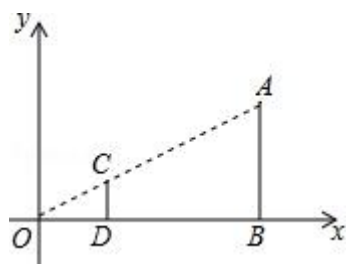


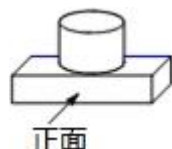
2015 年湖北省武汉市中考数学试卷

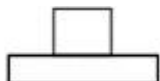
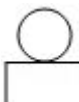
一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 下列各题中均有四个备选答案, 其中有且只有一个是正确的, 请在答题卡上将正确答案的代号涂黑.

1. (3 分) (2015•武汉) 在实数 -3 , 0 , 5 , 3 中, 最小的实数是 ()
A. -3 B. 0 C. 5 D. 3
2. (3 分) (2015•武汉) 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x \geq -2$ B. $x > -2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$
3. (3 分) (2015•武汉) 把 $a^2 - 2a$ 分解因式, 正确的是 ()
A. $a(a-2)$ B. $a(a+2)$ C. $a(a^2-2)$ D. $a(2-a)$
4. (3 分) (2015•武汉) 一组数据 3 , 8 , 12 , 17 , 40 的中位数为 ()
A. 3 B. 8 C. 12 D. 17
5. (3 分) (2015•武汉) 下列计算正确的是 ()
A. $2a^2 - 4a^2 = -2$ B. $3a + a = 3a^2$ C. $3a \cdot a = 3a^2$ D. $4a^6 \div 2a^3 = 2a^2$
6. (3 分) (2015•武汉) 如图, 在直角坐标系中, 有两点 $A(6, 3)$, $B(6, 0)$, 以原点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{3}$, 在第一象限内把线段 AB 缩小后得到线段 CD , 则点 C 的坐标为 ()

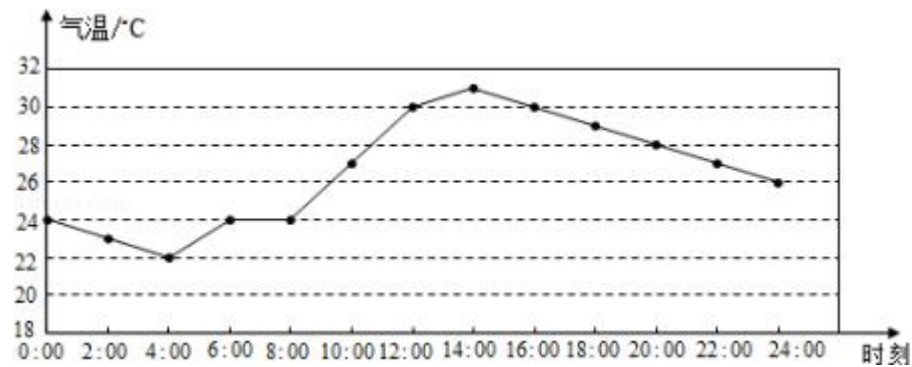


- A. $(2, 1)$ B. $(2, 0)$ C. $(3, 3)$ D. $(3, 1)$
7. (3 分) (2015•武汉) 如图, 是由一个圆柱体和一个长方体组成的几何体. 其主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

8. (3分) (2015•武汉) 下面的折线图描述了某地某日的气温变化情况. 根据图中信息, 下列说法错误的是 ()

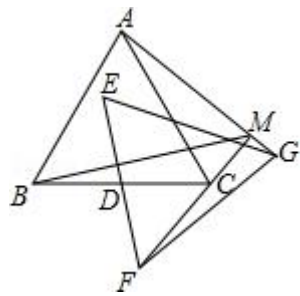


- A. 4: 00 气温最低
B. 6: 00 气温为 24°C
C. 14: 00 气温最高
D. 气温是 30°C 的时刻为 16: 00

9. (3分) (2015•武汉) 在反比例函数 $y = \frac{1-3m}{x}$ 图象上有两点 A (x_1, y_1), B (x_2, y_2), $x_1 < 0 < x_2$, $y_1 < y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > \frac{1}{3}$
B. $m < \frac{1}{3}$
C. $m \geq \frac{1}{3}$
D. $m \leq \frac{1}{3}$

10. (3分) (2015•武汉) 如图, $\triangle ABC$, $\triangle EFG$ 均是边长为 2 的等边三角形, 点 D 是边 BC、EF 的中点, 直线 AG、FC 相交于点 M. 当 $\triangle EFG$ 绕点 D 旋转时, 线段 BM 长的最小值是 ()

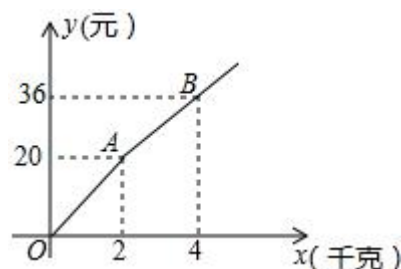


- A. $2 - \sqrt{3}$
B. $\sqrt{3} + 1$
C. $\sqrt{2}$
D. $\sqrt{3} - 1$

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分) 请将答案填在答题卡对应题号的位置上.

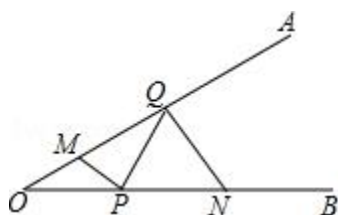
11. (3分) (2015•武汉) 计算: $-10 + (+6) =$ _____.
12. (3分) (2015•武汉) 中国的领水面积约为 $370\,000\text{km}^2$, 将数 370 000 用科学记数法表示为 _____.
13. (3分) (2015•武汉) 一组数据 2, 3, 6, 8, 11 的平均数是 _____.

14. (3分) (2015•武汉) 如图所示, 购买一种苹果, 所付款金额 y (元) 与购买量 x (千克) 之间的函数图象由线段 OA 和射线 AB 组成, 则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省_____元.



15. (3分) (2015•武汉) 定义运算“ $*$ ”, 规定 $x*y=ax^2+by$, 其中 a 、 b 为常数, 且 $1*2=5$, $2*1=6$, 则 $2*3=$ _____.

16. (3分) (2015•武汉) 如图, $\angle AOB=30^\circ$, 点 M 、 N 分别在边 OA 、 OB 上, 且 $OM=1$, $ON=3$, 点 P 、 Q 分别在边 OB 、 OA 上, 则 $MP+PQ+QN$ 的最小值是_____.



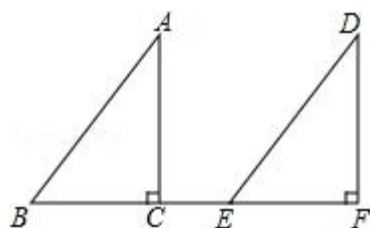
三、解答题 (共 8 小题, 共 72 分) 下列各题解答应写出文字说明, 证明过程或演算过程.

