

2014 年重庆市中考数学试卷 (B 卷)

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

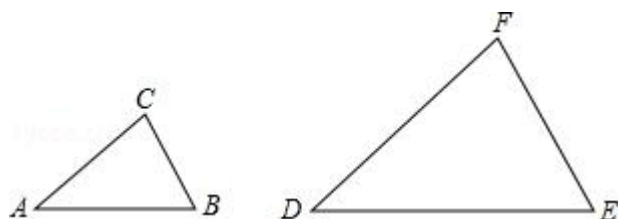
1. (4 分) (2014•重庆) 某地连续四天每天的平均气温分别是: 1°C 、 -1°C 、 0°C 、 2°C , 则平均气温中最低的是 ()

- A. -1°C B. 0°C C. 1°C D. 2°C

2. (4 分) (2014•重庆) 计算 $5x^2 - 2x^2$ 的结果是 ()

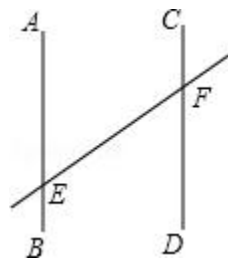
- A. 3 B. $3x$ C. $3x^2$ D. $3x^4$

3. (4 分) (2014•重庆) 如图, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 相似比为 1: 2. 若 $BC=1$, 则 EF 的长是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. (4 分) (2014•重庆) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB , CD 于点 E , F . 若 $\angle AEF=50^{\circ}$, 则 $\angle EFC$ 的大小是 ()



- A. 40° B. 50° C. 120° D. 130°

5. (4 分) (2014•重庆) 某校将举办一场“中国汉字听写大赛”, 要求各班推选一名同学参加比赛, 为此, 初三 (1) 班组织了五轮班级选拔赛, 在这五轮选拔赛中, 甲、乙两位同学的平均分都是 96 分, 甲的成绩的方差是 0.2, 乙的成绩的方差是 0.8. 根据以上数据, 下列说法正确的是 ()

- A. 甲的成绩比乙的成绩稳定 B. 乙的成绩比甲的成绩稳定
C. 甲、乙两人的成绩一样稳定 D. 无法确定甲、乙的成绩谁更稳定

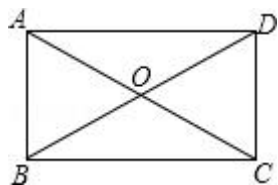
6. (4 分) (2014•重庆) 若点 $(3, 1)$ 在一次函数 $y=kx-2$ ($k \neq 0$) 的图象上, 则 k 的值是 ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 1

7. (4分) (2014•重庆) 分式方程 $\frac{4}{x+1} = \frac{3}{x}$ 的解是 ()

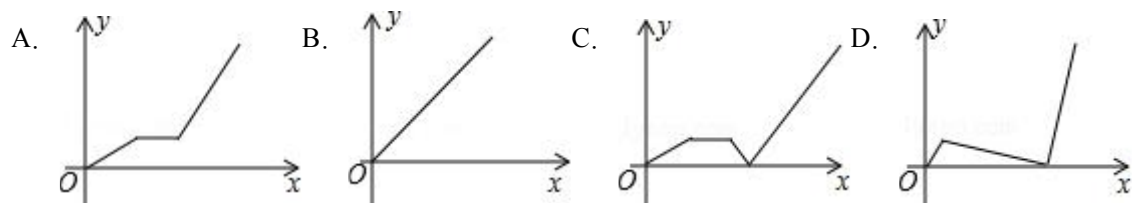
- A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=3$ D. $x=-3$

8. (4分) (2014•重庆) 如图, 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle ACB=30^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的大小为 ()

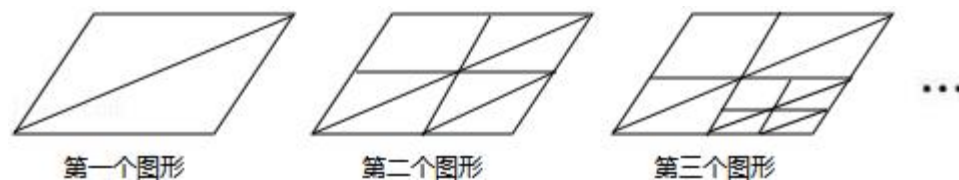


- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

9. (4分) (2014•重庆) 夏天到了, 某小区准备开放游泳池, 物业管理处安排一名清洁工对一个无水的游泳池进行清洗, 该工人先只打开一个进水管, 蓄了少量水后关闭进水管并立即进行清洗, 一段时间后, 再同时打开两个出水管将池内的水放完, 随后将两个出水管关闭, 并同时打开两个进水管将水蓄满. 已知每个进水管的进水速度与每个出水管的出水速度相同, 从工人最先打开一个进水管开始, 所用时间为 x , 游泳池内的蓄水量为 y , 则下列各图中能够反映 y 与 x 的函数关系的大致图象是 ()

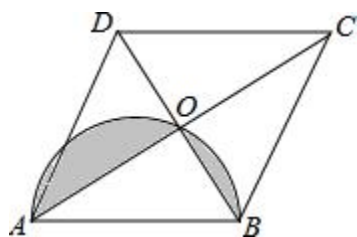


10. (4分) (2014•重庆) 下列图形都是按照一定规律组成, 第一个图形中共有 2 个三角形, 第二个图形中共有 8 个三角形, 第三个图形中共有 14 个三角形, ..., 依此规律, 第五个图形中三角形的个数是 ()



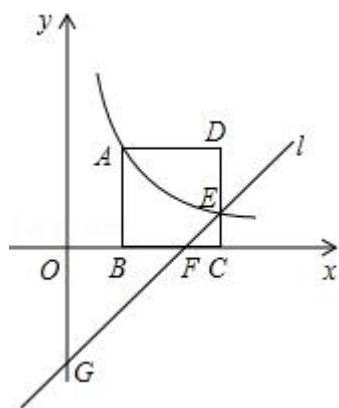
- A. 22 B. 24 C. 26 D. 28

11. (4分) (2014•重庆) 如图, 菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, $AC=8$, $BD=6$, 以 AB 为直径作一个半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()



- A. $25\pi - 6$ B. $\frac{25}{2}\pi - 6$ C. $\frac{25}{6}\pi - 6$ D. $\frac{25}{8}\pi - 6$

12. (4分) (2014•重庆) 如图, 正方形 ABCD 的顶点 B, C 在 x 轴的正半轴上, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象经过顶点 A ($m, 2$) 和 CD 边上的点 E ($n, \frac{2}{3}$), 过点 E 的直线 l 交 x 轴于点 F, 交 y 轴于点 G ($0, -2$), 则点 F 的坐标是 ()



- A. $(\frac{5}{4}, 0)$ B. $(\frac{7}{4}, 0)$ C. $(\frac{9}{4}, 0)$ D. $(\frac{11}{4}, 0)$

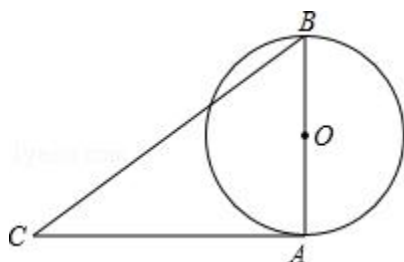
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. (4分) (2014•重庆) 实数 -12 的相反数是_____.

14. (4分) (2014•抚顺) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

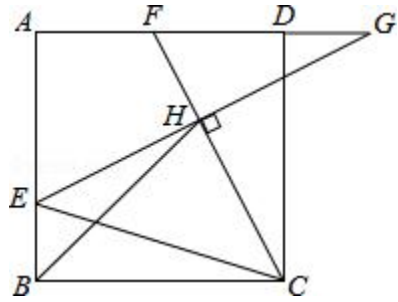
15. (4分) (2014•重庆) 在 2014 年重庆市初中毕业生体能测试中, 某校初三有 7 名同学的体能测试成绩 (单位: 分) 如下: 50, 48, 47, 50, 48, 49, 48. 这组数据的众数是_____.

16. (4分) (2014•重庆) 如图, C 为 $\odot O$ 外一点, CA 与 $\odot O$ 相切, 切点为 A, AB 为 $\odot O$ 的直径, 连接 CB. 若 $\odot O$ 的半径为 2, $\angle ABC = 60^\circ$, 则 BC = _____.



17. (4 分) (2014•重庆) 在一个不透明的盒子里装着 4 个分别标有数字 1, 2, 3, 4 的小球, 它们除数字不同外其余完全相同, 搅匀后从盒子里随机取出 1 个小球, 将小球上的数字作为 a 的值, 则使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x > 2a - 1 \\ x \leq a + 2 \end{cases}$ 只有一个整数解的概率为_____.

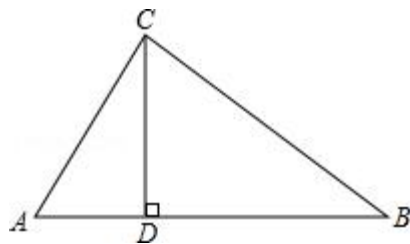
18. (4 分) (2014•重庆) 如图, 在边长为 $6\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 中, E 是 AB 边上一点, G 是 AD 延长线上一点, $BE=DG$, 连接 EG , $CF \perp EG$ 交 EG 于点 H , 交 AD 于点 F , 连接 CE , BH . 若 $BH=8$, 则 $FG=$ _____.



