

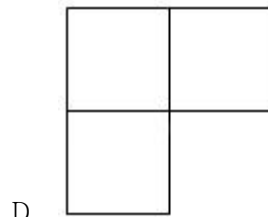
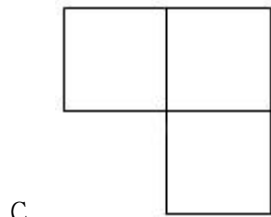
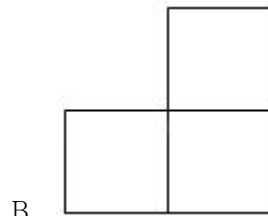
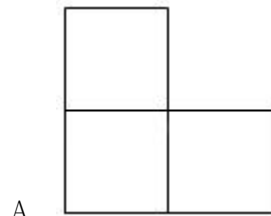
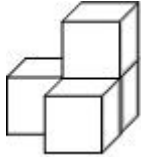
2019 年贵州省贵阳市中考数学试卷

一、选择题：以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答，每小题 3 分，共 30 分

1. (3 分) 3^2 可表示为 ()

- A. 3×2 B. $2 \times 2 \times 2$ C. 3×3 D. $3+3$

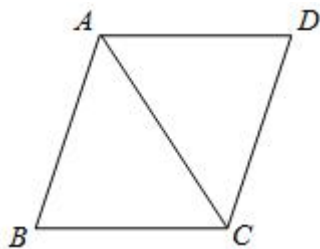
2. (3 分) 如图是由 4 个相同的小立方体搭成的几何体，则它的主视图是 ()



3. (3 分) 选择计算 $(-4xy^2+3x^2y)(4xy^2+3x^2y)$ 的最佳方法是 ()

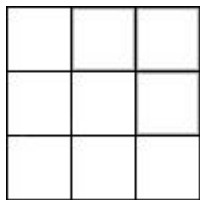
- A. 运用多项式乘多项式法则
B. 运用平方差公式
C. 运用单项式乘多项式法则
D. 运用完全平方公式

4. (3 分) 如图，菱形 $ABCD$ 的周长是 $4cm$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，那么这个菱形的对角线 AC 的长是 ()



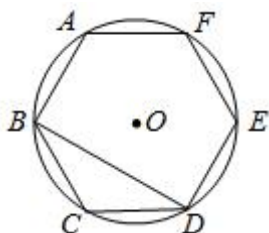
- A. $1cm$ B. $2cm$ C. $3cm$ D. $4cm$

5. (3分) 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 有三个小正方形已经涂成灰色, 若再任意涂灰 1 个白色的小正方形 (每个白色的小正方形被涂成灰色的可能性相同), 使新构成灰色部分的图形是轴对称图形的概率是 ()



- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

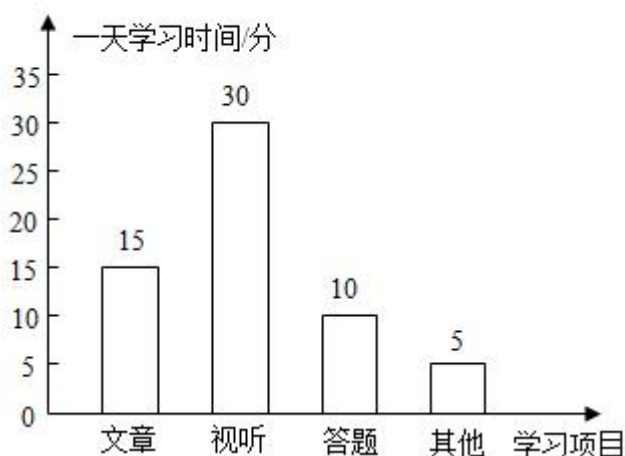
6. (3分) 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, 连接 BD . 则 $\angle CBD$ 的度数是 ()



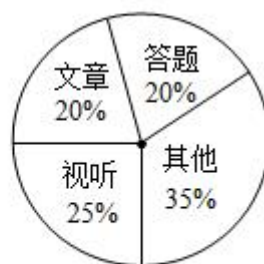
- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

7. (3分) 如图, 下面是甲乙两位党员使用“学习强国 APP” 在一天中各项目学习时间的统计图, 根据统计图对两人各自学习“文章”的时间占一天总学习时间的百分比作出的判断中, 正确的是 ()

甲党员一天学习时间条形统计图



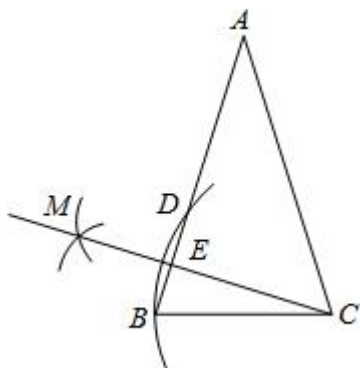
调查结果的扇形统计图



- A. 甲比乙大 B. 甲比乙小
C. 甲和乙一样大 D. 甲和乙无法比较
8. (3分) 数轴上点 A , B , M 表示的数分别是 a , $2a$, 9 , 点 M 为线段 AB 的中点, 则 a 的值是 ()

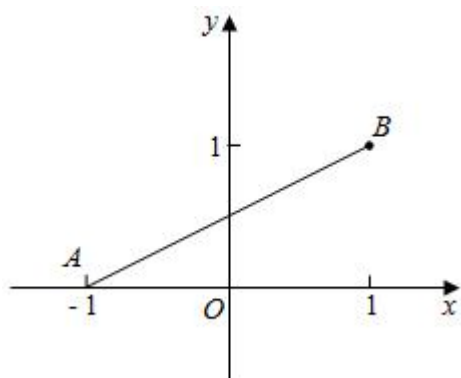
- A. 3 B. 4.5 C. 6 D. 18

9. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以点 C 为圆心, CB 长为半径画弧, 交 AB 于点 B 和点 D , 再分别以点 B, D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BD$ 长为半径画弧, 两弧相交于点 M , 作射线 CM 交 AB 于点 E . 若 $AE=2$, $BE=1$, 则 EC 的长度是 ()



- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

10. (3分) 在平面直角坐标系内, 已知点 $A(-1, 0)$, 点 $B(1, 1)$ 都在直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ 上, 若抛物线 $y = ax^2 - x + 1$ ($a \neq 0$) 与线段 AB 有两个不同的交点, 则 a 的取值范围是 ()

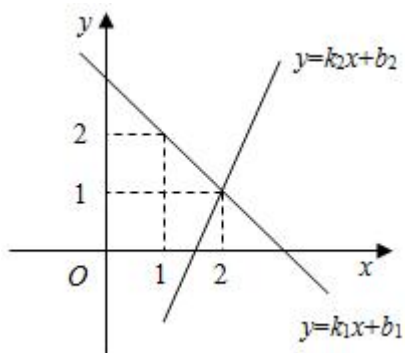


- A. $a \leq -2$ B. $a < \frac{9}{8}$
C. $1 \leq a < \frac{9}{8}$ 或 $a \leq -2$ D. $-2 \leq a < \frac{9}{8}$

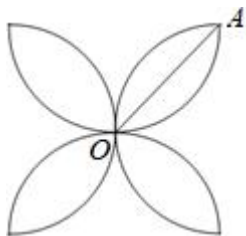
二、填空题: 每小题 4 分, 共 20 分.

11. (4分) 若分式 $\frac{x^2 - 2x}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值是_____.

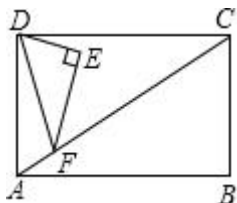
12. (4分) 在平面直角坐标系内, 一次函数 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ 的图象如图所示, 则关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} y - k_1x = b_1 \\ y - k_2x = b_2 \end{cases}$ 的解是_____.



