

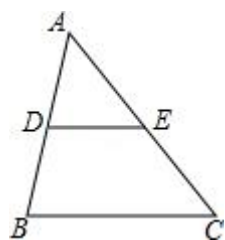
2014 年河北省中考数学试题

一、选择题（共 16 小题，1~6 小题，每小题 2 分；7~16 小题，每小题 2 分，共 42 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (2 分) (2014•河北) -2 是 2 的 ()

- A. 倒数 B. 相反数 C. 绝对值 D. 平方根

2. (2 分) (2014•河北) 如图， $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别是边 AB ， AC 的中点. 若 $DE=2$ ，则 $BC=$ ()

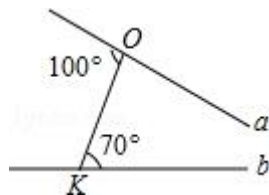


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. (2 分) (2014•河北) 计算: $85^2 - 15^2 =$ ()

- A. 70 B. 700 C. 4900 D. 7000

4. (2 分) (2014•河北) 如图，平面上直线 a ， b 分别过线段 OK 两端点 (数据如图)，则 a ， b 相交所成的锐角是 ()

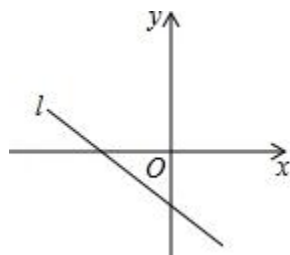


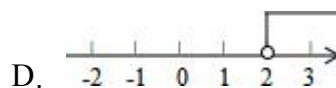
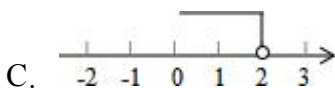
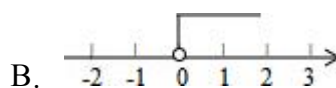
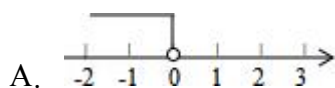
- A. 20° B. 30° C. 70° D. 80°

5. (2 分) (2014•河北) a ， b 是两个连续整数，若 $a < \sqrt{7} < b$ ，则 a ， b 分别是 ()

- A. 2, 3 B. 3, 2 C. 3, 4 D. 6, 8

6. (2 分) (2014•河北) 如图，直线 l 经过第二、三、四象限， l 的解析式是 $y = (m-2)x + n$ ，则 m 的取值范围在数轴上表示为 ()





7. (3分) (2014•河北) 化简: $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = (\quad)$

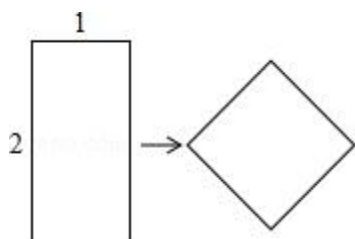
A. 0

B. 1

C. x

D. $\frac{x}{x-1}$

8. (3分) (2014•河北) 如图, 将长为 2、宽为 1 的矩形纸片分割成 n 个三角形后, 拼成面积为 2 的正方形, 则 $n \neq (\quad)$



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

A. 6 厘米

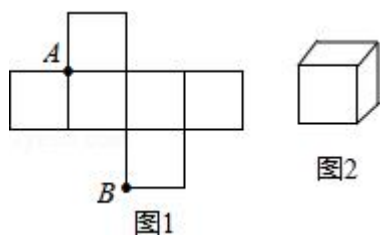
B. 12 厘米

C. 24 厘米

D. 36 厘米

9. (3分) (2014•河北) 某种正方形合金板材的成本 y (元) 与它的面积成正比, 设边长为 x 厘米. 当 $x=3$ 时, $y=18$, 那么当成本为 72 元时, 边长为 $(\quad)$

10. (3分) (2014•河北) 如图 1 是边长为 1 的六个小正方形组成的图形, 它可以围成图 2 的正方体, 则图 1 中小正方形顶点 A, B 围成的正方体上的距离是 $(\quad)$



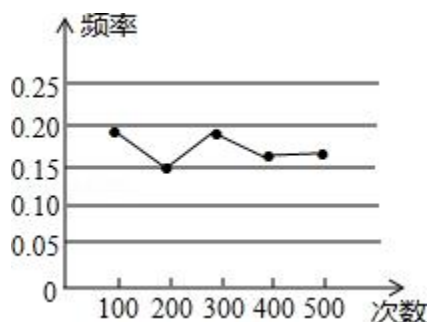
A. 0

B. 1

C. $\sqrt{2}$

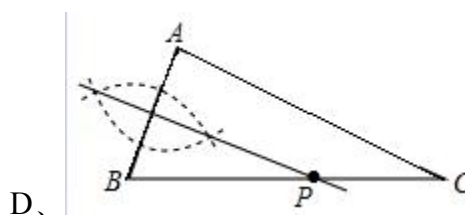
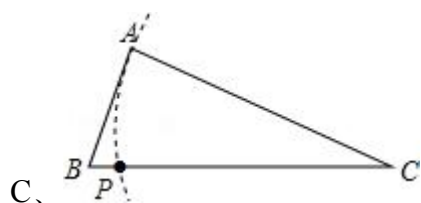
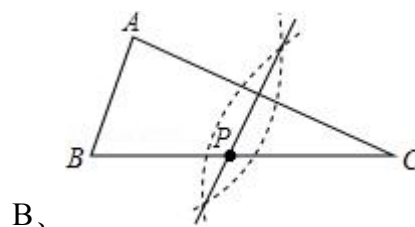
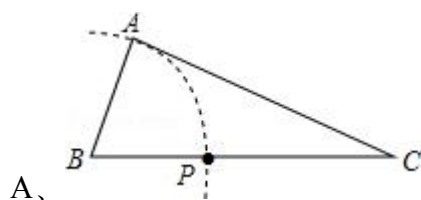
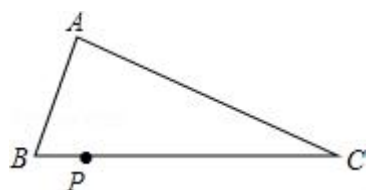
D. $\sqrt{3}$

11. (3分) (2014•河北) 某小组做“用频率估计概率”的实验时, 统计了某一结果出现的频率, 绘制了如图的折线统计图, 则符合这一结果的实验最有可能的是 $(\quad)$



- A. 在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”
- B. 一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃
- C. 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球
- D. 掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4

12. (3 分) (2014•河北) 如图，已知 $\triangle ABC$ ($AC < BC$)，用尺规在 BC 上确定一点 P ，使 $PA + PC = BC$ ，则符合要求的作图痕迹是 ()



13. (3 分) (2014•河北) 在研究相似问题时，甲、乙同学的观点如下：

甲：将边长为 3、4、5 的三角形按图 1 的方式向外扩张，得到新三角形，它们的对应边间距为 1，则新三角形与原三角形相似。

乙：将邻边为 3 和 5 的矩形按图 2 的方式向外扩张，得到新的矩形，它们的对应边间距均为 1，则新矩形与原矩形不相似。

对于两人的观点，下列说法正确的是（ ）

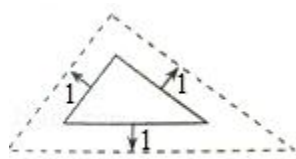


图1

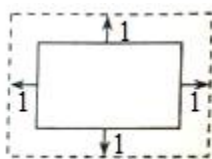


图2

A. 两人都对

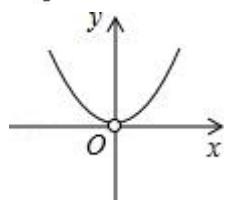
B. 两人都不对

C. 甲对，乙不对

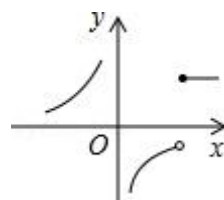
D. 甲不对，乙对

14. (3分) (2014•河北) 定义新运算: $a \oplus b = \begin{cases} \frac{a}{b} & (b > 0) \\ -\frac{a}{b} & (b < 0) \end{cases}$ 例如: $4 \oplus 5 = \frac{4}{5}$, $4 \oplus$

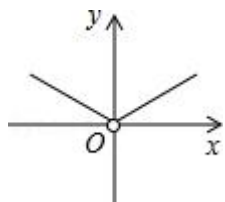
$(-5) = -\frac{4}{5}$. 则函数 $y = 2 \oplus x$ ($x \neq 0$) 的图象大致是 ()



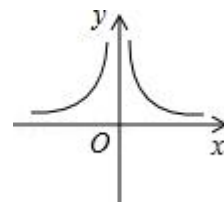
A.