三、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

19. (7 分) (2014•重庆) 计算: $(-3)^2 + |-2| - 2014^0 - \sqrt{9} + (\frac{1}{2})^{-1}$.

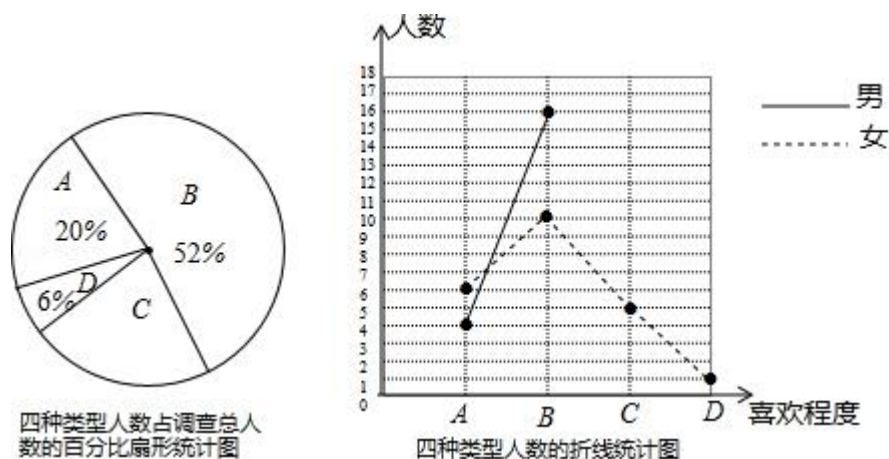
20. (7 分) (2014•重庆) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, 垂足为 D . 若 $AB=12$, $CD=6$, $\tan A = \frac{3}{2}$, 求 $\sin B + \cos B$ 的值.



四、解答题（本大题共 4 小题，每小题 10，共 40 分）

21. (10 分) (2014•重庆) 先化简，再求值： $(x-1-\frac{3}{x+1}) \div \frac{x^2+4x+4}{x+1}$ ，其中 x 是方程 $\frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{5}=0$ 的解.

22. (10 分) (2014•重庆) 重庆市某餐饮文化公司准备承办“重庆火锅美食文化节”，为了解市民对火锅的喜爱程度，该公司设计了一个调查问卷，将喜爱程度分为 A（非常喜欢）、B（喜欢）、C（不太喜欢）、D（很不喜欢）四种类型，并派业务员进行市场调查，其中一个业务员小丽在解放碑步行街对市民进行了随机调查，并根据调查结果制成了如下两幅不完整的统计图，请结合统计图所给信息解答下列问题：



(1) 在扇形统计图中 C 所占的百分比是_____；小丽本次抽样调查的人数共有_____人；
请将折线统计图补充完整；

(2) 为了解少数市民很不喜欢吃火锅的原因，小丽决定在上述调查结果中从“很不喜欢”吃火锅的市民里随机选出两位进行电话回访，请你用列表法或画树状图的方法，求所选出的两位市民恰好都是男性的概率.

23. (10 分) (2014•重庆) 某生态农业园种植的青椒除了运往市区销售外, 还可以让市民亲自去生态农业园购买. 已知今年 5 月份该青椒在市区、园区的销售价格分别为 6 元/千克、4 元/千克, 今年 5 月份一共销售了 3000 千克, 总销售额为 16000 元.

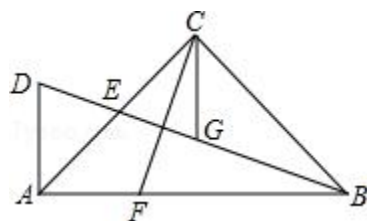
(1) 今年 5 月份该青椒在市区、园区各销售了多少千克?

(2) 6 月份是青椒产出旺季. 为了促销, 生态农业园决定 6 月份将该青椒在市区、园区的销售价格均在今年 5 月份的基础上降低 $a\%$, 预计这种青椒在市区、园区的销售将在今年 5 月份的基础上分别增长 30%、20%, 要使 6 月份该青椒的总销售额不低于 18360 元, 则 a 的最大值是多少?

24. (10 分) (2014•重庆) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC$, E 为 AC 边的中点, 过点 A 作 $AD \perp AB$ 交 BE 的延长线于点 D , CG 平分 $\angle ACB$ 交 BD 于点 G , F 为 AB 边上一点, 连接 CF , 且 $\angle ACF = \angle CBG$. 求证:

(1) $AF=CG$;

(2) $CF=2DE$.



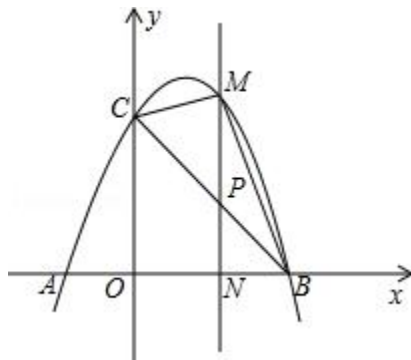
五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

25. (12 分) (2014•重庆) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴交于点 C , 连接 BC .

(1) 求 A, B, C 三点的坐标;

(2) 若点 P 为线段 BC 上一点 (不与 B, C 重合), $PM \parallel y$ 轴, 且 PM 交抛物线于点 M , 交 x 轴于点 N , 当 $\triangle BCM$ 的面积最大时, 求 $\triangle BPN$ 的周长;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 $\triangle BCM$ 的面积最大时, 在抛物线的对称轴上存在一点 Q , 使得 $\triangle CNQ$ 为直角三角形, 求点 Q 的坐标.

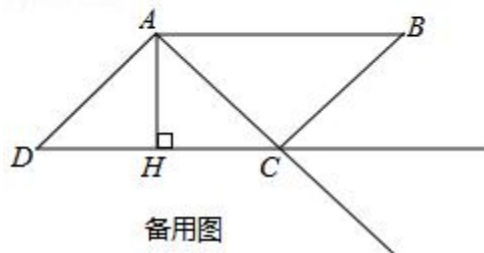
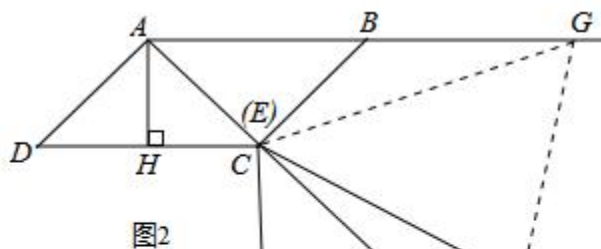
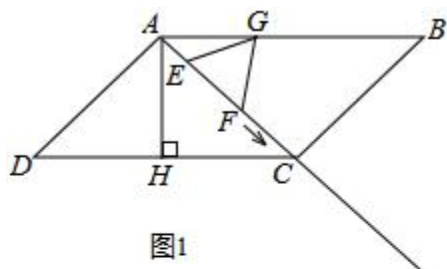


26. (12 分) (2014•重庆) 如图 1, 在 $\square ABCD$ 中, $AH \perp DC$, 垂足为 H , $AB=4\sqrt{7}$, $AD=7$, $AH=\sqrt{21}$. 现有两个动点 E, F 同时从点 A 出发, 分别以每秒 1 个单位长度、每秒 3 个单位长度的速度沿射线 AC 方向匀速运动, 在点 E, F 的运动过程中, 以 EF 为边作等边 $\triangle EFG$, 使 $\triangle EFG$ 与 $\triangle ABC$ 在射线 AC 的同侧, 当点 E 运动到点 C 时, E, F 两点同时停止运动, 设运动时间为 t 秒.

(1) 求线段 AC 的长;

(2) 在整个运动过程中, 设等边 $\triangle EFG$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , 请直接写出 S 与 t 之间的函数关系式, 并写出相应的自变量 t 的取值范围;

(3) 当等边 $\triangle EFG$ 的顶点 E 到达点 C 时, 如图 2, 将 $\triangle EFG$ 绕着点 C 旋转一个角度 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$), 在旋转过程中, 点 E 与点 C 重合, F 的对应点为 F' , G 的对应点为 G' , 设直线 $F'G'$ 与射线 DC 、射线 AC 分别相交于 M, N 两点. 试问: 是否存在点 M, N , 使得 $\triangle CMN$ 是以 $\angle MCN$ 为底角的等腰三角形? 若存在, 请求出 CM 的长度; 若不存在, 请说明理由.



2014 年重庆市中考数学试卷 (B 卷)

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

1. (4 分) (2014•重庆) 某地连续四天每天的平均气温分别是: 1°C 、 -1°C 、 0°C 、 2°C , 则平均气温中最低的是 ()

- A. -1°C B. 0°C C. 1°C D. 2°C

专题: 应用题.

分析: 根据正数大于一切负数解答.

解答: 解: $\because 1^{\circ}\text{C}$ 、 -1°C 、 0°C 、 2°C 中气温最低的是 -1°C ,
 $\therefore$ 平均气温中最低的是 -1°C .

故选 A.

点评: 本题考查了有理数的大小比较, 是基础题, 熟记正数大于一切负数是解题的关键.

2. (4 分) (2014•重庆) 计算 $5x^2 - 2x^2$ 的结果是 ()

- A. 3 B. $3x$ C. $3x^2$ D. $3x^4$

考点: 合并同类项.