13. (4分) 一个袋中装有 m 个红球, 10 个黄球, n 个白球, 每个球除颜色外都相同, 任意摸出一个球, 摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同, 那么 m 与 n 的关系是_____.
14. (4分) 如图, 用等分圆的方法, 在半径为 OA 的圆中, 画出了如图所示的四叶幸运草, 若 $OA=2$, 则四叶幸运草的周长是_____.



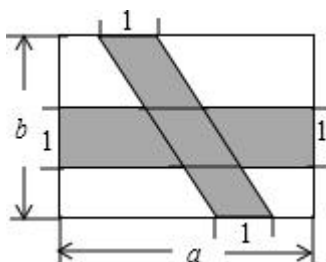
15. (4分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $\angle DCA=30^\circ$, 点 F 是对角线 AC 上的一个动点, 连接 DF , 以 DF 为斜边作 $\angle DFE=30^\circ$ 的直角三角形 DEF , 使点 E 和点 A 位于 DF 两侧, 点 F 从点 A 到点 C 的运动过程中, 点 E 的运动路径长是_____.



三、解答题: 本大题 10 小题, 共 100 分.

16. (8分) 如图是一个长为 a , 宽为 b 的矩形, 两个阴影图形都是一对底边长为 1, 且底边在矩形对边上的平行四边形.

- (1) 用含字母 a , b 的代数式表示矩形中空白部分的面积;
- (2) 当 $a=3$, $b=2$ 时, 求矩形中空白部分的面积.



17. (10 分) 为了提高学生对毒品危害性的认识, 我市相关部门每个月都要对学生进行“禁毒知识应知应会”测评. 为了激发学生的积极性, 某校对达到一定成绩的学生授予“禁毒小卫士”的荣誉称号. 为了确定一个适当的奖励目标, 该校随机选取了七年级 20 名学生在 5 月份测评的成绩, 数据如下:

收集数据: 90 91 89 96 90 98 90 97 91 98 99 97 91 88
90 97 95 90 95 88

(1) 根据上述数据, 将下列表格补充完整.

整理、描述数据:

成绩/分	88	89	90	91	95	96	97	98	99
学生人数	2	1	—	3	2	1	—	2	1

数据分析: 样本数据的平均数、众数和中位数如下表

平均数	众数	中位数
93	—	91

得出结论:

(2) 根据所给数据, 如果该校想确定七年级前 50% 的学生为“良好”等次, 你认为“良好”等次的测评成绩至少定为_____分.

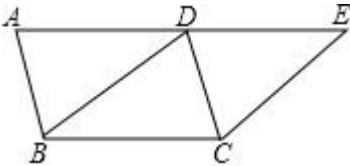
数据应用:

(3) 根据数据分析, 该校决定在七年级授予测评成绩前 30% 的学生“禁毒小卫士”荣誉称号, 请估计评选该荣誉称号的最低分数, 并说明理由.

18. (10 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 延长 AD 至点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BD .

(1) 求证: 四边形 $BCED$ 是平行四边形;

(2) 若 $DA = DB = 2$, $\cos A = \frac{1}{4}$, 求点 B 到点 E 的距离.



19. (10 分) 为落实立德树人的根本任务, 加强思政、历史学科教师的专业化队伍建设. 某校计划从前来应聘的思政专业 (一名研究生, 一名本科生)、历史专业 (一名研究生、一名本科生) 的高校毕业生中选聘教师, 在政治思想审核合格的条件下, 假设每位毕业生被录用的机会相等

(1) 若从中只录用一人, 恰好选到思政专业毕业生的概率是_____:

(2) 若从中录用两人, 请用列表或画树状图的方法, 求恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的概率.

20. (10 分) 某文具店最近有 A, B 两款毕业纪念册比较畅销, 近两周的销售情况是: 第一周 A 款销售数量是 15 本, B 款销售数量是 10 本, 销售总价是 230 元; 第二周 A 款销售数量是 20 本, B 款销售数量是 10 本, 销售总价是 280 元.

(1) 求 A, B 两款毕业纪念册的销售单价;

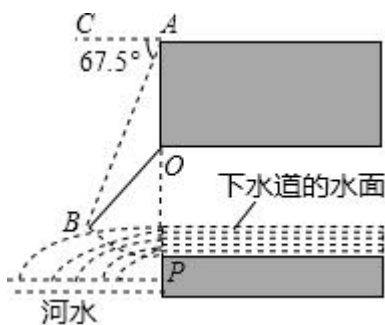
(2) 若某班准备用不超过 529 元购买这两种款式的毕业纪念册共 60 本, 求最多能够买多少本 A 款毕业纪念册.

21. (8 分) 如图所示是我国古代城市用以滞洪或分洪系统的局部截面原理图, 图中 OP 为下水管道口直径, OB 为可绕转轴 O 自由转动的阀门. 平时阀门被管道中排出的水冲开, 可排出城市污水; 当河水上涨时, 阀门会因河水压迫而关闭, 以防河水倒灌入城中. 若阀门的直径 $OB = OP = 100\text{cm}$, OA 为检修时阀门开启的位置, 且 $OA = OB$.

(1) 直接写出阀门被下水道的的水冲开与被河水关闭过程中 $\angle POB$ 的取值范围;

(2) 为了观测水位, 当下水道的水冲开阀门到达 OB 位置时, 在点 A 处测得俯角 $\angle CAB = 67.5^\circ$, 若此时点 B 恰好与下水道的水平面齐平, 求此时下水道内水的深度. (结果保留小数点后一位)

($\sqrt{2} = 1.41$, $\sin 67.5^\circ = 0.92$, $\cos 67.5^\circ = 0.38$, $\tan 67.5^\circ = 2.41$, $\sin 22.5^\circ = 0.38$, $\cos 22.5^\circ = 0.92$, $\tan 22.5^\circ = 0.41$)

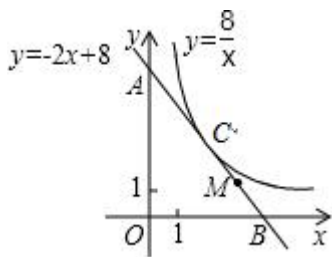


22. (10 分) 如图, 已知一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象与坐标轴交于 A, B 两点, 并与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象相切于点 C .

(1) 切点 C 的坐标是_____;

(2) 若点 M 为线段 BC 的中点, 将一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象向左平移 m ($m > 0$) 个单

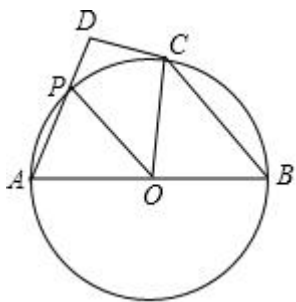
位后，点 C 和点 M 平移后的对应点同时落在另一个反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上时，求 k 的值.



23. (10 分) 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 P 是 $\odot O$ 上一点，连接 OP ，点 A 关于 OP 的对称点 C 恰好落在 $\odot O$ 上.

(1) 求证: $OP \parallel BC$;

(2) 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD ，交 AP 的延长线于点 D . 如果 $\angle D = 90^\circ$ ， $DP = 1$ ，求 $\odot O$ 的直径.

