

2019 年江苏省南京市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (2 分) 2018 年中国与“一带一路”沿线国家货物贸易进出口总额达到 13000 亿美元．用科学记数法表示 13000 是 ()

- A. 0.13×10^5 B. 1.3×10^4 C. 13×10^3 D. 130×10^2

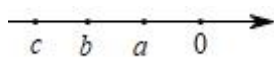
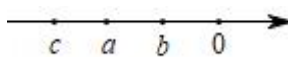
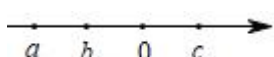
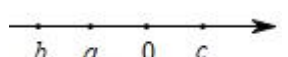
2. (2 分) 计算 $(a^2b)^3$ 的结果是 ()

- A. a^2b^3 B. a^5b^3 C. a^6b D. a^6b^3

3. (2 分) 面积为 4 的正方形的边长是 ()

- A. 4 的平方根 B. 4 的算术平方根
C. 4 开平方的结果 D. 4 的立方根

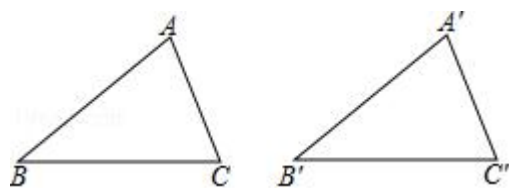
4. (2 分) 实数 a 、 b 、 c 满足 $a > b$ 且 $ac < bc$ ，它们在数轴上的对应点的位置可以是 ()

- A.  B. 
C.  D. 

5. (2 分) 下列整数中，与 $10 - \sqrt{13}$ 最接近的是 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

6. (2 分) 如图， $\triangle A'BC$ 是由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的， $\triangle A'BC$ 还可以看作是 $\triangle ABC$ 经过怎样的图形变化得到？下列结论：①1 次旋转；②1 次旋转和 1 次轴对称；③2 次旋转；④2 次轴对称．其中所有正确结论的序号是 ()



- A. ①④ B. ②③ C. ②④ D. ③④

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7. (2 分) -2 的相反数是_____； $\frac{1}{2}$ 的倒数是_____.

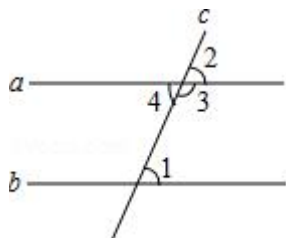
8. (2 分) 计算 $\frac{14}{\sqrt{7}} - \sqrt{28}$ 的结果是_____.

9. (2 分) 分解因式 $(a-b)^2 + 4ab$ 的结果是_____.

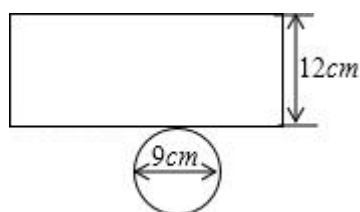
10. (2分) 已知 $2+\sqrt{3}$ 是关于 x 的方程 $x^2-4x+m=0$ 的一个根, 则 $m=$ _____.

11. (2分) 结合图, 用符号语言表达定理“同旁内角互补, 两直线平行”的推理形式:

$\because$ _____, $\therefore a \parallel b$.



12. (2分) 无盖圆柱形杯子的展开图如图所示. 将一根长为 20cm 的细木筷斜放在该杯子内, 木筷露在杯子外面的部分至少有_____ cm .

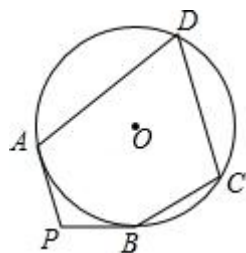


13. (2分) 为了了解某区初中学生的视力情况, 随机抽取了该区 500 名初中学生进行调查. 整理样本数据, 得到下表:

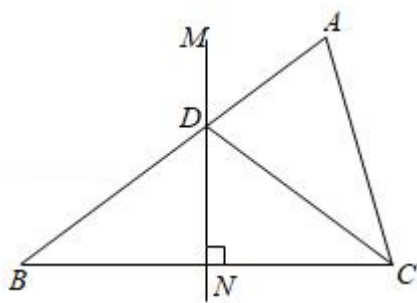
视力	4.7 以下	4.7	4.8	4.9	4.9 以上
人数	102	98	80	93	127

根据抽样调查结果, 估计该区 12000 名初中学生视力不低于 4.8 的人数是_____.

14. (2分) 如图, PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线, A 、 B 为切点, 点 C 、 D 在 $\odot O$ 上. 若 $\angle P=102^\circ$, 则 $\angle A+\angle C=$ _____.



15. (2分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 的垂直平分线 MN 交 AB 于点 D , CD 平分 $\angle ACB$. 若 $AD=2$, $BD=3$, 则 AC 的长_____.



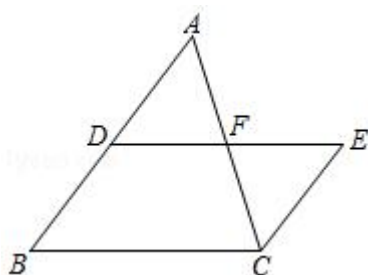
16. (2分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $\angle C=60^\circ$, $\angle A > \angle B$, 则 BC 的长的取值范围是_____.

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 88 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

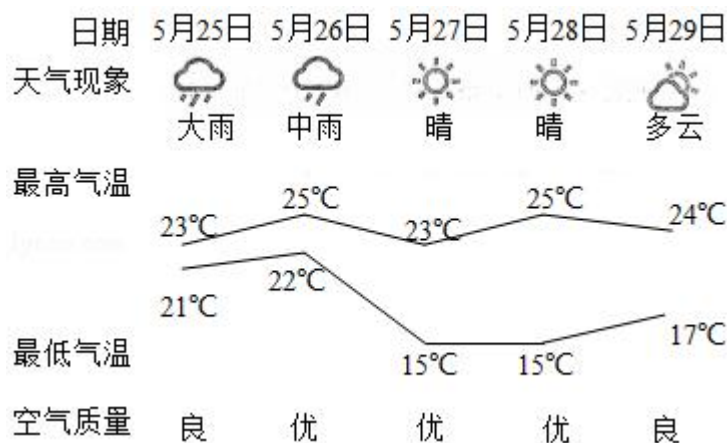
17. (7分) 计算 $(x+y)(x^2-xy+y^2)$

18. (7分) 解方程: $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{x^2-1}$.