17. (8分) (2015•武汉) 已知一次函数 $y=kx+3$ 的图象经过点 $(1, 4)$.

- (1) 求这个一次函数的解析式;
- (2) 求关于 x 的不等式 $kx+3 \leq 6$ 的解集.

18. (8分) (2015•武汉) 如图, 点 B 、 C 、 E 、 F 在同一直线上, $BC=EF$, $AC \perp BC$ 于点 C , $DF \perp EF$ 于点 F , $AC=DF$. 求证:

- (1) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;
- (2) $AB \parallel DE$.



19. (8分) (2015•武汉) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 它们分别标号为 1, 2, 3, 4.

(1) 随机摸取一个小球, 直接写出“摸出的小球标号是 3”的概率;

(2) 随机摸取一个小球然后放回, 再随机摸出一个小球, 直接写出下列结果:

①两次取出的小球一个标号是 1, 另一个标号是 2 的概率;

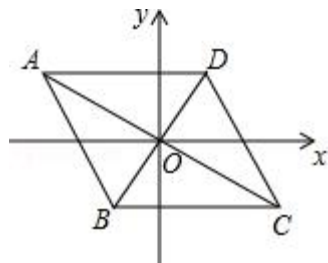
②第一次取出标号是 1 的小球且第二次取出标号是 2 的小球的概率.

20. (8分) (2015•武汉) 如图, 已知点 A $(-4, 2)$, B $(-1, -2)$, 平行四边形 ABCD 的对角线交于坐标原点 O.

(1) 请直接写出点 C、D 的坐标;

(2) 写出从线段 AB 到线段 CD 的变换过程;

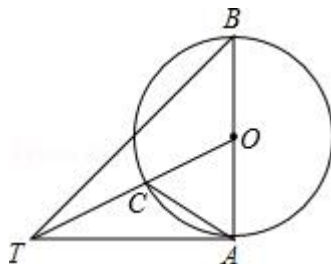
(3) 直接写出平行四边形 ABCD 的面积.



21. (8分) (2015•武汉) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle ABT=45^\circ$, $AT=AB$.

(1) 求证: AT 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OT 交 $\odot O$ 于点 C, 连接 AC, 求 $\tan \angle TAC$.



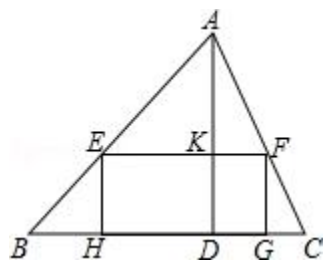
22. (10 分) (2015•武汉) 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, 边 BC 长为 12, 高 AD 长为 8.

(1) 如图, 矩形 $EFGH$ 的边 GH 在 BC 边上, 其余两个顶点 E 、 F 分别在 AB 、 AC 边上, EF 交 AD 于点 K .

①求 $\frac{EF}{AK}$ 的值;

②设 $EH=x$, 矩形 $EFGH$ 的面积为 S , 求 S 与 x 的函数关系式, 并求 S 的最大值;

(2) 若 $AB=AC$, 正方形 $PQMN$ 的两个顶点在 $\triangle ABC$ 一边上, 另两个顶点分别在 $\triangle ABC$ 的另两边上, 直接写出正方形 $PQMN$ 的边长.

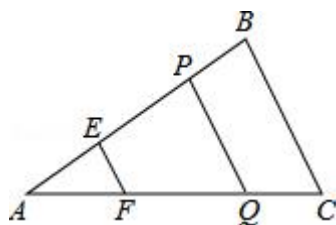


23. (10 分) (2015•武汉) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 E 、 P 在边 AB 上, 且 $AE=BP$, 过点 E 、 P 作 BC 的平行线, 分别交 AC 于点 F 、 Q , 记 $\triangle AEF$ 的面积为 S_1 , 四边形 $EFQP$ 的面积为 S_2 , 四边形 $PQCB$ 的面积为 S_3 .

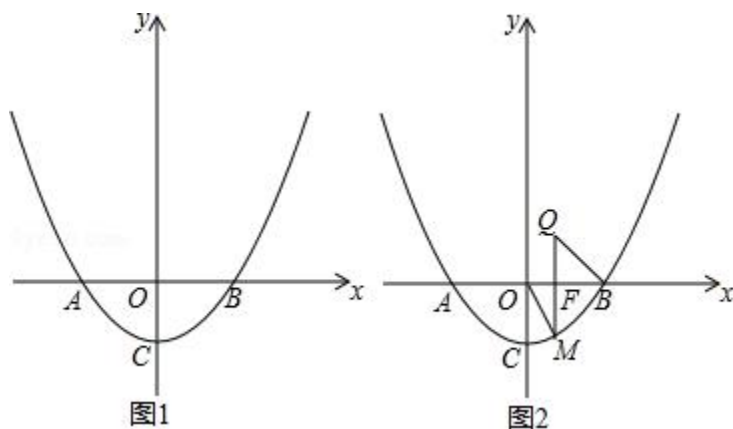
(1) 求证: $EF+PQ=BC$;

(2) 若 $S_1+S_3=S_2$, 求 $\frac{PE}{AE}$ 的值;

(3) 若 $S_3+S_1=S_2$, 直接写出 $\frac{PE}{AE}$ 的值.



24. (12 分) (2015·武汉) 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, B 两点, 交 y 轴于点 C .



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 $E(m, n)$ 是第二象限内一点, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴交抛物线于点 F , 过点 F 作 $FG \perp y$ 轴于点 G , 连接 CE 、 CF , 若 $\angle CEF = \angle CFG$, 求 n 的值并直接写出 m 的取值范围 (利用图 1 完成你的探究).

(3) 如图 2, 点 P 是线段 OB 上一动点 (不包括点 O 、 B), $PM \perp x$ 轴交抛物线于点 M , $\angle OBQ = \angle OMP$, BQ 交直线 PM 于点 Q , 设点 P 的横坐标为 t , 求 $\triangle PBQ$ 的周长.

2015 年湖北省武汉市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）下列各题中均有四个备选答案，其中有且只有一个是正确的，请在答题卡上将正确答案的代号涂黑.

1. (3 分) (2015•武汉) 在实数 -3 , 0 , 5 , 3 中，最小的实数是 ()

- A. -3 B. 0 C. 5 D. 3

考点: 实数大小比较.

分析: 正实数都大于 0 ，负实数都小于 0 ，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

解答: 解: 根据实数比较大小的方法，可得

$$-3 < 0 < 3 < 5,$$

所以在实数 -3 , 0 , 5 , 3 中，最小的实数是 -3 .