B.



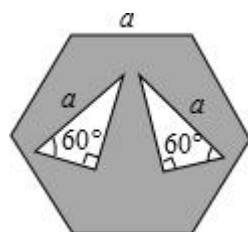
C.



D.

15. (3分) (2014•河北) 如图, 边长为 a 的正六边形内有两个三角形 (数据如图),

则 $\frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} =$ ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

16. (3分) (2014•河北) 五名学生投篮, 规定每人投 20 次, 统计他们每人投中的次数. 得到五个数据. 若这五个数据的中位数是 6. 唯一众数是 7, 则他们投中次数的总和可能是 ()

A. 20

B. 28

C. 30

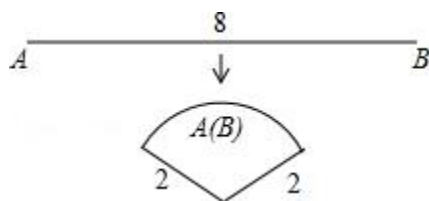
D. 31

二、填空题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 满分 12 分)

17. (3 分) (2014•河北) 计算: $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ _____.

18. (3 分) (2014•河北) 若实数 m, n 满足 $|m-2| + (n-2014)^2 = 0$, 则 $m^{-1} + n^0 =$ _____.

19. (3 分) (2014•河北) 如图, 将长为 8cm 的铁丝尾相接围成半径为 2cm 的扇形. 则 $S_{\text{扇形}} =$ _____ cm^2 .



20. (3 分) (2014•河北) 如图, 点 O, A 在数轴上表示的数分别是 $0, 0.1$.



将线段 OA 分成 100 等份, 其分点由左向右依次为 $M_1, M_2, \dots, M_{99}$;

再将线段 OM_1 分成 100 等份, 其分点由左向右依次为 $N_1, N_2, \dots, N_{99}$;

继续将线段 ON_1 分成 100 等份, 其分点由左向右依次为 $P_1, P_2, \dots, P_{99}$.

则点 P_{37} 所表示的数用科学记数法表示为_____.

三、解答题 (共 6 小题, 满分 66 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. (10 分) (2014•河北) 嘉淇同学用配方法推导一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的求根公式时, 对于 $b^2 - 4ac > 0$ 的情况, 她是这样做的:

由于 $a \neq 0$, 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 变形为:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}, \dots \text{第一步}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2, \dots \text{第二步}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}, \dots \text{第三步}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac > 0), \dots \text{第四步}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \dots \text{第五步}$$

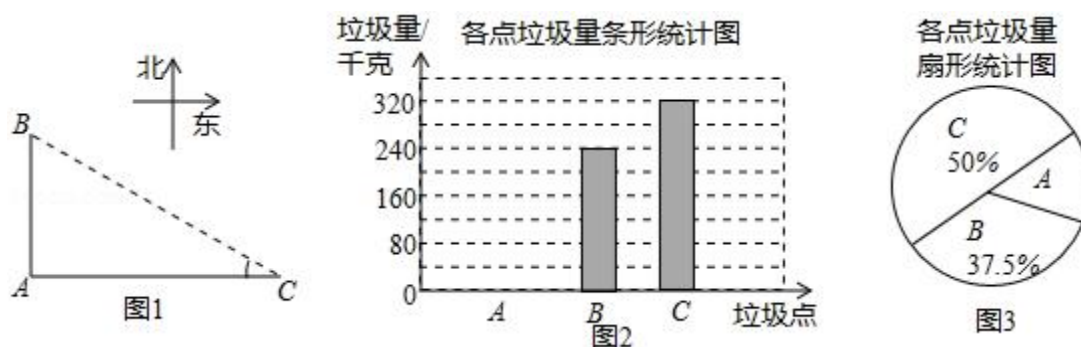
嘉淇的解法从第四步开始出现错误；事实上，当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的求根公式是_____.

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$.

22. (10 分) (2014•河北) 如图 1, A, B, C 是三个垃圾存放点, 点 B, C 分别位于点 A 的正北和正东方向, $AC = 100$ 米. 四人分别测得 $\angle C$ 的度数如下表:

	甲	乙	丙	丁
$\angle C$ (单位: 度)	34	36	38	40

他们又调查了各点的垃圾量, 并绘制了下列尚不完整的统计图 2, 图 3:



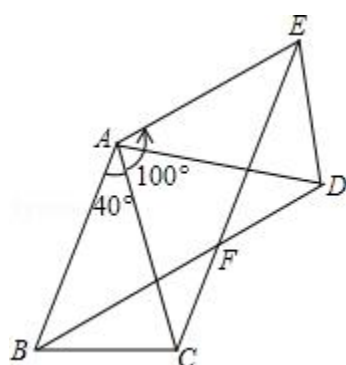
(1) 求表中 $\angle C$ 度数的平均数 $\bar{x}$:

(2) 求 A 处的垃圾量, 并将图 2 补充完整;

(3) 用 (1) 中的 $\bar{x}$ 作为 $\angle C$ 的度数, 要将 A 处的垃圾沿道路 AB 都运到 B 处, 已知运送 1 千克垃圾每米的费用为 0.005 元, 求运垃圾所需的费用. (注: $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$, $\tan 37^\circ = 0.75$)

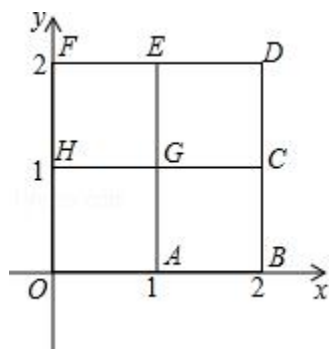
23. (11 分) (2014•河北) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=40^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 100° 得到 $\triangle ADE$, 连接 BD , CE 交于点 F .

- (1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;
- (2) 求 $\angle ACE$ 的度数;
- (3) 求证: 四边形 $ABEF$ 是菱形.



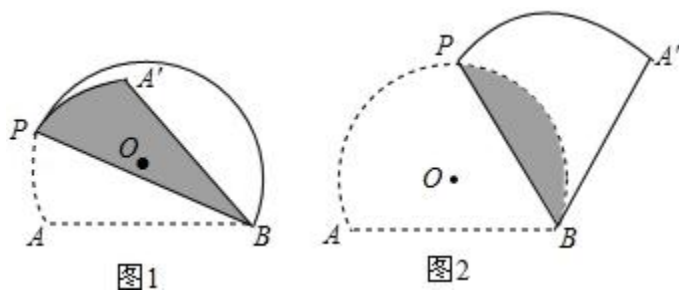
24. (11 分) (2014•河北) 如图, 2×2 网格 (每个小正方形的边长为 1) 中有 A , B , C , D , E , F , G , H , O 九个格点. 抛物线 l 的解析式为 $y = (-1)^n x^2 + bx + c$ (n 为整数).

- (1) n 为奇数, 且 l 经过点 $H(0, 1)$ 和 $C(2, 1)$, 求 b , c 的值, 并直接写出哪个格点是该抛物线的顶点;
- (2) n 为偶数, 且 l 经过点 $A(1, 0)$ 和 $B(2, 0)$, 通过计算说明点 $F(0, 2)$ 和 $H(0, 1)$ 是否在该抛物线上;
- (3) 若 l 经过这九个格点中的三个, 直接写出所有满足这样条件的抛物线条数.

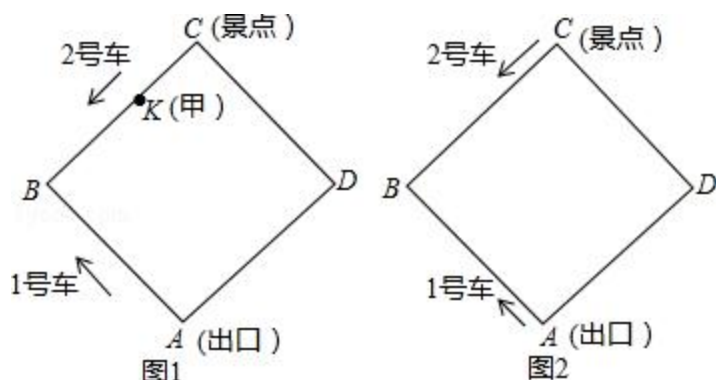


25. (11 分) (2014•河北) 图 1 和图 2 中, 优弧 $\widehat{AB}$ 所在 $\odot O$ 的半径为 2, $AB=2\sqrt{3}$. 点 P 为优弧 $\widehat{AB}$ 上一点 (点 P 不与 A, B 重合), 将图形沿 BP 折叠, 得到点 A 的对称点 A' .