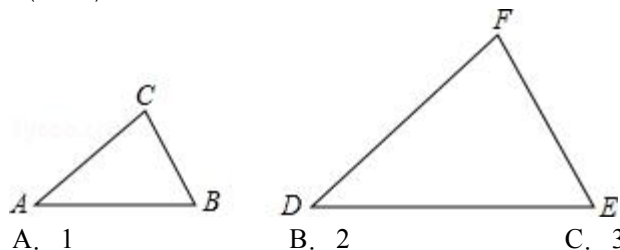
分析: 根据合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变, 进行运算即可.

解答: 解: 原式 $= 5x^2 - 2x^2$
 $= 3x^2$.

故选: C.

点评: 此题考查了合并同类项的知识, 属于基础题, 解答本题的关键是掌握合并同类项的法则.

3. (4 分) (2014•重庆) 如图, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, 相似比为 1: 2. 若 $BC=1$, 则 EF 的长是 ()



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

考点: 相似三角形的性质.

分析: 根据相似三角形对应边的比等于相似比即可求解.

解答: 解: $\because \triangle ABC \sim \triangle DEF$, 相似比为 1: 2,

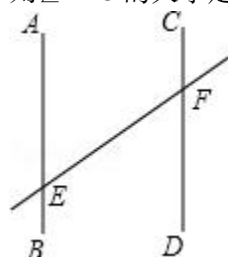
$$\therefore \frac{BC}{EF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore EF = 2BC = 2.$$

故选 B.

点评: 本题考查了相似三角形的性质: 相似三角形对应边的比等于相似比.

4. (4分) (2014•重庆) 如图, 直线 $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB, CD 于点 E, F . 若 $\angle AEF=50^\circ$, 则 $\angle EFC$ 的大小是 ()



- A. 40° B. 50° C. 120° D. 130°

考点: 平行线的性质.

分析: 根据两直线平行, 同旁内角互补列式计算即可得解.

解答: 解: $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle EFC=180^\circ - \angle AEF=180^\circ - 50^\circ=130^\circ$.
故选 D.

点评: 本题考查了平行线的性质, 熟记性质是解题的关键.

5. (4分) (2014•重庆) 某校将举办一场“中国汉字听写大赛”, 要求各班推选一名同学参加比赛, 为此, 初三 (1) 班组织了五轮班级选拔赛, 在这五轮选拔赛中, 甲、乙两位同学的平均分都是 96 分, 甲的成绩的方差是 0.2, 乙的成绩的方差是 0.8. 根据以上数据, 下列说法正确的是 ()

- A. 甲的成绩比乙的成绩稳定 B. 乙的成绩比甲的成绩稳定
C. 甲、乙两人的成绩一样稳定 D. 无法确定甲、乙的成绩谁更稳定

考点: 方差.

分析: 根据方差的意义可作出判断, 比较出甲乙的方差大小即可.

解答: 解: $\because$ 甲的成绩的方差是 0.2, 乙的成绩的方差是 0.8, $0.2 < 0.8$,
 $\therefore$ 甲的成绩比乙的成绩稳定,
故选: A.

点评: 本题考查方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

6. (4分) (2014•重庆) 若点 (3, 1) 在一次函数 $y=kx-2$ ($k \neq 0$) 的图象上, 则 k 的值是 ()

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 1

考点: 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: 把点的坐标代入函数解析式计算即可得解.

解答: 解: $\because$ 点 (3, 1) 在一次函数 $y=kx-2$ ($k \neq 0$) 的图象上,
 $\therefore 3k-2=1$,
解得 $k=1$.
故选 D.

点评: 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 准确计算是解题的关键.

7. (4分) (2014•重庆) 分式方程 $\frac{4}{x+1} = \frac{3}{x}$ 的解是 ()

- A. $x=1$ B. $x=-1$ C. $x=3$ D. $x=-3$

考点: 解分式方程.

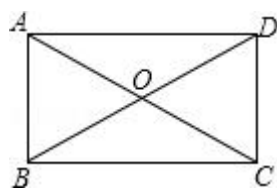
专题: 计算题.

分析: 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

解答: 解: 去分母得: $4x=3x+3$,
解得: $x=3$,
经检验 $x=3$ 是分式方程的解.
故选 C

点评: 此题考查了解分式方程, 解分式方程的基本思想是“转化思想”, 把分式方程转化为整式方程求解. 解分式方程一定要注意要验根.

8. (4分) (2014•重庆) 如图, 在矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O, $\angle ACB=30^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的大小为 ()



- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

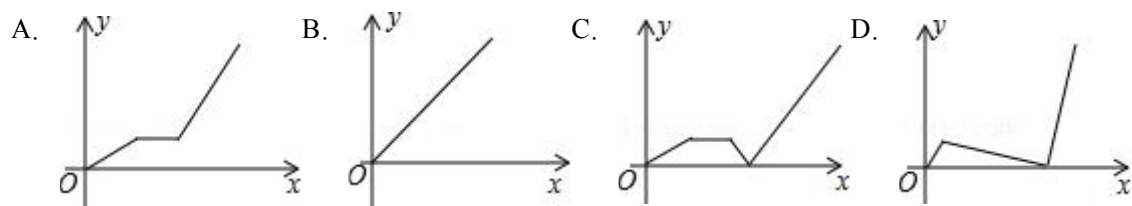
考点: 矩形的性质.

分析: 根据矩形的对角线互相平分且相等可得 $OB=OC$, 再根据等边对等角可得 $\angle OBC=\angle ACB$, 然后根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和列式计算即可得解.

解答: 解: $\because$ 矩形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O,
 $\therefore OB=OC$,
 $\therefore \angle OBC=\angle ACB=30^\circ$,
 $\therefore \angle AOB=\angle OBC+\angle ACB=30^\circ+30^\circ=60^\circ$.
故选 B.

点评: 本题考查了矩形的性质, 等边对等角的性质以及三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质, 熟记各性质是解题的关键.

9. (4分) (2014•重庆) 夏天到了, 某小区准备开放游泳池, 物业管理处安排一名清洁工对一个无水的游泳池进行清洗, 该工人先只打开一个进水管, 蓄了少量水后关闭进水管并立即进行清洗, 一段时间后, 再同时打开两个出水管将池内的水放完, 随后将两个出水管关闭, 并同时打开两个进水管将水蓄满. 已知每个进水管的进水速度与每个出水管的出水速度相同, 从工人最先打开一个进水管开始, 所用时间为 x , 游泳池内的蓄水量为 y , 则下列各图中能够反映 y 与 x 的函数关系的大致图象是 ()



考点: 函数的图象.

分析: 根据题目中叙述的过程, 开始打开一个进水管, 游泳池内的蓄水量逐渐增多; 一段时间后, 再同时打开两个出水管将池内的水放完, 游泳池内的蓄水量逐渐减少直到水量为 0, 并且时间比开始用的少; 随后将两个出水管关闭, 并同时打开两个进水管将水蓄满, 游泳池内的蓄水量增多.

解答: 解: 开始打开一个进水管, 游泳池内的蓄水量逐渐增多;
一段时间后, 再同时打开两个出水管将池内的水放完, 游泳池内的蓄水量逐渐减少直到水量为 0, 并且时间比开始用的少;
随后将两个出水管关闭, 并同时打开两个进水管将水蓄满, 游泳池内的蓄水量增多,
故选: C.

点评: 此题考查了函数图象. 关键是能够根据叙述来分析变化过程.

10. (4 分) (2014•重庆) 下列图形都是按照一定规律组成, 第一个图形中共有 2 个三角形, 第二个图形中共有 8 个三角形, 第三个图形中共有 14 个三角形, ..., 依此规律, 第五个图形中三角形的个数是 ()



- A. 22 B. 24 C. 26 D. 28

考点: 规律型: 图形的变化类.

分析: 仔细观察图形, 找到图形变化的规律, 利用发现的规律解题即可.

解答: 解: 第一个图形有 $2+6 \times 0=2$ 个三角形;

第二个图形有 $2+6 \times 1=8$ 个三角形;

第三个图形有 $2+6 \times 2=14$ 个三角形;

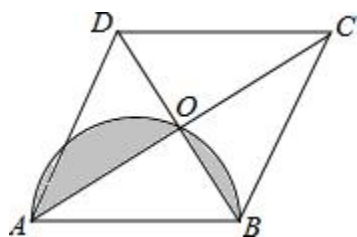
...

第五个图形有 $2+6 \times 4=26$ 个三角形;

故选 C.

点评: 本题考查了图形的变化类问题, 解题的关键是仔细观察图形, 发现图形变化的规律.

11. (4 分) (2014•重庆) 如图, 菱形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, $AC=8$, $BD=6$, 以 AB 为直径作一个半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $25\pi - 6$

B. $\frac{25}{2}\pi - 6$

C. $\frac{25}{6}\pi - 6$

D. $\frac{25}{8}\pi - 6$

考点: 菱形的性质；勾股定理.