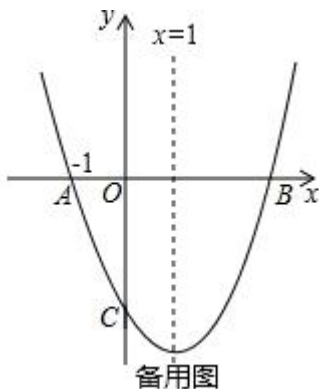
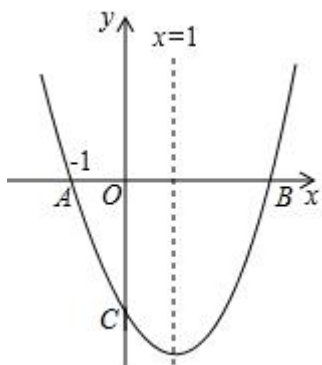


24. (12 分) 如图，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A ， B 两点，与 y 轴交于点 C ，且关于直线 $x = 1$ 对称，点 A 的坐标为 $(-1, 0)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 连接 BC ，若点 P 在 y 轴上时， BP 和 BC 的夹角为 15° ，求线段 CP 的长度;

(3) 当 $a \leq x \leq a+1$ 时，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的最小值为 $2a$ ，求 a 的值.

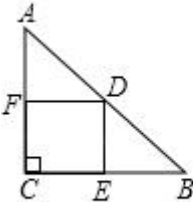


25. (12 分) (1) 数学理解: 如图①， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，过斜边 AB 的中点 D 作正

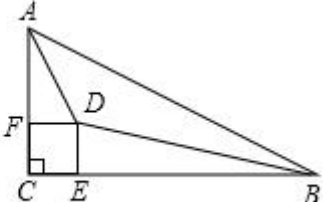
方形 $DECF$ ，分别交 BC ， AC 于点 E ， F ，求 AB ， BE ， AF 之间的数量关系；

(2) 问题解决：如图②，在任意直角 $\triangle ABC$ 内，找一点 D ，过点 D 作正方形 $DECF$ ，分别交 BC ， AC 于点 E ， F ，若 $AB = BE + AF$ ，求 $\angle ADB$ 的度数；

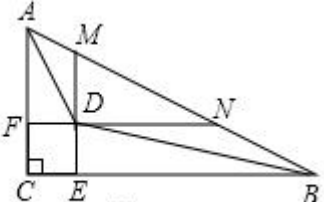
(3) 联系拓广：如图③，在 (2) 的条件下，分别延长 ED ， FD ，交 AB 于点 M ， N ，求 MN ， AM ， BN 的数量关系。



图①



图②



图③

2019 年贵州省贵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答，每小题 3 分，共 30 分

1. (3 分) 3^2 可表示为 ()

- A. 3×2 B. $2 \times 2 \times 2$ C. 3×3 D. $3+3$

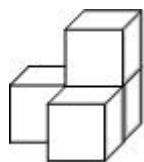
【分析】直接利用有理数乘方的意义分析得出答案.

【解答】解： 3^2 可表示为： 3×3 .

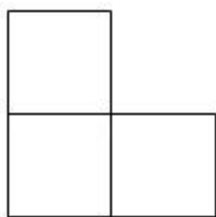
故选： C.

【点评】此题主要考查了有理数的乘方，正确把握有理数的乘方定义是解题关键.

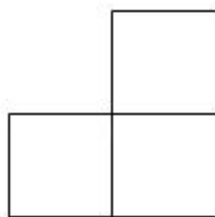
2. (3 分) 如图是由 4 个相同的小立方体搭成的几何体，则它的主视图是 ()



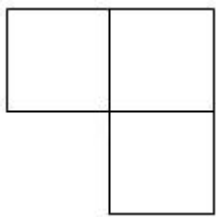
A.



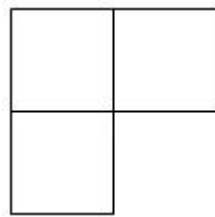
B.



C.

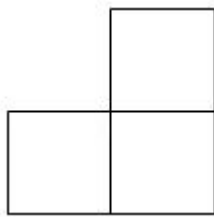


D.



【分析】主视图有 2 列，每列小正方形数目分别为 1，2.

【解答】解：如图所示：它的主视图是：



故选： B.

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，正确把握观察角度是解题关键.

3. (3分) 选择计算 $(-4xy^2+3x^2y)(4xy^2+3x^2y)$ 的最佳方法是 ()

- A. 运用多项式乘多项式法则
- B. 运用平方差公式
- C. 运用单项式乘多项式法则
- D. 运用完全平方公式

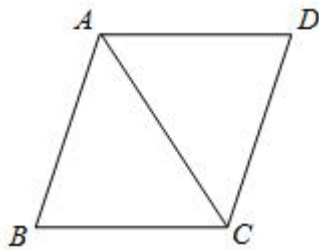
【分析】直接利用平方差公式计算得出答案.

【解答】解: 选择计算 $(-4xy^2+3x^2y)(4xy^2+3x^2y)$ 的最佳方法是: 运用平方差公式.

故选: B.

【点评】此题主要考查了多项式乘法, 正确应用公式是解题关键.

4. (3分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的周长是 $4cm$, $\angle ABC = 60^\circ$, 那么这个菱形的对角线 AC 的长是 ()



- A. $1cm$ B. $2cm$ C. $3cm$ D. $4cm$

【分析】由于四边形 $ABCD$ 是菱形, AC 是对角线, 根据 $\angle ABC = 60^\circ$, 而 $AB = BC$, 易证 $\triangle BAC$ 是等边三角形, 从而可求 AC 的长.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, AC 是对角线,

$$\therefore AB = BC = CD = AD,$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AB = BC = AC,$$

$\because$ 菱形 $ABCD$ 的周长是 $4cm$,

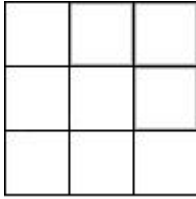
$$\therefore AB = BC = AC = 1cm.$$

故选: A.

【点评】本题考查了菱形的性质、等边三角形的判定和性质. 菱形的对角线平分对角, 解题的关键是证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形.

5. (3分) 如图, 在 3×3 的正方形网格中, 有三个小正方形已经涂成灰色, 若再任意涂灰 1

个白色的小正方形（每个白色的小正方形被涂成灰色的可能性相同），使新构成灰色部分的图形是轴对称图形的概率是（ ）



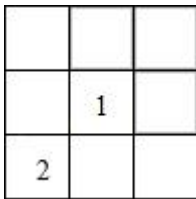
- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{1}{3}$

【分析】直接利用轴对称图形的性质分析得出答案.

【解答】解：如图所示：当 1, 2 两个分别涂成灰色，新构成灰色部分的图形是轴对称图形，

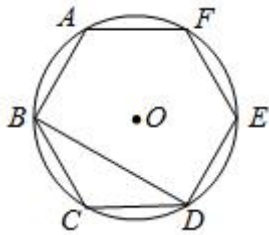
故新构成灰色部分的图形是轴对称图形的概率是： $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

故选：D.



【点评】此题主要考查了利用轴对称设计图案，正确掌握轴对称图形的性质是解题关键.

6. (3 分) 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，连接 BD ，则 $\angle CBD$ 的度数是（ ）



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

【分析】根据正六边形的内角和求得 $\angle BCD$ ，然后根据等腰三角形的性质即可得到结论.

【解答】解： $\because$ 在正六边形 $ABCDEF$ 中， $\angle BCD = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$ ， $BC = CD$ ，

$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$ ，

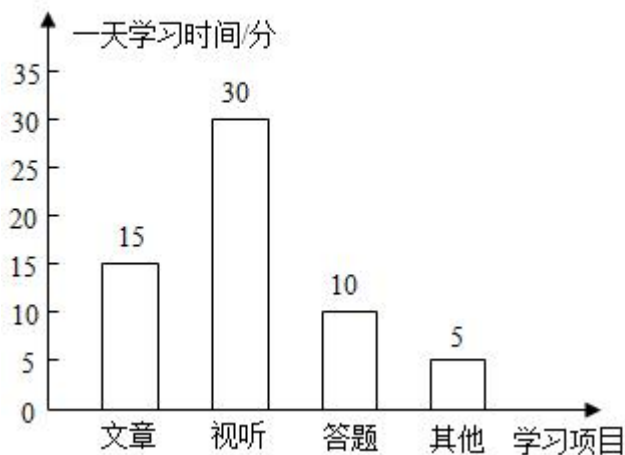
故选：A.