故选: A.

点评: 此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确: 正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

2. (3 分) (2015•武汉) 若代数式 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -2$ B. $x > -2$ C. $x \geq 2$ D. $x \leq 2$

考点: 二次根式有意义的条件.

分析: 根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0 ，就可以求解.

解答: 解: 根据题意得: $x - 2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$.

故选: C.

点评: 本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为: 二次根式的被开方数是非负数.

3. (3分) (2015•武汉) 把 $a^2 - 2a$ 分解因式, 正确的是 ()

- A. $a(a-2)$ B. $a(a+2)$ C. $a(a^2-2)$ D. $a(2-a)$

考点: 因式分解-提公因式法.

专题: 计算题.

分析: 原式提取公因式得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: 原式= $a(a-2)$,

故选 A.

点评: 此题考查了因式分解-提公因式法, 熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键.

4. (3分) (2015•武汉) 一组数据 3, 8, 12, 17, 40 的中位数为 ()

- A. 3 B. 8 C. 12 D. 17

考点: 中位数.

分析: 首先把这组数据 3, 8, 12, 17, 40 从小到大排列, 然后判断出中间的数是多少, 即可判断出这组数据的中位数为多少.

解答: 解: 把 3, 8, 12, 17, 40 从小到大排列, 可得

3, 8, 12, 17, 40,

所以这组数据 3, 8, 12, 17, 40 的中位数为 12.

故选: C.

点评: 此题主要考查了中位数的含义和求法的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

5. (3分) (2015•武汉) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a^2 - 4a^2 = -2$ B. $3a + a = 3a^2$ C. $3a \cdot a = 3a^2$ D. $4a^6 \div 2a^3 = 2a^2$

考点: 整式的除法; 合并同类项; 单项式乘单项式.

专题: 计算题.

分析: A、原式合并同类项得到结果, 即可做出判断;

B、原式合并同类项得到结果, 即可做出判断;

C、原式利用单项式乘以单项式法则计算得到结果, 即可做出判断;

D、原式利用单项式除以单项式法则计算得到结果, 即可做出判断.

解答: 解: A、原式 $= -2a^2$, 错误;

B、原式 $=4a$, 错误;

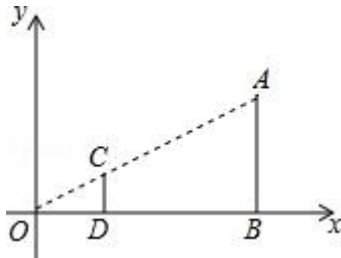
C、原式 $=3a^2$, 正确;

D、原式 $=2a^3$, 错误.

故选 C.

点评: 此题考查了整式的除法, 合并同类项, 以及单项式乘单项式, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

6. (3 分) (2015•武汉) 如图, 在直角坐标系中, 有两点 A (6, 3), B (6, 0), 以原点 O 位似中心, 相似比为 $\frac{1}{3}$, 在第一象限内把线段 AB 缩小后得到线段 CD, 则点 C 的坐标为 ()



A. (2, 1)

B. (2, 0)

C. (3, 3)

D. (3, 1)

考点: 位似变换; 坐标与图形性质.

分析: 根据位似变换的性质可知, $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, 相似比是 $\frac{1}{3}$, 根据已知数据可以求出点 C 的坐标.

解答: 解: 由题意得, $\triangle ODC \sim \triangle OBA$, 相似比是 $\frac{1}{3}$,

$$\therefore \frac{OD}{OB} = \frac{DC}{AB}, \text{ 又 } OB=6, AB=3,$$

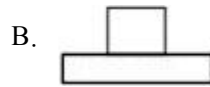
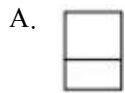
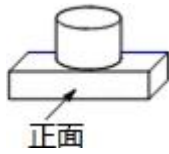
$\therefore OD=2$, $CD=1$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为: $(2, 1)$,

故选: A.

点评: 本题考查的是位似变换, 掌握位似变换与相似的关系是解题的关键, 注意位似比与相似比的关系的应用.

7. (3 分) (2015•武汉) 如图, 是由一个圆柱体和一个长方体组成的几何体. 其主视图是 ()



考点: 简单组合体的三视图.

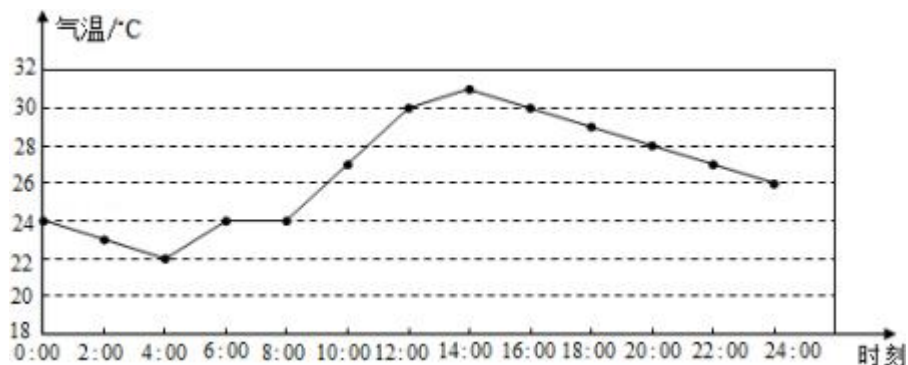
分析: 根据主视图是从正面看得到的视图, 可得答案.

解答: 解: 从正面看下面是一个比较长的矩形, 上面是一个比较宽的矩形.

故选: B.

点评: 本题考查了简单组合体的三视图, 从正面看得到的图形是正视图, 注意圆柱的主视图是矩形.

8. (3 分) (2015•武汉) 下面的折线图描述了某地某日的气温变化情况. 根据图中信息, 下列说法错误的是 ()



A. 4: 00 气温最低

B. 6: 00 气温为 24°C

C. 14: 00 气温最高

D. 气温是 30°C 的时刻为 16: 00

考点: 折线统计图.

分析: 根据观察函数图象的横坐标, 可得时间, 根据观察函数图象的纵坐标, 可得气温.

解答: 解: A、由横坐标看出 4: 00 气温最低是 24°C , 故 A 正确;

B、由纵坐标看出 6: 00 气温为 24°C , 故 B 正确;

C、由横坐标看出 14: 00 气温最高 31°C ;

D、由横坐标看出气温是 30°C 的时刻是 12: 00, 16: 00, 故 D 错误;

故选: D.

点评: 本题考查了折线统计图, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 折线统计图表示的是事物的变化情况, 如气温变化图.