- (1) 点 O 到弦 AB 的距离是____, 当 BP 经过点 O 时, $\angle ABA' = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$;
- (2) 当 BA' 与 $\odot O$ 相切时, 如图 2, 求折痕的长;
- (3) 若线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 只有一个公共点 B , 设 $\angle ABP = \alpha$. 确定 α 的取值范围.



26. (13 分) (2014•河北) 某景区内的环形路是边长为 800 米的正方形 $ABCD$, 如图 1 和图 2. 现有 1 号、2 号两游览车分别从出口 A 和景点 C 同时出发, 1 号车顺时针、2 号车逆时针沿环形路连续循环行驶, 供游客随时免费乘车 (上、下车的时间忽略不计), 两车速度均为 200 米/分.



探究: 设行驶时间为 t 分.

- (1) 当 $0 \leq t \leq 8$ 时, 分别写出 1 号车、2 号车在左半环线离出口 A 的路程 y_1, y_2 (米) 与 t (分) 的函数关系式, 并求出当两车相距的路程是 400 米时 t 的值;
- (2) t 为何值时, 1 号车第三次恰好经过景点 C ? 并直接写出这一段时间内它与 2 号车相遇过的次数.

发现: 如图 2, 游客甲在 BC 上的一点 K (不与点 B, C 重合) 处候车, 准备乘车到出口 A , 设 $CK=x$ 米.

情况一: 若他刚好错过 2 号车, 便搭乘即将到来的 1 号车;

情况二: 若他刚好错过 1 号车, 便搭乘即将到来的 2 号车.

比较哪种情况用时较多? (含候车时间)

决策：已知游客乙在 DA 上从 D 向出口 A 走去，步行的速度是 50 米/分，当行进到 DA 上一点 P （不与点 D ， A 重合）时，刚好与 2 号车迎面相遇。

(1) 他发现，乘 1 号车会比乘 2 号车到出口 A 用时少，请你简要说明理由：

(2) 设 $PA=s$ ($0 < s < 800$) 米，若他想尽快到达出口 A ，根据 s 的大小，在等候乘 1 号车还是步行这两种方式中，他该如何选择？

2014 年河北省中考数学试题

参考答案与试题解析

一、选择题（共 16 小题，1~6 小题，每小题 2 分；7~16 小题，每小题 2 分，共 42 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. (2 分) (2014•河北) -2 是 2 的 ()

- A. 倒数 B. 相反数 C. 绝对值 D. 平方根

考点：相反数.

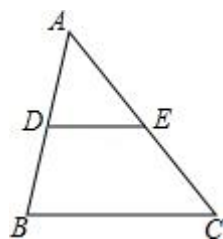
分析：根据只有符号不同的两个数互为相反数，可得一个数的相反数.

解答：解： -2 是 2 的相反数，

故选：B.

点评：本题考查了相反数，在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (2 分) (2014•河北) 如图， $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别是边 AB ， AC 的中点. 若 $DE=2$ ，则 $BC=$ ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

考点：三角形中位线定理.

分析：根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $BC=2DE$.

解答：解： $\because D$ ， E 分别是边 AB ， AC 的中点，

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore BC=2DE=2 \times 2=4$.

故选 C.

点评： 本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半，熟记定理是解题的关键.

3. (2分) (2014•河北) 计算: $85^2 - 15^2 =$ ()

- A. 70 B. 700 C. 4900 D. 7000

考点： 因式分解-运用公式法.

分析： 直接利用平方差进行分解，再计算即可.

解答： 解: 原式 $= (85+15)(85-15)$

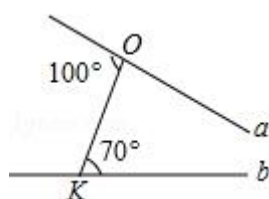
$$= 100 \times 70$$

$$= 7000.$$

故选: D.

点评： 此题主要考查了公式法分解因式，关键是掌握平方差公式: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

4. (2分) (2014•河北) 如图，平面上直线 a , b 分别过线段 OK 两端点 (数据如图)，则 a , b 相交所成的锐角是 ()



- A. 20° B. 30° C. 70° D. 80°

考点： 三角形的外角性质

分析： 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和列式计算即可得解.

解答： 解: a , b 相交所成的锐角 $= 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$.

故选 B.

点评： 本题考查了三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，熟记性质是解题的关键.

5. (2分) (2014•河北) a, b 是两个连续整数, 若 $a < \sqrt{7} < b$, 则 a, b 分别是 ()

- A. 2, 3 B. 3, 2 C. 3, 4 D. 6, 8

考点: 估算无理数的大小.

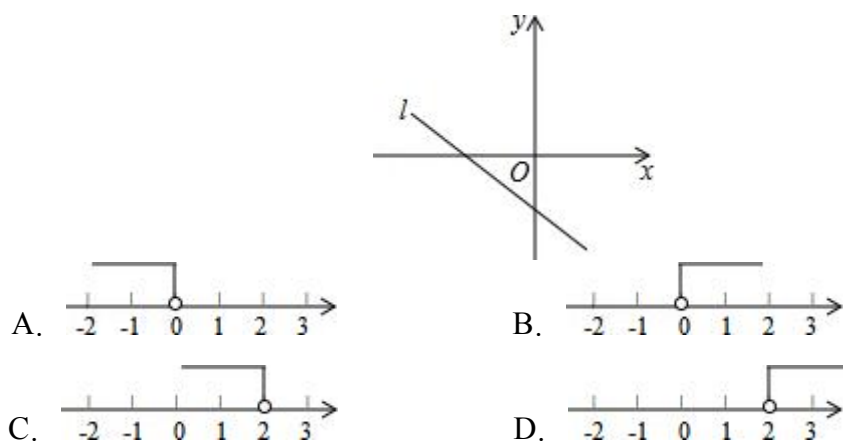
分析: 根据 $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$, 可得答案.

解答: 解: $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$,

故选: A.

点评: 本题考查了估算无理数的大小, $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 是解题关键.

6. (2分) (2014•河北) 如图, 直线 l 经过第二、三、四象限, l 的解析式是 $y = (m-2)x + n$, 则 m 的取值范围在数轴上表示为 ()



考点: 一次函数图象与系数的关系; 在数轴上表示不等式的解集

专题: 数形结合.

分析: 根据一次函数图象与系数的关系得到 $m-2 < 0$ 且 $n < 0$, 解得 $m < 2$, 然后根据数轴表示不等式的方法进行判断.

解答: 解: $\because$ 直线 $y = (m-2)x + n$ 经过第二、三、四象限,

$$\therefore m-2 < 0 \text{ 且 } n < 0,$$

$$\therefore m < 2 \text{ 且 } n < 0.$$

故选 C.

点评： 本题考查了一次函数图象与系数的关系：一次函数 $y=kx+b$ (k 、 b 为常数， $k \neq 0$) 是一条直线，当 $k > 0$ ，图象经过第一、三象限， y 随 x 的增大而增大；当 $k < 0$ ，图象经过第二、四象限， y 随 x 的增大而减小；图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, b)$ 。也考查了在数轴上表示不等式的解集。

7. (3 分) (2014•河北) 化简： $\frac{x^2}{x-1} - \frac{x}{x-1} = (\quad)$

- A. 0 B. 1 C. x D. $\frac{x}{x-1}$

考点： 分式的加减法.

专题： 计算题.

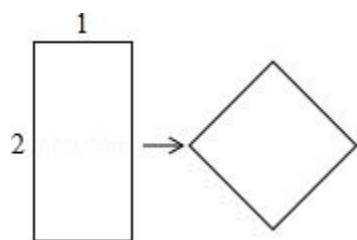
分析： 原式利用同分母分式的减法法则计算，约分即可得到结果.

解答： 解：原式 $= \frac{x(x-1)}{x-1} = x$.

故选 C

点评： 此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算是解本题的关键.

8. (3 分) (2014•河北) 如图，将长为 2、宽为 1 的矩形纸片分割成 n 个三角形后，拼成面积为 2 的正方形，则 $n \neq (\quad)$



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

考点： 图形的剪拼

分析： 利用矩形的性质以及正方形的性质，结合勾股定理得出分割方法即可.

