

2019 年江苏省连云港市中考数学试卷

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

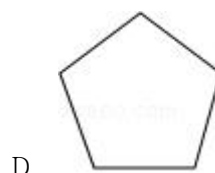
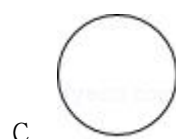
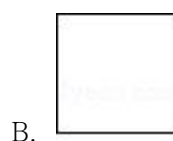
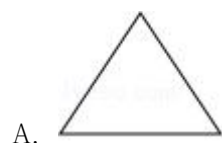
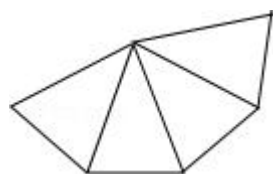
2. (3 分) 要使 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ B. $x \geq 0$ C. $x \geq -1$ D. $x \leq 0$

3. (3 分) 计算下列代数式，结果为 x^5 的是 ()

- A. $x^2 + x^3$ B. $x \cdot x^5$ C. $x^6 - x$ D. $2x^5 - x^5$

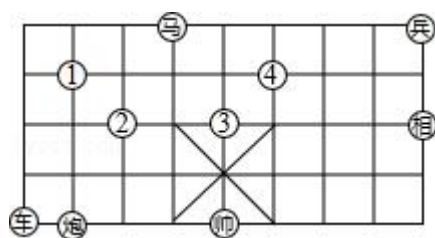
4. (3 分) 一个几何体的侧面展开图如图所示，则该几何体的底面是 ()



5. (3 分) 一组数据 3, 2, 4, 2, 5 的中位数和众数分别是 ()

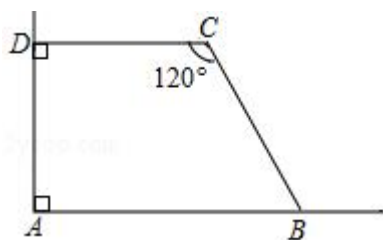
- A. 3, 2 B. 3, 3 C. 4, 2 D. 4, 3

6. (3 分) 在如图所示的象棋盘（各个小正方形的边长均相等）中，根据“马走日”的规则，“马”应落在下列哪个位置处，能使“马”、“车”、“炮”所在位置的格点构成的三角形与“帅”、“相”、“兵”所在位置的格点构成的三角形相似 ()



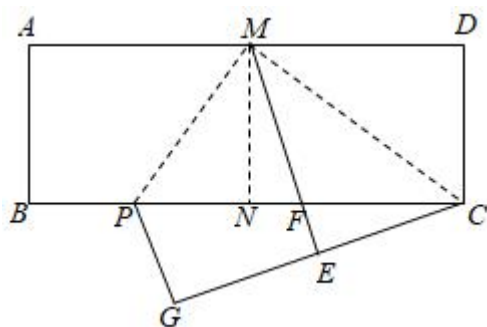
- A. ①处 B. ②处 C. ③处 D. ④处

7. (3分) 如图, 利用一个直角墙角修建一个梯形储料场 $ABCD$, 其中 $\angle C = 120^\circ$. 若新建墙 BC 与 CD 总长为 $12m$, 则该梯形储料场 $ABCD$ 的最大面积是 ()



- A. $18m^2$ B. $18\sqrt{3}m^2$ C. $24\sqrt{3}m^2$ D. $\frac{45\sqrt{3}}{2}m^2$

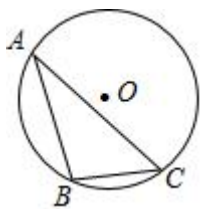
8. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 2\sqrt{2}AB$. 将矩形 $ABCD$ 对折, 得到折痕 MN ; 沿着 CM 折叠, 点 D 的对应点为 E , ME 与 BC 的交点为 F ; 再沿着 MP 折叠, 使得 AM 与 EM 重合, 折痕为 MP , 此时点 B 的对应点为 G . 下列结论: ① $\triangle CMP$ 是直角三角形; ② 点 C 、 E 、 G 不在同一条直线上; ③ $PC = \frac{\sqrt{6}}{2}MP$; ④ $BP = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$; ⑤ 点 F 是 $\triangle CMP$ 外接圆的圆心, 其中正确的个数为 ()



- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

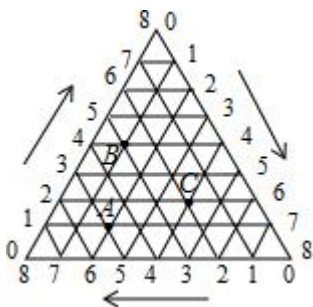
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需要写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. (3分) 64 的立方根为_____.
10. (3分) 计算 $(2-x)^2 =$ _____.
11. (3分) 连镇铁路正线工程的投资总额约为 46400000000 元, 数据“46400000000”用科学记数法可表示为_____.
12. (3分) 一圆锥的底面半径为 2, 母线长 3, 则这个圆锥的侧面积为_____.
13. (3分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, $BC = 6$, $\angle BAC = 30^\circ$, 则 $\odot O$ 的半径为_____.

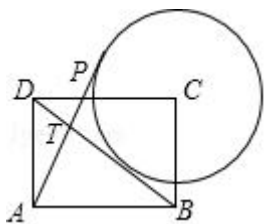


14. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2x+2-c=0$ 有两个相等的实数根, 则 $\frac{1}{a}+c$ 的值等于_____.

15. (3分) 如图, 将一等边三角形的三条边各 8 等分, 按顺时针方向 (图中箭头方向) 标注各等分点的序号 0、1、2、3、4、5、6、7、8, 将不同边上的序号和为 8 的两点依次连接起来, 这样就建立了“三角形”坐标系. 在建立的“三角形”坐标系内, 每一点的坐标用过这一点且平行 (或重合) 于原三角形三条边的直线与三边交点的序号来表示 (水平方向开始, 按顺时针方向), 如点 A 的坐标可表示为 (1, 2, 5), 点 B 的坐标可表示为 (4, 1, 3), 按此方法, 则点 C 的坐标可表示为_____.



16. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, 以点 C 为圆心作 $\odot C$ 与直线 BD 相切, 点 P 是 $\odot C$ 上一个动点, 连接 AP 交 BD 于点 T , 则 $\frac{AP}{AT}$ 的最大值是_____.



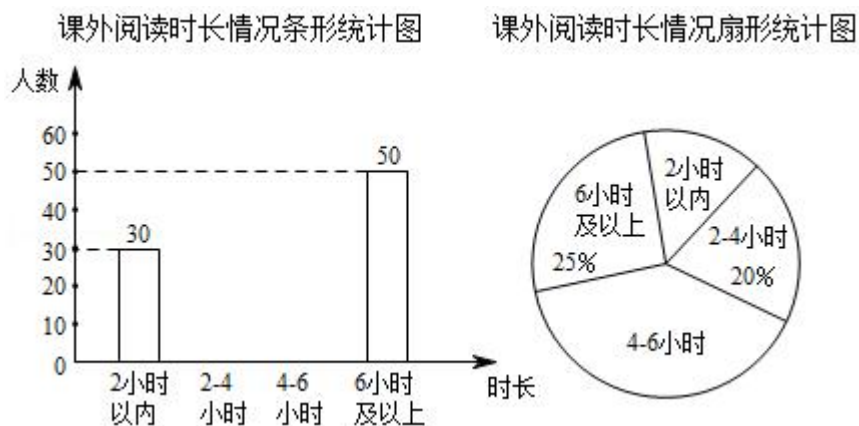
三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) 计算 $(-1) \times 2 + \sqrt{4} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

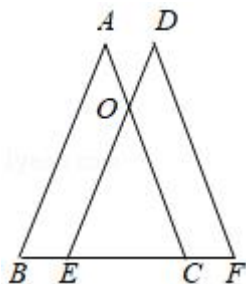
18. (6分) 解不等式组 $\begin{cases} 2x > -4, \\ 1-2(x-3) > x+1. \end{cases}$

19. (6分) 化简 $\frac{m}{m^2-4} \div (1 + \frac{2}{m-2})$.

20. (8分) 为了解某地区中学生一周课外阅读时长的情况, 随机抽取部分中学生进行调查, 根据调查结果, 将阅读时长分为四类: 2小时以内, 2~4小时 (含2小时), 4~6小时 (含4小时), 6小时及以上, 并绘制了如图所示尚不完整的统计图.



- (1) 本次调查共随机抽取了_____名中学生, 其中课外阅读时长“2~4小时”的有人;
 - (2) 扇形统计图中, 课外阅读时长“4~6小时”对应的圆心角度数为_____°;
 - (3) 若该地区共有20000名中学生, 估计该地区中学生一周课外阅读时长不少于4小时的人数.
21. (10分) 现有A、B、C三个不透明的盒子, A盒中装有红球、黄球、蓝球各1个, B盒中装有红球、黄球各1个, C盒中装有红球、蓝球各1个, 这些球除颜色外都相同. 现分别从A、B、C三个盒子中任意摸出一个球.
- (1) 从A盒中摸出红球的概率为_____;
 - (2) 用画树状图或列表的方法, 求摸出的三个球中至少有一个红球的概率.
22. (10分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$. 将 $\triangle ABC$ 沿着BC方向平移得到 $\triangle DEF$, 其中点E在边BC上, DE与AC相交于点O.
- (1) 求证: $\triangle OEC$ 为等腰三角形;
 - (2) 连接AE、DC、AD, 当点E在什么位置时, 四边形AECD为矩形, 并说明理由.



23. (10 分) 某工厂计划生产甲、乙两种产品共 2500 吨, 每生产 1 吨甲产品可获得利润 0.3 万元, 每生产 1 吨乙产品可获得利润 0.4 万元. 设该工厂生产了甲产品 x (吨), 生产甲、乙两种产品获得的总利润为 y (万元).