19. (7分) 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的中点, $DE \parallel BC$, $CE \parallel AB$, AC 与 DE 相交于点 F . 求证: $\triangle ADF \cong \triangle CEF$.



20. (8分) 如图是某市连续 5 天的天气情况.



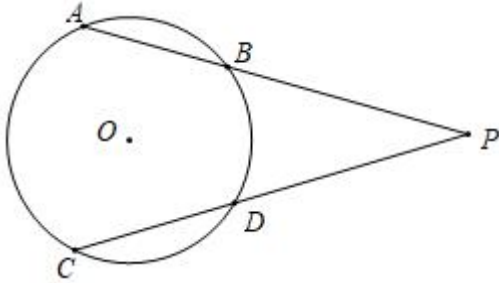
(1) 利用方差判断该市这 5 天的日最高气温波动大还是日最低气温波动大;

(2) 根据如图提供的信息, 请再写出两个不同类型的结论.

21. (8分) 某校计划在暑假第二周的星期一至星期四开展社会实践活动, 要求每位学生选择两天参加活动.

- (1) 甲同学随机选择两天，其中有一天是星期二的概率是多少？
- (2) 乙同学随机选择连续两天，其中有一天是星期二的概率是_____.

22. (7分) 如图， $\odot O$ 的弦 AB 、 CD 的延长线相交于点 P ，且 $AB=CD$. 求证: $PA=PC$.

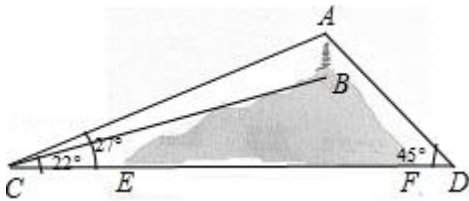


23. (8分) 已知一次函数 $y_1=kx+2$ (k 为常数, $k \neq 0$) 和 $y_2=x-3$.

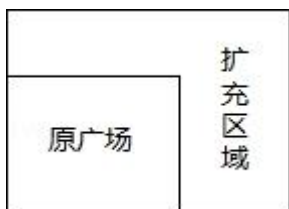
- (1) 当 $k=-2$ 时, 若 $y_1 > y_2$, 求 x 的取值范围.
- (2) 当 $x < 1$ 时, $y_1 > y_2$. 结合图象, 直接写出 k 的取值范围.

24. (8分) 如图, 山顶有一塔 AB , 塔高 $33m$. 计划在塔的正下方沿直线 CD 开通穿山隧道 EF . 从与 E 点相距 $80m$ 的 C 处测得 A 、 B 的仰角分别为 27° 、 22° , 从与 F 点相距 $50m$ 的 D 处测得 A 的仰角为 45° . 求隧道 EF 的长度.

(参考数据: $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\tan 27^\circ \approx 0.51$.)



25. (8分) 某地计划对矩形广场进行扩建改造. 如图, 原广场长 $50m$, 宽 $40m$, 要求扩充后的矩形广场长与宽的比为 $3:2$. 扩充区域的扩建费用每平方米 30 元, 扩建后在原广场和扩充区域都铺设地砖, 铺设地砖费用每平方米 100 元. 如果计划总费用 642000 元, 扩充后广场的长和宽应分别是多少米?



26. (9分) 如图①, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$. 求作菱形 $DEFG$, 使点 D 在边 AC 上, 点 E 、 F 在边 AB 上, 点 G 在边 BC 上.

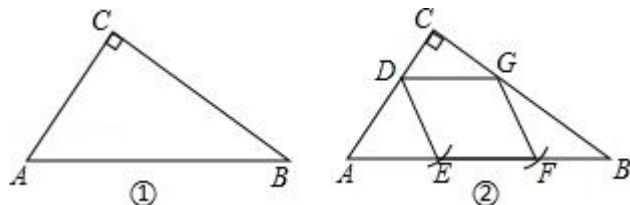
小明的作法

- 如图②, 在边 AC 上取一点 D , 过点 D 作 $DG \parallel AB$ 交 BC 于点 G .

2. 以点 D 为圆心, DG 长为半径画弧, 交 AB 于点 E .
3. 在 EB 上截取 $EF = ED$, 连接 FG , 则四边形 $DEFG$ 为所求作的菱形.

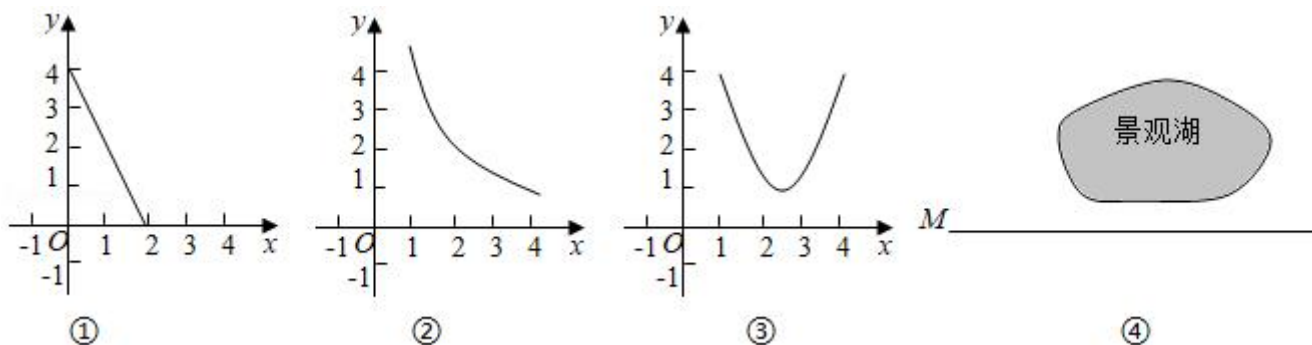
(1) 证明小明所作的四边形 $DEFG$ 是菱形.

(2) 小明进一步探索, 发现可作出的菱形的个数随着点 D 的位置变化而变化……请你继续探索, 直接写出菱形的个数及对应的 CD 的长的取值范围.



