, 过 H 作 $HS \perp BD$, 垂足为 S , 根据 $\triangle BER$ 的面积与 $\triangle DHK$ 的面积之差为 $\frac{7}{4}$, 求出 a 的值, 即可确定出 BR 的长.

【解答】 (1) 证明: 如图 1,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle A = \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle F = \angle A = 90^\circ$,

$\therefore \angle F = \angle ABC$,

$\because DA$ 平分 $\angle EDF$,
 $\therefore \angle ADE = \angle ADF$,
 $\because \angle ABE = \angle ADE$,
 $\therefore \angle ABE = \angle ADF$,
 $\because \angle CBE = \angle ABC + \angle ABE$, $\angle DHG = \angle F + \angle ADF$,
 $\therefore \angle CBE = \angle DHG$;

(2) 如图 2, 过 H 作 $HM \perp KD$, 垂足为点 M,

$\because \angle F = 90^\circ$,
 $\therefore HF \perp FD$,
 $\because DA$ 平分 $\angle EDF$,
 $\therefore HM = FH$,
 $\because FH = BP$,
 $\therefore HM = BP$,
 $\because KH \parallel BN$,
 $\therefore \angle DKH = \angle DLN$,
 $\therefore \angle ELP = \angle DLN$,
 $\therefore \angle DKH = \angle ELP$,
 $\because \angle BED = \angle A = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BEP + \angle LEP = 90^\circ$,
 $\because EP \perp BN$,
 $\therefore \angle BPE = \angle EPL = 90^\circ$,
 $\therefore \angle LEP + \angle ELP = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BEP = \angle ELP = \angle DKH$,
 $\because HM \perp KD$,
 $\therefore \angle KMH = \angle BPE = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle BEP \cong \triangle HKM$,
 $\therefore BE = HK$;

(3) 解: 如图 3, 连接 BD,

$\because 3HF = 2DF$, $BP = FH$,
 $\therefore$ 设 $HF = 2a$, $DF = 3a$,

$$\therefore BP = FH = 2a,$$

由 (2) 得: $HM = BP$, $\angle HMD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle F = \angle A = 90^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle HDM = \tan \angle FDH,$$

$$\therefore \frac{HM}{DM} = \frac{FH}{DF} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore DM = 3a,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 为正方形,

$$\therefore AB = AD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = \angle ADF = \angle ADE, \quad \angle DBF = 45^\circ - \angle ABF, \quad \angle BDE = 45^\circ - \angle ADE,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle BDE,$$

$$\therefore \angle BED = \angle F, \quad BD = BD,$$

$$\therefore \triangle BED \cong \triangle DFB,$$

$$\therefore BE = FD = 3a,$$

过 H 作 $HS \perp BD$, 垂足为 S,

$$\therefore \tan \angle ABH = \tan \angle ADE = \frac{AH}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \text{设 } AB = 3\sqrt{2}m, \quad AH = 2\sqrt{2}m,$$

$$\therefore BD = \sqrt{2}AB = 6m, \quad DH = AD - AH = \sqrt{2}m,$$

$$\therefore \sin \angle ADB = \frac{HS}{DH} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore HS = m,$$

$$\therefore DS = \sqrt{DH^2 - HS^2} = m,$$

$$\therefore BS = BD - DS = 5m,$$

$$\therefore \tan \angle BDE = \tan \angle DBF = \frac{HS}{BS} = \frac{1}{5},$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BRE, \quad \therefore \tan BRE = \frac{BP}{PR} = \frac{1}{5},$$

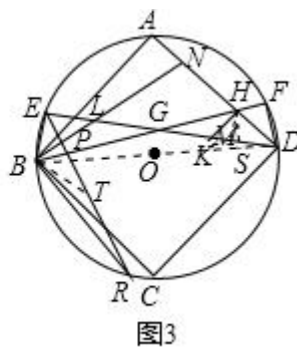
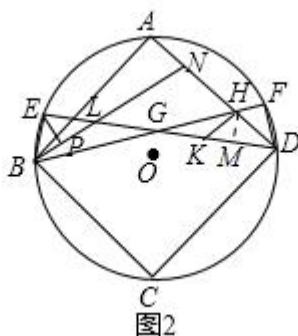
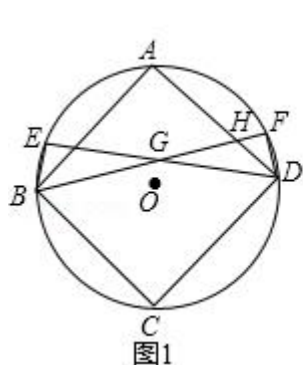
$$\therefore BP = FH = 2a,$$