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

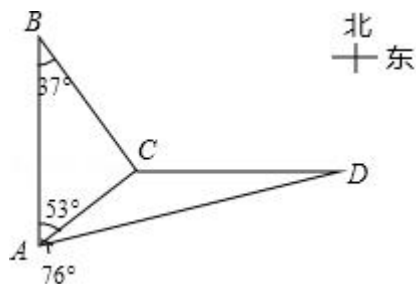
(2) 若每生产 1 吨甲产品需要 A 原料 0.25 吨, 每生产 1 吨乙产品需要 A 原料 0.5 吨. 受市场影响, 该厂能获得的 A 原料至多为 1000 吨, 其它原料充足. 求出该工厂生产甲、乙两种产品各为多少吨时, 能获得最大利润.

24. (10 分) 如图, 海上观察哨所 B 位于观察哨所 A 正北方向, 距离为 25 海里. 在某时刻, 哨所 A 与哨所 B 同时发现一走私船, 其位置 C 位于哨所 A 北偏东 53° 的方向上, 位于哨所 B 南偏东 37° 的方向上.

(1) 求观察哨所 A 与走私船所在的位置 C 的距离;

(2) 若观察哨所 A 发现走私船从 C 处以 16 海里/小时的速度向正东方向逃窜, 并立即派缉私艇沿北偏东 76° 的方向前去拦截, 求缉私艇的速度为多少时, 恰好在 D 处成功拦截. (结果保留根号)

(参考数据: $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ = \sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\tan 76^\circ \approx 4$)



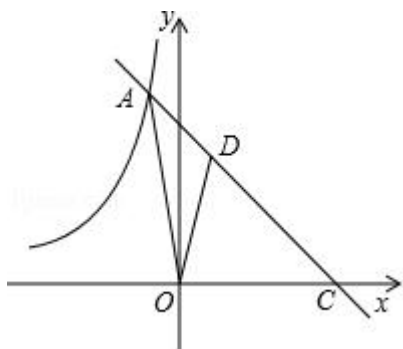
25. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = -x + b$ 的图象与函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$)

的图象相交于点 A (-1, 6), 并与 x 轴交于点 C. 点 D 是线段 AC 上一点, $\triangle ODC$ 与 $\triangle OAC$ 的面积比为 2: 3.

(1) $k =$ _____, $b =$ _____;

(2) 求点 D 的坐标;

(3) 若将 $\triangle ODC$ 绕点 O 逆时针旋转, 得到 $\triangle OD'C$, 其中点 D' 落在 x 轴负半轴上, 判断点 C 是否落在函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象上, 并说明理由.

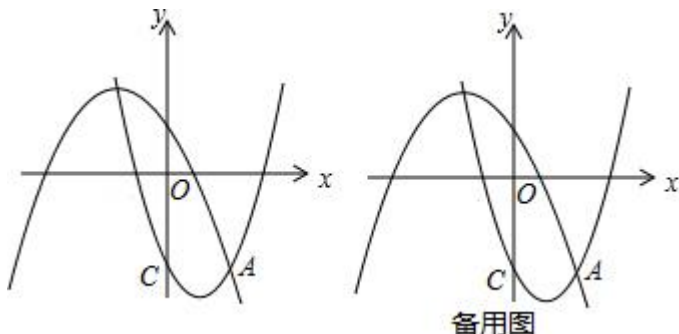


26. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $L_1: y=x^2+bx+c$ 过点 $C(0, -3)$, 与抛物线 $L_2: y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$ 的一个交点为 A , 且点 A 的横坐标为 2, 点 P 、 Q 分别是抛物线 L_1 、 L_2 上的动点.

(1) 求抛物线 L_1 对应的函数表达式;

(2) 若以点 A 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形恰为平行四边形, 求出点 P 的坐标;

(3) 设点 R 为抛物线 L_1 上另一个动点, 且 CA 平分 $\angle PCR$. 若 $OQ \parallel PR$, 求出点 Q 的坐标.



27. (14 分) 问题情境: 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为边 BC 上一点 (不与点 B 、 C 重合), 垂直于 AE 的一条直线 MN 分别交 AB 、 AE 、 CD 于点 M 、 P 、 N . 判断线段 DN 、 MB 、 EC 之间的数量关系, 并说明理由.

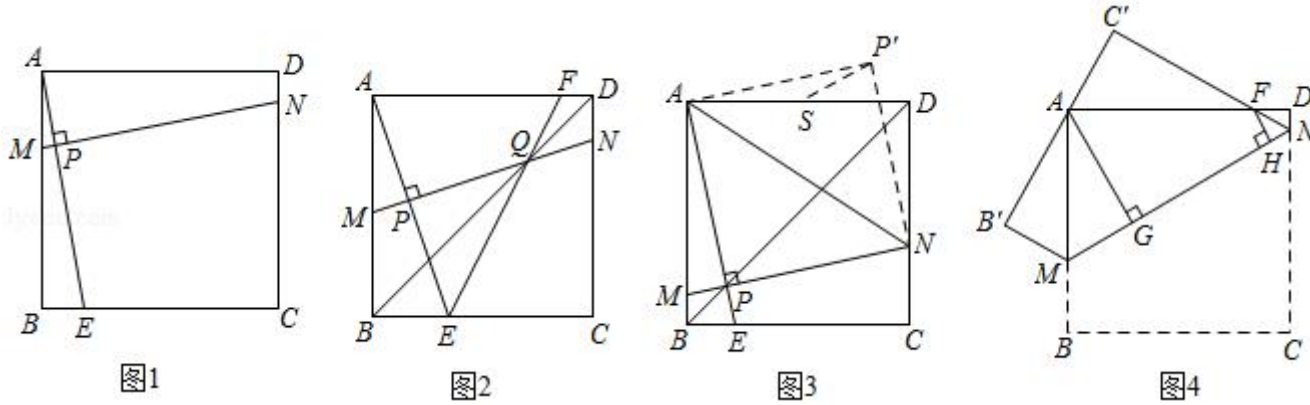
问题探究: 在“问题情境”的基础上.

(1) 如图 2, 若垂足 P 恰好为 AE 的中点, 连接 BD , 交 MN 于点 Q , 连接 EQ , 并延长交边 AD 于点 F . 求 $\angle AEF$ 的度数;

(2) 如图 3, 当垂足 P 在正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上时, 连接 AN , 将 $\triangle APN$ 沿着 AN 翻折, 点 P 落在点 P' 处, 若正方形 $ABCD$ 的边长为 4, AD 的中点为 S , 求 PS 的最小值.

问题拓展: 如图 4, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别为边 AB 、 CD 上的点,

将正方形 $ABCD$ 沿着 MN 翻折, 使得 BC 的对应边 $B'C'$ 恰好经过点 A , CN 交 AD 于点 F . 分别过点 A 、 F 作 $AG \perp MN$, $FH \perp MN$, 垂足分别为 G 、 H . 若 $AG = \frac{5}{2}$, 请直接写出 FH 的长.



2019 年江苏省连云港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (3 分) -2 的绝对值是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数求解.

【解答】解：因为 $|-2| = 2$,

故选：C.

【点评】绝对值规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. (3 分) 要使 $\sqrt{x-1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ B. $x \geq 0$ C. $x \geq -1$ D. $x \leq 0$

【分析】根据二次根式的性质可以得到 $x-1$ 是非负数，由此即可求解.

【解答】解：依题意得 $x-1 \geq 0$,

$\therefore x \geq 1$.

故选：A.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件，根据被开方数是非负数即可解决问题.

3. (3 分) 计算下列代数式，结果为 x^5 的是 ()

- A. $x^2 + x^3$ B. $x \cdot x^5$ C. $x^6 - x$ D. $2x^5 - x^5$

【分析】根据合并同类项的法则以及同底数幂的乘法法则解答即可.

【解答】解：A、 x^2 与 x^3 不是同类项，故不能合并同类项，故选项 A 不合题意；

B、 $x \cdot x^5 = x^6$ ，故选项 B 不合题意；

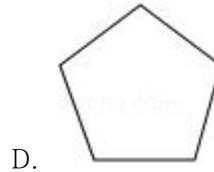
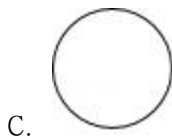
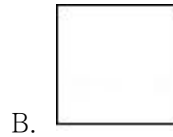
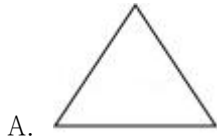
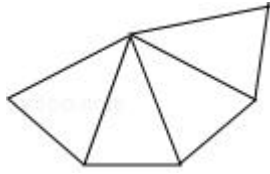
C、 x^6 与 x 不是同类项，故不能合并同类项，故选项 C 不合题意；

D、 $2x^5 - x^5 = x^5$ ，故选项 D 符合题意.

故选：D.

【点评】本题主要考查了合并同类项的法则：系数下降减，字母以及其指数不变.

4. (3 分) 一个几何体的侧面展开图如图所示，则该几何体的底面是 ()



【分析】 根据几何体的侧面展开图可知该几何体为四棱锥，所以它的底面是四边形.

【解答】 解：由题意可知，该几何体为四棱锥，所以它的底面是四边形.

故选：B.

【点评】 本题主要考查了几何体的展开图，熟练掌握棱锥的展开图是解答本题的关键.

5. (3分) 一组数据 3, 2, 4, 2, 5 的中位数和众数分别是 ()

A. 3, 2

B. 3, 3

C. 4, 2

D. 4, 3

【分析】 根据众数和中位数的概念求解即可.