27. (11 分) 【概念认识】

城市的许多街道是相互垂直或平行的, 因此, 往往不能沿直线行走到达目的地, 只能按直角拐弯的方式行走. 可以按照街道的垂直和平行方向建立平面直角坐标系 xOy , 对两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$, 用以下方式定义两点间距离: $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$.



【数学理解】

- (1) ①已知点 $A(-2, 1)$, 则 $d(O, A) = \underline{\hspace{2cm}}$.
- ②函数 $y = -2x + 4$ ($0 \leq x \leq 2$) 的图象如图①所示, B 是图象上一点, $d(O, B) = 3$, 则点 B 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象如图②所示. 求证: 该函数的图象上不存在点 C , 使 $d(O, C) = 3$.
- (3) 函数 $y = x^2 - 5x + 7$ ($x \geq 0$) 的图象如图③所示, D 是图象上一点, 求 $d(O, D)$ 的最小值及对应的点 D 的坐标.

【问题解决】

- (4) 某市要修建一条通往景观湖的道路, 如图④, 道路以 M 为起点, 先沿 MN 方向到某处, 再在该处拐一次直角弯沿直线到湖边, 如何修建能使道路最短? (要求: 建立适当

的平面直角坐标系，画出示意图并简要说明理由)

2019 年江苏省南京市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. (2 分) 2018 年中国与“一带一路”沿线国家货物贸易进出口总额达到 13000 亿美元．用科学记数法表示 13000 是 ()

- A. 0.13×10^5 B. 1.3×10^4 C. 13×10^3 D. 130×10^2

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数．

【解答】解：13000 = 1.3×10^4

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2. (2 分) 计算 $(a^2b)^3$ 的结果是 ()

- A. a^2b^3 B. a^5b^3 C. a^6b D. a^6b^3

【分析】根据积的乘方法则解答即可．

【解答】解： $(a^2b)^3 = (a^2)^3b^3 = a^6b^3$ ．

故选：D.

【点评】本题主要考查了幂的运算，熟练掌握法则是解答本题的关键．积的乘方，等于每个因式乘方的积．

3. (2 分) 面积为 4 的正方形的边长是 ()

- A. 4 的平方根 B. 4 的算术平方根
C. 4 开平方的结果 D. 4 的立方根

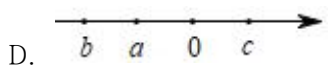
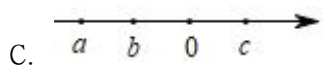
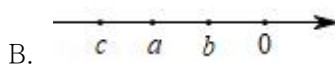
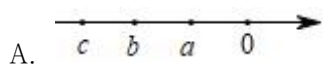
【分析】已知正方形面积求边长就是求面积的算术平方根；

【解答】解：面积为 4 的正方形的边长是 $\sqrt{4}$ ，即为 4 的算术平方根；

故选：B.

【点评】本题考查算术平方根；熟练掌握正方形面积与边长的关系，算术平方根的意义是解题的关键．

4. (2分) 实数 a 、 b 、 c 满足 $a > b$ 且 $ac < bc$ ，它们在数轴上的对应点的位置可以是 ()



【分析】 根据不等式的性质，先判断 c 的正负，再确定符合条件的对应点的大致位置.

【解答】 解：因为 $a > b$ 且 $ac < bc$,

所以 $c < 0$.

选项 A 符合 $a > b$, $c < 0$ 条件，故满足条件的对应点位置可以是 A.

选项 B 不满足 $a > b$ ，选项 C、D 不满足 $c < 0$ ，故满足条件的对应点位置不可以是 B、C、D.

故选：A.

【点评】 本题考查了数轴上点的位置和不等式的性质. 解决本题的关键是根据不等式的性质判断 c 的正负.

5. (2分) 下列整数中，与 $10 - \sqrt{13}$ 最接近的是 ()

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【分析】 由于 $9 < 13 < 16$ ，可判断 $\sqrt{13}$ 与 4 最接近，从而可判断与 $10 - \sqrt{13}$ 最接近的整数为 6.

【解答】 解：∵ $9 < 13 < 16$,

$$\therefore 3 < \sqrt{13} < 4,$$

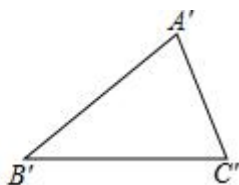
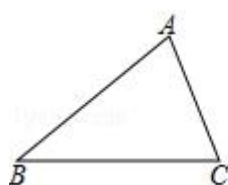
∴ 与 $\sqrt{13}$ 最接近的是 4,

∴ 与 $10 - \sqrt{13}$ 最接近的是 6.

故选：C.

【点评】 此题考查了估算无理数的大小，熟练掌握估算无理数的方法是解本题的关键.

6. (2分) 如图， $\triangle A'B'C$ 是由 $\triangle ABC$ 经过平移得到的， $\triangle A'B'C$ 还可以看作是 $\triangle ABC$ 经过怎样的图形变化得到？下列结论：①1次旋转；②1次旋转和1次轴对称；③2次旋转；④2次轴对称. 其中所有正确结论的序号是 ()



A. ①④

B. ②③

C. ②④

D. ③④

【分析】依据旋转变换以及轴对称变换，即可使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'BC$ 重合.

【解答】解：先将 $\triangle ABC$ 绕着 BC 的中点旋转 180° ，再将所得的三角形绕着 BC 的中点旋转 180° ，即可得到 $\triangle A'BC$ ；

先将 $\triangle ABC$ 沿着 BC 的垂直平分线翻折，再将所得的三角形沿着 BC 的垂直平分线翻折，即可得到 $\triangle A'BC$ ；

故选：D.

【点评】本题主要考查了几何变换的类型，在轴对称变换下，对应线段相等，对应直线（段）或者平行，或者交于对称轴，且这两条直线的夹角被对称轴平分. 在旋转变换下，对应线段相等，对应直线的夹角等于旋转角.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分. 不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7. (2 分) -2 的相反数是 2； $\frac{1}{2}$ 的倒数是 2.

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，乘积为 1 的两个数互为倒数，可得答案.