分析: 根据菱形的对角线互相垂直平分求出 OA、OB，再利用勾股定理列式求出 AB，然后根据阴影部分的面积等于半圆的面积减去 $\triangle AOB$ 的面积，列式计算即可得解，

解答: 解：∵ 菱形 ABCD 中，AC=8，BD=6，

$$\therefore AC \perp BD \text{ 且 } OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4,$$

$$OB = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

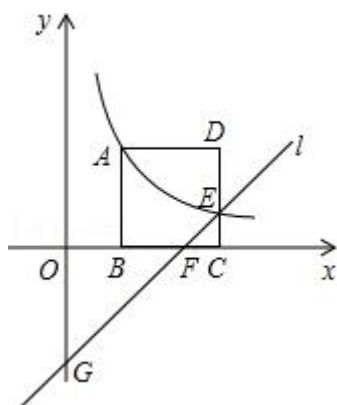
$$\text{由勾股定理得, } AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5,$$

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{25}{8}\pi - 6.$$

故选 D.

点评: 本题考查了菱形的性质，勾股定理，主要利用了菱形的对角线互相垂直平分的性质，熟记性质并观察出阴影部分的面积的表示是解题的关键.

12. (4分) (2014•重庆) 如图，正方形 ABCD 的顶点 B，C 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限的图象经过顶点 A ($m, 2$) 和 CD 边上的点 E ($n, \frac{2}{3}$)，过点 E 的直线 l 交 x 轴于点 F，交 y 轴于点 G ($0, -2$)，则点 F 的坐标是 ()



A. $(\frac{5}{4}, 0)$

B. $(\frac{7}{4}, 0)$

C. $(\frac{9}{4}, 0)$

D. $(\frac{11}{4}, 0)$

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 计算题.

分析: 由 A (m, 2) 得到正方形的边长为 2, 则 BC=2, 所以 n=2+m, 根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $k=2 \cdot m = \frac{2}{3} (2+m)$, 解得 m=1, 则 E 点坐标为 $(3, \frac{2}{3})$, 然后利用待定系数法确定直线 GF 的解析式为 $y = -\frac{8}{9}x - 2$, 再求 y=0 时对应自变量的值, 从而得到点 F 的坐标.

解答: 解: $\because$ 正方形的顶点 A (m, 2),

$\therefore$ 正方形的边长为 2,

$\therefore$ BC=2,

而点 E (n, $\frac{2}{3}$),

$\therefore$ n=2+m, 即 E 点坐标为 $(2+m, \frac{2}{3})$,

$\therefore k=2 \cdot m = \frac{2}{3} (2+m)$, 解得 m=1,

$\therefore$ E 点坐标为 $(3, \frac{2}{3})$,

设直线 GF 的解析式为 y=ax+b,

把 E $(3, \frac{2}{3})$, G (0, -2) 代入得 $\begin{cases} 3a+b=\frac{2}{3} \\ b=-2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=-\frac{8}{9} \\ b=-2 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 GF 的解析式为 $y = -\frac{8}{9}x - 2$,

当 y=0 时, $-\frac{8}{9}x - 2 = 0$, 解得 $x = -\frac{9}{4}$,

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(-\frac{9}{4}, 0)$.

故选: C.

点评: 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题: 反比例函数与一次函数图象的交点坐标满足两函数解析式. 也考查了待定系数法求函数解析式.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. (4 分) (2014•重庆) 实数 -12 的相反数是 12.

考点: 实数的性质.

分析: 根据只有符号不同的两数叫做互为相反数解答.

解答: 解: 实数 -12 的相反数是 12.

故答案为: 12.

点评: 本题考查了实数的性质, 熟记相反数的定义是解题的关键.

14. (4 分) (2014•抚顺) 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $x \neq 2$.

考点: 函数自变量的取值范围; 分式有意义的条件.

专题：计算题.

分析：求函数自变量的取值范围，就是求函数解析式有意义的条件，分式有意义的条件是：分母不为 0.

解答：解：要使分式有意义，即： $x - 2 \neq 0$,

解得： $x \neq 2$.

故答案为： $x \neq 2$.

点评：本题主要考查函数自变量的取值范围，考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0.

15. (4 分) (2014•重庆) 在 2014 年重庆市初中毕业生体能测试中，某校初三有 7 名同学的体能测试成绩（单位：分）如下：50，48，47，50，48，49，48. 这组数据的众数是__48__.

考点：众数.

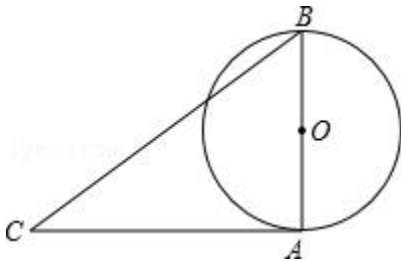
分析：利用众数的定义求解. 找出数据中出现次数最多的数即可.

解答：解：数据 48 出现了三次最多为众数.

故答案为 48.

点评：考查了众数的定义，一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 它反映了一组数据的多数水平，一组数据的众数可能不是唯一的.

16. (4 分) (2014•重庆) 如图，C 为 $\odot O$ 外一点，CA 与 $\odot O$ 相切，切点为 A，AB 为 $\odot O$ 的直径，连接 CB. 若 $\odot O$ 的半径为 2， $\angle ABC = 60^\circ$ ，则 $BC =$ __8__.



考点：切线的性质；含 30 度角的直角三角形.

分析：由 CA 与 $\odot O$ 相切知 $\angle BAC = 90^\circ$ ，运用在 $RT\triangle BAC$ 中， 30° 的角对的直角边是斜边的一半求解.

解答：解： $\because$ CA 与 $\odot O$ 相切，切点为 A，AB 为 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

$\because \angle ABC = 60^\circ$ ， $\odot O$ 的半径为 2，

$\therefore$ 在 $RT\triangle BAC$ 中， $\angle C = 30^\circ$ ， $AB = 4$ ，

$\therefore BC = 2AB = 2 \times 4 = 8$.

故答案为： 8.

点评：本题考查了切线的性质及含 30° 角的直角三角形的知识，解题的关键是利用切线的性质得出 $\triangle BAC$ 是直角三角形.

17. (4分) (2014•重庆) 在一个不透明的盒子里装着4个分别标有数字1, 2, 3, 4的小球, 它们除数字不同外其余完全相同, 搅匀后从盒子里随机取出1个小球, 将小球上的数字作为a的值, 则使关于x的不等式组 $\begin{cases} x > 2a-1 \\ x \leq a+2 \end{cases}$ 只有一个整数解的概率为 $\frac{1}{4}$.

考点: 概率公式; 一元一次不等式组的整数解.

分析: 根据不等式组只有一个整数解可知较大的数比较小的数大1, 列出方程求出a的值, 再根据概率公式列式计算即可得解.

解答: 解: $\because$ 不等式组 $\begin{cases} x > 2a-1 \\ x \leq a+2 \end{cases}$ 只有一个整数解,

$$\therefore (a+2) - (2a-1) = 1,$$

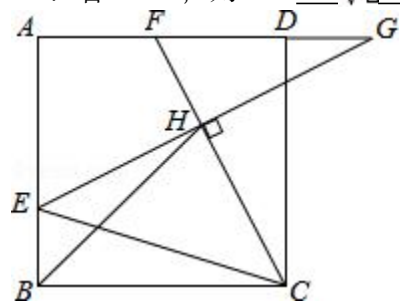
解得 $a=2$,

$$\therefore P = \frac{1}{4}.$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

点评: 本题阿空出来概率公式, 一元一次不等式组的正整数解, 理解整数(a+2)比(2a-1)大1列出方程是解题的关键.

18. (4分) (2014•重庆) 如图, 在边长为 $6\sqrt{2}$ 的正方形ABCD中, E是AB边上一点, G是AD延长线上一点, BE=DG, 连接EG, CF $\perp$ EG交EG于点H, 交AD于点F, 连接CE, BH. 若BH=8, 则FG= $5\sqrt{2}$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 等腰直角三角形; 正方形的性质; 相似三角形的判定与性质.

分析: 如解答图, 连接CG, 首先证明 $\triangle CGD \cong \triangle CEB$, 得到 $\triangle GCE$ 是等腰直角三角形; 过点H作AB、BC的垂线, 垂足分别为点M、N, 进而证明 $\triangle HEM \cong \triangle HCN$, 得到四边形MBNH为正方形, 由此求出CH、HN、CN的长度; 最后利用相似三角形 $Rt\triangle HCN \sim Rt\triangle GFH$, 求出FG的长度.

解答: 解: 如右图所示, 连接CG.

在 $\triangle CGD$ 与 $\triangle CEB$ 中

$$\begin{cases} BE=DG \\ \angle EBC=\angle GDC=90^\circ \\ BC=DC \end{cases}$$

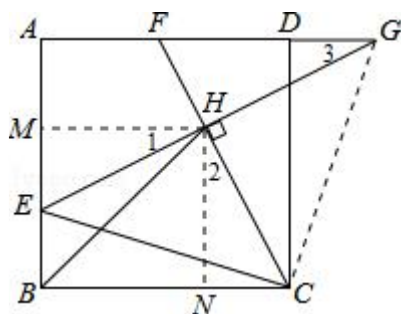
$\therefore \triangle CGD \cong \triangle CEB$ (SAS),

$\therefore CG=CE$, $\angle GCD=\angle ECB$,

$\therefore \angle GCE=90^\circ$, 即 $\triangle GCE$ 是等腰直角三角形.