$$\therefore RP = 10a,$$

在 ER 上截取 $ET = DK$, 连接 BT, 由 (2) 得: $\angle BEP = \angle HKD$,

$$\therefore \triangle BET \cong \triangle HKD,$$

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle BTE = \angle KDH, \\
&\therefore \tan \angle BTE = \tan \angle KDH, \\
&\therefore \frac{BP}{PT} = \frac{2}{3}, \text{ 即 } PT = 3a, \\
&\therefore TR = RP - PT = 7a, \\
&\therefore S_{\triangle BER} - S_{\triangle DHK} = \frac{7}{4}, \\
&\therefore \frac{1}{2}BP \cdot ER - \frac{1}{2}HM \cdot DK = \frac{7}{4}, \\
&\therefore \frac{1}{2}BP \cdot (ER - DK) = \frac{1}{2}BP \cdot (ER - ET) = \frac{7}{4}, \\
&\therefore \frac{1}{2} \times 2a \times 7a = \frac{7}{4}, \\
&\text{解得: } a = \frac{1}{2} \text{ (负值舍去)}, \\
&\therefore BP = 1, PR = 5, \\
&\text{则 } BR = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}.
\end{aligned}$$



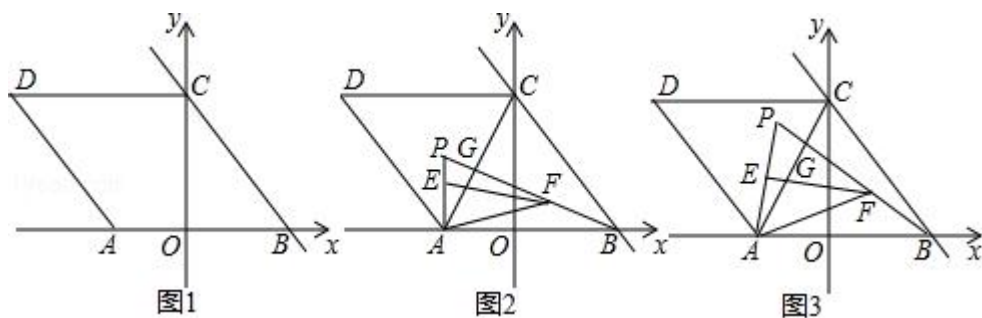
【点评】此题属于圆综合题，涉及的知识有：正方形的性质，角平分线性质，全等三角形的判定与性质，三角形的面积，锐角三角函数定义，熟练掌握各自的性质是解本题的关键。

27. (10.00 分) 已知：在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，点 A 在 x 轴的负半轴上，直线 $y = -\sqrt{3}x + \frac{7}{2}\sqrt{3}$ 与 x 轴、y 轴分别交于 B、C 两点，四边形 ABCD 为菱形。

(1) 如图 1，求点 A 的坐标；

(2) 如图 2，连接 AC，点 P 为 $\triangle ACD$ 内一点，连接 AP、BP，BP 与 AC 交于点 G，且 $\angle APB = 60^\circ$ ，点 E 在线段 AP 上，点 F 在线段 BP 上，且 $BF = AE$ ，连接 AF、EF，若 $\angle AFE = 30^\circ$ ，求 $AF^2 + EF^2$ 的值；

(3) 如图 3，在 (2) 的条件下，当 $PE = AE$ 时，求点 P 的坐标。

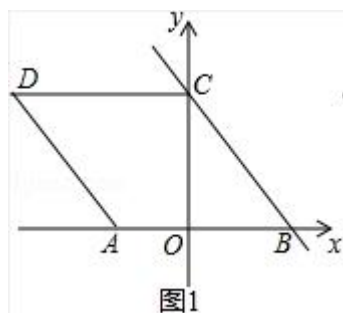


【分析】(1) 利用勾股定理求出 BC 的长即可解决问题；

(2) 如图 2 中，连接 CE、CF. 想办法证明 $\triangle CEF$ 是等边三角形， $AF \perp CF$ 即可解决问题；

(3) 如图 3 中，延长 CE 交 FA 的延长线于 H，作 $PQ \perp AB$ 于 Q， $PK \perp OC$ 于 K，在 BP 设截取 $BT=PA$ ，连接 AT、CT、CF、PC. 想办法证明 $\triangle APF$ 是等边三角形， $AT \perp PB$ 即可解决问题；

【解答】解：(1) 如图 1 中，



$$\therefore y = -\sqrt{3}x + \frac{7\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore B\left(\frac{7}{2}, 0\right), C\left(0, \frac{7\sqrt{3}}{2}\right),$$

$$\therefore BO = \frac{7}{2}, OC = \frac{7\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle OBC \text{ 中, } BC = \sqrt{OC^2 + OB^2} = 7,$$

$\therefore$ 四边形 ABCD 是菱形，

$$\therefore AB = BC = 7,$$

$$\therefore OA = AB - OB = 7 - \frac{7}{2} = \frac{7}{2},$$

$$\therefore A\left(-\frac{7}{2}, 0\right).$$

(2) 如图 2 中，连接 CE、CF.