解答： 解：如图所示：将长为 2、宽为 1 的矩形纸片分割成 n 个三角形后，拼成面积为 2 的正方形，

则 n 可以为：3，4，5，

故 $n \neq 2$.

故选: A.

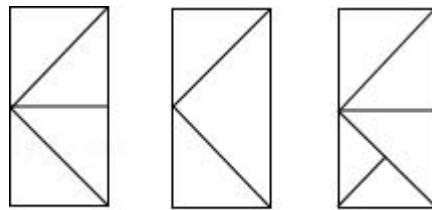


图1

点评: 此题主要考查了图形的剪拼, 得出正方形的边长是解题关键.

A. 6 厘米 B. 12 厘米 C. 24 厘米 D. 36 厘米

9. (3 分) (2014•河北) 某种正方形合金板材的成本 y (元) 与它的面积成正比, 设边长为 x 厘米. 当 $x=3$ 时, $y=18$, 那么当成本为 72 元时, 边长为 ()

考点: 一次函数的应用.

分析: 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx^2$, 由待定系数法就可以求出解析式, 当 $y=72$ 时代入函数解析式就可以求出结论.

解答: 解: 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx^2$, 由题意, 得

$$18=9k,$$

$$\text{解得: } k=2,$$

$$\therefore y=2x^2,$$

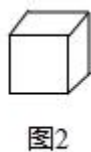
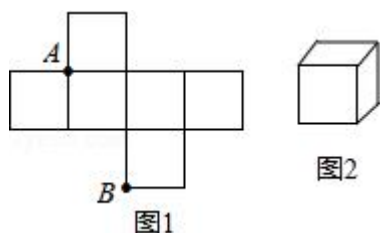
$$\text{当 } y=72 \text{ 时, } 72=2x^2,$$

$$\therefore x=6.$$

故选 A.

点评: 本题考查了待定系数法求函数的解析式的运用, 根据解析式由函数值求自变量的值的运用, 解答时求出函数的解析式是关键.

10. (3 分) (2014•河北) 如图 1 是边长为 1 的六个小正方形组成的图形, 它可以围成图 2 的正方体, 则图 1 中小正方形顶点 A, B 围成的正方体上的距离是 ()



- A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

考点：展开图折叠成几何体

分析：根据展开图折叠成几何体，可得正方体，根据勾股定理，可得答案.

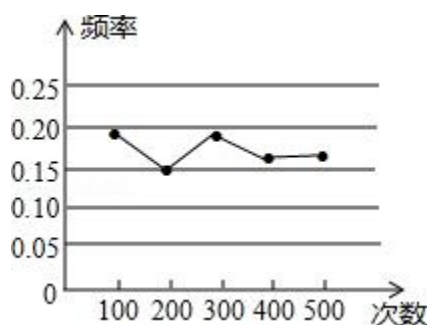
解答：解； AB 是正方体的边长，

$AB=1$,

故选：B.

点评：本题考查了展开图折叠成几何体，勾股定理是解题关键.

11. (3 分) (2014•河北) 某小组做“用频率估计概率”的实验时，统计了某一结果出现的频率，绘制了如图的折线统计图，则符合这一结果的实验最有可能的是 ()



- A. 在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”
 B. 一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃
 C. 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球
 D. 掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4

考点：利用频率估计概率；折线统计图.

分析： 根据统计图可知，试验结果在 0.17 附近波动，即其概率 $P \approx 0.17$ ，计算四个选项的概率，约为 0.17 者即为正确答案.

解答： 解：A、在“石头、剪刀、布”的游戏中，小明随机出的是“剪刀”的概率为 $\frac{1}{3}$ ，故此选项错误；

B、一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后，从中任抽一张牌的花色是红桃的概率是： $\frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ；故此选项错误；

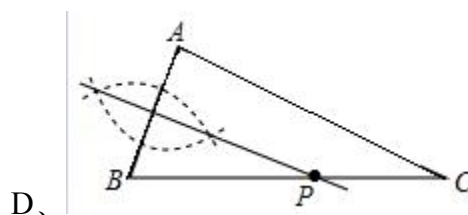
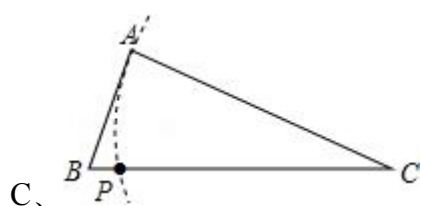
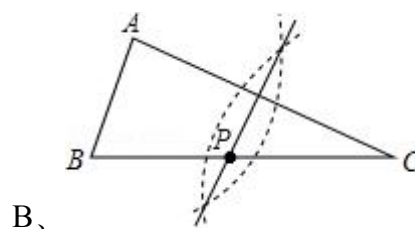
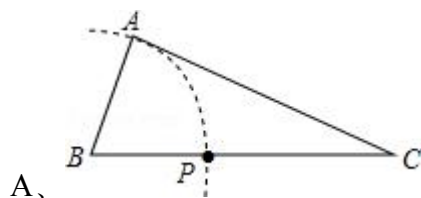
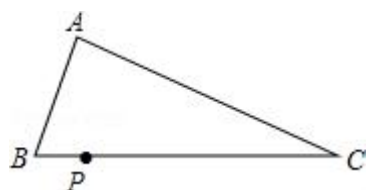
C、暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球，它们只有颜色上的区别，从中任取一球是黄球的概率为 $\frac{2}{3}$ ，故此选项错误；

D、掷一个质地均匀的正六面体骰子，向上的面点数是 4 的概率为 $\frac{1}{6} \approx 0.17$ ，故此选项正确.

故选：D.

点评： 此题考查了利用频率估计概率，大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为：频率=所求情况数与总情况数之比. 同时此题在解答中要用到概率公式.

12. (3 分) (2014•河北) 如图，已知 $\triangle ABC$ ($AC < BC$)，用尺规在 BC 上确定一点 P ，使 $PA + PC = BC$ ，则符合要求的作图痕迹是 ()



考点：作图—复杂作图

分析：要使 $PA+PC=BC$ ，必有 $PA=PB$ ，所以选项中只有作 AB 的中垂线才能满足这个条件，故 D 正确.

解答：解： D 选项中作的是 AB 的中垂线，

$$\therefore PA=PB,$$

$$\because PB+PC=BC,$$

$$\therefore PA+PC=BC$$

故选： D .

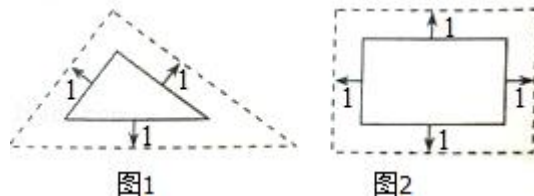
点评： 本题主要考查了作图知识，解题的关键是根据作图得出 $PA=PB$.

13. (3 分) (2014•河北) 在研究相似问题时，甲、乙同学的观点如下：

甲：将边长为 3、4、5 的三角形按图 1 的方式向外扩张，得到新三角形，它们的对应边间距为 1，则新三角形与原三角形相似.

乙：将邻边为 3 和 5 的矩形按图 2 的方式向外扩张，得到新的矩形，它们的对应边间距均为 1，则新矩形与原矩形不相似.

对于两人的观点，下列说法正确的是 ()



A. 两人都对

B. 两人都不对

C. 甲对，乙不对

D. 甲不对，乙对

考点：相似三角形的判定；相似多边形的性质

分析：甲：根据题意得： $AB \parallel A'B'$ ， $AC \parallel A'C'$ ， $BC \parallel B'C'$ ，即可证得 $\angle A = \angle A'$ ， $\angle B = \angle B'$ ，可得 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ；

乙：根据题意得： $AB=CD=3$ ， $AD=BC=5$ ，则 $A'B'=C'D'=3+2=5$ ， $A'D'=B'C'=5+2=7$ ，
则可得 $\frac{AB}{A'B'} \neq \frac{AD}{A'D'}$ ，即新矩形与原矩形不相似.