又 $\because CH \perp GE$,
 $\therefore CH=EH=GH$.
 过点 H 作 AB、BC 的垂线, 垂足分别为点 M、N, 则 $\angle MHN=90^\circ$,
 又 $\because \angle EHC=90^\circ$,
 $\therefore \angle 1=\angle 2$,
 $\therefore \angle HEM=\angle HCN$.
 在 $\triangle HEM$ 与 $\triangle HCN$ 中,

$$\begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ EH=CH \\ \angle HEM=\angle HCN \end{cases}$$
 $\therefore \triangle HEM \cong \triangle HCN$ (ASA).
 $\therefore HM=HN$,
 $\therefore$ 四边形 MBNH 为正方形.
 $\because AH=8$, $\therefore BN=HN=4\sqrt{2}$,
 $\therefore CN=BC-BN=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.
 在 Rt $\triangle HCN$ 中, 由勾股定理得: $CH=2\sqrt{10}$.
 $\therefore GH=CH=2\sqrt{10}$.
 $\because HM \parallel AG$, $\therefore \angle 1=\angle 3$,
 $\therefore \angle 2=\angle 3$. 又 $\because \angle HNC=\angle GHF=90^\circ$,
 $\therefore \text{Rt}\triangle HCN \sim \text{Rt}\triangle GFH$.
 $\therefore \frac{CH}{FG} = \frac{HN}{GH}$, 即 $\frac{2\sqrt{10}}{FG} = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{10}}$,
 $\therefore FG=5\sqrt{2}$.
 故答案为: $5\sqrt{2}$.



点评: 本题是几何综合题, 考查了全等三角形、相似三角形、正方形、等腰直角三角形、勾股定理等重要知识点, 难度较大. 作出辅助线构造全等三角形与相似三角形, 是解决本题的关键.

三、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 7 分, 共 14 分)

19. (7 分) (2014·重庆) 计算: $(-3)^2 + |-2| - 2014^0 - \sqrt{9} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂.

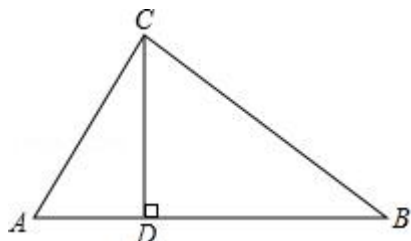
分析: 分别根据 0 指数幂及负整数指数幂的运算法则、数的乘方法则及绝对值的性质计算出各数, 再根据实数混合运算的法则进行计算即可.

解答: 解: 原式 $=9+2-1-3+2$

=9.

点评: 本题考查的是实数的运算, 熟知 0 指数幂及负整数指数幂的运算法则、数的乘方法则及绝对值的性质是解答此题的关键.

20. (7 分) (2014•重庆) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, 垂足为 D. 若 $AB=12$, $CD=6$, $\tan A = \frac{3}{2}$, 求 $\sin B + \cos B$ 的值.



考点: 解直角三角形; 勾股定理.

分析: 先在 $Rt\triangle ACD$ 中, 由正切函数的定义得 $\tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{2}$, 求出 $AD=4$, 则 $BD=AB-AD=8$, 再解 $Rt\triangle BCD$, 由勾股定理得 $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = 10$, $\sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{5}$, 由此求出 $\sin B + \cos B = \frac{7}{5}$.

解答: 解: 在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\because \angle ADC = 90^\circ$,

$$\therefore \tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{6}{AD} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore AD = 4,$$

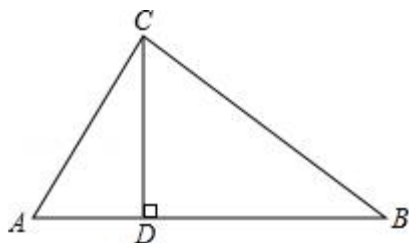
$$\therefore BD = AB - AD = 12 - 4 = 8.$$

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\because \angle BDC = 90^\circ$, $BD=8$, $CD=6$,

$$\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = 10,$$

$$\therefore \sin B = \frac{CD}{BC} = \frac{3}{5}, \quad \cos B = \frac{BD}{BC} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore \sin B + \cos B = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}.$$



点评: 本题考查了解直角三角形, 锐角三角函数的定义, 勾股定理, 难度适中.

四、解答题 (本大题共 4 小题, 每小题 10, 共 40 分)

21. (10 分) (2014•重庆) 先化简, 再求值: $(x-1-\frac{3}{x+1}) \div \frac{x^2+4x+4}{x+1}$, 其中 x 是方程 $\frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{5}=0$ 的解.

考点: 分式的化简求值; 解一元一次方程.

专题: 计算题.

分析: 原式括号中两项通分并利用同分母分式的减法法则计算, 同时利用除法法则变形, 约分得到最简结果, 求出已知方程的解得到 x 的值, 代入计算即可求出值.

解答: 解: 原式

$$= \frac{(x+1)(x-1)-3}{x+1} \div \frac{(x+2)^2}{x+1} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+1} \cdot \frac{x+1}{(x+2)^2} = \frac{x-2}{x+2},$$

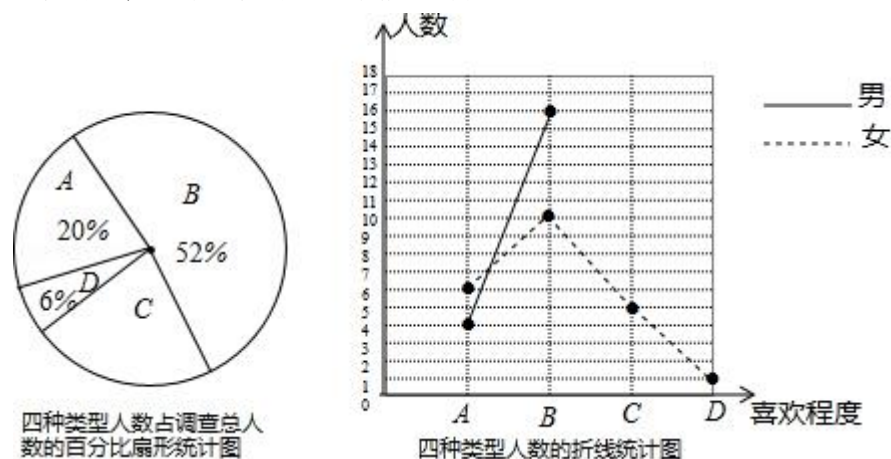
方程去分母得: $5x-5-2x+4=0$,

解得: $x=\frac{1}{3}$,

$$\text{当 } x=\frac{1}{3} \text{ 时, 原式} = \frac{\frac{1}{3}-2}{\frac{1}{3}+2} = -\frac{5}{7}.$$

点评: 此题考查了分式的化简求值, 以及解一元一次方程, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

22. (10 分) (2014•重庆) 重庆市某餐饮文化公司准备承办“重庆火锅美食文化节”, 为了解市民对火锅的喜爱程度, 该公司设计了一个调查问卷, 将喜爱程度分为 A (非常喜欢)、B (喜欢)、C (不太喜欢)、D (很不喜欢) 四种类型, 并派业务员进行市场调查, 其中一个业务员小丽在解放碑步行街对市民进行了随机调查, 并根据调查结果制成了如下两幅不完整的统计图, 请结合统计图所给信息解答下列问题:



(1) 在扇形统计图中 C 所占的百分比是 22%; 小丽本次抽样调查的人数共有 50 人; 请将折线统计图补充完整;

(2) 为了解少数市民很不喜欢吃火锅的原因, 小丽决定在上述调查结果中从“很不喜欢”吃火锅的市民里随机选出两位进行电话回访, 请你用列表法或画树状图的方法, 求所选出的两位市民恰好都是男性的概率.

考点：折线统计图；扇形统计图；列表法与树状图法.

分析：（1）用整体 1 减去 A、B、D 所占的百分比，剩下的就是图中 C 所占的百分比；用非常喜欢吃火锅的人数除以所占的百分比，求出本次抽样调查的总人数，再分别求出不喜欢吃火锅的男生和很不喜欢吃火锅的男生，从而补全统计图；

（2）先根据题意画出树状图，再根据概率公式即可求出答案.