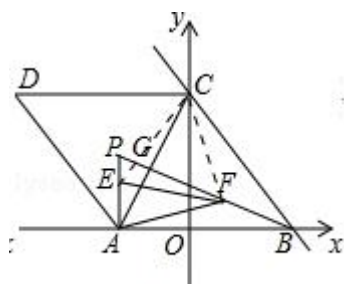


图2

$\because OA=OB, CO \perp AB,$

$\therefore AC=BC=7,$

$\therefore AB=BC=AC,$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle ACB=60^\circ,$

$\because \angle AOB=60^\circ,$

$\therefore \angle APB=\angle ACB,$

$\because \angle PAG+\angle APB=\angle AGB=\angle CBG+\angle ACB,$

$\therefore \angle PAG=\angle CBG, \because AE=BF,$

$\therefore \triangle ACR \cong \triangle BCF,$

$\therefore CE=CF, \angle ACE=\angle BCF,$

$\therefore \angle ECF=\angle ACF+\angle ACE=\angle ACF+\angle BCF=\angle ACB=60^\circ,$

$\therefore \triangle CEF$ 是等边三角形,

$\therefore \angle CFE=60^\circ, EF=FC,$

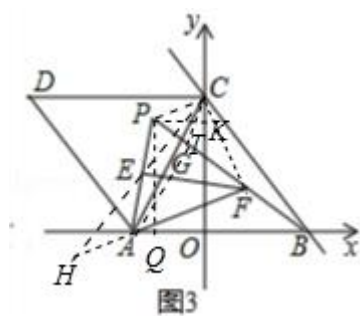
$\therefore \angle AFE=30^\circ,$

$\therefore \angle AFC=\angle AFE+\angle CFE=90^\circ,$

在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中, $AF^2+CF^2=AC^2=49,$

$\therefore AF^2+EF^2=49.$

(3) 如图 3 中, 延长 CE 交 FA 的延长线于 H , 作 $PQ \perp AB$ 于 Q , $PK \perp OC$ 于 K , 在 BP 设截取 $BT=PA$, 连接 AT 、 CT 、 CF 、 PC .



$\because \triangle CEF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle CEF=60^\circ$, $EC=CF$,
 $\because \angle AFE=30^\circ$, $\angle CEF=\angle H+\angle EFH$,
 $\therefore \angle H=\angle CEF-\angle EFH=30^\circ$,
 $\therefore \angle H=\angle EFH$,
 $\therefore EH=EF$,
 $\therefore EC=EH$,
 $\because PE=AE$, $\angle PEC=\angle AEH$,
 $\therefore \triangle CPE \cong \triangle HAE$,
 $\therefore \angle PCE=\angle H$,
 $\therefore PC \parallel FH$,
 $\because \angle CAP=\angle CBT$, $AC=BC$,
 $\therefore \triangle ACP \cong \triangle BCT$,
 $\therefore CP=CT$, $\angle ACP=\angle BCT$,
 $\therefore \angle PCT=\angle ACB=60^\circ$,
 $\therefore \triangle CPT$ 是等边三角形,
 $\therefore CT=PT$, $\angle CPT=\angle CTP=60^\circ$,
 $\because CP \parallel FH$,
 $\therefore \angle HFP=\angle CPT=60^\circ$,
 $\because \angle APB=60^\circ$,
 $\therefore \triangle APF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle CFP=\angle AFC-\angle AFP=30^\circ$,
 $\therefore \angle TCF=\angle CTP-\angle TFC=30^\circ$,
 $\therefore \angle TCF=\angle TFC$,

$$\therefore TF=TC=TP,$$

$$\therefore AT \perp PF, \text{ 设 } BF=m, \text{ 则 } AE=PE=m,$$

$$\therefore PF=AP=2m, TF=TP=m, TB=2m, BP=3m,$$

$$\text{在 Rt} \triangle APT \text{ 中, } AT=\sqrt{AP^2-TP^2}=\sqrt{3}m,$$

$$\text{在 Rt} \triangle ABT \text{ 中, } \therefore AT^2+TB^2=AB^2,$$

$$\therefore (\sqrt{3}m)^2 + (2m)^2 = 7^2,$$

$$\text{解得 } m=\sqrt{7} \text{ 或 } -\sqrt{7} \text{ (舍)},$$

$$\therefore BF=\sqrt{7}, AT=\sqrt{21}, BP=3\sqrt{7}, \sin \angle ABT = \frac{AT}{AB} = \frac{\sqrt{21}}{7},$$

$$\therefore OK=PQ=BP \cdot \sin \angle PBQ = 3\sqrt{7} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = 3\sqrt{3}, BQ = \sqrt{BP^2 - PQ^2} = 6,$$

$$\therefore OQ = BQ - BO = 6 - \frac{7}{2} = \frac{5}{2},$$

$$\therefore P \left(-\frac{5}{2}, 3\sqrt{3} \right)$$

【点评】 本题考查一次函数综合题、等边三角形的判定和性质、全等三角形的判定和性质、勾股定理、菱形的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，学会构建方程解决问题，属于中考压轴题.