9. (3 分) (2015•武汉) 在反比例函数 $y = \frac{1-3m}{x}$ 图象上有两点 A (x_1, y_1) , B (x_2, y_2) ,

$x_1 < 0 < x_2$, $y_1 < y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > \frac{1}{3}$ B. $m < \frac{1}{3}$ C. $m \geq \frac{1}{3}$ D. $m \leq \frac{1}{3}$

考点: 反比例函数图象上点的坐标特征.

分析: 首先根据当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, 有 $y_1 < y_2$ 则判断函数图象所在象限, 再根据所在象限判断 $1-3m$ 的取值范围.

解答: 解: $\because x_1 < 0 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$,

$\therefore$ 反比例函数图象在第一, 三象限,

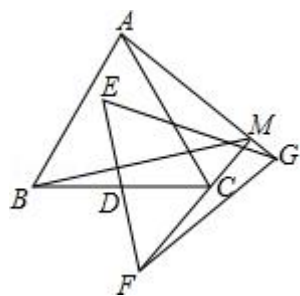
$\therefore 1-3m > 0$,

解得: $m < \frac{1}{3}$.

故选 B.

点评: 本题主要考查反比例函数的性质, 关键是根据题意判断出图象所在象限.

10. (3 分) (2015•武汉) 如图, $\triangle ABC$, $\triangle EFG$ 均是边长为 2 的等边三角形, 点 D 是边 BC、EF 的中点, 直线 AG、FC 相交于点 M. 当 $\triangle EFG$ 绕点 D 旋转时, 线段 BM 长的最小值是 ()



A. $2 - \sqrt{3}$

B. $\sqrt{3} + 1$

C. $\sqrt{2}$

D. $\sqrt{3} - 1$

考点: 旋转的性质；四点共圆；线段的性质：两点之间线段最短；等边三角形的性质；勾股定理；相似三角形的判定与性质.

分析: 连接 AD、DG、BO、OM，如图，易证 $\triangle DAG \sim \triangle DCF$ ，则有 $\angle DAG = \angle DCF$ ，从而可得 A、D、C、M 四点共圆，根据两点之间线段最短可得 $BO \leq BM + OM$ ，即 $BM \geq BO - OM$ ，当 M 在线段 BO 与该圆的交点处时，线段 BM 最小，只需求出 BO、OM 的值，就可解决问题.

解答: 解：连接 AD、DG、BO、OM，如图.

$\because \triangle ABC, \triangle EFG$ 均是边长为 2 的等边三角形，点 D 是边 BC、EF 的中点，

$\therefore AD \perp BC, GD \perp EF, DA = DG, DC = DF,$

$\therefore \angle ADG = 90^\circ - \angle CDG = \angle FDC, \frac{DA}{DC} = \frac{DG}{DF},$

$\therefore \triangle DAG \sim \triangle DCF,$

$\therefore \angle DAG = \angle DCF.$

$\therefore$ A、D、C、M 四点共圆.

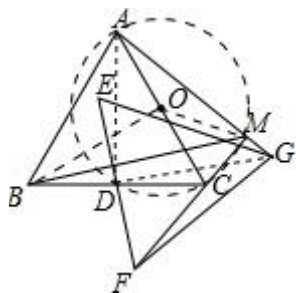
根据两点之间线段最短可得： $BO \leq BM + OM$ ，即 $BM \geq BO - OM$,

当 M 在线段 BO 与该圆的交点处时，线段 BM 最小，

此时， $BO = \sqrt{BC^2 - OC^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, $OM = \frac{1}{2}AC = 1$,

则 $BM = BO - OM = \sqrt{3} - 1$.

故选 D.



点评: 本题主要考查了等边三角形的性质、等腰三角形的性质、相似三角形的判定与性质、四点共圆的判定、勾股定理、两点之间线段最短等知识，求出动点 M 的运动轨迹是解决本题的关键.

二、填空题（共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分） 请将答案填在答题卡对应题号的位置上.

11. (3 分) (2015•武汉) 计算: $-10 + (+6) = \underline{-4}$.

考点: 有理数的加法.

专题: 计算题.

分析: 原式利用异号两数相加的法则计算即可得到结果.

解答: 解: 原式 $= -(10 - 6) = -4$.

故答案为: -4 .

点评: 此题考查了有理数的加法, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

12. (3 分) (2015•武汉) 中国的领水面积约为 $370\,000\text{km}^2$, 将数 370 000 用科学记数法表示为 $\underline{3.7 \times 10^5}$.

考点: 科学记数法—表示较大的数.

分析: 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负数. 确定 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$, n 为整数) 中 n 的值, 由于 370 000 有 6 位, 所以可以确定 $n = 6 - 1 = 5$.

解答: 解: $370\,000 = 3.7 \times 10^5$,

故答案为: 3.7×10^5 .

点评: 本题主要考查了科学计数法: 熟记规律: (1) 当 $|a| \geq 1$ 时, n 的值为 a 的整数位数减 1;
(2) 当 $|a| < 1$ 时, n 的值是第一个不是 0 的数字前 0 的个数, 包括整数位上的 0 是解题的关键.

13. (3 分) (2015•武汉) 一组数据 2, 3, 6, 8, 11 的平均数是 6.

考点: 算术平均数.

分析: 首先求出 2, 3, 6, 8, 11 的和是多少; 然后用 2, 3, 6, 8, 11 的和除以 5, 求出一组数据 2, 3, 6, 8, 11 的平均数是多少即可.

解答: 解: $(2+3+6+8+11) \div 5$

$$=30 \div 5$$

$$=6$$

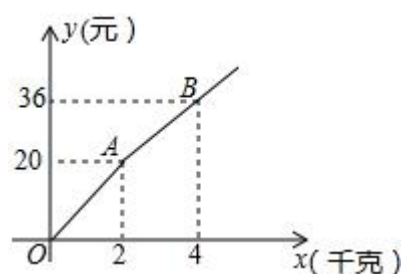
所以一组数据 2, 3, 6, 8, 11 的平均数是 6.

故答案为: 6.

点评: 此题主要考查了算术平均数的含义和求法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确:

对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则 $\bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

14. (3 分) (2015•武汉) 如图所示, 购买一种苹果, 所付款金额 y (元) 与购买量 x (千克) 之间的函数图象由线段 OA 和射线 AB 组成, 则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省 2 元.



考点: 一次函数的应用.

分析: 根据函数图象, 分别求出线段 OA 和射线 AB 的函数解析式, 即可解答.

解答: 解: 由线段 OA 的图象可知, 当 $0 < x < 2$ 时, $y=10x$,

1 千克苹果的价钱为: $y=10$,

设射线 AB 的解析式为 $y=kx+b$ ($x \geq 2$),

把 (2, 20), (4, 36) 代入得:
$$\begin{cases} 2k+b=20 \\ 4k+b=36 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k=8 \\ b=4 \end{cases},$$

$\therefore y=8x+4$,

当 $x=3$ 时, $y=8 \times 3+4=28$.