【点评】本题考查的是正多边形和圆、等腰三角形的性质，三角形的内角和，熟记多边形的内角和是解题的关键.

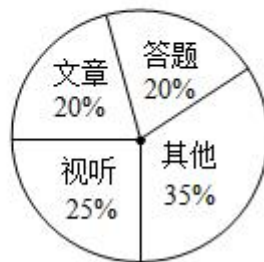
7. (3 分) 如图，下面是甲乙两位党员使用“学习强国 APP”在一天中各项目学习时间的统

计图，根据统计图对两人各自学习“文章”的时间占一天总学习时间的百分比作出的判断中，正确的是（ ）

甲党员一天学习时间条形统计图



调查结果的扇形统计图



- A. 甲比乙大 B. 甲比乙小
C. 甲和乙一样大 D. 甲和乙无法比较

【分析】由扇形统计图可知，乙党员学习文章时间的百分比是 20%，再由条形统计图求出甲党员学习文章的百分比，进行比较即可.

【解答】解：由扇形统计图可知，乙党员学习文章时间的百分比是 20%。
由条形统计图求出甲党员学习文章的百分比是 $15 \div (15+30+10+5) = 25\%$ ，
所以甲党员的百分比比乙党员的百分比大。

故选: A.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

8. (3分) 数轴上点 A , B , M 表示的数分别是 a , $2a$, 9 , 点 M 为线段 AB 的中点, 则 a 的值是 ()

- A. 3 B. 4.5 C. 6 D. 18

【分析】 根据题意列方程即可得到结论.

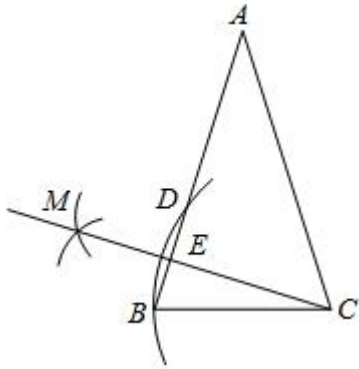
【解答】解: $\because$ 数轴上点 A, B, M 表示的数分别是 $a, 2a, 9$, 点 M 为线段 AB 的中点,
 $\therefore 9 - a = 2a - 9$.

解得: $a = 6$,

故选: C.

【点评】本题考查了两点间的距离：两点间的连线段长叫这两点间的距离．也考查了数轴．

9. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以点 C 为圆心， CB 长为半径画弧，交 AB 于点 B 和点 D ，再分别以点 B 、 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 长为半径画弧，两弧相交于点 M ，作射线 CM 交 AB 于点 E ．若 $AE=2$ ， $BE=1$ ，则 EC 的长度是（ ）



- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

【分析】利用基本作图得到 $CE \perp AB$ ，再根据等腰三角形的性质得到 $AC=3$ ，然后利用勾股定理计算 CE 的长．

【解答】解：由作法得 $CE \perp AB$ ，则 $\angle AEC=90^\circ$ ，

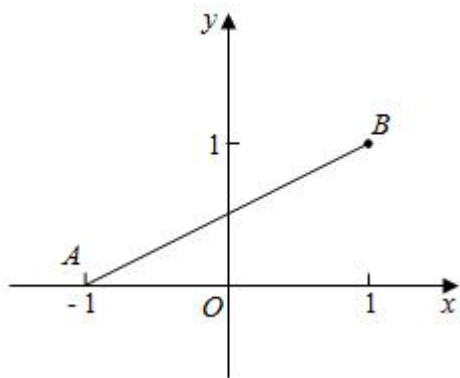
$$AC=AB=BE+AE=2+1=3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACE \text{ 中, } CE=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}.$$

故选：D．

【点评】本题考查了作图—基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）．

10. (3分) 在平面直角坐标系内，已知点 $A(-1, 0)$ ，点 $B(1, 1)$ 都在直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 上，若抛物线 $y=ax^2-x+1$ ($a \neq 0$) 与线段 AB 有两个不同的交点，则 a 的取值范围是（ ）



A. $a \leq -2$

B. $a < \frac{9}{8}$

C. $1 \leq a < \frac{9}{8}$ 或 $a \leq -2$

D. $-2 \leq a < \frac{9}{8}$

【分析】分 $a > 0$, $a < 0$ 两种情况讨论, 根据题意列出不等式组, 可求 a 的取值范围.

【解答】解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - x + 1$ ($a \neq 0$) 与线段 AB 有两个不同的交点,

$$\therefore \text{令 } \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = ax^2 - x + 1, \text{ 则 } 2ax^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore \Delta = 9 - 8a > 0$$

$$\therefore a < \frac{9}{8}$$

①当 $a < 0$ 时, $\begin{cases} a+1+1 \leq 0 \\ a-1+1 \leq 1 \end{cases}$

解得: $a \leq -2$

$$\therefore a \leq -2$$

②当 $a > 0$ 时, $\begin{cases} a+1+1 \geq 0 \\ a-1+1 \geq 1 \end{cases}$

解得: $a \geq 1$

$$\therefore 1 \leq a < \frac{9}{8}$$

综上所述: $1 \leq a < \frac{9}{8}$ 或 $a \leq -2$

故选: C.

【点评】本题考查二次函数图象与系数的关系, 一次函数图象上点的坐标特征, 二次函数图象上点的坐标特征, 利用分类讨论思想解决问题是本题的关键.

二、填空题: 每小题 4 分, 共 20 分.

11. (4 分) 若分式 $\frac{x^2 - 2x}{x}$ 的值为 0, 则 x 的值是 2.

【分析】直接利用分式为零的条件分析得出答案.

【解答】解：∵分式 $\frac{x^2-2x}{x}$ 的值为0，

∴ $x^2-2x=0$ ，且 $x \neq 0$ ，

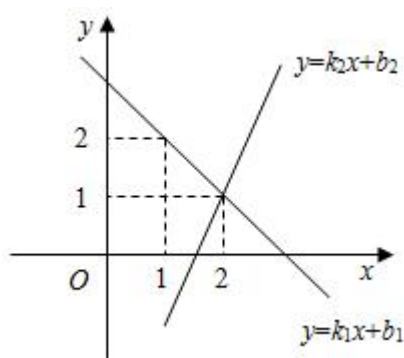
解得： $x=2$ 。

故答案为：2。

【点评】此题主要考查了分式的值为零的条件，正确把握定义是解题关键。

12. (4分) 在平面直角坐标系内，一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的图象如图所示，则关

于 x, y 的方程组 $\begin{cases} y-k_1x=b_1 \\ y-k_2x=b_2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 。



【分析】利用方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标求解。

【解答】解：∵一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的图象的交点坐标为 $(2, 1)$ ，

∴关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} y-k_1x=b_1 \\ y-k_2x=b_2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 。

故答案为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 。

【点评】本题考查了一次函数与二元一次方程(组)：方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标。

13. (4分) 一个袋中装有 m 个红球，10个黄球， n 个白球，每个球除颜色外都相同，任意摸出一个球，摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同，那么 m 与 n 的关系是 $m+n=10$ 。

【分析】直接利用概率相同的频数相同进而得出答案。

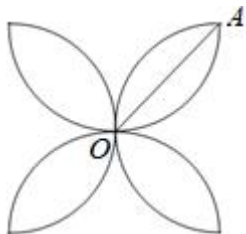
【解答】解：∵一个袋中装有 m 个红球，10个黄球， n 个白球，摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同，

∴ m 与 n 的关系是： $m+n=10$ 。

故答案为： $m+n=10$ 。

【点评】此题主要考查了概率公式，正确理解概率求法是解题关键.