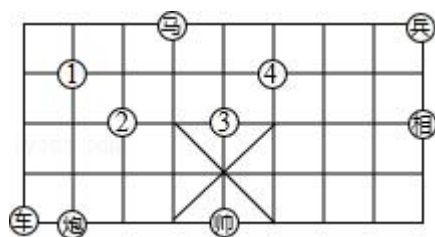
【解答】 解：这组数据按照从小到大的顺序排列为：2, 2, 3, 4, 5,

中位数为：3，众数为：2.

故选：A.

【点评】 本题考查了众数和中位数的知识，一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

6. (3分) 在如图所示的象棋盘（各个小正方形的边长均相等）中，根据“马走日”的规则，“马”应落在下列哪个位置处，能使“马”、“车”、“炮”所在位置的格点构成的三角形与“帅”、“相”、“兵”所在位置的格点构成的三角形相似 ()



- A. ①处 B. ②处 C. ③处 D. ④处

【分析】 确定“帅”、“相”、“兵”所在位置的格点构成的三角形的三边的长，然后利用相似三角形的对应边的比相等确定第三个顶点的位置即可.

【解答】 解：帅”、“相”、“兵”所在位置的格点构成的三角形的三边的长分别为 2、 $2\sqrt{5}$ 、 $4\sqrt{2}$;

“车”、“炮”之间的距离为 1,

“炮”②之间的距离为 $\sqrt{5}$, “车”②之间的距离为 $2\sqrt{2}$,

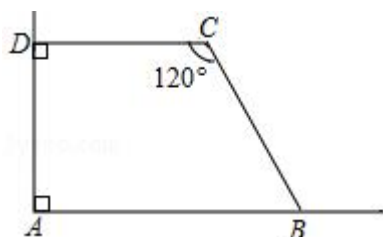
$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 马应该落在②的位置,

故选: B.

【点评】 本题考查了相似三角形的知识, 解题的关键是利用勾股定理求得三角形的各边的长, 难度不大.

7. (3 分) 如图, 利用一个直角墙角修建一个梯形储料场 $ABCD$, 其中 $\angle C = 120^\circ$. 若新建墙 BC 与 CD 总长为 $12m$, 则该梯形储料场 $ABCD$ 的最大面积是 ()



- A. $18m^2$ B. $18\sqrt{3}m^2$ C. $24\sqrt{3}m^2$ D. $\frac{45\sqrt{3}}{2}m^2$

【分析】 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E , 则四边形 $ADCE$ 为矩形, $CD = AE = x$, $\angle DCE = \angle CEB = 90^\circ$, 则 $\angle BCE = \angle BCD - \angle DCE = 30^\circ$, $BC = 12 - x$, 由直角三角形的, 性质得出 $BE = \frac{1}{2}BC = 6 - \frac{1}{2}x$, 得出 $AD = CE = \sqrt{3}BE = 6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x$, $AB = AE + BE = x + 6 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x + 6$, 由梯形面积公式得出梯形 $ABCD$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式, 根据二次函数的性质直接求解.

【解答】 解: 如图, 过点 C 作 $CE \perp AB$ 于 E ,

则四边形 $ADCE$ 为矩形, $CD = AE = x$, $\angle DCE = \angle CEB = 90^\circ$,

则 $\angle BCE = \angle BCD - \angle DCE = 30^\circ$, $BC = 12 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中, $\therefore \angle CEB = 90^\circ$,

$$\therefore BE = \frac{1}{2}BC = 6 - \frac{1}{2}x,$$

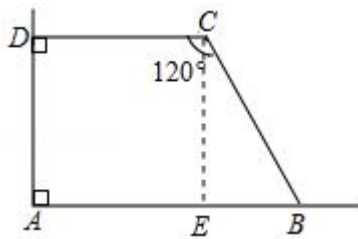
$$\therefore AD = CE = \sqrt{3}BE = 6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x, AB = AE + BE = x + 6 - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x + 6,$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 面积 } S = \frac{1}{2} (CD + AB) \cdot CE = \frac{1}{2} (x + \frac{1}{2}x + 6) \cdot (6\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x) = -\frac{3\sqrt{3}}{8}x^2 + 3\sqrt{3}x + 18\sqrt{3} = -\frac{3\sqrt{3}}{88}(x - 4)^2 + 24\sqrt{3}.$$

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时, $S_{\text{最大}} = 24\sqrt{3}$.

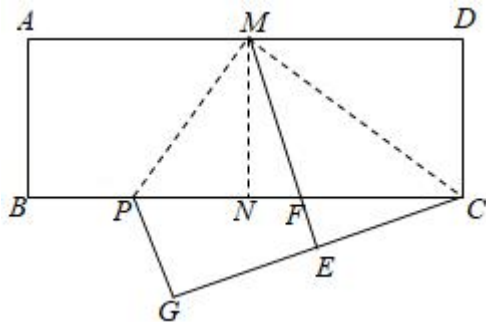
即 CD 长为 4m 时, 使梯形储料场 $ABCD$ 的面积最大为 $24\sqrt{3}\text{m}^2$;

故选: C .



【点评】 此题考查了梯形的性质、矩形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质、勾股定理、二次函数的运用, 利用梯形的面积建立二次函数是解题的关键.

8. (3分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 2\sqrt{2}AB$. 将矩形 $ABCD$ 对折, 得到折痕 MN ; 沿着 CM 折叠, 点 D 的对应点为 E , ME 与 BC 的交点为 F ; 再沿着 MP 折叠, 使得 AM 与 EM 重合, 折痕为 MP , 此时点 B 的对应点为 G . 下列结论: ① $\triangle CMP$ 是直角三角形; ② 点 C 、 E 、 G 不在同一条直线上; ③ $PC = \frac{\sqrt{6}}{2}MP$; ④ $BP = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$; ⑤ 点 F 是 $\triangle CMP$ 外接圆的圆心, 其中正确的个数为 ()



- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

【分析】 根据折叠的性质得到 $\angle DMC = \angle EMC$, $\angle AMP = \angle EMP$, 于是得到 $\angle PME + \angle CME$

$=\frac{1}{2}\times 180^{\circ}=90^{\circ}$ ，求得 $\triangle CMP$ 是直角三角形；故①正确；根据平角的定义得到点 C 、

E 、 G 在同一条直线上，故②错误；设 $AB=x$ ，则 $AD=2\sqrt{2}x$ ，得到 $DM=\frac{1}{2}AD=\sqrt{2}x$ ，

根据勾股定理得到 $CM=\sqrt{DM^2+CD^2}=\sqrt{3}x$ ，根据射影定理得到 $CP=\frac{3x^2}{\sqrt{2}x}=\frac{3}{\sqrt{2}}x$ ，得到

$PC=\sqrt{3}MP$ ，故③错误；求得 $PB=\frac{\sqrt{2}}{2}AB$ ，故④，根据平行线等分线段定理得到 $CF=PF$ ，

求得点 F 是 $\triangle CMP$ 外接圆的圆心，故⑤正确.

【解答】解： $\because$ 沿着 CM 折叠，点 D 的对应点为 E ，

$$\therefore \angle DMC = \angle EMC,$$

$\because$ 再沿着 MP 折叠，使得 AM 与 EM 重合，折痕为 MP ，

$$\therefore \angle AMP = \angle EMP,$$

$$\therefore \angle AMD = 180^{\circ},$$

$$\therefore \angle PME + \angle CME = \frac{1}{2} \times 180^{\circ} = 90^{\circ},$$

$\therefore \triangle CMP$ 是直角三角形；故①正确；

$\because$ 沿着 CM 折叠，点 D 的对应点为 E ，

$$\therefore \angle D = \angle MEC = 90^{\circ},$$

$\because$ 再沿着 MP 折叠，使得 AM 与 EM 重合，折痕为 MP ，

$$\therefore \angle MEG = \angle A = 90^{\circ},$$

$$\therefore \angle GEC = 180^{\circ},$$

$\therefore$ 点 C 、 E 、 G 在同一条直线上，故②错误；

$$\therefore AD = 2\sqrt{2}AB,$$

$$\therefore \text{设 } AB = x, \text{ 则 } AD = 2\sqrt{2}x,$$

$\because$ 将矩形 $ABCD$ 对折，得到折痕 MN ；

$$\therefore DM = \frac{1}{2}AD = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore CM = \sqrt{DM^2 + CD^2} = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore \angle PMC = 90^{\circ}, \quad MN \perp PC,$$

$$\therefore CM^2 = CN \cdot CP,$$

$$\therefore CP = \frac{3x^2}{\sqrt{2}x} = \frac{3}{\sqrt{2}}x,$$

$$\therefore PN = CP - CN = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore PM = \sqrt{MN^2 + PN^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}x,$$

$$\therefore \frac{PC}{PM} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}x}{\frac{\sqrt{6}}{2}x} = \sqrt{3},$$

$$\therefore PC = \sqrt{3}MP, \text{ 故③错误;}$$

$$\therefore PC = \frac{3}{\sqrt{2}}x,$$

$$\therefore PB = 2\sqrt{2}x - \frac{3}{\sqrt{2}}x = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$$\therefore \frac{AB}{PB} = \frac{x}{\frac{\sqrt{2}}{2}x},$$

$$\therefore PB = \frac{\sqrt{2}}{2}AB, \text{ 故④,}$$

$$\therefore CD = CE, EG = AB, AB = CD,$$

$$\therefore CE = EG,$$

$$\therefore \angle CEM = \angle G = 90^\circ,$$

$$\therefore FE \parallel PG,$$

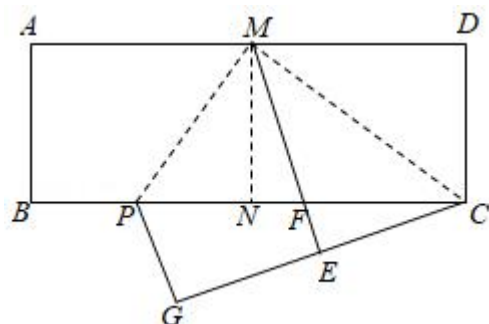
$$\therefore CF = PF,$$

$$\therefore \angle PMC = 90^\circ,$$

$$\therefore CF = PF = MF,$$

$\therefore$ 点 F 是 $\triangle CMP$ 外接圆的圆心, 故⑤正确;

故选: B .