当购买 3 千克这种苹果分三次分别购买 1 千克时, 所花钱为: $10 \times 3=30$ (元),

$30-28=2$ (元).

则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省 2 元.

点评: 本题考查了一次函数的应用, 解决本题的关键是分别求出线段 OA 和射线 AB 的函数解析式.

15. (3 分) (2015•武汉) 定义运算“ $*$ ”, 规定 $x*y=ax^2+by$, 其中 a 、 b 为常数, 且 $1*2=5$, $2*1=6$, 则 $2*3=$ 10.

考点: 解二元一次方程组.

专题: 新定义.

分析: 已知等式利用新定义化简, 求出 a 与 b 的值, 即可求出所求式子的值.

解答: 解: 根据题中的新定义化简已知等式得:
$$\begin{cases} a+2b=5 \\ 4a+b=6 \end{cases},$$

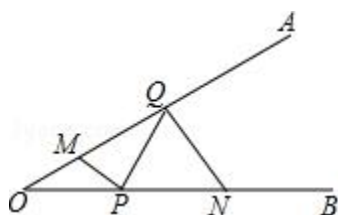
解得: $a=1$, $b=2$,

则 $2*3=4a+3b=4+6=10$,

故答案为: 10.

点评: 此题考查了解二元一次方程组, 弄清题中的新定义是解本题的关键.

16. (3 分) (2015•武汉) 如图, $\angle AOB=30^\circ$, 点 M、N 分别在边 OA、OB 上, 且 $OM=1$, $ON=3$, 点 P、Q 分别在边 OB、OA 上, 则 $MP+PQ+QN$ 的最小值是 $\sqrt{10}$.



考点: 轴对称-最短路线问题.

分析: 作 M 关于 OB 的对称点 M' , 作 N 关于 OA 的对称点 N' , 连接 $M'N'$, 即为 $MP+PQ+QN$ 的最小值.

解答: 解: 作 M 关于 OB 的对称点 M' , 作 N 关于 OA 的对称点 N' , 连接 $M'N'$, 即为 $MP+PQ+QN$ 的最小值.

根据轴对称的定义可知: $\angle N'OQ = \angle M'OB = 30^\circ$, $\angle ONN' = 60^\circ$,

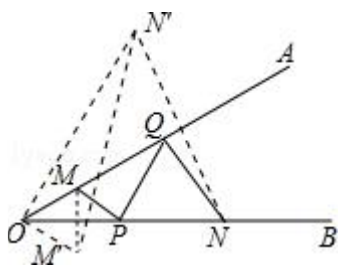
$\therefore \triangle ONN'$ 为等边三角形, $\triangle OMM'$ 为等边三角形,

$\therefore \angle N'OM' = 90^\circ$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle M'ON'$ 中,

$$M'N' = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$$

故答案为 $\sqrt{10}$.



点评: 本题考查了轴对称——最短路径问题, 根据轴对称的定义, 找到相等的线段, 得到等边三角形是解题的关键.

三、解答题 (共 8 小题, 共 72 分) 下列各题解答应写出文字说明, 证明过程或演算过程.

17. (8 分) (2015•武汉) 已知一次函数 $y=kx+3$ 的图象经过点 $(1, 4)$.

- (1) 求这个一次函数的解析式;
- (2) 求关于 x 的不等式 $kx+3 \leq 6$ 的解集.

考点: 待定系数法求一次函数解析式; 一次函数与一元一次不等式.

分析：（1）把 $x=1$ ， $y=4$ 代入 $y=kx+3$ ，求出 k 的值是多少，即可求出这个一次函数的解析式.

（2）首先把（1）中求出的 k 的值代入 $kx+3\leq 6$ ，然后根据一元一次不等式的解法，求出关于 x 的不等式 $kx+3\leq 6$ 的解集即可.

解答：解：（1） $\because$ 一次函数 $y=kx+3$ 的图象经过点 $(1, 4)$,

$$\therefore 4=k+3,$$

$$\therefore k=1,$$

$\therefore$ 这个一次函数的解析式是： $y=x+3$.

$$(2) \because k=1,$$

$$\therefore x+3\leq 6,$$

$$\therefore x\leq 3,$$

即关于 x 的不等式 $kx+3\leq 6$ 的解集是： $x\leq 3$.

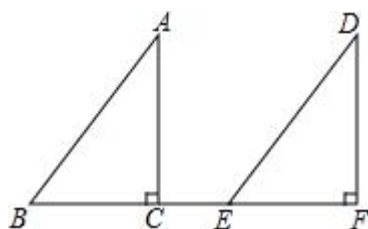
点评：（1）此题主要考查了待定系数法求一次函数的解析式，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确待定系数法求一次函数解析式一般步骤是：①先设出函数的一般形式，如求一次函数的解析式时，先设 $y=kx+b$ ；②将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式，得到关于待定系数的方程或方程组；③解方程或方程组，求出待定系数的值，进而写出函数解析式.

（2）此题还考查了一元一次不等式的解法，要熟练掌握，基本操作方法与解一元一次方程基本相同，都有如下步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1.

18. (8 分) (2015•武汉) 如图，点 B 、 C 、 E 、 F 在同一直线上， $BC=EF$ ， $AC\perp BC$ 于点 C ， $DF\perp EF$ 于点 F ， $AC=DF$. 求证：

(1) $\triangle ABC\cong\triangle DEF$;

(2) $AB\parallel DE$.



考点: 全等三角形的判定与性质; 平行线的判定.

专题: 证明题.

分析: (1) 由 SAS 容易证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

(2) 由 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 得出对应角相等 $\angle B = \angle DEF$, 即可得出结论.

解答: 证明: (1) $\because AC \perp BC$ 于点 C, $DF \perp EF$ 于点 F,

$\therefore \angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,
$$\begin{cases} BC = EF \\ \angle ACB = \angle DFE \\ AC = DF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (SAS);

(2) $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$,

$\therefore \angle B = \angle DEF$,

$\therefore AB \parallel DE$.

点评: 本题考查了全等三角形的判定与性质、平行线的判定; 熟练掌握全等三角形的判定与性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

19. (8 分) (2015•武汉) 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 它们分别标号为 1, 2, 3, 4.

(1) 随机摸取一个小球, 直接写出“摸出的小球标号是 3”的概率;

(2) 随机摸取一个小球然后放回, 再随机摸出一个小球, 直接写出下列结果:

①两次取出的小球一个标号是 1, 另一个标号是 2 的概率;

②第一次取出标号是 1 的小球且第二次取出标号是 2 的小球的概率.

考点: 列表法与树状图法; 概率公式.