14. (4分) 如图，用等分圆的方法，在半径为 OA 的圆中，画出了如图所示的四叶幸运草，若 $OA=2$ ，则四叶幸运草的周长是 8π .



【分析】由题意得出：四叶幸运草的周长为 4 个半圆的弧长 = 2 个圆的周长，由圆的周长公式即可得出结果.

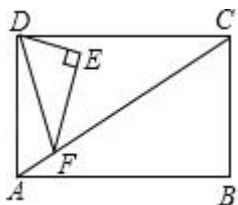
【解答】解：由题意得：四叶幸运草的周长为 4 个半圆的弧长 = 2 个圆的周长，

$\therefore$ 四叶幸运草的周长 = $2 \times 2\pi \times 2 = 8\pi$ ；

故答案为： 8π .

【点评】本题考查了正多边形和圆、正方形的性质以及圆周长公式；由题意得出四叶幸运草的周长 = 2 个圆的周长是解题的关键.

15. (4分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $\angle DCA=30^\circ$ ，点 F 是对角线 AC 上的一个动点，连接 DF ，以 DF 为斜边作 $\angle DFE=30^\circ$ 的直角三角形 DEF ，使点 E 和点 A 位于 DF 两侧，点 F 从点 A 到点 C 的运动过程中，点 E 的运动路径长是 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



【分析】当 F 与 A 点重合时和 F 与 C 重合时，根据 E 的位置，可知 E 的运动路径是 EE' 的长；由已知条件可以推导出 $\triangle DEE'$ 是直角三角形，且 $\angle DEE' = 30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，求出 $DE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 即可求解.

【解答】解： E 的运动路径是 EE' 的长；

$\because AB=4$ ， $\angle DCA=30^\circ$ ，

$\therefore BC = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ，

当 F 与 A 点重合时，

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中， $AD = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ， $\angle DAE = 30^\circ$ ， $\angle ADE = 60^\circ$ ，

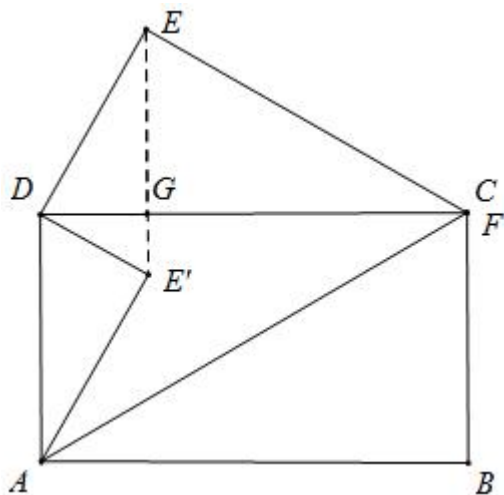
$$\therefore DE = \frac{2\sqrt{3}}{3}, \angle CDE = 30^\circ,$$

当 F 与 C 重合时, $\angle EDC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle EDF = 90^\circ, \angle DEE' = 30^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle DEE'$ 中, $EE' = \frac{4\sqrt{3}}{3}$;

故答案为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.



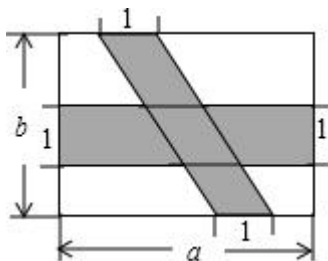
【点评】 本题考查点的轨迹; 能够根据 E 点的运动情况, 分析出 E 点的运动轨迹是线段, 在 30° 度角的直角三角形中求解是关键.

三、解答题: 本大题 10 小题, 共 100 分.

16. (8 分) 如图是一个长为 a , 宽为 b 的矩形, 两个阴影图形都是一对底边长为 1, 且底边在矩形对边上的平行四边形.

(1) 用含字母 a, b 的代数式表示矩形中空白部分的面积;

(2) 当 $a=3, b=2$ 时, 求矩形中空白部分的面积.



【分析】 (1) 空白区域面积 = 矩形面积 - 两个阴影平行四边形面积 + 中间重叠平行四边形面积;

(2) 将 $a=3, b=2$ 代入 (1) 中即可;

【解答】 解: (1) $S = ab - a - b + 1$;

(2) 当 $a=3$, $b=2$ 时, $S=6-3-2+1=2$;

【点评】 本题考查阴影部分面积, 平行四边形面积, 代数式求值; 能够准确求出阴影部分面积是解题的关键.

17. (10 分) 为了提高学生对毒品危害性的认识, 我市相关部门每个月都要对学生进行“禁毒知识应知应会”测评. 为了激发学生的积极性, 某校对达到一定成绩的学生授予“禁毒小卫士”的荣誉称号. 为了确定一个适当的奖励目标, 该校随机选取了七年级 20 名学生在 5 月份测评的成绩, 数据如下:

收集数据: 90 91 89 96 90 98 90 97 91 98 99 97 91 88
90 97 95 90 95 88

(1) 根据上述数据, 将下列表格补充完整.

整理、描述数据:

成绩/分	88	89	90	91	95	96	97	98	99
学生人数	2	1	<u>5</u>	3	2	1	<u>3</u>	2	1

数据分析: 样本数据的平均数、众数和中位数如下表

平均数	众数	中位数
93	<u>90</u>	91

得出结论:

(2) 根据所给数据, 如果该校想确定七年级前 50% 的学生为“良好”等次, 你认为“良好”等次的测评成绩至少定为 91 分.

数据应用:

(3) 根据数据分析, 该校决定在七年级授予测评成绩前 30% 的学生“禁毒小卫士”荣誉称号, 请估计评选该荣誉称号的最低分数, 并说明理由.

【分析】 (1) 由题意即可得出结果;

(2) 由 $20 \times 50\% = 10$, 结合题意即可得出结论;

(3) 由 $20 \times 30\% = 6$, 即可得出结论.

【解答】 解: (1) 由题意得: 90 分的有 5 个; 97 分的有 3 个;

出现次数最多的是 90 分,

$\therefore$ 众数是 90 分;

故答案为: 5; 3; 90;

(2) $20 \times 50\% = 10$,

如果该校想确定七年级前 50% 的学生为“良好”等次, 则“良好”等次的测评成绩至少定为 91 分;

故答案为: 91;

(3) 估计评选该荣誉称号的最低分数为 97 分; 理由如下:

$\therefore 20 \times 30\% = 6$,

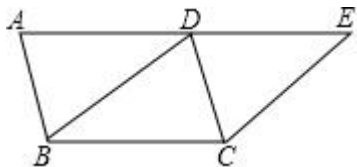
$\therefore$ 估计评选该荣誉称号的最低分数为 97 分.

【点评】 本题考查了众数、中位数、用样本估计总体等知识; 熟练掌握众数、中位数、用样本估计总体是解题的关键.

18. (10 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 延长 AD 至点 E , 使 $DE = AD$, 连接 BD .

(1) 求证: 四边形 $BCED$ 是平行四边形;

(2) 若 $DA = DB = 2$, $\cos A = \frac{1}{4}$, 求点 B 到点 E 的距离.