解答：解：甲：根据题意得： $AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$, $BC \parallel B'C'$,

$$\therefore \angle A = \angle A', \quad \angle B = \angle B',$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle A'B'C',$$

$\therefore$ 甲说法正确；

乙： $\because$ 根据题意得： $AB=CD=3$, $AD=BC=5$, 则 $A'B'=C'D'=3+2=5$, $A'D'=B'C'=5+2=7$,

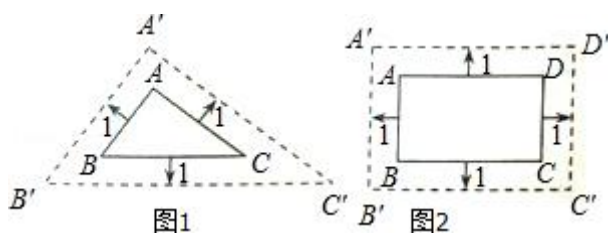
$$\therefore \frac{AB}{A'B'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{3}{5}, \quad \frac{AD}{A'D'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{5}{7},$$

$$\therefore \frac{AB}{A'B'} \neq \frac{AD}{A'D'},$$

$\therefore$ 新矩形与原矩形不相似.

$\therefore$ 乙说法正确.

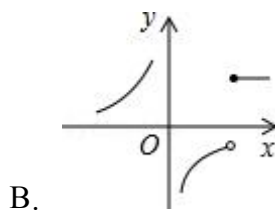
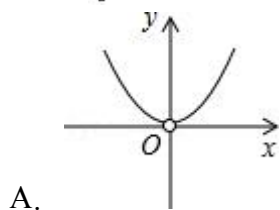
故选 A.

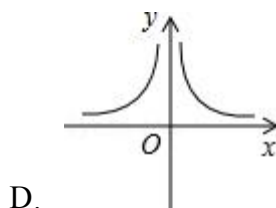
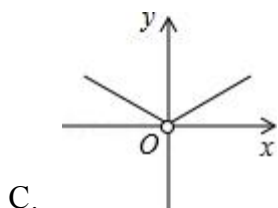


点评：此题考查了相似三角形以及相似多边形的判定．此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用．

14. (3 分) (2014•河北) 定义新运算： $a \oplus b = \begin{cases} \frac{a}{b} & (b > 0) \\ -\frac{a}{b} & (b < 0) \end{cases}$ 例如： $4 \oplus 5 = \frac{4}{5}$, $4 \oplus$

$(-5) = -\frac{4}{5}$. 则函数 $y = 2 \oplus x$ ($x \neq 0$) 的图象大致是 ()





考点：反比例函数的图象

专题：新定义.

分析：根据题意可得 $y=2 \oplus x = \begin{cases} \frac{2}{x} & (x>0) \\ -\frac{2}{x} & (x<0) \end{cases}$ ，再根据反比例函数的性质可得函数图象所在象限和形状，进而得到答案.

解答：解：由题意得： $y=2 \oplus x = \begin{cases} \frac{2}{x} & (x>0) \\ -\frac{2}{x} & (x<0) \end{cases}$ ，

当 $x>0$ 时，反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 在第一象限，

当 $x<0$ 时，反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 在第二象限，

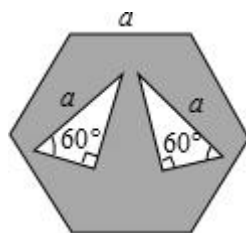
又因为反比例函数图象是双曲线，因此 D 选项符合，

故选：D.

点评：此题主要考查了反比例函数的性质，关键是掌握反比例函数的图象是双曲线.

15. (3 分) (2014•河北) 如图，边长为 a 的正六边形内有两个三角形 (数据如图)，

则 $\frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} = (\quad)$



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

考点：正多边形和圆

分析：先求得两个三角形的面积，再求出正六边形的面积，求比值即可.

解答：解：如图，

$\because$ 三角形的斜边长为 a ,

$\therefore$ 两条直角边长为 $\frac{1}{2}a, \frac{\sqrt{3}}{2}a$,

$$\therefore S_{\text{空白}} = \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$\because AB=a$,

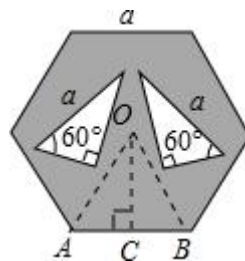
$$\therefore OC = \frac{\sqrt{3}}{2}a,$$

$$\therefore S_{\text{正六边形}} = 6 \times \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{正六边形}} - S_{\text{空白}} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{5\sqrt{3}}{4}a^2,$$

$$\therefore \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{空白}}} = \frac{\frac{5\sqrt{3}}{4}a^2}{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2} = 5,$$

故选 C.



点评：本题考查了正多边形和圆，正六边形的边长等于半径，面积可以分成六个等边三角形的面积来计算.

16. (3 分) (2014•河北) 五名学生投篮球，规定每人投 20 次，统计他们每人投中的次数，得到五个数据. 若这五个数据的中位数是 6，唯一众数是 7，则他们投中次数的总和可能是 ()

- A. 20 B. 28 C. 30 D. 31

考点：众数；中位数.

分析： 找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数，众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个．则最大的三个数的和是：6+7+7=20，两个较小的数一定是小于5的非负整数，且不相等，则可求得五个数的和的范围，进而判断．

解答： 解：中位数是6．唯一众数是7，
则最大的三个数的和是：6+7+7=20，两个较小的数一定是小于5的非负整数，且不相等，
则五个数的和一定大于20且小于29．
故选B．

点评： 本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数和众数的能力．一些学生往往对这个概念掌握不清楚，计算方法不明确而误选其它选项，注意找中位数的时候一定要先排好顺序，然后再根据奇数和偶数个来确定中位数，如果数据有奇数个，则正中间的数字即为所求，如果是偶数个则找中间两位数的平均数．

二、填空题（共4小题，每小题3分，满分12分）

17. (3分) (2014•河北) 计算： $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \underline{2}$ ．

考点： 二次根式的乘除法．

分析： 本题需先对二次根式进行化简，再根据二次根式的乘法法则进行计算即可求出结果．

解答： 解： $\sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$

$$= 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

$$= 2.$$

故答案为：2．

点评： 本题主要考查了二次根式的乘除法，在解题时要能根据二次根式的乘法法则，求出正确答案是本题的关键．

18. (3分) (2014•河北) 若实数 m ， n 满足 $|m-2| + (n-2014)^2 = 0$ ，则 $m^{-1} + n^0 = \underline{\frac{3}{2}}$ ．

考点：负整数指数幂；非负数的性质：绝对值；非负数的性质：偶次方；零指数幂.

分析：根据绝对值与平方的和为 0，可得绝对值与平方同时为 0，根据负整数指数幂、非 0 的 0 次幂，可得答案.

解答：解： $|m-2|+(n-2014)^2=0$,

$$m-2=0, \quad n-2014=0,$$

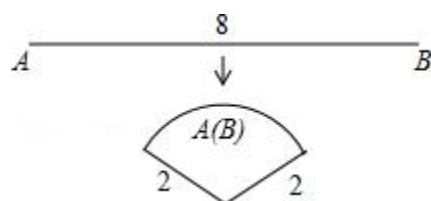
$$m=2, \quad n=2014.$$

$$m^{-1}+n^0=2^{-1}+2014^0=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2},$$

故答案为： $\frac{3}{2}$.

点评：本题考查了负整数指数幂，先求出 m 、 n 的值，再求出负整数指数幂、0 次幂.

19. (3 分) (2014•河北) 如图，将长为 8cm 的铁丝尾相接围成半径为 2cm 的扇形. 则 $S_{\text{扇形}}=\underline{4}\text{cm}^2$.



考点：扇形面积的计算.

分析：根据扇形的面积公式 $S_{\text{扇形}}=\frac{1}{2}\times\text{弧长}\times\text{半径}$ 求出即可.

解答：解：由题意知，弧长 $=8\text{cm}-2\text{cm}\times 2=4\text{cm}$,

扇形的面积是 $\frac{1}{2}\times 4\text{cm}\times 2\text{cm}=4\text{cm}^2$,

故答案为：4.

点评：本题考查了扇形的面积公式的应用，主要考查学生能否正确运用扇形的面积公式进行计算，题目比较好，难度不大.

20. (3 分) (2014•河北) 如图，点 O ， A 在数轴上表示的数分别是 0，0.1.



将线段 OA 分成 100 等份，其分点由左向右依次为 $M_1, M_2, \dots, M_{99}$;

再将线段 OM_1 ，分成 100 等份，其分点由左向右依次为 $N_1, N_2, \dots, N_{99}$;

继续将线段 ON_1 分成 100 等份，其分点由左向右依次为 $P_1, P_2, \dots, P_{99}$.

则点 P_{37} 所表示的数用科学记数法表示为 3.7×10^{-6} .

考点：规律型：图形的变化类；科学记数法—表示较小的数.