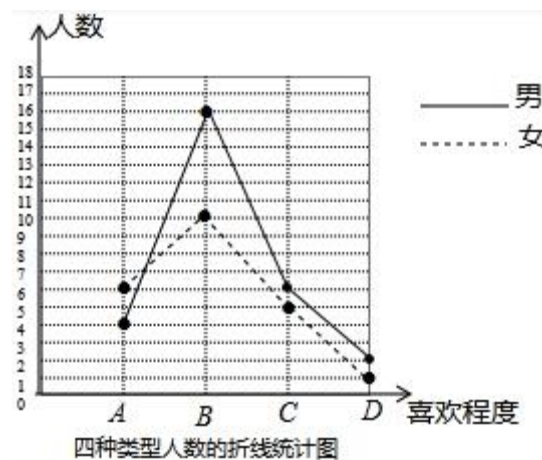
解答：解：（1）在扇形统计图中 C 所占的百分比是： $1 - 20\% - 52\% - 6\% = 22\%$ ；

小丽本次抽样调查的共有人数是： $\frac{4+6}{20\%} = 50$ （人）；

不喜欢吃火锅的男生有： $50 \times 22\% - 5 = 6$ （人），

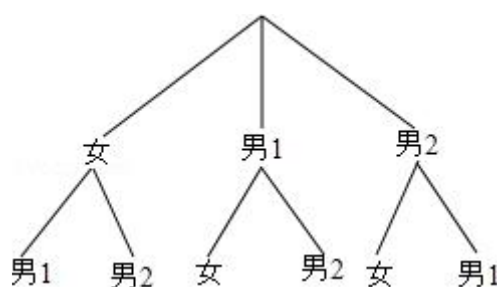
很不喜欢吃火锅的男生有： $50 \times 6\% - 1 = 2$ （人），

补图如下：



故答案为：22%，50；

（2）根据题意画图如下：



共有 6 中情况，选出的两位市民恰好都是男性的概率是 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

点评：此题考查了折线统计图和扇形统计图以及概率的求法，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

23. (10 分) (2014•重庆) 某生态农业园种植的青椒除了运往市区销售外，还可以让市民亲自去生态农业园购买．已知今年 5 月份该青椒在市区、园区的销售价格分别为 6 元/千克、4 元/千克，今年 5 月份一共销售了 3000 千克，总销售额为 16000 元．

(1) 今年 5 月份该青椒在市区、园区各销售了多少千克？

(2) 6 月份是青椒产出旺季. 为了促销, 生态农业园决定 6 月份将该青椒在市区、园区的销售价格均在今年 5 月份的基础上降低 $a\%$, 预计这种青椒在市区、园区的销售将在今年 5 月份的基础上分别增长 30% 、 20% , 要使 6 月份该青椒的总销售额不低于 18360 元, 则 a 的最大值是多少?

考点: 一元一次不等式的应用; 一元一次方程的应用.

分析: (1) 设在市区销售了 x 千克, 则在园区销售了 $(3000 - x)$ 千克, 根据等量关系: 总销售额为 16000 元列出方程求解即可;

(2) 题目中的不等关系是: 6 月份该青椒的总销售额不低于 18360 元列出不等式求解即可.

解答: 解: (1) 设在市区销售了 x 千克, 则在园区销售了 $(3000 - x)$ 千克, 则

$$6x + 4(3000 - x) = 16000,$$

$$\text{解得 } x = 2000,$$

$$3000 - x = 1000.$$

故今年 5 月份该青椒在市区销售了 2000 千克, 在园区销售了 1000 千克.

$$(2) \text{ 依题意有 } 6(1 - a\%) \times 2000(1 + 30\%) + 4(1 - a\%) \times 1000(1 + 20\%) \geq 18360, \\ 20400(1 - a\%) \geq 18360,$$

$$1 - a\% \geq 0.9,$$

$$a \leq 10.$$

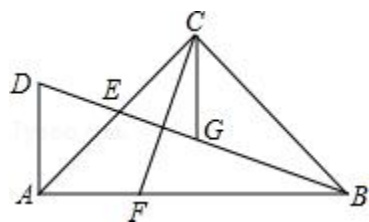
故 a 的最大值是 10.

点评: 考查了一元一次方程的应用和一元一次不等式的应用. 解决问题的关键是读懂题意, 找到关键描述语, 找到所求的量的等量关系.

24. (10 分) (2014·重庆) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, E 为 AC 边的中点, 过点 A 作 $AD \perp AB$ 交 BE 的延长线于点 D , CG 平分 $\angle ACB$ 交 BD 于点 G , F 为 AB 边上一点, 连接 CF , 且 $\angle ACF = \angle CBG$. 求证:

(1) $AF = CG$;

(2) $CF = 2DE$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 等腰直角三角形.

专题: 证明题.

分析: (1) 要证 $AF = CG$, 只需证明 $\triangle AFC \cong \triangle CBG$ 即可.

(2) 延长 CG 交 AB 于 H , 则 $CH \perp AB$, H 平分 AB , 继而证得 $CH \parallel AD$, 得出 $DG = BG$ 和 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CGE$ 全等, 从而证得 $CF = 2DE$.

解答: 证明: (1) $\because \angle ACB = 90^\circ$, CG 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \angle ACG = \angle BCG = 45^\circ,$$

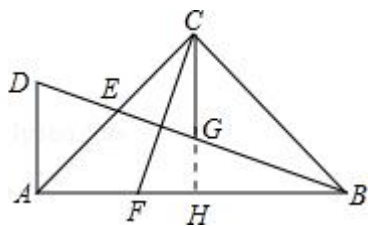
$$\text{又 } \because \angle ACB = 90^\circ, AC = BC,$$

$\therefore \angle CAF = \angle CBF = 45^\circ$,
 $\therefore \angle CAF = \angle BCG$,
 在 $\triangle AFC$ 与 $\triangle CGB$ 中,

$$\begin{cases} \angle ACF = \angle CBG \\ \angle CAF = \angle BCG, \\ AC = BC \end{cases}$$
 $\therefore \triangle AFC \cong \triangle CGB \text{ (AAS)},$
 $\therefore AF = CG;$

(2) 延长 CG 交 AB 于 H ,
 $\therefore CG$ 平分 $\angle ACB$, $AC = BC$,
 $\therefore CH \perp AB$, CH 平分 AB ,
 $\therefore AD \perp AB$,
 $\therefore AD \parallel CG$,
 在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CGE$ 中,

$$\begin{cases} \angle AED = \angle CEG \\ \angle D = \angle EGC, \\ AE = CE \end{cases}$$
 $\therefore \triangle ADE \cong \triangle CGE \text{ (AAS)},$
 $\therefore DE = GE$,
 即 $DG = 2DE$,
 $\therefore AD \parallel CG$, AH 平分 AB ,
 $\therefore DG = BG$,
 $\therefore \triangle AFC \cong \triangle CGB$,
 $\therefore CF = BG$,
 $\therefore CF = 2DE.$

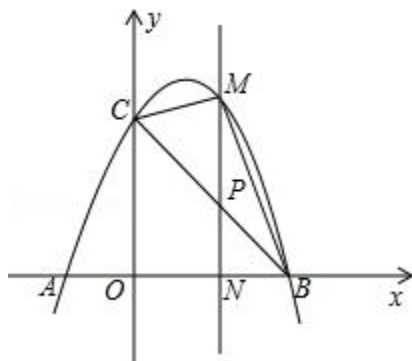


点评: 本题考查了三角形全等的判定和性质、等腰三角形的性质、平行线的判定及性质，三角形全等是解本题的关键.

五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

25. (12 分) (2014•重庆) 如图, 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A , B 两点 (点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴交于点 C , 连接 BC .

- (1) 求 A , B , C 三点的坐标;
- (2) 若点 P 为线段 BC 上一点 (不与 B , C 重合), $PM \parallel y$ 轴, 且 PM 交抛物线于点 M , 交 x 轴于点 N , 当 $\triangle BCM$ 的面积最大时, 求 $\triangle BPN$ 的周长;
- (3) 在 (2) 的条件下, 当 $\triangle BCM$ 的面积最大时, 在抛物线的对称轴上存在一点 Q , 使得 $\triangle CNQ$ 为直角三角形, 求点 Q 的坐标.



考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 依据抛物线的解析式直接求得 C 的坐标, 令 $y=0$ 解方程即可求得 A、B 点的坐标;

(2) 求出 $\triangle BCM$ 面积的表达式, 这是一个二次函数, 求出其取最大值的条件; 然后利用勾股定理求出 $\triangle BPN$ 的周长;

(3) 如解答图, $\triangle CNQ$ 为直角三角形, 分三种情况:

①点 Q 为直角顶点, 作 $\text{Rt}\triangle CNO$ 的外接圆, 由圆周角定理可知, 其与对称轴的两个交点即为所求;

②点 N 为直角顶点;

③点 C 为直角顶点.

解答: 解: (1) 由抛物线的解析式 $y = -x^2 + 2x + 3$,

$$\therefore C(0, 3),$$

$$\text{令 } y=0, -x^2 + 2x + 3 = 0, \text{ 解得 } x=3 \text{ 或 } x=-1;$$

$$\therefore A(-1, 0), B(3, 0).$$

(2) 设直线 BC 的解析式为: $y=kx+b$, 则有:

$$\begin{cases} 3k+b=0 \\ b=3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=-1 \\ b=3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 BC 的解析式为: } y = -x + 3.$$

$$\text{设 } P(x, -x+3), \text{ 则 } M(x, -x^2+2x+3),$$

$$\therefore PM = (-x^2+2x+3) - (-x+3) = -x^2+3x.$$

$$\therefore S_{\triangle BCM} = S_{\triangle PMC} + S_{\triangle PMB} = \frac{1}{2}PM \cdot (x_P - x_C) + \frac{1}{2}PM \cdot (x_B - x_P) = \frac{1}{2}PM \cdot (x_B - x_C) = \frac{3}{2}PM.$$

$$\therefore S_{\triangle BCM} = \frac{3}{2}(-x^2+3x) = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}.$$

$$\therefore \text{当 } x = \frac{3}{2} \text{ 时, } \triangle BCM \text{ 的面积最大.}$$

$$\text{此时 } P\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right), \therefore PN = ON = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore BN = OB - ON = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BPN \text{ 中, 由勾股定理得: } PB = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

$$C_{\triangle BCN} = BN + PN + PB = 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

∴ 当 $\triangle BCM$ 的面积最大时, $\triangle BPN$ 的周长为 $3 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

$$(3) \because y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$$

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$.