【分析】 (1) 根据平行四边形的性质得到 $AD = BC$, $AD \parallel BC$, 等量代换得到 $DE = BC$, $DE \parallel BC$, 于是得到四边形 $BCED$ 是平行四边形;

(2) 连接 BE , 根据已知条件得到 $AD = BD = DE = 2$, 根据直角三角形的判定定理得到 $\angle ABE = 90^\circ$, $AE = 4$, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$,

$\because DE = AD$,

$\therefore DE = BC$, $DE \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $BCED$ 是平行四边形;

(2) 解: 连接 BE ,

$\because DA = DB = 2$, $DE = AD$,

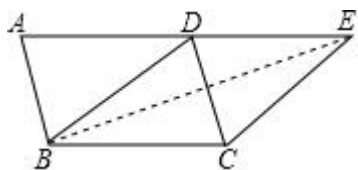
$\therefore AD = BD = DE = 2$,

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$, $AE = 4$,

$\because \cos A = \frac{1}{4}$,

$$\therefore AB=1,$$

$$\therefore BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=\sqrt{15}.$$



【点评】 本题考查了平行四边形的判定和性质，直角三角形的判定和性质，三角函数的定义，证得 $\angle ABE=90^\circ$ 是解题的关键.

19. (10 分) 为落实立德树人的根本任务，加强思政、历史学科教师的专业化队伍建设. 某校计划从前来应聘的思政专业（一名研究生，一名本科生）、历史专业（一名研究生、一名本科生）的高校毕业生中选聘教师，在政治思想审核合格的条件下，假设每位毕业生被录用的机会相等

(1) 若从中只录用一人，恰好选到思政专业毕业生的概率是 $\frac{1}{2}$;

(2) 若从中录用两人，请用列表或画树状图的方法，求恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的概率.

【分析】 (1) 由概率公式即可得出结果;

(2) 设思政专业的一名研究生为 A 、一名本科生为 B ，历史专业的一名研究生为 C 、一名本科生为 D ，画树状图可知：共有 12 个等可能的结果，恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的结果有 2 个，即可得出结果.

【解答】 解：(1) 若从中只录用一人，恰好选到思政专业毕业生的概率是 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$;

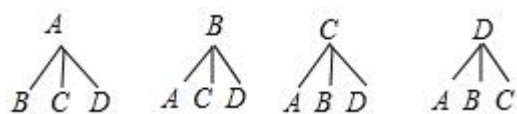
故答案为： $\frac{1}{2}$;

(2) 设思政专业的一名研究生为 A 、一名本科生为 B ，历史专业的一名研究生为 C 、一名本科生为 D ,

画树状图如图：

共有 12 个等可能的结果，恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的结果有 2 个，

$\therefore$ 恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的概率为 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$.



【点评】 本题考查了列表法与树状图法以及概率公式；根据题意画出树状图是解题的关

键.

20. (10 分) 某文具店最近有 A , B 两款毕业纪念册比较畅销, 近两周的销售情况是: 第一周 A 款销售数量是 15 本, B 款销售数量是 10 本, 销售总价是 230 元; 第二周 A 款销售数量是 20 本, B 款销售数量是 10 本, 销售总价是 280 元.

(1) 求 A , B 两款毕业纪念册的销售单价;

(2) 若某班准备用不超过 529 元购买这两种款式的毕业纪念册共 60 本, 求最多能够买多少本 A 款毕业纪念册.

【分析】 (1) 直接利用第一周 A 款销售数量是 15 本, B 款销售数量是 10 本, 销售总价是 230 元; 第二周 A 款销售数量是 20 本, B 款销售数量是 10 本, 销售总价是 280 元, 分别得出方程求出答案;

(2) 利用不超过 529 元购买这两种款式的毕业纪念册共 60 本, 得出不等式求出答案.

【解答】 解: (1) 设 A 款毕业纪念册的销售为 x 元, B 款毕业纪念册的销售为 y 元, 根据题意可得:

$$\begin{cases} 15x+10y=230 \\ 20x+10y=280 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=10 \\ y=8 \end{cases},$$

答: A 款毕业纪念册的销售为 10 元, B 款毕业纪念册的销售为 8 元;

(2) 设能够买 a 本 A 款毕业纪念册, 则购买 B 款毕业纪念册 $(60-a)$ 本, 根据题意可得:

$$10a+8(60-a) \leq 529,$$

$$\text{解得: } a \leq 24.5,$$

则最多能够买 24 本 A 款毕业纪念册.

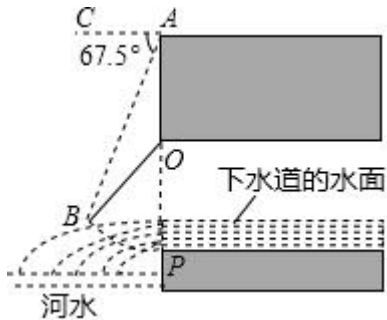
【点评】 此题主要考查了一元一次不等式的应用以及二元一次方程组的应用, 正确得出等量关系是解题关键.

21. (8 分) 如图所示是我国古代城市用以滞洪或分洪系统的局部截面原理图, 图中 OP 为下水管道口直径, OB 为可绕转轴 O 自由转动的阀门. 平时阀门被管道中排出的水冲开, 可排出城市污水; 当河水上涨时, 阀门会因河水压迫而关闭, 以防河水倒灌入城中. 若阀门的直径 $OB=OP=100\text{cm}$, OA 为检修时阀门开启的位置, 且 $OA=OB$.

(1) 直接写出阀门被下水道的的水冲开与被河水关闭过程中 $\angle POB$ 的取值范围;

(2) 为了观测水位，当下水道的水冲开阀门到达 OB 位置时，在点 A 处测得俯角 $\angle CAB = 67.5^\circ$ ，若此时点 B 恰好与下水道的水平面齐平，求此时下水道内水的深度。（结果保留小数点后一位）

($\sqrt{2} = 1.41$, $\sin 67.5^\circ = 0.92$, $\cos 67.5^\circ = 0.38$, $\tan 67.5^\circ = 2.41$, $\sin 22.5^\circ = 0.38$, $\cos 22.5^\circ = 0.92$, $\tan 22.5^\circ = 0.41$)



【分析】 (1) 根据题意即可得到结论；

(2) 根据余角的定义得到 $\angle BAO = 22.5^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle BAO = \angle ABO = 22.5^\circ$ ，由三角形的外角的性质得到 $\angle BOP = 45^\circ$ ，解直角三角形即可得到结论.

【解答】 解：(1) 阀门被下水道的水冲开与被河水关闭过程中 $\angle POB$ 的取值范围为： $90^\circ \geq \angle POB \geq 0^\circ$ ；

(2) 如图， $\because \angle CAB = 67.5^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO = 22.5^\circ$ ，

$\because OA = OB$ ，

$\therefore \angle BAO = \angle ABO = 22.5^\circ$ ，

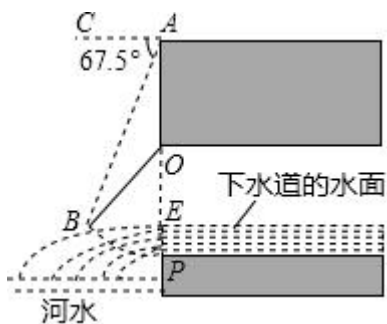
$\therefore \angle BOP = 45^\circ$ ，

$\because OB = 100$ ，

$\therefore OE = \frac{\sqrt{2}}{2} OB = 50\sqrt{2}$ ，

$\therefore PE = OP - OE = 100 - 50\sqrt{2} \approx 29.5 \text{ cm}$ ，

答：此时下水道内水的深度约为 29.5 cm .