分析：由题意可得 M_1 表示的数为 $0.1 \times \frac{1}{100} = 10^{-3}$ ， N_1 表示的数为 $0 \frac{1}{100} \times 10^{-3} = 10^{-5}$ ， P_1 表示的数为 $10^{-5} \times \frac{1}{100} = 10^{-7}$ ，进一步表示出点 P_{37} 即可.

解答：解： M_1 表示的数为 $0.1 \times \frac{1}{100} = 10^{-3}$,

N_1 表示的数为 $0 \frac{1}{100} \times 10^{-3} = 10^{-5}$,

P_1 表示的数为 $10^{-5} \times \frac{1}{100} = 10^{-7}$,

$P_{37} = 37 \times 10^{-7} = 3.7 \times 10^{-6}$.

故答案为： 3.7×10^{-6} .

点评：此题考查图形的变化规律，结合图形，找出数字之间的运算方法，找出规律，解决问题.

三、解答题（共 6 小题，满分 66 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

21. (10 分) (2014•河北) 嘉淇同学用配方法推导一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的求根公式时，对于 $b^2-4ac > 0$ 的情况，她是这样做的：

由于 $a \neq 0$ ，方程 $ax^2+bx+c=0$ 变形为：

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}, \dots \text{第一步}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2, \dots \text{第二步}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}, \dots \text{第三步}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac > 0), \dots \text{第四步}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \dots \text{第五步}$$

嘉淇的解法从第四步开始出现错误；事实上，当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，方程

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的求根公式是 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$ 。

考点：解一元二次方程-配方法

专题：阅读型。

分析：第四步，开方时出错；把常数项 24 移项后，应该在左右两边同时加上一次项系数 -2 的一半的平方。

解答：解：在第四步中，开方应该是 $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。所以求根公式为：

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

故答案是：四； $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ；

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$

解：移项，得

$$x^2 - 2x = 24,$$

配方，得

$$x^2 - 2x + 1 = 24 + 1,$$

$$\text{即 } (x - 1)^2 = 25,$$

$$\text{开方得 } x - 1 = \pm 5,$$

$$\therefore x_1 = 6, x_2 = -4.$$

点评：本题考查了解一元二次方程——配方法。

用配方法解一元二次方程的步骤：

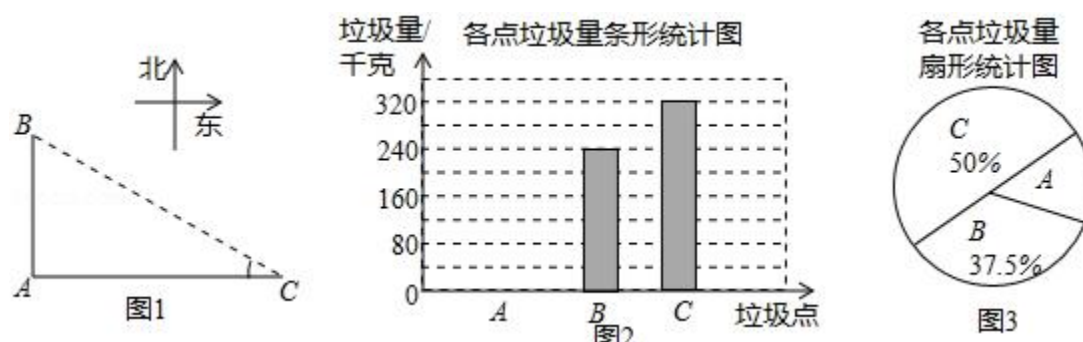
(1) 形如 $x^2 + px + q = 0$ 型：第一步移项，把常数项移到右边；第二步配方，左右两边加上一次项系数一半的平方；第三步左边写成完全平方式；第四步，直接开方即可。

(2) 形如 $ax^2 + bx + c = 0$ 型，方程两边同时除以二次项系数，即化成 $x^2 + px + q = 0$ ，然后配方。

22. (10 分) (2014•河北) 如图 1, A, B, C 是三个垃圾存放点, 点 B, C 分别位于点 A 的正北和正东方向, $AC=100$ 米. 四人分别测得 $\angle C$ 的度数如下表:

	甲	乙	丙	丁
$\angle C$ (单位: 度)	34	36	38	40

他们又调查了各点的垃圾量, 并绘制了下列尚不完整的统计图 2, 图 3:



- (1) 求表中 $\angle C$ 度数的平均数 $\bar{x}$;
- (2) 求 A 处的垃圾量, 并将图 2 补充完整;
- (3) 用 (1) 中的 $\bar{x}$ 作为 $\angle C$ 的度数, 要将 A 处的垃圾沿道路 AB 都运到 B 处, 已知运送 1 千克垃圾每米的费用为 0.005 元, 求运垃圾所需的费用. (注: $\sin 37^\circ=0.6$, $\cos 37^\circ=0.8$, $\tan 37^\circ=0.75$)

考点: 解直角三角形的应用; 扇形统计图; 条形统计图; 算术平均数

分析: (1) 利用平均数求法进而得出答案;

(2) 利用扇形统计图以及条形统计图可得出 C 处垃圾量以及所占百分比, 进而求出垃圾总量, 进而得出 A 处垃圾量;

(3) 利用锐角三角函数得出 AB 的长, 进而得出运垃圾所需的费用.

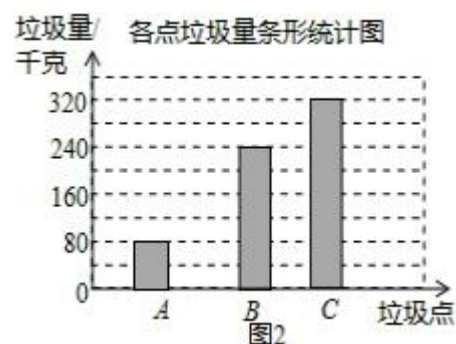
解答: 解: (1) $\bar{x} = \frac{34+36+38+40}{4} = 37$;

(2) $\because C$ 处垃圾存放量为: 320kg , 在扇形统计图所占比例为: 50% ,

$\therefore$ 垃圾总量为: $320 \div 50\% = 640$ (kg),

$\therefore A$ 处垃圾存放量为: $(1 - 50\% - 37.5\%) \times 640 = 80$ (kg), 占 12.5% .

补全条形图如下：



(3) $\because AC=100$ 米, $\angle C=37^\circ$,

$$\therefore \tan 37^\circ = \frac{AB}{AC},$$

$$\therefore AB = AC \tan 37^\circ = 100 \times 0.75 = 75 \text{ (m)},$$

$\therefore$ 运送 1 千克垃圾每米的费用为 0.005 元,

$$\therefore \text{运垃圾所需的费用为: } 75 \times 80 \times 0.005 = 30 \text{ (元)},$$

答: 运垃圾所需的费用为 30 元.

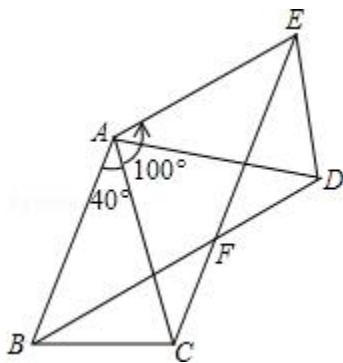
点评: 此题主要考查了平均数求法以及锐角三角三角函数关系以及条形统计图与扇形统计图的综合应用, 利用扇形统计图与条形统计图获取正确信息是解题关键.

23. (11 分) (2014•河北) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=40^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 100° 得到 $\triangle ADE$, 连接 BD , CE 交于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;

(2) 求 $\angle ACE$ 的度数;

(3) 求证: 四边形 $ABEF$ 是菱形.



考点：全等三角形的判定与性质；菱形的判定；旋转的性质

专题：计算题.

分析： (1) 根据旋转角求出 $\angle BAD = \angle CAE$ ，然后利用“边角边”证明 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 全等.

(2) 根据全等三角形对应角相等，得出 $\angle ACE = \angle ABD$ ，即可求得.

(3) 根据对角相等的四边形是平行四边形，可证得四边形 $ABEF$ 是平行四边形，然后依据邻边相等的平行四边形是菱形，即可证得.