【点评】 本题考查了三角形的外接圆与外心, 折叠的性质, 直角三角形的性质, 矩形的性质, 正确的识别图形是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需要写出解答过程, 请把答案直接

填写在答题卡相应位置上)

9. (3分) 64 的立方根为 4.

【分析】利用立方根定义计算即可得到结果.

【解答】解: 64 的立方根是 4.

故答案为: 4.

【点评】此题考查了立方根, 熟练掌握立方根的定义是解本题的关键.

10. (3分) 计算 $(2-x)^2 = \underline{4-4x+x^2}$.

【分析】根据完全平方公式展开 3 项即可.

【解答】解: $(2-x)^2 = 2^2 - 2 \times 2x + x^2 = 4 - 4x + x^2$.

故答案为: $4 - 4x + x^2$

【点评】本题主要考查了完全平方公式, 需要注意完全平方公式与平方差公式的区别.

11. (3分) 连镇铁路正线工程的投资总额约为 46400000000 元, 数据“46400000000”用科学记数法可表示为 4.64×10^{10} .

【分析】利用科学记数法的表示即可.

【解答】解:

科学记数法表示: $46400000000 = 4.64 \times 10^{10}$

故答案为: 4.64×10^{10}

【点评】本题主要考查科学记数法的表示, 把一个数表示成 a 与 10 的 n 次幂相乘的形式 ($1 \leq a < 10$, n 为整数), 这种记数法叫做科学记数法.

12. (3分) 一圆锥的底面半径为 2, 母线长 3, 则这个圆锥的侧面积为 6π .

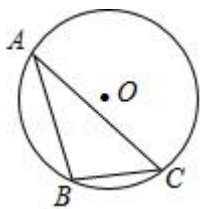
【分析】根据圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和扇形的面积公式求解.

【解答】解: 该圆锥的侧面积 $= \frac{1}{2} \times 2\pi \times 2 \times 3 = 6\pi$.

故答案为 6π .

【点评】本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

13. (3分) 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, $BC=6$, $\angle BAC=30^\circ$, 则 $\odot O$ 的半径为 6.



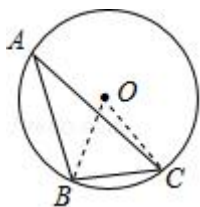
【分析】根据一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半和有一角是 60° 的等腰三角形是等边三角形求解.

【解答】解: $\because \angle BOC = 2\angle BAC = 60^\circ$, 又 $OB = OC$,

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形

$\therefore OB = BC = 6$,

故答案为 6.



【点评】本题综合运用圆周角定理以及等边三角形的判定和性质.

14. (3分) 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x + 2 - c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 $\frac{1}{a} + c$ 的值等于 2.

【分析】根据“关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x + 2 - c = 0$ 有两个相等的实数根”, 结合根的判别式公式, 得到关于 a 和 c 的等式, 整理后即可得到的答案.

【解答】解: 根据题意得:

$$\Delta = 4 - 4a(2 - c) = 0,$$

$$\text{整理得: } 4ac - 8a = -4,$$

$$4a(c - 2) = -4,$$

$\therefore$ 方程 $ax^2 + 2x + 2 - c = 0$ 是一元二次方程,

$\therefore a \neq 0$,

$$\text{等式两边同时除以 } 4a \text{ 得: } c - 2 = -\frac{1}{a},$$

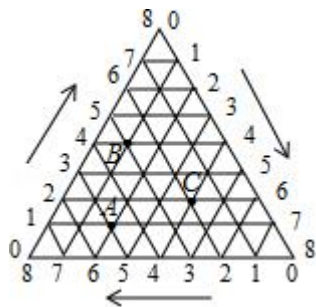
$$\text{则 } \frac{1}{a} + c = 2,$$

故答案为: 2.

【点评】本题考查了根的判别式, 正确掌握根的判别式公式是解题的关键.

15. (3分) 如图, 将一等边三角形的三条边各 8 等分, 按顺时针方向 (图中箭头方向) 标

注各等分点的序号 0、1、2、3、4、5、6、7、8，将不同边上的序号和为 8 的两点依次连接起来，这样就建立了“三角形”坐标系. 在建立的“三角形”坐标系内，每一点的坐标用过这一点且平行（或重合）于原三角形三条边的直线与三边交点的序号来表示（水平方向开始，按顺时针方向），如点 A 的坐标可表示为 $(1, 2, 5)$ ，点 B 的坐标可表示为 $(4, 1, 3)$ ，按此方法，则点 C 的坐标可表示为 $(2, 4, 2)$.

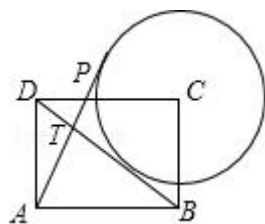


【分析】 根据点 A 的坐标可表示为 $(1, 2, 5)$ ，点 B 的坐标可表示为 $(4, 1, 3)$ 得到经过点的三条直线对应着等边三角形三边上的三个数，依次为左、右，下，即为该点的坐标，于是得到结论.

【解答】 解：根据题意得，点 C 的坐标可表示为 $(2, 4, 2)$ ，
故答案为： $(2, 4, 2)$.

【点评】 本题考查了规律型：点的坐标，等边三角形的性质，找出题中的规律是解题的关键.

16. (3 分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=4$ ， $AD=3$ ，以点 C 为圆心作 $\odot C$ 与直线 BD 相切，点 P 是 $\odot C$ 上一个动点，连接 AP 交 BD 于点 T ，则 $\frac{AP}{AT}$ 的最大值是 3.



【分析】 先判断出 $\frac{AP}{AT}$ 最大时， BE 最大，再用相似三角形的性质求出 BG ， HG ， CH ，进而判断出 HM 最大时， BE 最大，而点 M 在 $\odot C$ 上时， HM 最大，即可 HP ，即可得出结论.

【解答】 解：如图，
过点 P 作 $PE \parallel BD$ 交 AB 的延长线于 E ，
 $\therefore \angle AEP = \angle ABD$ ， $\triangle APE \sim \triangle ATB$ ，

$$\therefore \frac{AP}{AT} = \frac{AE}{AB},$$

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AE = AB + BE = 4 + BE,$$

$$\therefore \frac{AP}{AT} = 1 + \frac{BE}{4},$$

$$\therefore BE \text{ 最大时, } \frac{AP}{AT} \text{ 最大,}$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore BC = AD = 3, \quad CD = AB = 4,$$

过点 C 作 $CH \perp BD$ 于 H , 交 PE 于 M , 并延长交 AB 于 G ,

$\therefore BD$ 是 $\odot C$ 的切线,

$$\therefore \angle GME = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 5,$$

$$\therefore \angle BHC = \angle BCD = 90^\circ, \quad \angle CBH = \angle DBC,$$

$$\therefore \triangle BHC \sim \triangle BCD,$$

$$\therefore \frac{BH}{BC} = \frac{CH}{DC} = \frac{BC}{BD},$$

$$\therefore \frac{BH}{3} = \frac{CH}{4} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BH = \frac{9}{5}, \quad CH = \frac{12}{5},$$

$$\therefore \angle BHG = \angle BAD = 90^\circ, \quad \angle GBH = \angle DBA,$$

$$\therefore \triangle BHG \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \frac{HG}{AD} = \frac{BG}{BD} = \frac{BH}{AB},$$

$$\therefore \frac{HG}{3} = \frac{BG}{5} = \frac{\frac{9}{5}}{4},$$

$$\therefore HG = \frac{27}{20}, \quad BG = \frac{9}{4},$$

$$\text{在 Rt}\triangle GME \text{ 中, } GM = EG \cdot \sin \angle AEP = EG \times \frac{3}{5} = \frac{3}{5}EG,$$

$$\text{而 } BE = GE - BG = GE - \frac{9}{4},$$

$\therefore GE$ 最大时, BE 最大,

$\therefore GM$ 最大时, BE 最大,

【分析】先求出两个不等式的解集，再求其公共解.

【解答】解:
$$\begin{cases} 2x > -4 \text{ ①} \\ 1-2(x-3) > x+1 \text{ ②} \end{cases}$$

由①得, $x > -2$,

由②得, $x < 2$,

所以, 不等式组的解集是 $-2 < x < 2$.

【点评】本题主要考查了一元一次不等式组解集的求法, 其简便求法就是用口诀求解. 求不等式组解集的口诀: 同大取大, 同小取小, 大小小大中间找, 大大小小找不到 (无解).

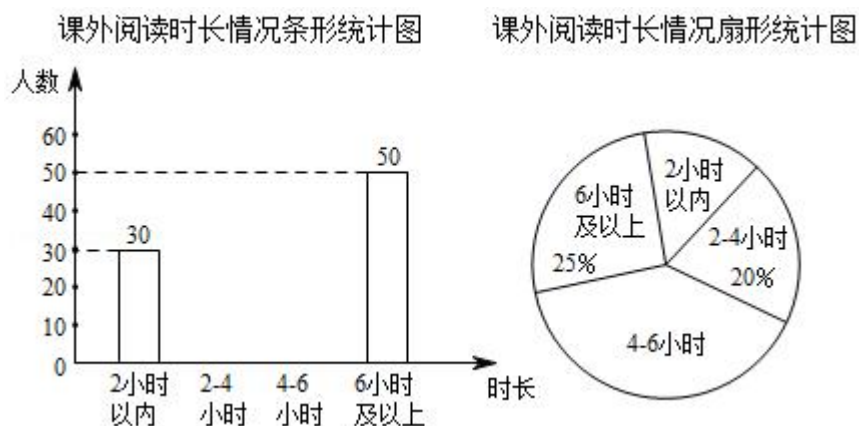
19. (6分) 化简 $\frac{m}{m^2-4} \div (1+\frac{2}{m-2})$.