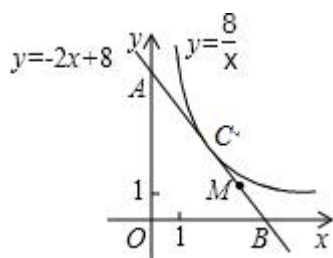


【点评】 此题考查了考查俯角的定义，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形．注意方程思想与数形结合思想的应用．

22. (10 分) 如图，已知一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象与坐标轴交于 A, B 两点，并与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象相切于点 C ．

(1) 切点 C 的坐标是 (2, 4)；

(2) 若点 M 为线段 BC 的中点，将一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象向左平移 m ($m > 0$) 个单位后，点 C 和点 M 平移后的对应点同时落在另一个反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上时，求 k 的值．



【分析】 (1) 将一次函数解析式与反比例函数解析式组成方程组，求解即可；

(2) 先求出点 M 坐标，再求出点 C 和点 M 平移后的对应点的坐标，列出方程可求 m 和 k 的值．

【解答】 解：(1) $\because$ 一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{8}{x}$ 的图象相切于点 C

$$\therefore -2x + 8 = \frac{8}{x}$$

$$\therefore x = 2,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 坐标为 } (2, 4)$$

故答案为：(2, 4)；

(2) $\because$ 一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象与坐标轴交于 A, B 两点，

∴ 点 $B(4, 0)$

∵ 点 M 为线段 BC 的中点,

∴ 点 $M(3, 2)$

∴ 点 C 和点 M 平移后的对应点坐标分别为 $(2-m, 4)$, $(3-m, 2)$

∴ $k = 4(2-m) = 2(3-m)$

∴ $m = 1$

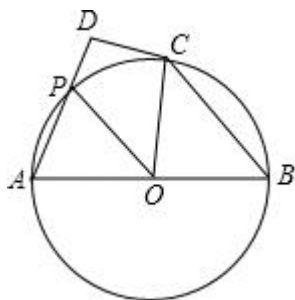
∴ $k = 4$

【点评】 本题是反比例函数与一次函数的综合题, 一次函数的性质和反比例函数的性质, 由点的坐标在函数图象上列等式可解决问题.

23. (10 分) 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 P 是 $\odot O$ 上一点, 连接 OP , 点 A 关于 OP 的对称点 C 恰好落在 $\odot O$ 上.

(1) 求证: $OP \parallel BC$;

(2) 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD , 交 AP 的延长线于点 D . 如果 $\angle D = 90^\circ$, $DP = 1$, 求 $\odot O$ 的直径.



【分析】 (1) 由题意可知 $\widehat{AP} = \widehat{PC}$, 根据同弧所对的圆心角相等得到 $\angle AOP = \angle POC = \frac{1}{2} \angle AOC$, 再根据同弧所对的圆心角和圆周角的关系得出 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$, 利用同位角相等两直线平行, 可得出 PO 与 BC 平行;

(2) 由 CD 为圆 O 的切线, 利用切线的性质得到 OC 垂直于 CD , 又 AD 垂直于 CD , 利用平面内垂直于同一条直线的两直线平行得到 OC 与 AD 平行, 根据两直线平行内错角相等得到 $\angle APO = \angle COP$, 由 $\angle AOP = \angle COP$, 等量代换可得出 $\angle APO = \angle AOP$, 再由 $OA = OP$, 利用等边对等角可得出一对角相等, 等量代换可得出三角形 AOP 三内角相等, 确定出三角形 AOP 为等边三角形, 根据等边三角形的内角为 60° 得到 $\angle AOP$ 为 60° , 由 OP 平行于 BC , 利用两直线平行同位角相等可得出 $\angle OBC = \angle AOP = 60^\circ$, 再由 $OB = OC$, 得到三角形 OBC 为等边三角形, 可得出 $\angle COB$ 为 60° , 利用平角的定义得到 $\angle POC$ 也

为 60° ，再加上 $OP = OC$ ，可得出三角形 POC 为等边三角形，得到内角 $\angle OCP$ 为 60° ，可求出 $\angle PCD$ 为 30° ，在直角三角形 PCD 中，利用 30° 所对的直角边等于斜边的一半可得出 PD 为 PC 的一半，而 PC 等于圆的半径 OP 等于直径 AB 的一半，可得出 PD 为 AB 的四分之一，即 $AB = 4PD = 4$ 。

【解答】 (1) 证明： $\because A$ 关于 OP 的对称点 C 恰好落在 $\odot O$ 上。

$$\therefore \widehat{AP} = \widehat{PC}$$

$$\therefore \angle AOP = \angle COP,$$

$$\therefore \angle AOP = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\text{又} \because \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOP = \angle ABC,$$

$$\therefore PO \parallel BC;$$

(2) 解：连接 PC ，

$\because CD$ 为圆 O 的切线，

$\therefore OC \perp CD$ ，又 $AD \perp CD$ ，

$\therefore OC \parallel AD$ ，

$$\therefore \angle APO = \angle COP,$$

$$\because \angle AOP = \angle COP,$$

$$\therefore \angle APO = \angle AOP,$$

$$\therefore OA = AP,$$

$$\because OA = OP,$$

$\therefore \triangle APO$ 为等边三角形，

$$\therefore \angle AOP = 60^\circ,$$

又 $\because OP \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle OBC = \angle AOP = 60^\circ, \text{ 又 } OC = OB,$$

$\therefore \triangle BCO$ 为等边三角形，

$$\therefore \angle COB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle POC = 180^\circ - (\angle AOP + \angle COB) = 60^\circ, \text{ 又 } OP = OC,$$

$\therefore \triangle POC$ 也为等边三角形，

$$\therefore \angle PCO = 60^\circ, PC = OP = OC,$$

$$\text{又} \because \angle OCD = 90^\circ,$$

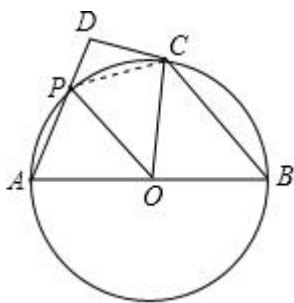
$$\therefore \angle PCD = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle PCD \text{ 中, } PD = \frac{1}{2}PC,$$

$$\text{又} \because PC = OP = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore PD = \frac{1}{4}AB,$$

$$\therefore AB = 4PD = 4.$$



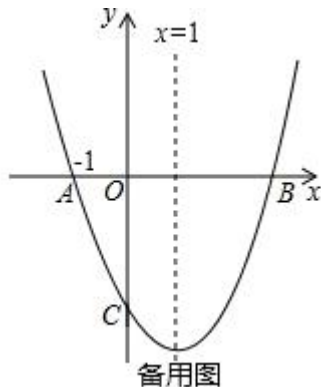
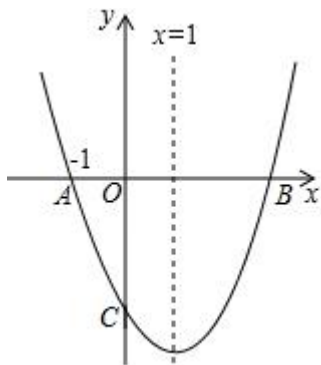
【点评】此题考查了切线的性质，等边三角形的判定与性质，含 30° 直角三角形的性质，轴对称的性质，圆周角定理，以及平行线的判定与性质，熟练掌握性质及判定是解本题的关键.

24. (12 分) 如图，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 C ，且关于直线 $x = 1$ 对称，点 A 的坐标为 $(-1, 0)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 连接 BC ，若点 P 在 y 轴上时， BP 和 BC 的夹角为 15° ，求线段 CP 的长度;

(3) 当 $a \leq x \leq a+1$ 时，二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的最小值为 $2a$ ，求 a 的值.



【分析】(1) 先根据题意得出点 B 的坐标，再利用待定系数法求解可得;

(2) 分点 P 在点 C 上方和下方两种情况，先求出 $\angle OBP$ 的度数，再利用三角函数求出

OP 的长,从而得出答案;

(3) 分对称轴 $x=1$ 在 a 到 $a+1$ 范围的右侧、中间和左侧三种情况,结合二次函数的性质求解可得.