分析: (1) 由一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 它们分别标号为 1, 2, 3, 4 直接利用概率公式求解即可求得答案;

(2) ①首先根据题意画出树状图, 然后由树状图求得所有等可能的结果与两次取出的小球一个标号是 1, 另一个标号是 2 的情况, 再利用概率公式求解即可求得答案;

②由树状图即可求得第一次取出标号是 1 的小球且第二次取出标号是 2 的小球的情

况，再利用概率公式求解即可求得答案.

解答: 解: (1) $\because$ 一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球, 它们分别标号为 1, 2, 3, 4,

$\therefore$ 随机摸取一个小球, 直接写出“摸出的小球标号是 3”的概率为: $\frac{1}{4}$;

(2) 画树状图得:



则共有 16 种等可能的结果;

① $\because$ 两次取出的小球一个标号是 1, 另一个标号是 2 的有 2 种情况,

$\therefore$ 两次取出的小球一个标号是 1, 另一个标号是 2 的概率为: $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$;

② $\because$ 第一次取出标号是 1 的小球且第二次取出标号是 2 的小球的只有 1 种情况,

$\therefore$ 第一次取出标号是 1 的小球且第二次取出标号是 2 的小球的概率为: $\frac{1}{16}$.

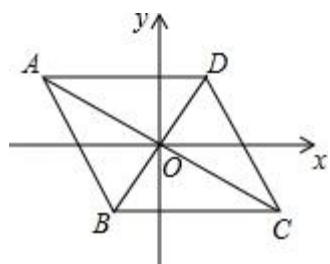
点评: 此题考查了树状图法与列表法求概率的知识. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

20. (8 分) (2015•武汉) 如图, 已知点 A (-4, 2), B (-1, -2), 平行四边形 ABCD 的对角线交于坐标原点 O.

(1) 请直接写出点 C、D 的坐标;

(2) 写出从线段 AB 到线段 CD 的变换过程;

(3) 直接写出平行四边形 ABCD 的面积.



考点: 平行四边形的性质; 坐标与图形性质; 平移的性质.

分析: (1) 利用中心对称图形的性质得出 C, D 两点坐标;

(2) 利用平行四边形的性质以及结合平移的性质得出即可;

(3) 利用 S_{ABCD} 的可以转化为边长为 5 和 4 的矩形面积, 进而求出即可.

解答: 解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 ABCD 关于 O 中心对称,

$\therefore A(-4, 2), B(-1, -2),$

$\therefore C(4, -2), D(1, 2);$

(2) 线段 AB 到线段 CD 的变换过程是: 绕点 O 旋转 180° ;

(3) 由 (1) 得: A 到 y 轴距离为 4, D 到 y 轴距离为 1,

A 到 x 轴距离为 2, B 到 x 轴距离为 2,

$\therefore S_{ABCD}$ 的可以转化为边长为 5 和 4 的矩形面积,

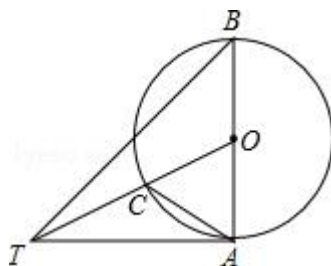
$\therefore S_{ABCD} = 5 \times 4 = 20.$

点评: 此题主要考查了平行四边形的性质以及中心对称图形的性质, 根据题意得出 S_{ABCD} 的可以转化为矩形面积是解题关键.

21. (8 分) (2015•武汉) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle ABT = 45^\circ$, $AT = AB$.

(1) 求证: AT 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 OT 交 $\odot O$ 于点 C, 连接 AC, 求 $\tan \angle TAC$.



考点: 切线的判定; 解直角三角形.

分析: (1) 根据等腰三角形的性质求得 $\angle TAB = 90^\circ$, 得出 $TA \perp AB$, 从而证得 AT 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 作 $CD \perp AT$ 于 D , 设 $OA=x$, 则 $AT=2x$, 根据勾股定理得出 $OT=\sqrt{5}x$, $TC=(\sqrt{5}-1)x$, 由 $CD \perp AT$, $TA \perp AB$ 得出 $CD \parallel AB$, 根据平行线分线段成比例定理得出 $\frac{CD}{OA} = \frac{TC}{OT} = \frac{TD}{TA}$, 即 $\frac{CD}{x} = \frac{(\sqrt{5}-1)x}{\sqrt{5}x} = \frac{TD}{2x}$, 从而求得 $CD = (1 - \frac{\sqrt{5}}{5})x$, $AD = 2x - 2(1 - \frac{\sqrt{5}}{5})x = \frac{2\sqrt{5}}{5}x$, 然后解正切函数即可求得.

解答: 解: (1) $\because \angle ABT = 45^\circ$, $AT = AB$.

$\therefore \angle TAB = 90^\circ$,

$\therefore TA \perp AB$,

$\therefore AT$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 作 $CD \perp AT$ 于 D ,

$\because TA \perp AB$, $TA = AB = 2OA$,

设 $OA=x$, 则 $AT=2x$,

$\therefore OT = \sqrt{5}x$,

$\therefore TC = (\sqrt{5}-1)x$,

$\because CD \perp AT$, $TA \perp AB$

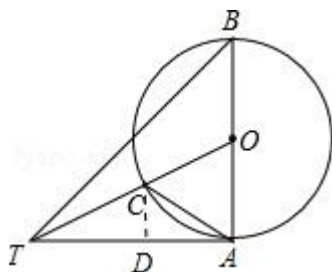
$\therefore CD \parallel AB$,

$\therefore \frac{CD}{OA} = \frac{TC}{OT} = \frac{TD}{TA}$, 即 $\frac{CD}{x} = \frac{(\sqrt{5}-1)x}{\sqrt{5}x} = \frac{TD}{2x}$,

$\therefore CD = (1 - \frac{\sqrt{5}}{5})x$, $TD = 2(1 - \frac{\sqrt{5}}{5})x$,

$\therefore AD = 2x - 2(1 - \frac{\sqrt{5}}{5})x = \frac{2\sqrt{5}}{5}x$,

$\therefore \tan \angle TAC = \frac{CD}{AD} = \frac{(1 - \frac{\sqrt{5}}{5})x}{\frac{2\sqrt{5}}{5}x} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



点评: 本题考查了切线的判定, 勾股定理的应用, 平行线的判定和性质, 解直角三角形等, 作出辅助线构建直角三角形是解题的关键.

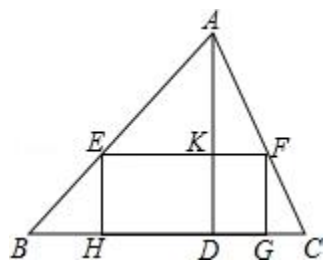
22. (10 分) (2015•武汉) 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, 边 BC 长为 12, 高 AD 长为 8.

(1) 如图, 矩形 $EFGH$ 的边 GH 在 BC 边上, 其余两个顶点 E 、 F 分别在 AB 、 AC 边上, EF 交 AD 于点 K .