在 $Rt\triangle CNO$ 中, $OC=3$, $ON=\frac{3}{2}$, 由勾股定理得: $CN=\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

设点 D 为 CN 中点, 则 $D(\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$, $CD=ND=\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

如解答图, $\triangle CNQ$ 为直角三角形,

①若点 Q 为直角顶点.

作 $Rt\triangle CNO$ 的外接圆 $\odot D$, 与对称轴交于 Q_1 、 Q_2 两点, 由圆周角定理可知, Q_1 、 Q_2 两点符合题意.

连接 Q_1D , 则 $Q_1D=CD=ND=\frac{3\sqrt{5}}{4}$.

过点 $D(\frac{3}{4}, \frac{3}{2})$ 作对称轴的垂线, 垂足为 E ,

则 $E(1, \frac{3}{2})$, $Q_1E=Q_2E$, $DE=1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

在 $Rt\triangle Q_1DE$ 中, 由勾股定理得:

$$Q_1E = \sqrt{Q_1D^2 - DE^2} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

∴ $Q_1(1, \frac{3+\sqrt{11}}{2})$, $Q_2(1, \frac{3-\sqrt{11}}{2})$;

②若点 N 为直角顶点.

过点 N 作 $NF \perp CN$, 交对称轴于点 Q_3 , 交 y 轴于点 F .

易证 $Rt\triangle NFO \sim Rt\triangle CNO$, 则 $\frac{OF}{ON} = \frac{ON}{OC}$, 即 $\frac{OF}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{3}$ 解得 $OF = \frac{3}{4}$.

∴ $F(0, -\frac{3}{4})$, 又 $N(\frac{3}{2}, 0)$,

∴ 可求得直线 FN 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$.

当 $x=1$ 时, $y = -\frac{1}{4}$,

∴ $Q_3(1, -\frac{1}{4})$;

③当点 C 为直角顶点时.

过点 C 作 $Q_4C \perp CN$, 交对称轴于点 Q_4 .

∵ $Q_4C \parallel FN$, ∴ 可设直线 Q_4C 的解析式为: $y = \frac{1}{2}x + b$,

∵点 C (0, 3) 在该直线上, ∴b=3.

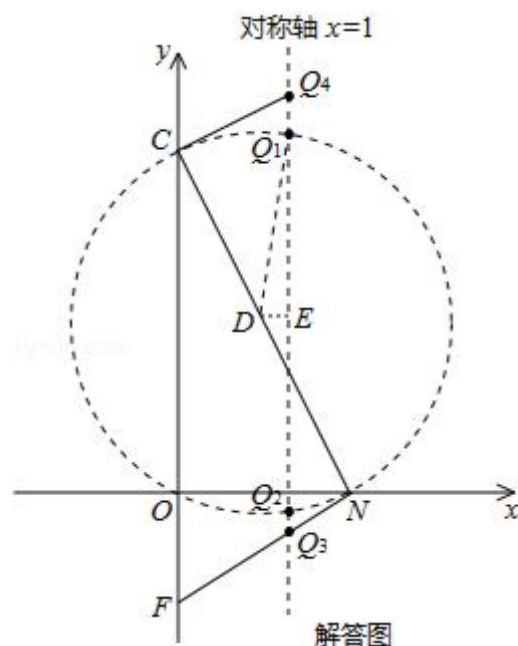
∴直线 Q₄C 的解析式为: $y = -\frac{1}{2}x + 3$,

当 x=1 时, $y = \frac{7}{2}$,

∴Q₄ (1, $\frac{7}{2}$).

综上所述, 满足条件的点 Q 有 4 个,

其坐标分别为: Q₁ (1, $\frac{3+\sqrt{11}}{2}$), Q₂ (1, $\frac{3-\sqrt{11}}{2}$), Q₃ (1, $-\frac{1}{4}$), Q₄ (1, $\frac{7}{2}$).



点评: 本题是二次函数综合题, 难度较大. 解题过程中有若干解题技巧需要认真掌握:

- ①第 (2) 问中求 $\triangle BCM$ 面积表达式的方法;
- ②第 (3) 问中确定点 Q 的方法;
- ③第 (3) 问中求点 Q 坐标的方法.

26. (12 分) (2014•重庆) 如图 1, 在 $\square ABCD$ 中, $AH \perp DC$, 垂足为 H, $AB=4\sqrt{7}$, $AD=7$, $AH=\sqrt{21}$. 现有两个动点 E, F 同时从点 A 出发, 分别以每秒 1 个单位长度、每秒 3 个单位长度的速度沿射线 AC 方向匀速运动, 在点 E, F 的运动过程中, 以 EF 为边作等边 $\triangle EFG$, 使 $\triangle EFG$ 与 $\triangle ABC$ 在射线 AC 的同侧, 当点 E 运动到点 C 时, E, F 两点同时停止运动, 设运动时间为 t 秒.

(1) 求线段 AC 的长;

(2) 在整个运动过程中, 设等边 $\triangle EFG$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S, 请直接写出 S 与 t 之间的函数关系式, 并写出相应的自变量 t 的取值范围;

(3) 当等边 $\triangle EFG$ 的顶点 E 到达点 C 时, 如图 2, 将 $\triangle EFG$ 绕着点 C 旋转一个角度 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$), 在旋转过程中, 点 E 与点 C 重合, F 的对应点为 F', G 的对应点为 G', 设直线 F'G' 与射线 DC、射线 AC 分别相交于 M, N 两点. 试问: 是否存在点 M, N, 使得 $\triangle CMN$ 是以 $\angle MCN$ 为底角的等腰三角形? 若存在, 请求出 CM 的长度; 若不存在, 请说明理由.

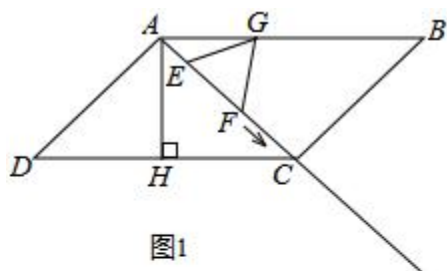


图1

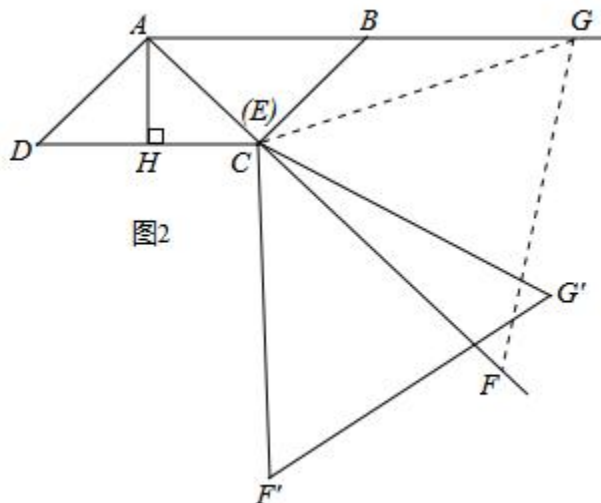
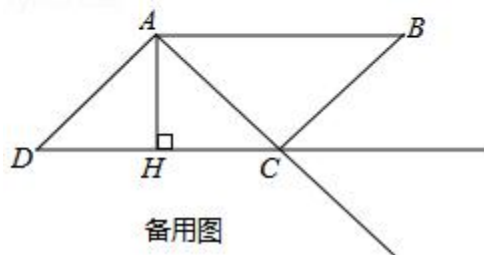


图2



备用图

考点: 几何变换综合题.

分析: (1) 利用平行四边形性质、勾股定理, 求出 DH、CH 的长度, 可以判定 $\triangle ACD$ 为等腰三角形, 则 $AC=AD=7$;

(2) 首先证明点 G 始终在直线 AB 上, 然后分析运动过程, 求出不同时间段内 S 的表达式:

①当 $0 \leq t \leq \frac{7}{3}$ 时, 如答图 2-1 所示, 等边 $\triangle EFG$ 在 $\triangle$ 内部;

②当 $\frac{7}{3} < t \leq 4$ 时, 如答图 2-2 所示, 点 G 在线段 AB 上, 点 F 在 AC 的延长线上;

③当 $4 < t \leq 7$ 时, 如答图 2-3 所示, 点 G、F 分别在 AB、AC 的延长线上, 点 E 在线段 AC 上.

(3) 因为 $\angle MCN$ 为等腰三角形的底角, 因此只可能有两种情形:

①若点 N 为等腰三角形的顶点, 如答图 3-1 所示;

②若点 M 为等腰三角形的顶点, 如答图 3-2 所示.

解答: 解: (1) $\because \square ABCD$, $\therefore CD=AB=4\sqrt{7}$.

在 $Rt\triangle ADH$ 中, 由勾股定理得: $DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=\sqrt{49-21}=2\sqrt{7}$,

$\therefore CH=DH$.

$\therefore AC=AD=7$.

(2) 在运动过程中, $AE=t$, $AF=3t$, $\therefore$ 等边 $\triangle EFG$ 的边长 $EF=EG=GF=2t$.

如答图 1, 过点 G 作 $GP \perp AC$ 于点 P, 则 $EP=\frac{1}{2}EG=t$, $GP=\frac{\sqrt{3}}{2}EG=\sqrt{3}t$.