【解答】解： -2 的相反数是 2； $\frac{1}{2}$ 的倒数是 2，

故答案为：2，2.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

8. (2 分) 计算 $\frac{14}{\sqrt{7}} - \sqrt{28}$ 的结果是 0.

【分析】先分母有理化，然后把二次根式化为最简二次根式后合并即可.

【解答】解：原式 $= 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 0$.

故答案为 0.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可. 在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

9. (2 分) 分解因式 $(a-b)^2 + 4ab$ 的结果是 $(a+b)^2$.

【分析】直接利用多项式乘法去括号，进而合并同类项，再利用公式法分解因式得出答案.

【解答】解： $(a-b)^2 + 4ab$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 4ab$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$= (a+b)^2.$$

故答案为: $(a+b)^2$.

【点评】此题主要考查了运用公式法分解因式, 正确应用公式是解题关键.

10. (2分) 已知 $2+\sqrt{3}$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的一个根, 则 $m = \underline{1}$.

【分析】把 $x = 2 + \sqrt{3}$ 代入方程得到关于 m 的方程, 然后解关于 m 的方程即可.

【解答】解: 把 $x = 2 + \sqrt{3}$ 代入方程得 $(2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) + m = 0$,

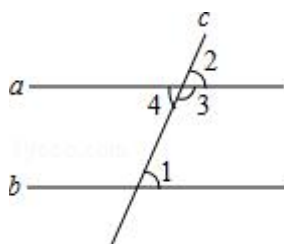
解得 $m = 1$.

故答案为 1.

【点评】本题考查了一元二次方程的解: 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

11. (2分) 结合图, 用符号语言表达定理“同旁内角互补, 两直线平行”的推理形式: $\because$

$$\underline{\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ}, \therefore a \parallel b.$$



【分析】两条直线被第三条直线所截, 如果同旁内角互补, 那么这两条直线平行.

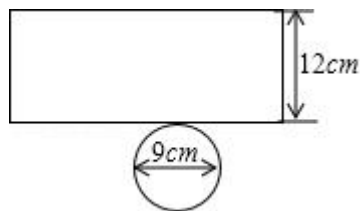
【解答】解: $\because \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$,

$\therefore a \parallel b$ (同旁内角互补, 两直线平).

故答案为: $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

【点评】本题主要考查了平行的判定, 两条直线被第三条直线所截, 如果同旁内角互补, 那么这两条直线平行.

12. (2分) 无盖圆柱形杯子的展开图如图所示. 将一根长为 20cm 的细木筷斜放在该杯子内, 木筷露在杯子外面的部分至少有 $\underline{5}\text{cm}$.



【分析】根据题意直接利用勾股定理得出杯子内的筷子长度, 进而得出答案.

【解答】解: 由题意可得:

杯子内的筷子长度为: $\sqrt{12^2+9^2}=15$,

则筷子露在杯子外面的筷子长度为: $20-15=5$ (cm).

故答案为: 5.

【点评】此题主要考查了勾股定理的应用, 正确得出杯子内筷子的长是解决问题的关键.

13. (2分) 为了了解某区初中学生的视力情况, 随机抽取了该区 500 名初中学生进行调查. 整理样本数据, 得到下表:

视力	4.7 以下	4.7	4.8	4.9	4.9 以上
人数	102	98	80	93	127

根据抽样调查结果, 估计该区 12000 名初中学生视力不低于 4.8 的人数是 7200.

【分析】用总人数乘以样本中视力不低于 4.8 的人数占被调查人数的比例即可得.

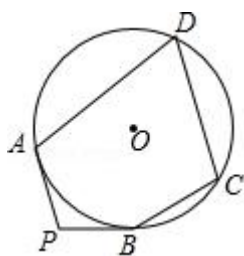
【解答】解: 估计该区 12000 名初中学生视力不低于 4.8 的人数是 $12000 \times \frac{80+93+127}{500} =$

7200 (人),

故答案为: 7200.

【点评】本题主要考查用样本估计总体, 用样本的数字特征估计总体的数字特征 (主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差). 一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确.

14. (2分) 如图, PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线, A 、 B 为切点, 点 C 、 D 在 $\odot O$ 上. 若 $\angle P=102^\circ$, 则 $\angle A+\angle C=$ 219° .



【分析】连接 AB , 根据切线的性质得到 $PA=PB$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}(180^\circ-102^\circ)=39^\circ$, 由圆内接四边形的性质得到 $\angle DAB+\angle C=180^\circ$, 于是得到结论.

【解答】解: 连接 AB ,

$\because PA$ 、 PB 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore PA=PB$,

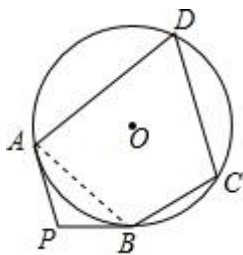
$$\therefore \angle P = 102^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = \frac{1}{2} (180^\circ - 102^\circ) = 39^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle C = 180^\circ,$$

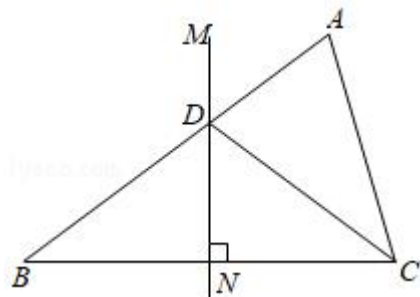
$$\therefore \angle PAD + \angle C = \angle PAB + \angle DAB + \angle C = 180^\circ + 39^\circ = 219^\circ,$$

故答案为: 219° .



【点评】 本题考查了切线的性质，圆内接四边形的性质，等腰三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

15. (2分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， BC 的垂直平分线 MN 交 AB 于点 D ， CD 平分 $\angle ACB$. 若 $AD=2$ ， $BD=3$ ，则 AC 的长 $\sqrt{10}$.



【分析】 作 $AM \perp BC$ 于 E ，由角平分线的性质得出 $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$ ，设 $AC=2x$ ，则 $BC=3x$ ，由线段垂直平分线得出 $MN \perp BC$ ， $BN=CN=\frac{3}{2}x$ ，得出 $MN \parallel AE$ ，得出 $\frac{EN}{BN} = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$ ， $NE=x$ ， $BE=BN+EN=\frac{5}{2}x$ ， $CE=CN-EN=\frac{1}{2}x$ ，再由勾股定理得出方程，解方程即可得出结果.