解答： (1) 证明： $\because ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 100° ,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE = 100^\circ,$$

$$\text{又} \because AB = AC,$$

$$\therefore AB = AC = AD = AE,$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$ 中

$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAE \\ AD = AE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}.$$

$$(2) \text{ 解: } \because \angle CAE = 100^\circ, AC = AE,$$

$$\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle CAE) = \frac{1}{2} (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ;$$

$$(3) \text{ 证明: } \because \angle BAD = \angle CAE = 100^\circ, AB = AC = AD = AE,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = \angle ACE = \angle AEC = 20^\circ.$$

$$\because \angle BAE = \angle BAD + \angle DAE = 160^\circ,$$

$$\therefore \angle BFE = 360^\circ - \angle DAE - \angle ABD - \angle AEC = 160^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle BFE,$$

$\therefore$ 四边形 $ABEF$ 是平行四边形,

$$\because AB = AE,$$

$\therefore$ 平行四边形 $ABEF$ 是菱形.

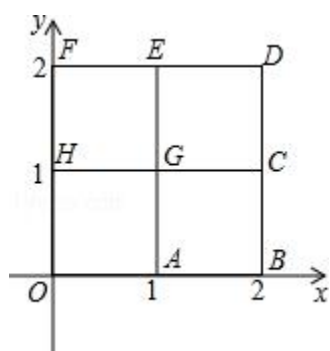
点评: 此题考查了全等三角形的判定与性质, 等腰三角形的性质以及菱形的判定, 熟练掌握全等三角形的判定与性质是解本题的关键.

24. (11 分) (2014•河北) 如图, 2×2 网格 (每个小正方形的边长为 1) 中有 $A, B, C, D, E, F, G, H, O$ 九个格点. 抛物线 l 的解析式为 $y = (-1)^n x^2 + bx + c$ (n 为整数).

(1) n 为奇数, 且 l 经过点 $H(0, 1)$ 和 $C(2, 1)$, 求 b, c 的值, 并直接写出哪个格点是该抛物线的顶点;

(2) n 为偶数, 且 l 经过点 $A(1, 0)$ 和 $B(2, 0)$, 通过计算说明点 $F(0, 2)$ 和 $H(0, 1)$ 是否在该抛物线上;

(3) 若 l 经过这九个格点中的三个, 直接写出所有满足这样条件的抛物线条数.



考点: 二次函数综合题

专题: 压轴题.

分析：（1）根据 -1 的奇数次方等于 -1 ，再把点 H 、 C 的坐标代入抛物线解析式计算即可求出 b 、 c 的值，然后把函数解析式整理成顶点式形式，写出顶点坐标即可；

（2）根据 -1 的偶数次方等于 1 ，再把点 A 、 B 的坐标代入抛物线解析式计算即可求出 b 、 c 的值，从而得到函数解析式，再根据抛物线上点的坐标特征进行判断；

（3）分别利用（1）（2）中的结论，将抛物线平移，可以确定抛物线的条数.

解答：解：（1） n 为奇数时， $y = -x^2 + bx + c$ ，

$\because l$ 经过点 $H(0, 1)$ 和 $C(2, 1)$ ，

$$\therefore \begin{cases} c=1 \\ -4+2b+c=1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=2 \\ c=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 1$ ，

$$y = -(x-1)^2 + 2,$$

$\therefore$ 顶点为格点 $E(1, 2)$ ；

（2） n 为偶数时， $y = x^2 + bx + c$ ，

$\because l$ 经过点 $A(1, 0)$ 和 $B(2, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 1+b+c=0 \\ 4+2b+c=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=-3 \\ c=2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = x^2 - 3x + 2$ ，

当 $x=0$ 时， $y=2$ ，

$\therefore$ 点 $F(0, 2)$ 在抛物线上，点 $H(0, 1)$ 不在抛物线上；

（3）所有满足条件的抛物线共有 8 条.

当 n 为奇数时，由（1）中的抛物线平移又得到 3 条抛物线，如答图 3-1 所示；

当 n 为偶数时，由（2）中的抛物线平移又得到 3 条抛物线，如答图 3-2 所示.

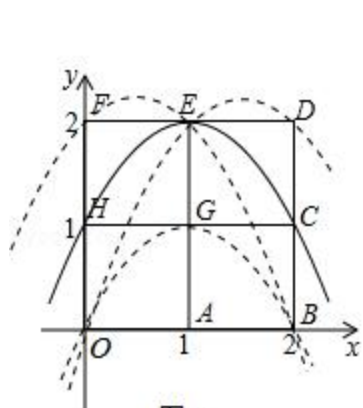


图3-1

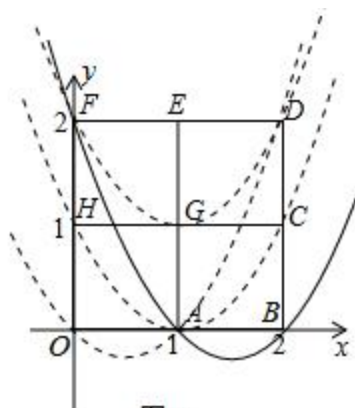


图3-2

点评： 本题是二次函数综合题型，主要利用了待定系数法求二次函数解析式，二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的对称性，要注意（3）抛物线有开口向上和开口向下两种情况.

25. (11 分) (2014•河北) 图 1 和图 2 中, 优弧 $\widehat{AB}$ 所在 $\odot O$ 的半径为 2, $AB=2\sqrt{3}$. 点 P 为优弧 $\widehat{AB}$ 上一点 (点 P 不与 A, B 重合), 将图形沿 BP 折叠, 得到点 A 的对称点 A' .

- (1) 点 O 到弦 AB 的距离是 1, 当 BP 经过点 O 时, $\angle ABA' =$ 60 $^{\circ}$;
- (2) 当 BA' 与 $\odot O$ 相切时, 如图 2, 求折痕的长;
- (3) 若线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 只有一个公共点 B , 设 $\angle ABP = \alpha$. 确定 α 的取值范围.

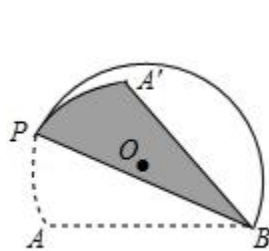


图1

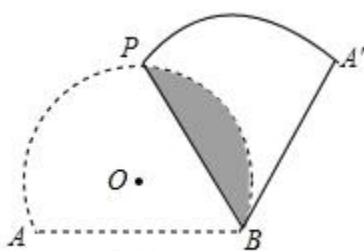


图2

考点： 圆的综合题；含 30 度角的直角三角形；勾股定理；垂径定理；切线的性质；翻折变换（折叠问题）；锐角三角函数的定义

专题： 综合题.

分析： （1）利用垂径定理和勾股定理即可求出点 O 到 AB 的距离；利用锐角三角函数的定义及轴对称性就可求出 $\angle ABA'$.

(2) 根据切线的性质得到 $\angle OBA' = 90^\circ$, 从而得到 $\angle ABA' = 120^\circ$, 就可求出 $\angle ABP$, 进而求出 $\angle OBP = 30^\circ$. 过点 O 作 $OG \perp BP$, 垂足为 G , 容易求出 OG 、 BG 的长, 根据垂径定理就可求出折痕的长.

(3) 根据点 A' 的位置不同, 分点 A' 在 $\odot O$ 内和 $\odot O$ 外两种情况进行讨论. 点 A' 在 $\odot O$ 内时, 线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 都只有一个公共点 B , α 的范围是 $0^\circ < \alpha < 30^\circ$; 当点 A' 在 $\odot O$ 的外部时, 从 BA' 与 $\odot O$ 相切开始, 以后线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 都只有一个公共点 B , α 的范围是 $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$. 从而得到: 线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 只有一个公共点 B 时, α 的取值范围是 $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ 或 $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$.

解答: 解: (1) ①过点 O 作 $OH \perp AB$, 垂足为 H , 连接 OB , 如图 1①所示.

$$\because OH \perp AB, AB = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AH = BH = \sqrt{3}.$$

$$\because OB = 2,$$

$$\therefore OH = 1.$$

$\therefore$ 点 O 到 AB 的距离为 1.

②当 BP 经过点 O 时, 如图 1②所示.

$$\because OH = 1, OB = 2, OH \perp AB,$$

$$\therefore \sin \angle OBH = \frac{OH}{OB} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \angle OBH = 30^\circ.$$

由折叠可得: $\angle A'BP = \angle ABP = 30^\circ$.

$$\therefore \angle ABA' = 60^\circ.$$

故答案为: 1、60.

(2) 过点 O 作 $OG \perp BP$, 垂足为 G , 如图 2 所示.