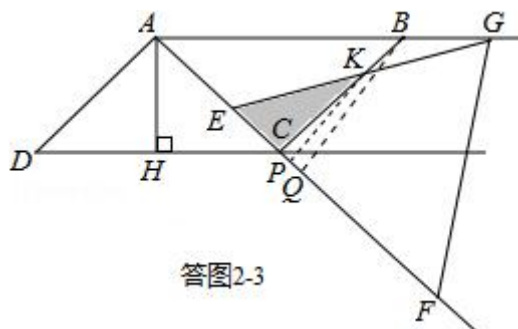
$$\therefore CP = CF - PF = 3t - 7 - \frac{\sqrt{3}}{3}x.$$

$\because PK \parallel BQ,$

$$\therefore \frac{KP}{BQ} = \frac{CP}{CQ}, \text{ 即 } \frac{x}{4\sqrt{3}} = \frac{3t - 7 - \frac{\sqrt{3}}{3}x}{1}, \text{ 解得: } x = \frac{4\sqrt{3}}{5}(3t - 7).$$

$$\therefore S = S_{\triangle EFG} - S_{\triangle CFK} = \sqrt{3}t^2 - \frac{1}{2}(3t - 7) \cdot \frac{4\sqrt{3}}{5}(3t - 7) = -\frac{13\sqrt{3}}{5}t^2 + \frac{84\sqrt{3}}{5}t - \frac{98\sqrt{3}}{5};$$

③当 $4 < t \leq 7$ 时, 如答图 2-3 所示, 点 G、F 分别在 AB、AC 的延长线上, 点 E 在线段 AC 上.



答图2-3

过点 B 作 $BQ \perp AF$ 于点 Q, 则 $BQ = AB \cdot \sin \theta = 4\sqrt{7} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = 4\sqrt{3},$

$$AQ = AB \cdot \cos \theta = 4\sqrt{7} \times \frac{2\sqrt{7}}{7} = 8.$$

$$\therefore CQ = AQ - AC = 8 - 7 = 1.$$

设 BC 与 GF 交于点 K, 过点 K 作 $KP \perp AF$ 于点 P,

$$\text{设 } KP = x, \text{ 则 } EP = \frac{KP}{\tan 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{3}x,$$

$$\therefore CP = EP - CE = \frac{\sqrt{3}}{3}x - (7 - t) = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 7 + t.$$

$\because PK \parallel BQ,$

$$\therefore \frac{KP}{BQ} = \frac{CP}{CQ}, \text{ 即 } \frac{x}{4\sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}x - 7 + t}{1}, \text{ 解得: } x = \frac{4\sqrt{3}}{3}(7 - t).$$

$$\therefore S = S_{\triangle CEK} = \frac{1}{2}(7 - t) \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3}(7 - t) = \frac{2\sqrt{3}}{3}t^2 - \frac{28\sqrt{3}}{3}t + \frac{98\sqrt{3}}{3}.$$

综上所述, S 与 t 之间的函数关系式为:

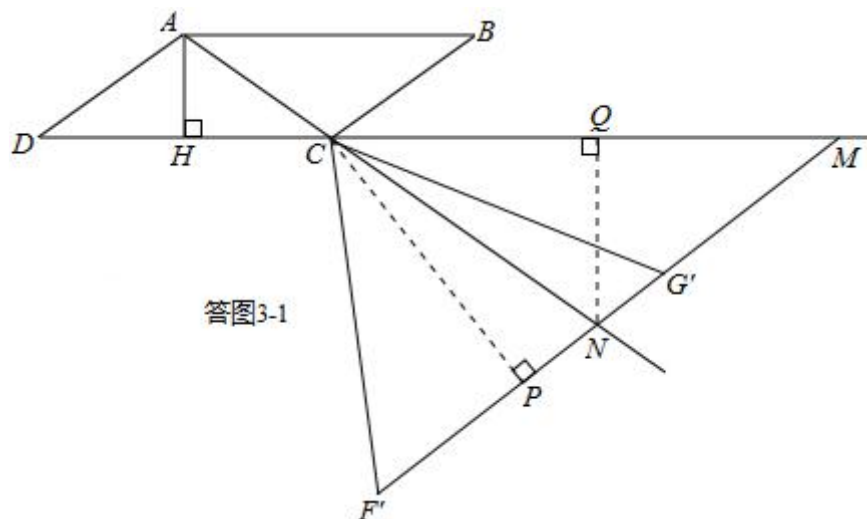
$$S = \begin{cases} \sqrt{3}t^2 & (0 \leq t \leq \frac{7}{3}) \\ -\frac{13\sqrt{3}}{5}t^2 + \frac{84\sqrt{3}}{5}t - \frac{98\sqrt{3}}{5} & (\frac{7}{3} < t \leq 4) \\ \frac{2\sqrt{3}}{3}t^2 - \frac{28\sqrt{3}}{3}t + \frac{98\sqrt{3}}{3} & (4 < t \leq 7) \end{cases}.$$

$$(3) \text{ 设 } \angle ACH = \theta, \text{ 则 } \tan \theta = \frac{AH}{CH} = \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos \theta = \frac{CH}{AC} = \frac{2\sqrt{7}}{7}.$$

当点 E 与点 C 重合时, $t=7$, $\therefore$ 等边 $\triangle EFG$ 的边长 $=2t=14$.

假设存在点 M, N, 使得 $\triangle CMN$ 是以 $\angle MCN$ 为底角的等腰三角形,

①若点 N 为等腰三角形的顶点, 如答图 3-1 所示, 则 $\angle NMC = \angle MCN = \theta$.



答图3-1

过点 C 作 $CP \perp F'M$ 于点 P, 则 $CP = \frac{\sqrt{3}}{2} CF' = 7\sqrt{3}$.

$$\therefore PM = \frac{CP}{\tan \theta} = \frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 14.$$

设 $CN = MN = x$, 则 $PN = PM - MN = 14 - x$.

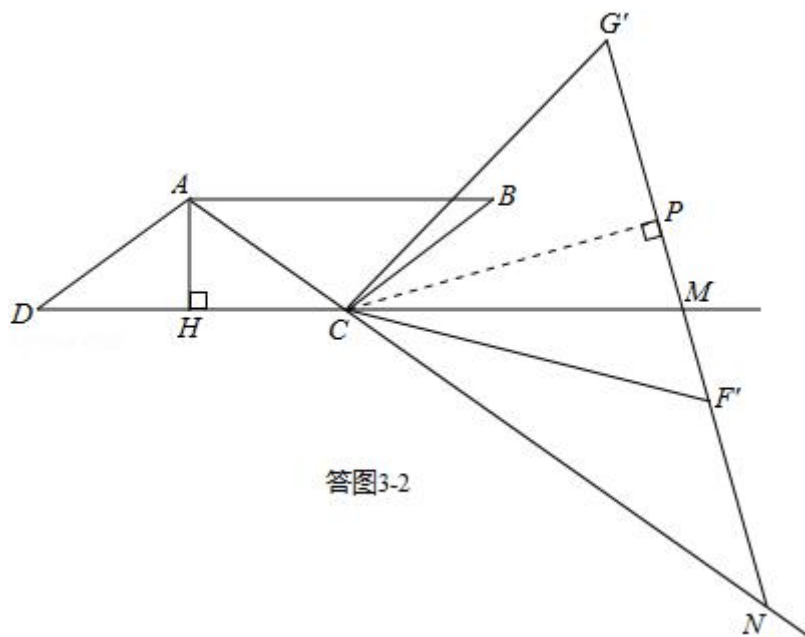
在 $Rt\triangle CNP$ 中, 由勾股定理得: $CP^2 + PN^2 = CN^2$, 即: $(7\sqrt{3})^2 + (14 - x)^2 = x^2$,

解得: $x = \frac{49}{4}$.

过点 N 作 $NQ \perp CM$ 于点 Q,

$$\therefore CM = 2CQ = 2CN \cdot \cos \theta = 2 \times \frac{49}{4} \times \frac{2\sqrt{7}}{7} = 7\sqrt{7};$$

②若点 M 为等腰三角形的顶点, 如答图 3-2 所示, 则 $\angle MNC = \angle MCN = \theta$.



答图3-2

过点 C 作 $CP \perp G'N$ 于点 P , 则 $CP = \frac{\sqrt{3}}{2}CF' = 7\sqrt{3}$.

$$\therefore PN = \frac{CP}{\tan \theta} = \frac{7\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 14.$$

设 $CM = MN = x$, 则 $PM = PN - MN = 14 - x$.

在 $Rt\triangle CMP$ 中, 由勾股定理得: $CP^2 + PM^2 = CM^2$, 即: $(7\sqrt{3})^2 + (14 - x)^2 = x^2$,

$$\therefore CM = x = \frac{49}{4}.$$

综上所述, 存在点 M, N , 使得 $\triangle CMN$ 是以 $\angle MCN$ 为底角的等腰三角形, CM 的长

度为 $7\sqrt{7}$ 或 $\frac{49}{4}$.

点评: 本题是几何变换综合题, 涉及平移与旋转两种几何变换. 第 (2) 问中, 针对不同时间段内的几何图形, 需要分类讨论; 第 (3) 问中, 根据顶点的不同, 分两种情形进行分类讨论. 本题涉及考点众多, 图形复杂, 计算量偏大, 难度较大; 解题时需要全面分析, 认真计算.