【分析】先做括号里面, 再把除法转化成乘法, 计算得结果.

【解答】解: 原式 $= \frac{m}{(m+2)(m-2)} \div \frac{m-2+2}{m-2}$
 $= \frac{m}{(m+2)(m-2)} \div \frac{m}{m-2}$
 $= \frac{m}{(m+2)(m-2)} \times \frac{m-2}{m}$
 $= \frac{1}{m+2}$.

【点评】本题考查了分式的混合运算. 解决本题的关键是掌握分式的运算顺序和分式加减乘除的运算法则.

20. (8分) 为了解某地区中学生一周课外阅读时长的情况, 随机抽取部分中学生进行调查, 根据调查结果, 将阅读时长分为四类: 2小时以内, 2~4小时 (含2小时), 4~6小时 (含4小时), 6小时及以上, 并绘制了如图所示尚不完整的统计图.



- (1) 本次调查共随机抽取了 200 名中学生, 其中课外阅读时长“2~4小时”的有 40 人;

(2) 扇形统计图中, 课外阅读时长“4~6 小时”对应的圆心角度数为 144 °;

(3) 若该地区共有 20000 名中学生, 估计该地区中学生一周课外阅读时长不少于 4 小时的人数.

【分析】 (1) 根据统计图中的数据可以求得本次调查的学生数和课外阅读时长“2~4 小时”的人数;

(2) 根据统计图中的数据可以求得扇形统计图中, 课外阅读时长“4~6 小时”对应的圆心角度数;

(3) 根据统计图的数据可以计算出该地区中学生一周课外阅读时长不少于 4 小时的人数.

【解答】 解: (1) 本次调查共随机抽取了: $50 \div 25\% = 200$ (名) 中学生,

其中课外阅读时长“2~4 小时”的有: $200 \times 20\% = 40$ (人),

故答案为: 200, 40;

(2) 扇形统计图中, 课外阅读时长“4~6 小时”对应的圆心角度数为: $360^\circ \times (1 - \frac{30}{200} - 20\% - 25\%) = 144^\circ$,

故答案为: 144;

(3) $20000 \times (1 - \frac{30}{200} - 20\%) = 13000$ (人),

答: 该地区中学生一周课外阅读时长不少于 4 小时的有 13000 人.

【点评】 本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

21. (10 分) 现有 A 、 B 、 C 三个不透明的盒子, A 盒中装有红球、黄球、蓝球各 1 个, B 盒中装有红球、黄球各 1 个, C 盒中装有红球、蓝球各 1 个, 这些球除颜色外都相同. 现分别从 A 、 B 、 C 三个盒子中任意摸出一个球.

(1) 从 A 盒中摸出红球的概率为 $\frac{1}{3}$;

(2) 用画树状图或列表的方法, 求摸出的三个球中至少有一个红球的概率.

【分析】 (1) 从 A 盒中摸出红球的结果有一个, 由概率公式即可得出结果;

(2) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数, 摸出的三个球中至少有一个红球的结果有 10 种, 由概率公式即可得出结果.

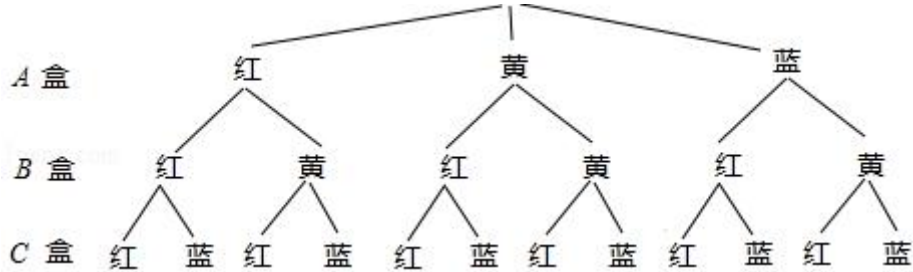
【解答】 解: (1) 从 A 盒中摸出红球的概率为 $\frac{1}{3}$;

故答案为: $\frac{1}{3}$;

(2) 画树状图如图所示:

共有 12 种等可能的结果, 摸出的三个球中至少有一个红球的结果有 10 种,

$\therefore$ 摸出的三个球中至少有一个红球的概率为 $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

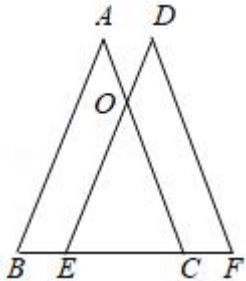


【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

22. (10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$. 将 $\triangle ABC$ 沿着 BC 方向平移得到 $\triangle DEF$, 其中点 E 在边 BC 上, DE 与 AC 相交于点 O .

(1) 求证: $\triangle OEC$ 为等腰三角形;

(2) 连接 AE 、 DC 、 AD , 当点 E 在什么位置时, 四边形 $AECD$ 为矩形, 并说明理由.



【分析】 (1) 根据等腰三角形的性质得出 $\angle B = \angle ACB$, 根据平移得出 $AB \parallel DE$, 求出 $\angle B = \angle DEC$, 再求出 $\angle ACB = \angle DEC$ 即可;

(2) 求出四边形 $AECD$ 是平行四边形, 再求出四边形 $AECD$ 是矩形即可.

【解答】 (1) 证明: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle B = \angle ACB,$$

$\because \triangle ABC$ 平移得到 $\triangle DEF$,

$$\therefore AB \parallel DE,$$

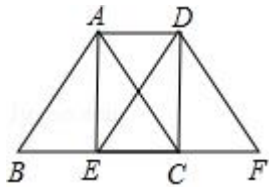
$$\therefore \angle B = \angle DEC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DEC,$$

$$\therefore OE = OC,$$

即 $\triangle OEC$ 为等腰三角形;

(2) 解: 当 E 为 BC 的中点时, 四边形 $AECD$ 是矩形,



理由是: $\because AB=AC$, E 为 BC 的中点,

$\therefore AE \perp BC$, $BE=EC$,

$\therefore \triangle ABC$ 平移得到 $\triangle DEF$,

$\therefore BE \parallel AD$, $BE=AD$,

$\therefore AD \parallel EC$, $AD=EC$,

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形,

$\because AE \perp BC$,

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是矩形.

【点评】 本题考查了矩形的判定、平行四边形的判定、平移的性质、等腰三角形的性质和判定等知识点, 能综合运用知识点进行推理是解此题的关键.

23. (10分) 某工厂计划生产甲、乙两种产品共2500吨, 每生产1吨甲产品可获得利润0.3万元, 每生产1吨乙产品可获得利润0.4万元. 设该工厂生产了甲产品 x (吨), 生产甲、乙两种产品获得的总利润为 y (万元).

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 若每生产1吨甲产品需要A原料0.25吨, 每生产1吨乙产品需要A原料0.5吨. 受市场影响, 该厂能获得的A原料至多为1000吨, 其它原料充足. 求出该工厂生产甲、乙两种产品各为多少吨时, 能获得最大利润.

【分析】 (1) 利润 y (元) = 生产甲产品的利润 + 生产乙产品的利润; 而生产甲产品的利润 = 生产1吨甲产品的利润0.3万元 $\times$ 甲产品的吨数 x , 即 $0.3x$ 万元, 生产乙产品的利润 = 生产1吨乙产品的利润0.4万元 $\times$ 乙产品的吨数 $(2500-x)$, 即 $0.4(2500-x)$ 万元.

(2) 由(1)得 y 是 x 的一次函数, 根据函数的增减性, 结合自变量 x 的取值范围再确定当 x 取何值时, 利润 y 最大.

【解答】 解: (1) $y = 0.3x + 0.4(2500 - x) = -0.1x + 1000$

因此 y 与 x 之间的函数表达式为: $y = -0.1x + 1000$.

$$(2) \text{ 由题意得: } \begin{cases} 0.25x + 0.5(2500 - x) \leq 1000 \\ x \leq 2500 \end{cases}$$

$$\therefore 1000 \leq x \leq 2500$$

$$\text{又} \because k = -0.1 < 0$$

$\therefore y$ 随 x 的增大而减少

$\therefore$ 当 $x = 1000$ 时, y 最大, 此时 $2500 - x = 1500$,

因此, 生产甲产品 1000 吨, 乙产品 1500 吨时, 利润最大.

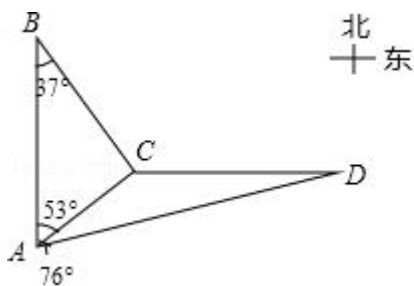
【点评】这是一道一次函数和不等式组综合应用题, 准确地根据题目中数量之间的关系, 求利润 y 与甲产品生产的吨数 x 的函数表达式, 然后再利用一次函数的增减性和自变量的取值范围, 最后确定函数的最值. 也是常考内容之一.

24. (10 分) 如图, 海上观察哨所 B 位于观察哨所 A 正北方向, 距离为 25 海里. 在某时刻, 哨所 A 与哨所 B 同时发现一走私船, 其位置 C 位于哨所 A 北偏东 53° 的方向上, 位于哨所 B 南偏东 37° 的方向上.