①求 $\frac{EF}{AK}$ 的值;

②设 $EH=x$, 矩形 $EFGH$ 的面积为 S , 求 S 与 x 的函数关系式, 并求 S 的最大值;

(2) 若 $AB=AC$, 正方形 $PQMN$ 的两个顶点在 $\triangle ABC$ 一边上, 另两个顶点分别在 $\triangle ABC$ 的另两边上, 直接写出正方形 $PQMN$ 的边长.



考点: 相似三角形的判定与性质; 二次函数的最值; 矩形的性质; 正方形的性质.

分析: (1) ①根据 $EF \parallel BC$, 可得 $\frac{AK}{AD} = \frac{EF}{BC}$, 所以 $\frac{EF}{AK} = \frac{BC}{AD}$, 据此求出 $\frac{EF}{AK}$ 的值是多少即可.

②首先根据 $EH=x$, 求出 $AK=8-x$, 再根据 $\frac{EF}{AK} = \frac{3}{2}$, 求出 EF 的值; 然后根据矩形的面积公式, 求出 S 与 x 的函数关系式, 利用配方法, 求出 S 的最大值是多少即可.

(2) 根据题意, 设正方形的边长为 a , 分两种情况: ①当正方形 $PQMN$ 的两个顶点在 BC 边上时; ②当正方形 $PQMN$ 的两个顶点在 AB 或 AC 边上时; 分类讨论, 求出正方形 $PQMN$ 的边长各是多少即可.

解答: 解: (1) ① $\because EF \parallel BC$,

$$\begin{aligned}\therefore \frac{AK}{AD} &= \frac{EF}{BC}, \\ \therefore \frac{EF}{AK} &= \frac{BC}{AD} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}, \\ \text{即 } \frac{EF}{AK} &\text{ 的值是 } \frac{3}{2}.\end{aligned}$$

② $\because EH=x$,

$$\therefore KD=EH=x, \quad AK=8-x,$$

$$\therefore \frac{EF}{AK} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore EF = \frac{3}{2}(8-x),$$

$$\therefore S = EH \cdot EF = \frac{3}{2}x(8-x) = -\frac{3}{2}(x-4)^2 + 24,$$

$\therefore$ 当 $x=4$ 时, S 的最大值是 24.

(2) 设正方形的边长为 a ,

①当正方形 PQMN 的两个顶点在 BC 边上时,

$$\frac{8-a}{a} = \frac{8}{12},$$

$$\text{解得 } a = \frac{24}{5}.$$

②当正方形 PQMN 的两个顶点在 AB 或 AC 边上时,

$\because AB=AC, AD \perp BC,$

$\therefore BD=CD=12 \div 2=6,$

$$\therefore AB=AC = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$\therefore$ AB 或 AC 边上的高等于:

$$AD \cdot BC \div AB$$

$$= 8 \times 12 \div 10$$

$$= \frac{48}{5}$$

$$\therefore \frac{\frac{48}{5} - a}{a} = \frac{\frac{48}{5}}{10},$$

$$\text{解得 } a = \frac{240}{49}.$$

综上, 可得

正方形 PQMN 的边长是 $\frac{24}{5}$ 或 $\frac{240}{49}$.

点评: (1) 此题主要考查了相似三角形的判定和性质的应用, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形.

(2) 此题还考查了二次函数的最值的求法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：确定一个二次函数的最值，首先看自变量的取值范围，当自变量取全体实数时，其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标；当自变量取某个范围时，要分别求出顶点和函数端点处的函数值，比较这些函数值，从而获得最值.

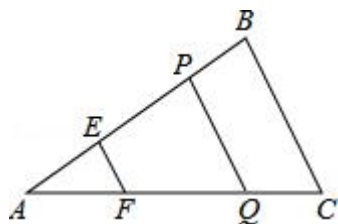
(3) 此题还考查了矩形、正方形、直角三角形的性质和应用，以及勾股定理的应用，要熟练掌握.

23. (10 分) (2015·武汉) 如图， $\triangle ABC$ 中，点 E、P 在边 AB 上，且 $AE=BP$ ，过点 E、P 作 BC 的平行线，分别交 AC 于点 F、Q，记 $\triangle AEF$ 的面积为 S_1 ，四边形 EFQP 的面积为 S_2 ，四边形 PQCB 的面积为 S_3 .

(1) 求证： $EF+PQ=BC$;

(2) 若 $S_1+S_3=S_2$ ，求 $\frac{PE}{AE}$ 的值;

(3) 若 $S_3+S_1=S_2$ ，直接写出 $\frac{PE}{AE}$ 的值.



考点：相似形综合题.

分析：(1) 由平行线得出比例式 $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$, $\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB}$, 证出 $AP=BE$, 得出 $\frac{EF}{BC} + \frac{PQ}{BC} = 1$, 即可得

出 $EF+PQ=BC$;

(2) 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H, 分别交 PQ 于 M、N, 设 $EF=a$, $PQ=b$, $AM=h$, 则 $BC=a+b$, 由平行线得出 $\triangle AEF \sim \triangle APQ$, 得出 $\frac{AM}{AN} = \frac{EF}{PQ}$, 得出 $AN = \frac{b}{a}h$, $MN = (\frac{b}{a} - 1)h$,

由三角形的面积公式得出 $S_1 = \frac{1}{2}ah$, $S_2 = \frac{1}{2}(a+b)(\frac{b}{a} - 1)h$, $S_3 = \frac{1}{2}(b+a+b)h$, 得出 $\frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}$

$(a+b+b)h = \frac{1}{2}(a+b)(\frac{b}{a} - 1)h$, 求出 $b=3a$, 即可得出结果; (3) 由题意得出 $\frac{1}{2}(a+b+b)$

$h - \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}(a+b)(\frac{b}{a} - 1)h$, 得出 $b = (1 + \sqrt{2})a$, 即可得出结果.