$\because BA'$ 与 $\odot O$ 相切,

$$\therefore OB \perp A'B.$$

$$\therefore \angle OBA' = 90^\circ.$$

$$\because \angle OBH = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABA' = 120^\circ.$$

$$\therefore \angle A'BP = \angle ABP = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle OBP = 30^\circ.$$

$$\therefore OG = \frac{1}{2}OB = 1.$$

$$\therefore BG = \sqrt{3}.$$

$$\because OG \perp BP,$$

$$\therefore BG = PG = \sqrt{3}.$$

$$\therefore BP = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore \text{折痕的长为 } 2\sqrt{3}.$$

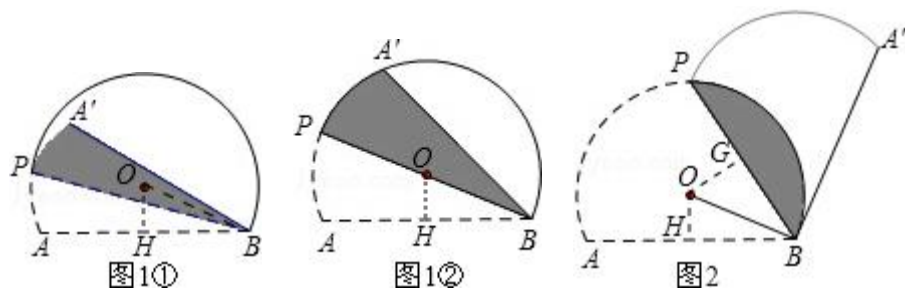
(3) 若线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 只有一个公共点 B ,

I. 当点 A' 在 $\odot O$ 的内部时, 此时 α 的范围是 $0^\circ < \alpha < 30^\circ$.

II. 当点 A' 在 $\odot O$ 的外部时, 此时 α 的范围是 $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$.

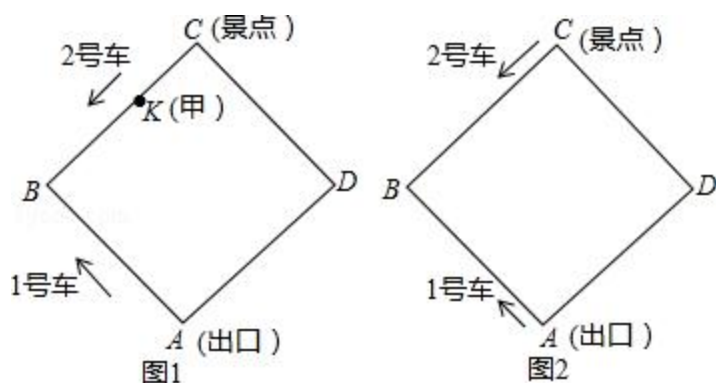
综上所述: 线段 BA' 与优弧 $\widehat{AB}$ 只有一个公共点 B 时, α 的取值范围是 $0^\circ < \alpha < 30^\circ$

或 $60^\circ \leq \alpha < 120^\circ$.



点评： 本题考查了切线的性质、垂径定理、勾股定理、三角函数的定义、 30° 角所对的直角边等于斜边的一半、翻折问题等知识，考查了用临界值法求 α 的取值范围，有一定的综合性. 第（3）题中 α 的范围可能考虑不够全面，需要注意.

26. (13 分) (2014•河北) 某景区内的环形路是边长为 800 米的正方形 $ABCD$ ，如图 1 和图 2. 现有 1 号、2 号两游览车分别从出口 A 和景点 C 同时出发，1 号车顺时针、2 号车逆时针沿环形路连续循环行驶，供游客随时免费乘车（上、下车的时间忽略不计），两车速度均为 200 米/分.



探究：设行驶时间为 t 分.

- (1) 当 $0 \leq t \leq 8$ 时，分别写出 1 号车、2 号车在左半环线离出口 A 的路程 y_1 , y_2 (米) 与 t (分) 的函数关系式，并求出当两车相距的路程是 400 米时 t 的值；
- (2) t 为何值时，1 号车第三次恰好经过景点 C ？并直接写出这一段时间内它与 2 号车相遇过的次数.

发现：如图 2，游客甲在 BC 上的一点 K （不与点 B , C 重合）处候车，准备乘车到出口 A ，设 $CK=x$ 米.

情况一：若他刚好错过 2 号车，便搭乘即将到来的 1 号车；

情况二：若他刚好错过 1 号车，便搭乘即将到来的 2 号车.

比较哪种情况用时较多？（含候车时间）

决策：已知游客乙在 DA 上从 D 向出口 A 走去. 步行的速度是 50 米/分. 当行进到 DA 上一点 P （不与点 D , A 重合）时，刚好与 2 号车迎面相遇.

- (1) 他发现，乘 1 号车会比乘 2 号车到出口 A 用时少，请你简要说明理由；
- (2) 设 $PA=s$ ($0 < s < 800$) 米. 若他想尽快到达出口 A ，根据 s 的大小，在等候乘 1 号车还是步行这两种方式中. 他该如何选择？

考点：一次函数的应用；一元一次方程的应用；一元一次不等式组的应用.

分析：探究：(1) 由路程=速度×时间就可以得出 y_1, y_2 (米) 与 t (分) 的函数关系式，再由关系式就可以求出两车相距的路程是 400 米时 t 的值；

(2) 求出 1 号车 3 次经过 A 的路程，进一步求出行驶的时间，由两车第一次相遇后每相遇一次需要的时间就可以求出相遇次数；

发现：分别计算出情况一的用时和情况二的用时，在进行大小比较就可以求出结论

决策：(1) 根据题意可以得出游客乙在 AD 上等待乘 1 号车的距离小于边长，而成 2 号车到 A 出口的距离大于 3 个边长，进而得出结论；

(2) 分类讨论，若步行比乘 1 号车的用时少，就有 $\frac{s}{50} < \frac{800 \times 2 - s}{200}$ ，得出 $s <$

320. 就可以分情况得出结论.

解答：解：探究：(1) 由题意，得

$$y_1 = 200t, y_2 = -200t + 1600$$

当相遇前相距 400 米时，

$$-200t + 1600 - 200t = 400,$$

$$t = 3,$$

当相遇后相距 400 米时，

$$200t - (-200t + 1600) = 400,$$

$$t = 5.$$

答：当两车相距的路程是 400 米时 t 的值为 3 分钟或 5 分钟；

(2) 由题意，得

$$1 \text{ 号车第三次恰好经过景点 } C \text{ 行驶的路程为：} 800 \times 2 + 800 \times 4 \times 2 = 8000,$$

$$\therefore 1 \text{ 号车第三次经过景点 } C \text{ 需要的时间为：} 8000 \div 200 = 40 \text{ 分钟},$$

$$\text{两车第一次相遇的时间为：} 1600 \div 400 = 4.$$

$$\text{第一次相遇后两车每相遇一次需要的时间为：} 800 \times 4 \div 400 = 8,$$

$$\therefore \text{两车相遇的次数为：} (40 - 4) \div 8 + 1 = 5 \text{ 次}.$$

$$\therefore \text{这一段时间内它与 2 号车相遇的次数为：} 5 \text{ 次};$$

发现：由题意，得

情况一需要时间为: $\frac{800 \times 4 - x}{200} = 16 - \frac{x}{200}$,

情况二需要的时间为: $\frac{800 \times 4 + x}{200} = 16 + \frac{x}{200}$

$$\therefore 16 - \frac{x}{200} < 16 + \frac{x}{200}$$

$\therefore$ 情况二用时较多.

决策: (1) $\because$ 游客乙在 AD 边上与 2 号车相遇,

$\therefore$ 此时 1 号车在 CD 边上,

$\therefore$ 乘 1 号车到达 A 的路程小于 2 个边长, 乘 2 号车的路程大于 3 个边长,

$\therefore$ 乘 1 号车的用时比 2 号车少.

(2) 若步行比乘 1 号车的用时少,

$$\frac{s}{50} < \frac{800 \times 2 - s}{200},$$

$$\therefore s < 320.$$

$\therefore$ 当 $0 < s < 320$ 时, 选择步行.

同理可得

当 $320 < s < 800$ 时, 选择乘 1 号车,

当 $s=320$ 时, 选择步行或乘 1 号车一样.

点评: 本题考查了一次函数的解析式的运用, 一元一次方程的运用, 一元一次不等式的运用, 分类讨论思想的运用, 方案设计的运用, 解答时求出函数的解析式是解答本题的关键.

(2) 设 $PA=s$ ($0 < s < 800$) 米. 若他想尽快到达出口 A , 根据 s 的大小, 在等候乘 1 号车还是步行这两种方式中, 他该如何选择?