(1) 求观察哨所 A 与走私船所在的位置 C 的距离;

(2) 若观察哨所 A 发现走私船从 C 处以 16 海里/小时的速度向正东方向逃窜, 并立即派缉私艇沿北偏东 76° 的方向前去拦截, 求缉私艇的速度为多少时, 恰好在 D 处成功拦截. (结果保留根号)

(参考数据: $\sin 37^\circ = \cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ = \sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\tan 76^\circ \approx 4$)



【分析】(1) 先根据三角形内角和定理求出 $\angle ACB = 90^\circ$, 再解 $\text{Rt}\triangle ABC$, 利用正弦函数定义得出 AC 即可;

(2) 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M , 易知, D 、 C 、 M 在一条直线上. 解 $\text{Rt}\triangle AMC$, 求出 CM 、 AM . 解 $\text{Rt}\triangle AMD$ 中, 求出 DM 、 AD , 得出 CD . 设缉私艇的速度为 x 海里/小时, 根据走私船行驶 CD 所用的时间等于缉私艇行驶 AD 所用的时间列出方程, 解方程即可.

【解答】解: (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 180^\circ - 37^\circ - 53^\circ = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{AC}{AB}$,

$$\therefore AC = AB \cdot \sin 37^\circ = 25 \times \frac{3}{5} = 15 \text{ (海里)}.$$

答: 观察哨所 A 与走私船所在的位置 C 的距离为 15 海里;

(2) 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M , 由题意易知, D 、 C 、 M 在一条直线上.

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AMC \text{ 中, } CM = AC \cdot \sin \angle CAM = 15 \times \frac{4}{5} = 12,$$

$$AM = AC \cdot \cos \angle CAM = 15 \times \frac{3}{5} = 9.$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle AMD \text{ 中, } \tan \angle DAM = \frac{DM}{AM},$$

$$\therefore DM = AM \cdot \tan 76^\circ = 9 \times 4 = 36,$$

$$\therefore AD = \sqrt{AM^2 + DM^2} = \sqrt{9^2 + 36^2} = 9\sqrt{17},$$

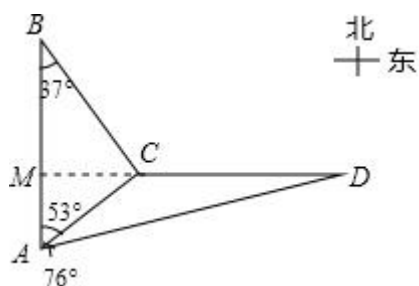
$$CD = DM - CM = 36 - 12 = 24.$$

$$\text{设缉私艇的速度为 } x \text{ 海里/小时, 则有 } \frac{24}{16} = \frac{9\sqrt{17}}{x},$$

$$\text{解得 } x = 6\sqrt{17}.$$

经检验, $x = 6\sqrt{17}$ 是原方程的解.

答: 当缉私艇的速度为 $6\sqrt{17}$ 海里/小时, 恰好在 D 处成功拦截.



【点评】 此题考查了解直角三角形的应用 - 方向角问题, 结合航海中的实际问题, 将解直角三角形的相关知识有机结合, 体现了数学应用于实际生活的思想.

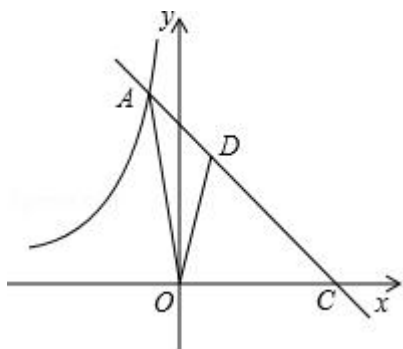
25. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = -x + b$ 的图象与函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$)

的图象相交于点 $A(-1, 6)$, 并与 x 轴交于点 C . 点 D 是线段 AC 上一点, $\triangle ODC$ 与 $\triangle OAC$ 的面积比为 2: 3.

(1) $k = \underline{-6}$, $b = \underline{5}$;

(2) 求点 D 的坐标;

(3) 若将 $\triangle ODC$ 绕点 O 逆时针旋转, 得到 $\triangle OD'C$, 其中点 D' 落在 x 轴负半轴上, 判断点 C 是否落在函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象上, 并说明理由.



【分析】 (1) 将 $A(-1, 6)$ 代入 $y=-x+b$ 可求出 b 的值; 将 $A(-1, 6)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 可求出 k 的值;

(2) 过点 D 作 $DM\perp x$ 轴, 垂足为 M , 过点 A 作 $AN\perp x$ 轴, 垂足为 N , 由 $\triangle ODC$ 与 $\triangle OAC$ 的面积比为 $2:3$, 可推出 $\frac{DM}{AN}=\frac{2}{3}$, 由点 A 的坐标可知 $AN=6$, 进一步求出 $DM=4$, 即为点 D 的纵坐标, 把 $y=4$ 代入 $y=-x+5$ 中, 可求出点 D 坐标;

(3) 过点 C 作 $CG\perp x$ 轴, 垂足为 G , 由题意可知, $OD'=OD=\sqrt{OM^2+DM^2}=\sqrt{17}$, 由旋转可知 $S_{\triangle ODC}=S_{\triangle OD'C}$, 可求出 $CG=\frac{20\sqrt{17}}{17}$, 在 $\text{Rt}\triangle OCG$ 中, 通过勾股定理求出 OG 的长度, 即可写出点 C 的坐标, 将其坐标代入 $y=-\frac{6}{x}$ 可知没有落在函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图象上.

【解答】 解: (1) 将 $A(-1, 6)$ 代入 $y=-x+b$,

得, $6=1+b$,

$\therefore b=5$,

将 $A(-1, 6)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$,

得, $6=\frac{k}{-1}$,

$\therefore k=-6$,

故答案为: $-6, 5$;

(2) 如图 1, 过点 D 作 $DM\perp x$ 轴, 垂足为 M , 过点 A 作 $AN\perp x$ 轴, 垂足为 N ,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ODC}}{S_{\triangle OAC}} = \frac{\frac{1}{2}OC \cdot DM}{\frac{1}{2}OC \cdot AN} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{DM}{AN} = \frac{2}{3},$$

又 $\because$ 点 A 的坐标为 $(-1, 6)$,

$$\therefore AN=6,$$

$$\therefore DM=4, \text{ 即点 } D \text{ 的纵坐标为 } 4,$$

把 $y=4$ 代入 $y=-x+5$ 中,

$$\text{得, } x=1,$$

$$\therefore D(1, 4);$$

$$(3) \text{ 由题意可知, } OD = OD = \sqrt{OM^2 + DM^2} = \sqrt{17},$$

如图 2, 过点 C 作 $CG \perp x$ 轴, 垂足为 G ,

$$\therefore S_{\triangle ODC} = S_{\triangle OD'C'},$$

$$\therefore OC \cdot DM = OD' \cdot C'G,$$

$$\text{即 } 5 \times 4 = \sqrt{17} C'G,$$

$$\therefore C'G = \frac{20\sqrt{17}}{17},$$

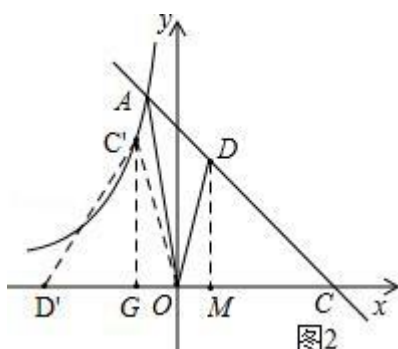
在 $\text{Rt}\triangle OCG$ 中,

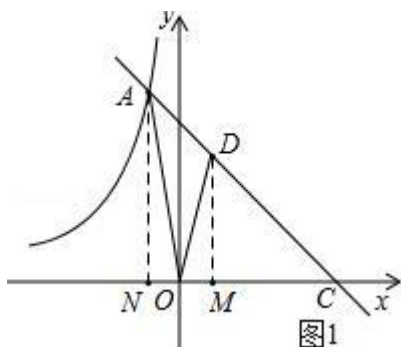
$$\therefore OG = \sqrt{OC'^2 - C'G^2} = \sqrt{25 - \frac{400}{17}} = \frac{5\sqrt{17}}{17},$$

$$\therefore C \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{5\sqrt{17}}{17}, \frac{20\sqrt{17}}{17}\right),$$

$$\therefore \left(-\frac{5\sqrt{17}}{17}\right) \times \frac{20\sqrt{17}}{17} \neq -6,$$

$\therefore$ 点 C 不在函数 $y = -\frac{6}{x}$ 的图象上.

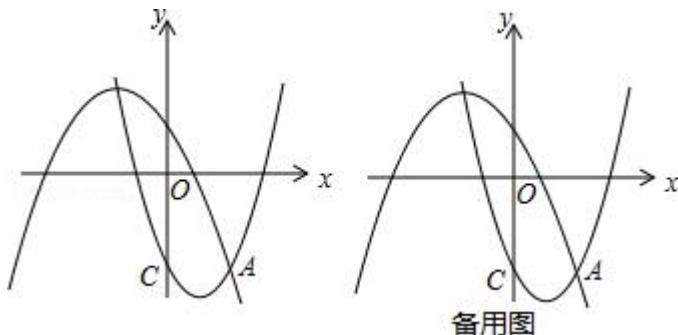




【点评】 本题考查了待定系数法求解析式，三角形的面积，反比例函数的性质，勾股定理等，解题关键是能够熟练运用反比例函数的性质.

26. (12 分) 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $L_1: y = x^2 + bx + c$ 过点 $C(0, -3)$ ，与抛物线 $L_2: y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ 的一个交点为 A ，且点 A 的横坐标为 2，点 P 、 Q 分别是抛物线 L_1 、 L_2 上的动点.