解答: (1) 证明: $\because EF \parallel BC, PQ \parallel BC,$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}, \quad \frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB},$$

$$\therefore AE = BP,$$

$$\therefore AP = BE,$$

$$\therefore \frac{EF}{BC} + \frac{PQ}{BC} = \frac{AE}{AB} + \frac{BE}{AB} = 1,$$

$$\therefore \frac{EF+PQ}{BC} = 1,$$

$$\therefore EF+PQ=BC;$$

(2) 解: 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于 H, 分别交 PQ 于 M、N, 如图所示:

设 $EF=a, PQ=b, AM=h,$

则 $BC=a+b,$

$$\because EF \parallel PQ,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle APQ,$$

$$\therefore \frac{AM}{AN} = \frac{EF}{PQ},$$

$$\therefore AN = \frac{b}{a}h, \quad MN = \left(\frac{b}{a} - 1\right)h,$$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2}ah, \quad S_2 = \frac{1}{2}(a+b) \left(\frac{b}{a} - 1\right)h, \quad S_3 = \frac{1}{2}(b+a+b)h,$$

$$\because S_1 + S_3 = S_2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}ah + \frac{1}{2}(a+b+b)h = \frac{1}{2}(a+b) \left(\frac{b}{a} - 1\right)h,$$

解得: $b=3a,$

$$\therefore \frac{PQ}{AE} = 3,$$

$$\therefore \frac{PE}{AE} = 2;$$

(3) 解: $\because S_3 - S_1 = S_2,$

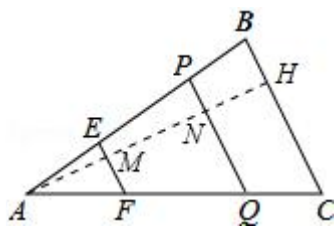
$$\therefore \frac{1}{2}(a+b+b)h - \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}(a+b) \left(\frac{b}{a} - 1\right)h,$$

解得: $b = (1 \pm \sqrt{2})a$ (负值舍去),

$$\therefore b = (1 + \sqrt{2})a,$$

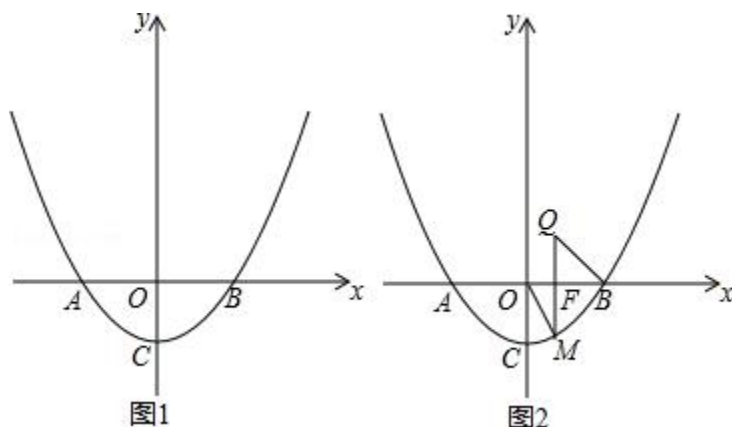
$$\therefore \frac{PQ}{AE} = 1 + \sqrt{2}.$$

$$\therefore \frac{PE}{AE} = \sqrt{2}.$$



点评: 本题是相似形综合题目，考查了平行线的性质、相似三角形的判定与性质、三角形面积的计算以及解方程等知识；本题难度较大，综合性强，特别是（2）（3）中，需要通过作辅助线证明三角形相似和解方程才能得出结果.

24. (12分) (2015·武汉) 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$, B 两点, 交 y 轴于点 C .



(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 $E(m, n)$ 是第二象限内一点, 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴交抛物线于点 F , 过点 F 作 $FG \perp y$ 轴于点 G , 连接 CE 、 CF , 若 $\angle CEF = \angle CFG$. 求 n 的值并直接写出 m 的取值范围 (利用图 1 完成你的探究).

(3) 如图 2, 点 P 是线段 OB 上一动点 (不包括点 O 、 B), $PM \perp x$ 轴交抛物线于点 M , $\angle OBQ = \angle OMP$, BQ 交直线 PM 于点 Q , 设点 P 的横坐标为 t , 求 $\triangle PBQ$ 的周长.

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 将点 A 的坐标代入抛物线解析式即可求得 c 的值, 则可得抛物线解析式;

(2) 过点 C 作 $CH \perp EF$ 于点 H , 易证 $\triangle EHC \sim \triangle FGC$, 再根据相似三角形的性质可得 n 的值;

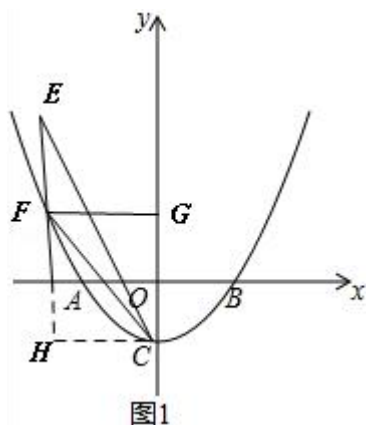
(3) 首先表示出点 P 的坐标，再根据 $\triangle OPM \sim \triangle QPB$ ，然后由对应边的比值相等得出 PQ 和 BQ 的长，从而可得 $\triangle PBQ$ 的周长。

解答: 解: (1) 把 A (-1, 0) 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + c$

$$\text{得 } c = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{抛物线解析式为 } y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

(2) 如图 1, 过点 C 作 $CH \perp EF$ 于点 H,



$\therefore \angle CEF = \angle CFG$, $FG \perp y$ 轴于点 G

$\therefore \triangle EHC \sim \triangle FGC$

$\therefore E(m, n)$

$$\therefore F\left(m, \frac{1}{2}m^2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{又 } \therefore C\left(0, \frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore EH = n + \frac{1}{2}, \quad CH = -m, \quad FG = -m, \quad CG = \frac{1}{2}m^2$$

$$\text{又 } \therefore \frac{EH}{CH} = \frac{FG}{CG},$$

$$\text{则 } \frac{n + \frac{1}{2}}{-m} = \frac{-m}{\frac{1}{2}m^2}$$

$$\therefore n + \frac{1}{2} = 2$$

$$\therefore n = \frac{3}{2} \quad (-2 < m < 0)$$

(3) 由题意可知 $P(t, 0)$, $M\left(t, \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}\right)$

$\therefore PM \perp x$ 轴交抛物线于点 M, $\angle OBQ = \angle OMP$,

$$\therefore \triangle OPM \sim \triangle QPB.$$

$$\therefore \frac{OP}{PM} = \frac{PQ}{PB}.$$

$$\text{其中 } OP=t, \quad PM=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}t^2, \quad PB=1-t,$$

$$\therefore PQ=\frac{2t}{1+t}.$$

$$BQ=\sqrt{PB^2+PQ^2}=\frac{t^2+1}{t+1}$$

$$\therefore PQ+BQ+PB=\frac{2t}{1+t}+\frac{t^2+1}{1+t}+1-t=2.$$

$$\therefore \triangle PBQ \text{ 的周长为 } 2.$$

点评: 本题考查了二次函数的综合应用，同时涉及了相似三角形的判定与性质，具有一定的综合性与难度，解题时要注意数形结合思想与方程思想的运用.

参与本试卷答题和审题的老师有：放飞梦想；HJJ；sks；1286697702；2300680618；守拙；
1160374；王学峰；sdwdmahongye；CJX；wdzymsy@126.com；zcx；gbl210；774604808
(排名不分先后)

菁优网

2015 年 7 月 23 日