【解答】解: (1) $\because$ 点 $A(-1, 0)$ 与点 B 关于直线 $x=1$ 对称,
 $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3, 0)$,

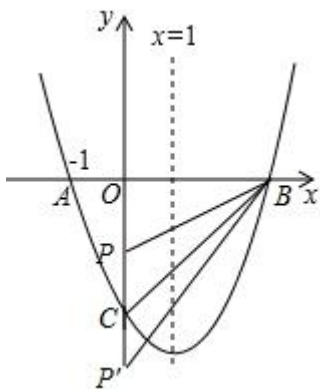
代入 $y=x^2+bx+c$, 得:

$$\begin{cases} 1-b+c=0 \\ 9+3b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases},$$

所以二次函数的表达式为 $y=x^2-2x-3$;

(2) 如图所示:



由抛物线解析式知 $C(0, -3)$,

则 $OB=OC=3$,

$\therefore \angle OBC=45^\circ$,

若点 P 在点 C 上方, 则 $\angle OBP = \angle OBC - \angle PBC = 30^\circ$,

$$\therefore OP = OB \tan \angle OBP = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3},$$

$$\therefore CP = 3 - \sqrt{3};$$

若点 P 在点 C 下方, 则 $\angle OBP' = \angle OBC + \angle P'BC = 60^\circ$,

$$\therefore OP' = OB \tan \angle OBP' = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore CP = 3\sqrt{3} - 3;$$

综上, CP 的长为 $3 - \sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3} - 3$;

(3) 若 $a+1 < 1$, 即 $a < 0$,

则函数的最小值为 $(a+1)^2 - 2(a+1) - 3 = 2a$,

解得 $a = 1 - \sqrt{5}$ (正值舍去);

若 $a < 1 < a+1$, 即 $0 < a < 1$,

则函数的最小值为 $1 - 2 - 3 = 2a$,

解得: $a = -2$ (舍去);

若 $a > 1$,

则函数的最小值为 $a^2 - 2a - 3 = 2a$,

解得 $a = 2 + \sqrt{7}$ (负值舍去);

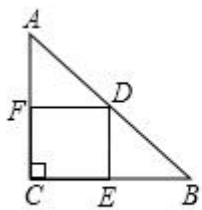
综上, a 的值为 $1 - \sqrt{5}$ 或 $2 + \sqrt{7}$.

【点评】 本题是二次函数的综合问题, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、三角函数的运用、二次函数的图象与性质及分类讨论思想的运用.

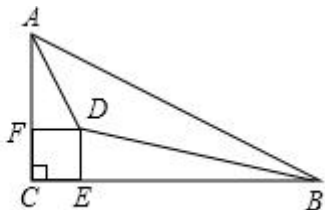
25. (12 分) (1) 数学理解: 如图①, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, 过斜边 AB 的中点 D 作正方形 $DECF$, 分别交 BC , AC 于点 E , F , 求 AB , BE , AF 之间的数量关系;

(2) 问题解决: 如图②, 在任意直角 $\triangle ABC$ 内, 找一点 D , 过点 D 作正方形 $DECF$, 分别交 BC , AC 于点 E , F , 若 $AB = BE + AF$, 求 $\angle ADB$ 的度数;

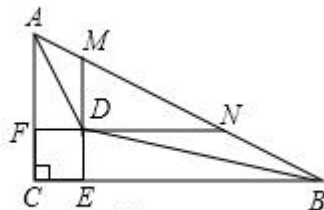
(3) 联系拓广: 如图③, 在 (2) 的条件下, 分别延长 ED , FD , 交 AB 于点 M , N , 求 MN , AM , BN 的数量关系.



图①



图②



图③

【分析】 数学理解:

(1) 由等腰直角三角形的性质可得 $AC = BC$, $\angle A = \angle B = 45^\circ$, $AB = \sqrt{2}AC$, 由正方形的性质可得 $DE = DF = CE$, $\angle DFC = \angle DEC = 90^\circ$, 可求 $AF = DF = CE$, 即可得 $AB = \sqrt{2}(AF + BE)$;

问题解决:

(2) 延长 AC , 使 $FM = BE$, 通过证明 $\triangle DFM \cong \triangle DEB$, 可得 $DM = DB$, 通过 $\triangle ADM \cong \triangle ADB$, 可得 $\angle DAC = \angle DAB = \frac{1}{2}\angle CAB$, $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$, 由三角形内角和

定理可求 $\angle ADB$ 的度数;

联系拓广:

(3) 由正方形的性质可得 $DE \parallel AC$, $DF \parallel BC$, 由平行线的性质可得 $\angle DAB = \angle ADM$, $\angle NDB = \angle ABD$, 可得 $AM = MD$, $DN = NB$, 即可求 MN , AM , BN 的数量关系.

【解答】解:

数学理解:

$$(1) AB = \sqrt{2} (AF + BE)$$

理由如下: $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形

$$\therefore AC = BC, \angle A = \angle B = 45^\circ, AB = \sqrt{2} AC$$

$\because$ 四边形 $DECF$ 是正方形

$$\therefore DE = DF = CE = CF, \angle DFC = \angle DEC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle A = \angle ADF = 45^\circ$$

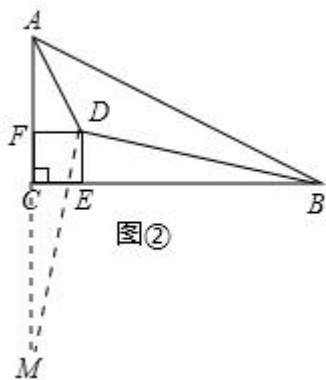
$$\therefore AF = DF = CE$$

$$\therefore AF + BE = BC = AC$$

$$\therefore AB = \sqrt{2} (AF + BE)$$

问题解决:

(2) 如图, 延长 AC , 使 $FM = BE$, 连接 DM ,



$\because$ 四边形 $DECF$ 是正方形

$$\therefore DF = DE, \angle DFC = \angle DEC = 90^\circ$$

$$\therefore BE = FM, \angle DFC = \angle DEB = 90^\circ, DF = ED$$

$$\therefore \triangle DFM \cong \triangle DEB \text{ (SAS)}$$

$$\therefore DM = DB$$

$$\because AB=AF+BE, \quad AM=AF+FM, \quad FM=BE,$$

$$\therefore AM=AB, \quad \text{且 } DM=DB, \quad AD=AD$$

$$\therefore \triangle ADM \cong \triangle ADB \quad (SSS)$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DAB = \frac{1}{2} \angle CAB$$

$$\text{同理可得: } \angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DAB + \angle ABD = \frac{1}{2} (\angle CAB + \angle CBA) = 45^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = 180^\circ - (\angle DAB + \angle ABD) = 135^\circ$$

联系拓广:

(3) $\because$ 四边形 $DECF$ 是正方形

$$\therefore DE \parallel AC, \quad DF \parallel BC$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADM, \quad \angle CBD = \angle NDB, \quad \angle MDN = \angle AFD = 90^\circ$$

$$\because \angle DAC = \angle DAB, \quad \angle ABD = \angle CBD$$

$$\therefore \angle DAB = \angle ADM, \quad \angle NDB = \angle ABD$$

$$\therefore AM = MD, \quad DN = NB$$

$$\text{在 } Rt\triangle DMN \text{ 中, } MN^2 = MD^2 + DN^2,$$

$$\therefore MN^2 = AM^2 + NB^2,$$

【点评】 本题是四边形综合题，考查了正方形的性质，等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理等知识，添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键.

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....