- (1) 求抛物线 L_1 对应的函数表达式；
- (2) 若以点 A 、 C 、 P 、 Q 为顶点的四边形恰为平行四边形，求出点 P 的坐标；
- (3) 设点 R 为抛物线 L_1 上另一个动点，且 CA 平分 $\angle PCR$. 若 $OQ \parallel PR$ ，求出点 Q 的坐标.



【分析】 (1) 先求出 A 点的坐标，再用待定系数法求出函数解析式便可；

(2) 设点 P 的坐标为 $(x, x^2 - 2x - 3)$ ，分两种情况讨论： AC 为平行四边形的一条边， AC 为平行四边形的一条对角线，用 x 表示出 Q 点坐标，再把 Q 点坐标代入抛物线 $L_2: y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$ 中，列出方程求得解便可；

(3) 当点 P 在 y 轴左侧时，抛物线 L_1 不存在点 R 使得 CA 平分 $\angle PCR$ ，当点 P 在 y 轴右侧时，不妨设点 P 在 CA 的上方，点 R 在 CA 的下方，过点 P 、 R 分别作 y 轴的垂线，垂足分别为 S 、 T ，过点 P 作 $PH \perp TR$ 于点 H ，设点 P 坐标为 $(x_1, x_1^2 - 2x_1 - 3)$ ，点 R 坐标为 $(x_2, x_2^2 - 2x_2 - 3)$ ，证明 $\triangle PSC \sim \triangle RTC$ ，由相似比得到 $x_1 + x_2 = 4$ ，进而得 $\tan \angle$

PRH 的值, 过点 Q 作 $QK \perp x$ 轴于点 K , 设点 Q 坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2)$, 由 $\tan \angle QOK = \tan \angle PRH$, 移出 m 的方程, 求得 m 便可.

【解答】解: (1) 将 $x=2$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$, 得 $y = -3$, 故点 A 的坐标为 $(2, -3)$, 将 $A(2, -1)$, $C(0, -3)$ 代入 $y = x^2 + bx + c$, 得

$$\begin{cases} -3 = 2^2 + 2b + c \\ -3 = 0 + 0 + c \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线 $L_1: y = x^2 - 2x - 3$;

(2) 设点 P 的坐标为 $(x, x^2 - 2x - 3)$,

第一种情况: AC 为平行四边形的一条边,

①当点 Q 在点 P 右侧时, 则点 Q 的坐标为 $(x+2, -2x-3)$,

将 $Q(x+2, -2x-3)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$, 得

$$-2x - 3 = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - \frac{3}{2}(x+2) + 2,$$

解得, $x=0$ 或 $x=-1$,

因为 $x=0$ 时, 点 P 与 C 重合, 不符合题意, 所以舍去,

此时点 P 的坐标为 $(-1, 0)$;

②当点 Q 在点 P 左侧时, 则点 Q 的坐标为 $(x-2, x^2-2x-3)$,

将 $Q(x-2, x^2-2x-3)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$, 得

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2, \text{得}$$

$$x^2 - 2x - 3 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - \frac{3}{2}(x-2) + 2,$$

解得, $x=3$, 或 $x=-\frac{4}{3}$,

此时点 P 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-\frac{4}{3}, \frac{13}{9})$;

第二种情况: 当 AC 为平行四边形的一条对角线时,

由 AC 的中点坐标为 $(1, -3)$, 得 PQ 的中点坐标为 $(1, -3)$,

故点 Q 的坐标为 $(2-x, -x^2+2x-3)$,

将 $Q(2-x, -x^2+2x-3)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$, 得

$$\text{所以 } 2m = -\frac{1}{2}m^2 - \frac{3}{2}m + 2,$$

$$\text{解得, } m = \frac{-7 \pm \sqrt{65}}{2},$$

$$\text{所以点 } Q \text{ 坐标为 } \left(\frac{-7+\sqrt{65}}{2}, -7+\sqrt{65} \right) \text{ 或 } \left(\frac{-7-\sqrt{65}}{2}, -7-\sqrt{65} \right).$$

【点评】 本题是二次函数的综合题，主要考查了待定系数法求函数的解析式，平行四边形的性质，解直角三角形的应用，相似三角形的性质与判定，角平分线的性质，动点问题探究，突破第（2）题的方法是分情况讨论；突破第（3）的方法是作直角三角形，构造相似三角形，用相似三角形的相似比列方程。

27. (14 分) 问题情境：如图 1，在正方形 $ABCD$ 中， E 为边 BC 上一点（不与点 B 、 C 重合），垂直于 AE 的一条直线 MN 分别交 AB 、 AE 、 CD 于点 M 、 P 、 N 。判断线段 DN 、 MB 、 EC 之间的数量关系，并说明理由。

问题探究：在“问题情境”的基础上。

(1) 如图 2，若垂足 P 恰好为 AE 的中点，连接 BD ，交 MN 于点 Q ，连接 EQ ，并延长交边 AD 于点 F 。求 $\angle AEF$ 的度数；

(2) 如图 3，当垂足 P 在正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上时，连接 AN ，将 $\triangle APN$ 沿着 AN 翻折，点 P 落在点 P' 处，若正方形 $ABCD$ 的边长为 4， AD 的中点为 S ，求 PS 的最小值。

问题拓展：如图 4，在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中，点 M 、 N 分别为边 AB 、 CD 上的点，将正方形 $ABCD$ 沿着 MN 翻折，使得 BC 的对应边 $B'C'$ 恰好经过点 A ， CN 交 AD 于点 F 。分别过点 A 、 F 作 $AG \perp MN$ ， $FH \perp MN$ ，垂足分别为 G 、 H 。若 $AG = \frac{5}{2}$ ，请直接写出 FH 的长。

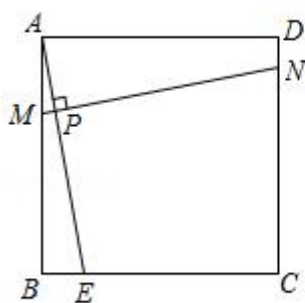


图1

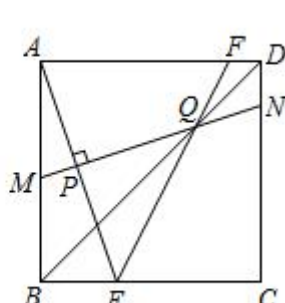


图2

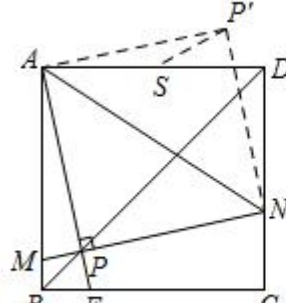


图3

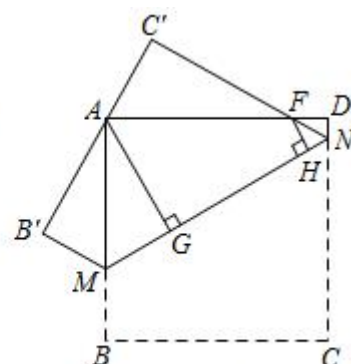


图4

【分析】 问题情境：过点 B 作 $BF \parallel MN$ 分别交 AE 、 CD 于点 G 、 F ，证出四边形 $MBFN$ 为平行四边形，得出 $NF = MB$ ，证明 $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ 得出 $BE = CF$ ，即可得出结论；

问题探究：(1) 连接 AQ ，过点 Q 作 $HI \parallel AB$ ，分别交 AD 、 BC 于点 H 、 I ，证出 $\triangle DHQ$

是等腰直角三角形, $HD = HQ$, $AH = QI$, 证明 $\text{Rt}\triangle AHQ \cong \text{Rt}\triangle QIE$ 得出 $\angle AQH = \angle QEI$, 得出 $\triangle AQE$ 是等腰直角三角形, 得出 $\angle EAQ = \angle AEQ = 45^\circ$, 即可得出结论;

(2) 连接 AC 交 BD 于点 O , 则 $\triangle APN$ 的直角顶点 P 在 OB 上运动, 设点 P 与点 B 重合时, 则点 P' 与点 D 重合; 设点 P 与点 O 重合时, 则点 P' 的落点为 O' , 由等腰直角三角形的性质得出 $\angle ODA = \angle ADO' = 45^\circ$, 当点 P 在线段 BO 上运动时, 过点 P 作 $PG \perp CD$ 于点 G , 过点 P' 作 $P'H \perp CD$ 交 CD 延长线于点 H , 连接 PC , 证明 $\triangle APB \cong \triangle CPB$ 得出 $\angle BAP = \angle BCP$, 证明 $\text{Rt}\triangle PGN \cong \text{Rt}\triangle NHP$ 得出 $PG = NH$, $GN = PH$, 由正方形的性质得出 $\angle PDG = 45^\circ$, 易得出 $PG = GD$, 得出 $GN = DH$, $DH = PH$, 得出 $\angle PDH = 45^\circ$, 故 $\angle PDA = 45^\circ$, 点 P 在线段 DO 上运动; 过点 S 作 $SK \perp DO$, 垂足为 K , 即可得出结论;

问题拓展: 延长 AG 交 BC 于 E , 交 DC 的延长线于 Q , 延长 FH 交 CD 于 P , 则 $EG = AG = \frac{5}{2}$, $PH = FH$, 得出 $AE = 5$, 由勾股定理得出 $BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = 3$, 得出 $CE = BC - BE = 1$, 证明 $\triangle ABE \sim \triangle QCE$, 得出 $QE = \frac{1}{3}AE = \frac{5}{3}$, $AQ = AE + QE = \frac{20}{3}$, 证明 $\triangle AGM \sim \triangle ABE$, 得出 $AM = \frac{25}{8}$, 由折叠的性质得: $AB = EB = 3$, $\angle B = \angle B = 90^\circ$, $\angle C = \angle BCD = 90^\circ$, 求出 $BM = \sqrt{AM^2 - AB^2} = \frac{7}{8}$, $AC = 1$, 证明 $\triangle AFC \sim \triangle MAB$, 得出 $AF = \frac{25}{7}$, $DF = 4 - \frac{25}{7} = \frac{3}{7}$, 证明 $\triangle DFP \sim \triangle DAQ$, 得出 $FP = \frac{5}{7}$, 得出 $FH = \frac{1}{2}FP = \frac{5}{14}$.