【解答】 解：作 $AM \perp BC$ 于 E ，如图所示：

$\therefore CD$ 平分 $\angle ACB$,

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3},$$

设 $AC=2x$ ，则 $BC=3x$,

$\therefore MN$ 是 BC 的垂直平分线，

$$\therefore MN \perp BC, \quad BN = CN = \frac{3}{2}x,$$

$$\therefore MN \parallel AE,$$

$$\therefore \frac{EN}{BN} = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore NE = x,$$

$$\therefore BE = BN + EN = \frac{5}{2}x, \quad CE = CN - EN = \frac{1}{2}x,$$

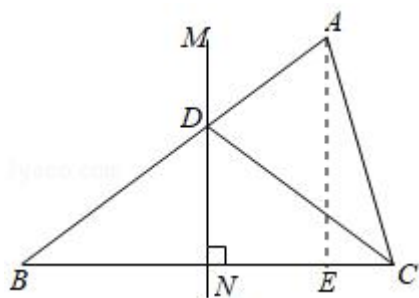
$$\text{由勾股定理得: } AE^2 = AB^2 - BE^2 = AC^2 - CE^2,$$

$$\text{即 } 5^2 - \left(\frac{5}{2}x\right)^2 = (2x)^2 - \left(\frac{1}{2}x\right)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{\sqrt{10}}{2},$$

$$\therefore AC = 2x = \sqrt{10};$$

故答案为: $\sqrt{10}$.



【点评】 本题考查了线段垂直平分线的性质、角平分线的性质、平行线分线段成比例定理、勾股定理等知识；熟练掌握线段垂直平分线的性质和角平分线的性质，由勾股定理得出方程是解题的关键.

16. (2分) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $\angle C=60^\circ$, $\angle A > \angle B$, 则 BC 的长的取值范围是 $4 <$

$$BC \leq \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

【分析】 作 $\triangle ABC$ 的外接圆, 求出当 $\angle BAC=90^\circ$ 时, BC 是直径最长 $=\frac{8\sqrt{3}}{3}$; 当 $\angle BAC = \angle ABC$ 时, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $BC=AC=AB=4$, 而 $\angle BAC > \angle ABC$, 即可得出答案.

【解答】 解: 作 $\triangle ABC$ 的外接圆, 如图所示:

$$\because \angle BAC > \angle ABC, \quad AB=4,$$

当 $\angle BAC=90^\circ$ 时, BC 是直径最长,

$$\because \angle C=60^\circ,$$

【解答】解：方程两边都乘以 $(x+1)(x-1)$ 去分母得，

$$x(x+1) - (x^2 - 1) = 3,$$

$$\text{即 } x^2 + x - x^2 + 1 = 3,$$

$$\text{解得 } x = 2$$

$$\text{检验：当 } x = 2 \text{ 时，} (x+1)(x-1) = (2+1)(2-1) = 3 \neq 0,$$

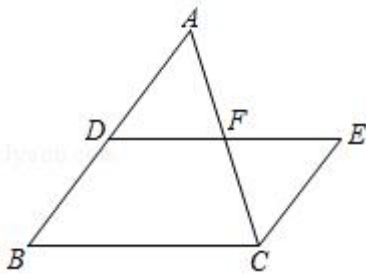
$\therefore x = 2$ 是原方程的解，

故原分式方程的解是 $x = 2$.

【点评】本题考查了分式方程的求解，(1) 解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

(2) 解分式方程一定要注意验根.

19. (7 分) 如图， D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的中点， $DE \parallel BC$ ， $CE \parallel AB$ ， AC 与 DE 相交于点 F . 求证： $\triangle ADF \cong \triangle CEF$.



【分析】依据四边形 $DBCE$ 是平行四边形，即可得出 $BD = CE$ ，依据 $CE \parallel AD$ ，即可得出 $\angle A = \angle ECF$ ， $\angle ADF = \angle E$ ，即可判定 $\triangle ADF \cong \triangle CEF$.

【解答】证明： $\because DE \parallel BC$ ， $CE \parallel AB$ ，

$\therefore$ 四边形 $DBCE$ 是平行四边形，

$$\therefore BD = CE,$$

$\because D$ 是 AB 的中点，

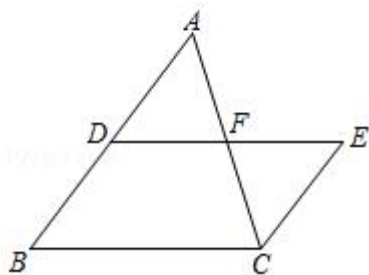
$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore AD = EC,$$

$$\because CE \parallel AD,$$

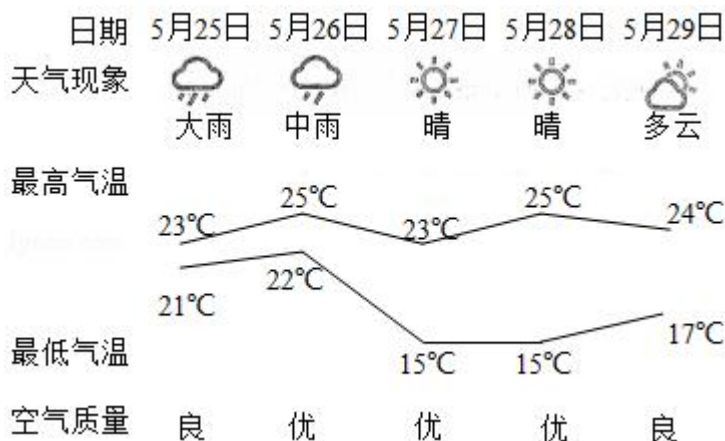
$$\therefore \angle A = \angle ECF, \quad \angle ADF = \angle E,$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CEF \text{ (ASA)}.$$



【点评】 本题主要考查了平行四边形的判定与性质以及全等三角形的判定，两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.

20. (8分) 如图是某市连续5天的天气情况.



(1) 利用方差判断该市这5天的日最高气温波动大还是日最低气温波动大;

(2) 根据如图提供的信息, 请再写出两个不同类型的结论.