【解答】 问题情境:

解: 线段 DN 、 MB 、 EC 之间的数量关系为: $DN + MB = EC$; 理由如下:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ABE = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = BC = CD$, $AB \parallel CD$,

过点 B 作 $BF \parallel MN$ 分别交 AE 、 CD 于点 G 、 F , 如图 1 所示:

$\therefore$ 四边形 $MBFN$ 为平行四边形,

$\therefore NF = MB$,

$\therefore BF \perp AE$,

$\therefore \angle BGE = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBF + \angle AEB = 90^\circ$,

$\because \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBF = \angle BAE$,

$$\text{在} \triangle ABE \text{ 和 } \triangle BCF \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAE = \angle CBF \\ AB = BC \\ \angle ABE = \angle BCF = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle BCF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BE = CF,$$

$$\therefore DN + NF + CF = BE + EC,$$

$$\therefore DN + MB = EC;$$

问题探究:

解: (1) 连接 AQ , 过点 Q 作 $HI \parallel AB$, 分别交 AD 、 BC 于点 H 、 I , 如图 2 所示:

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore$ 四边形 $ABIH$ 为矩形,

$$\therefore HI \perp AD, HI \perp BC, HI = AB = AD,$$

$\therefore BD$ 是正方形 $ABCD$ 的对角线,

$$\therefore \angle BDA = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle DHQ \text{ 是等腰直角三角形, } HD = HQ, AH = QI,$$

$\therefore MN$ 是 AE 的垂直平分线,

$$\therefore AQ = QE,$$

$$\text{在 Rt} \triangle AHQ \text{ 和 Rt} \triangle QIE \text{ 中, } \begin{cases} AQ = QE \\ AH = QI \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle AHQ \cong \text{Rt} \triangle QIE \text{ (HL)},$$

$$\therefore \angle AQH = \angle QEI,$$

$$\therefore \angle AQH + \angle EQI = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AQE = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle AQE$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle EAQ = \angle AEQ = 45^\circ, \text{ 即 } \angle AEF = 45^\circ;$$

(2) 连接 AC 交 BD 于点 O , 如图 3 所示:

则 $\triangle APN$ 的直角顶点 P 在 OB 上运动,

设点 P 与点 B 重合时, 则点 P 与点 D 重合; 设点 P 与点 O 重合时, 则点 P 的落点为 O' ,

$$\therefore AO = OD, \angle AOD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ODA = \angle ADO' = 45^\circ,$$

当点 P 在线段 BO 上运动时, 过点 P 作 $PG \perp CD$ 于点 G , 过点 P 作 $PH \perp CD$ 交 CD 延长线于点 H , 连接 PC ,

$\because$ 点 P 在 BD 上,

$\therefore AP = PC$,

在 $\triangle APB$ 和 $\triangle CPB$ 中,
$$\begin{cases} AP = PC \\ BP = BP \\ AB = BC \end{cases}$$

$\therefore \triangle APB \cong \triangle CPB$ (SSS),

$\therefore \angle BAP = \angle BCP$,

$\because \angle BCD = \angle MPA = 90^\circ$,

$\therefore \angle PCN = \angle AMP$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle AMP = \angle PNC$,

$\therefore \angle PCN = \angle PNC$,

$\therefore PC = PN$,

$\therefore AP = PN$,

$\therefore \angle PNA = 45^\circ$,

$\therefore \angle PNP' = 90^\circ$,

$\therefore \angle P'NH + \angle PNG = 90^\circ$,

$\because \angle P'NH + \angle NP'H = 90^\circ$, $\angle PNG + \angle NPG = 90^\circ$,

$\therefore \angle NPG = \angle P'NH$, $\angle PNG = \angle NP'H$,

由翻折性质得: $PN = P'N$,

在 $\triangle PGN$ 和 $\triangle NHP$ 中,
$$\begin{cases} \angle NPG = \angle P'NH \\ PN = P'N \\ \angle PNG = \angle NP'H \end{cases}$$
,

$\therefore \triangle PGN \cong \triangle NHP$ (ASA),

$\therefore PG = NH$, $GN = PH$,

$\because BD$ 是正方形 $ABCD$ 的对角线,

$\therefore \angle PDG = 45^\circ$,

易得 $PG = GD$,

$\therefore GN = DH$,

$\therefore DH = PH$,

$\therefore \angle PDH = 45^\circ$, 故 $\angle PDA = 45^\circ$,

$\therefore$ 点 P 在线段 DO 上运动;

过点 S 作 $SK \perp DO$, 垂足为 K ,

$\therefore$ 点 S 为 AD 的中点,

$\therefore DS = 2$, 则 PS 的最小值为 $\sqrt{2}$;

问题拓展:

解: 延长 AG 交 BC 于 E , 交 DC 的延长线于 Q , 延长 FH 交 CD 于 P , 如图 4:

则 $EG = AG = \frac{5}{2}$, $PH = FH$,

$\therefore AE = 5$,

在 $Rt\triangle ABE$ 中, $BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = 3$,

$\therefore CE = BC - BE = 1$,

$\therefore \angle B = \angle ECQ = 90^\circ$, $\angle AEB = \angle QEC$,

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle QCE$,

$\therefore \frac{AE}{QE} = \frac{BE}{CE} = 3$,

$\therefore QE = \frac{1}{3}AE = \frac{5}{3}$,

$\therefore AQ = AE + QE = \frac{20}{3}$,

$\therefore AG \perp MN$,

$\therefore \angle AGM = 90^\circ = \angle B$,

$\therefore \angle MAG = \angle EAB$,

$\therefore \triangle AGM \sim \triangle ABE$,

$\therefore \frac{AM}{AE} = \frac{AG}{AB}$, 即 $\frac{AM}{5} = \frac{\frac{5}{2}}{4}$,

解得: $AM = \frac{25}{8}$,

由折叠的性质得: $AB = EB = 3$, $\angle B = \angle B = 90^\circ$, $\angle C = \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore BM = \sqrt{AM^2 - AB'^2} = \frac{7}{8}$, $AC = 1$,

$\therefore \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAM = \angle CFA$,

$$\therefore \triangle AFC \sim \triangle MAB,$$

$$\therefore \frac{AF}{AM} = \frac{AC'}{B'M} = \frac{1}{\frac{7}{8}},$$

$$\text{解得: } AF = \frac{25}{7},$$

$$\therefore DF = 4 - \frac{25}{7} = \frac{3}{7},$$

$$\because AG \perp MN, FH \perp MN,$$

$$\therefore AG \parallel FH,$$

$$\therefore AQ \parallel FP,$$

$$\therefore \triangle DFP \sim \triangle DAQ,$$

$$\therefore \frac{FP}{AQ} = \frac{DF}{AD}, \text{ 即 } \frac{FP}{\frac{20}{3}} = \frac{\frac{3}{7}}{4},$$

$$\text{解得: } FP = \frac{5}{7},$$

$$\therefore FH = \frac{1}{2}FP = \frac{5}{14}.$$

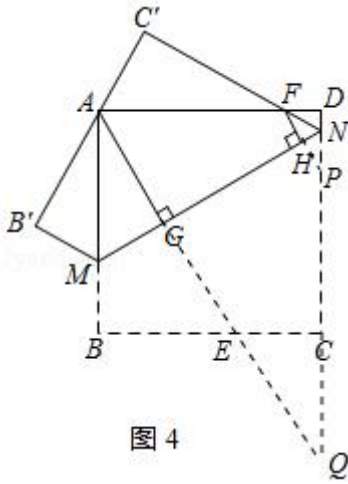


图 4

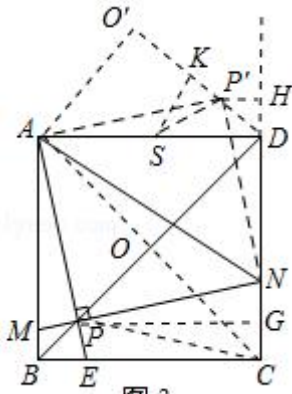
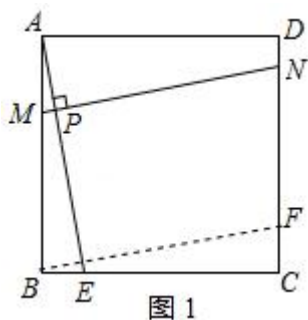
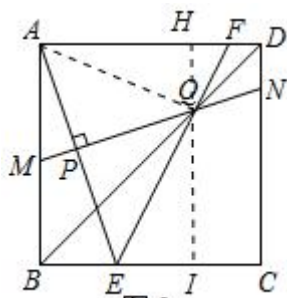


图 3



【点评】本题是四边形综合题目，考查了正方形的性质、翻折变换的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质等知识；本题综合性强，有一定难度，证明三角形全等和三角形相似是解题的关键.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者

扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值

The graphic features a blue background with a yellow banner at the top containing the title '积分超值换' in large, stylized white and yellow characters. Below the banner, a yellow box contains the activity details: '活动时间：2019年4月23日-6月30日' and '活动对象：中小学一线教师以及教育工作者'. A QR code is centered below the text, with the instruction '扫一扫 换礼啦' (Scan to get gifts) underneath it. At the bottom, a row of colorful rounded squares contains the characters '积', '分', '兑', '换', '更', '超', '值'. The bottom of the graphic is decorated with illustrations of books, a pencil, and gold coins on a yellow surface.

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积分兑换更超值

会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....