【分析】 (1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差;

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \text{ (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”).}$$

【解答】 解: (1) 这5天的日最高气温和日最低气温的平均数分别是

$$\bar{x}_{\text{高}} = \frac{23+25+23+25+24}{5} = 24, \quad \bar{x}_{\text{低}} = \frac{21+22+15+15+17}{5} = 18,$$

方差分别是

$$S_{\text{高}}^2 = \frac{(23-24)^2 + (25-24)^2 + (23-24)^2 + (25-24)^2 + (24-24)^2}{5} = 0.8,$$

$$S_{\text{低}}^2 = \frac{(21-18)^2 + (22-18)^2 + (15-18)^2 + (15-18)^2 + (17-18)^2}{5} = 8.8,$$

$$\therefore S_{\text{高}}^2 < S_{\text{低}}^2,$$

$\therefore$ 该市这 5 天的日最低气温波动大;

(2) 25 日、26 日、27 日的天气依次为大雨、中雨、晴, 空气质量依次良、优、优, 说明下雨后空气质量改善了.

【点评】 本题考查了方差, 正确理解方差的意义是解题的关键. 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

21. (8 分) 某校计划在暑假第二周的星期一至星期四开展社会实践活动, 要求每位学生选择两天参加活动.

(1) 甲同学随机选择两天, 其中有一天是星期二的概率是多少?

(2) 乙同学随机选择连续的两天的概率是 $\frac{2}{3}$.

【分析】 (1) 由树状图得出共有 12 个等可能的结果, 其中有一天是星期二的结果有 6 个, 由概率公式即可得出结果;

(2) 乙同学随机选择连续的两天的概率, 共有 3 个等可能的结果, 即 (星期一, 星期二), (星期二, 星期三), (星期三, 星期四); 其中有一天是星期二的结果有 2 个, 由概率公式即可得出结果.

【解答】 解: (1) 画树状图如图所示: 共有 12 个等可能的结果, 其中有一天是星期二的结果有 6 个,

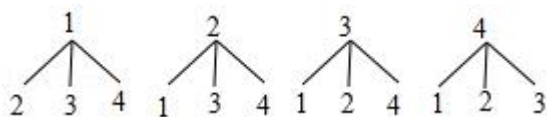
$\therefore$ 甲同学随机选择两天, 其中有一天是星期二的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$;

(2) 乙同学随机选择连续的两天的概率, 共有 3 个等可能的结果, 即 (星期一, 星期二), (星期二, 星期三), (星期三, 星期四);

其中有一天是星期二的结果有 2 个, 即 (星期一, 星期二), (星期二, 星期三),

$\therefore$ 乙同学随机选择连续的两天的概率是 $\frac{2}{3}$;

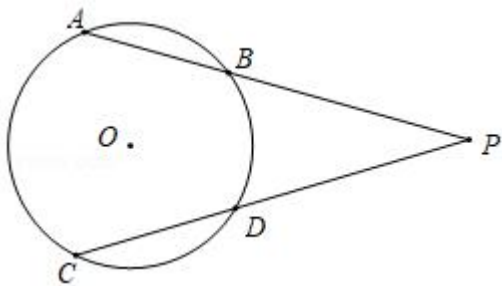
故答案为: $\frac{2}{3}$.



【点评】 本题考查了列表法与树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后根据概率公式求出事件 A 或 B

的概率.

22. (7分) 如图, $\odot O$ 的弦 AB 、 CD 的延长线相交于点 P , 且 $AB = CD$. 求证: $PA = PC$.



【分析】 连接 AC , 由圆心角、弧、弦的关系得出 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 进而得出 $\widehat{AD} = \widehat{CB}$, 根据等弧所对的圆周角相等得出 $\angle C = \angle A$, 根据等角对等边证得结论.

【解答】 证明: 连接 AC ,

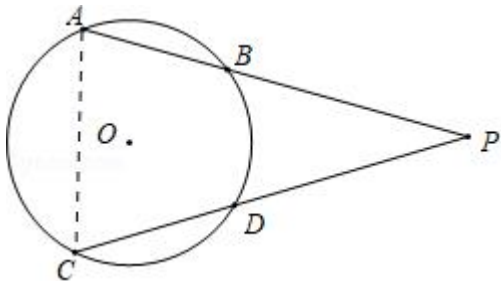
$$\because AB = CD,$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD},$$

$$\therefore \widehat{AB} + \widehat{BD} = \widehat{BD} + \widehat{CD}, \text{ 即 } \widehat{AD} = \widehat{CB},$$

$$\therefore \angle C = \angle A,$$

$$\therefore PA = PC.$$



【点评】 本题考查了圆心角、弧、弦的关系, 圆周角定理, 等腰三角形的判定等, 熟练掌握性质定理是解题的关键.

23. (8分) 已知一次函数 $y_1 = kx + 2$ (k 为常数, $k \neq 0$) 和 $y_2 = x - 3$.

(1) 当 $k = -2$ 时, 若 $y_1 > y_2$, 求 x 的取值范围.

(2) 当 $x < 1$ 时, $y_1 > y_2$. 结合图象, 直接写出 k 的取值范围.

【分析】 (1) 解不等式 $-2x + 2 > x - 3$ 即可;

(2) 先计算出 $x = 1$ 对应的 y_2 的函数值, 然后根据 $x < 1$ 时, 一次函数 $y_1 = kx + 2$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象在直线 $y_2 = x - 3$ 的上方确定 k 的范围.

【解答】 解: (1) $k = -2$ 时, $y_1 = -2x + 2$,

根据题意得 $-2x+2 > x-3$,

解得 $x < \frac{5}{3}$;

(2) 当 $x=1$ 时, $y=x-3=-2$, 把 $(1, -2)$ 代入 $y_1=kx+2$ 得 $k+2=-2$, 解得 $k=-4$,

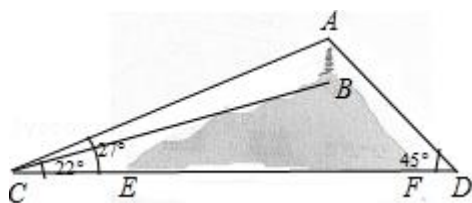
当 $-4 \leq k < 0$ 时, $y_1 > y_2$;

当 $0 < k \leq 1$ 时, $y_1 > y_2$.

【点评】 本题考查了一次函数与一元一次不等式: 从函数的角度看, 就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于 (或小于) 0 的自变量 x 的取值范围; 从函数图象的角度看, 就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上 (或下) 方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

24. (8分) 如图, 山顶有一塔 AB , 塔高 $33m$. 计划在塔的正下方沿直线 CD 开通穿山隧道 EF . 从与 E 点相距 $80m$ 的 C 处测得 A 、 B 的仰角分别为 27° 、 22° , 从与 F 点相距 $50m$ 的 D 处测得 A 的仰角为 45° . 求隧道 EF 的长度.

(参考数据: $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\tan 27^\circ \approx 0.51$.)



【分析】 延长 AB 交 CD 于 H , 利用正切的定义用 CH 表示出 AH 、 BH , 根据题意列式求出 CH , 计算即可.

【解答】 解: 延长 AB 交 CD 于 H ,

则 $AH \perp CD$,

在 $Rt\triangle AHD$ 中, $\angle D = 45^\circ$,

$$\therefore AH = DH,$$

在 $Rt\triangle AHC$ 中, $\tan \angle ACH = \frac{AH}{CH}$,

$$\therefore AH = CH \cdot \tan \angle ACH \approx 0.51CH,$$

在 $Rt\triangle BHC$ 中, $\tan \angle BCH = \frac{BH}{CH}$,

$$\therefore BH = CH \cdot \tan \angle BCH \approx 0.4CH,$$

由题意得, $0.51CH - 0.4CH = 33$,

解得, $CH = 300$,

$$\therefore EH = CH - CE = 220, \quad BH = 120,$$

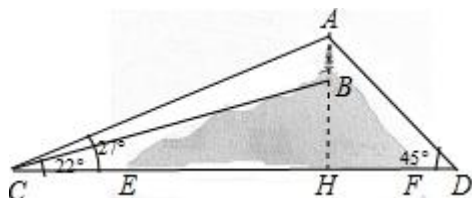
$$\therefore AH = AB + BH = 153,$$

$$\therefore DH = AH = 153,$$

$$\therefore HF = DH - DF = 103,$$

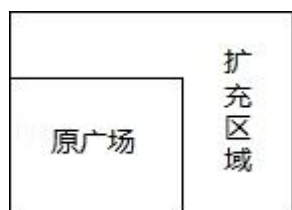
$$\therefore EF = EH + FH = 323,$$

答：隧道 EF 的长度为 $323m$.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用 – 仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

25. (8 分) 某地计划对矩形广场进行扩建改造. 如图, 原广场长 $50m$, 宽 $40m$, 要求扩充后的矩形广场长与宽的比为 $3:2$. 扩充区域的扩建费用每平方米 30 元, 扩建后在原广场和扩充区域都铺设地砖, 铺设地砖费用每平方米 100 元. 如果计划总费用 642000 元, 扩充后广场的长和宽应分别是多少米?



【分析】 设扩充后广场的长为 $3xm$, 宽为 $2xm$, 根据矩形的面积公式和总价 = 单价 $\times$ 数量列出方程并解答.

【解答】 解: 设扩充后广场的长为 $3xm$, 宽为 $2xm$,

$$\text{依题意得: } 3x \cdot 2x \cdot 100 + 30 (3x \cdot 2x - 50 \times 40) = 642000$$

$$\text{解得 } x_1 = 30, x_2 = -30 \text{ (舍去).}$$

$$\text{所以 } 3x = 90, 2x = 60,$$

答: 扩充后广场的长为 $90m$, 宽为 $60m$.

【点评】 题考查了列二元一次方程解实际问题的运用, 总价 = 单价 $\times$ 数量的运用, 解答时找准题目中的数量关系是关键.

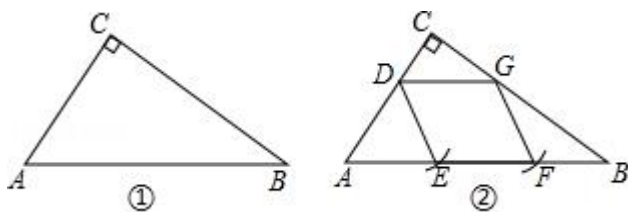
26. (9 分) 如图①, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$. 求作菱形 $DEFG$, 使点 D 在边 AC 上, 点 E 、 F 在边 AB 上, 点 G 在边 BC 上.

小明的作法

1. 如图②, 在边 AC 上取一点 D , 过点 D 作 $DG \parallel AB$ 交 BC 于点 G .
2. 以点 D 为圆心, DG 长为半径画弧, 交 AB 于点 E .
3. 在 EB 上截取 $EF = ED$, 连接 FG , 则四边形 $DEFG$ 为所求作的菱形.

(1) 证明小明所作的四边形 $DEFG$ 是菱形.

(2) 小明进一步探索, 发现可作出的菱形的个数随着点 D 的位置变化而变化……请你继续探索, 直接写出菱形的个数及对应的 CD 的长的取值范围.



【分析】 (1) 根据邻边相等的四边形是菱形证明即可.

(2) 求出几种特殊位置的 CD 的值判断即可.

【解答】 (1) 证明: $\because DE = DG, EF = DE,$

$$\therefore DG = EF,$$

$$\because DG \parallel EF,$$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形,

$$\because DG = DE,$$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是菱形.

(2) 如图 1 中, 当四边形 $DEFG$ 是正方形时, 设正方形的边长为 x .

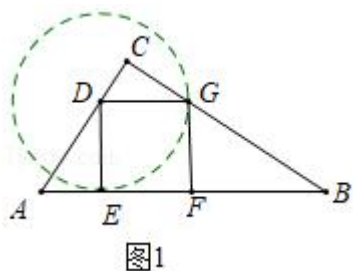


图1

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle C = 90^\circ, AC = 3, BC = 4,$

$$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\text{则 } CD = \frac{3}{5}x, AD = \frac{5}{4}x,$$

$$\therefore AD + CD = AC,$$

$$\therefore \frac{3}{5}x + \frac{5}{4}x = 3,$$

$$\therefore x = \frac{60}{37},$$

$$\therefore CD = \frac{3}{5}x = \frac{36}{37},$$

观察图象可知： $0 \leq CD < \frac{36}{37}$ 时，菱形的个数为 0.

如图 2 中，当四边形 $DAEG$ 是菱形时，设菱形的边长为 m .

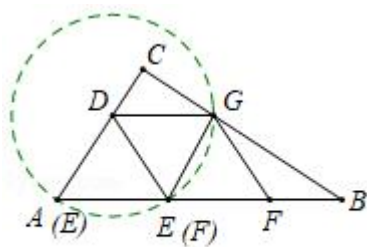


图2

$$\therefore DG \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{DG}{AB},$$

$$\therefore \frac{3-m}{3} = \frac{m}{5},$$

$$\text{解得 } m = \frac{15}{8},$$

$$\therefore CD = 3 - \frac{15}{8} = \frac{9}{8},$$

如图 3 中，当四边形 $DEBG$ 是菱形时，设菱形的边长为 n .

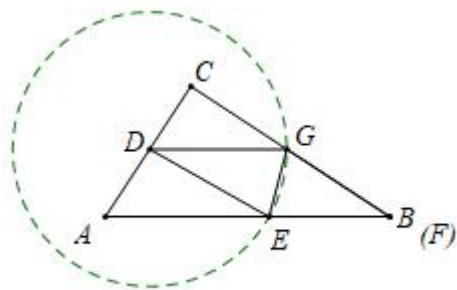


图3

$$\therefore DG \parallel AB,$$

$$\therefore \frac{CG}{CB} = \frac{DG}{AB},$$

$$\therefore \frac{4-n}{4} = \frac{n}{5},$$

$$\therefore n = \frac{20}{9},$$

$$\therefore CG = 4 - \frac{20}{9} = \frac{16}{9},$$

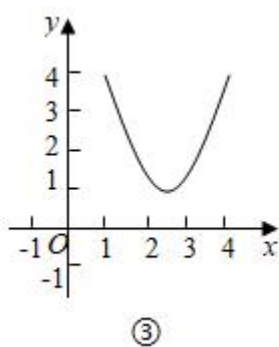
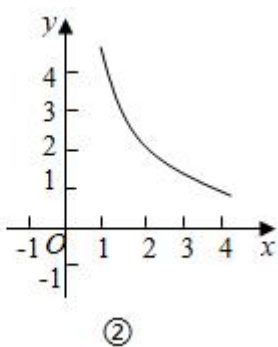
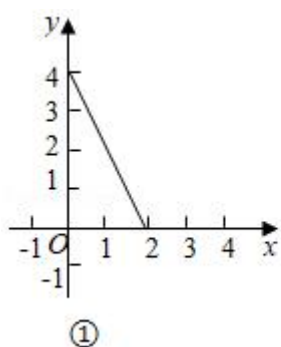
$$\therefore CD = \sqrt{\left(\frac{20}{9}\right)^2 - \left(\frac{16}{9}\right)^2} = \frac{4}{3},$$

观察图象可知：当 $0 \leq CD < \frac{36}{37}$ 或 $\frac{4}{3} < CD \leq \frac{9}{8}$ 时，菱形的个数为 0，当 $CD = \frac{36}{37}$ 或 $\frac{9}{8} < CD \leq \frac{4}{3}$ 时，菱形的个数为 1，当 $\frac{36}{37} < CD \leq \frac{9}{8}$ 时，菱形的个数为 2。

【点评】 本题考查相似三角形的判定和性质，菱形的判定和性质，作图 - 复杂作图等知识，解题的关键是学会寻找特殊位置解决问题，属于中考常考题型，题目有一定难度。

27. (11 分) 【概念认识】

城市的许多街道是相互垂直或平行的，因此，往往不能沿直线行走到达目的地，只能按直角拐弯的方式行走。可以按照街道的垂直和平行方向建立平面直角坐标系 xOy ，对两点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ ，用以下方式定义两点间距离： $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ 。



【数学理解】

(1) ①已知点 $A(-2, 1)$ ，则 $d(O, A) = \underline{3}$ 。

②函数 $y = -2x + 4$ ($0 \leq x \leq 2$) 的图象如图①所示， B 是图象上一点， $d(O, B) = 3$ ，则点 B 的坐标是 $\underline{(1, 2)}$ 。

(2) 函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 的图象如图②所示。求证：该函数的图象上不存在点 C ，使 $d(O, C) = 3$ 。

(3) 函数 $y = x^2 - 5x + 7$ ($x \geq 0$) 的图象如图③所示， D 是图象上一点，求 $d(O, D)$ 的最小值及对应的点 D 的坐标。

【问题解决】

(4) 某市要修建一条通往景观湖的道路,如图④,道路以 M 为起点,先沿 MN 方向到某处,再在该处拐一次直角弯沿直线到湖边,如何修建能使道路最短? (要求:建立适当的平面直角坐标系,画出示意图并简要说明理由)

【分析】 (1) ①根据定义可求出 $d(O, A) = |0+2|+|0-1| = 2+1 = 3$; ②由两点间距离: $d(A, B) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$ 及点 B 是函数 $y = -2x+4$ 的图象上的一点,可得出方程组,解方程组即可求出点 B 的坐标;

(2) 由条件知 $x > 0$, 根据题意得 $x + \frac{4}{x} = 3$, 整理得 $x^2 - 3x + 4 = 0$, 由 $\Delta < 0$ 可证得该函数的图象上不存在点 C , 使 $d(O, C) = 3$.

(3) 根据条件可得 $|x| + |x^2 - 5x + 7|$, 去绝对值后由二次函数的性质可求出最小值;

(4) 以 M 为原点, MN 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系 xOy , 将函数 $y = -x$ 的图象沿 y 轴正方向平移,直到与景观湖边界所在曲线有交点时停止,设交点为 E , 过点 E 作 $EH \perp MN$, 垂足为 H , 修建方案是: 先沿 MN 方向修建到 H 处,再沿 HE 方向修建到 E 处,可由 $d(O, P) \geq d(O, E)$ 证明结论即可.

【解答】 解: (1) ①由题意得: $d(O, A) = |0+2|+|0-1| = 2+1 = 3$;

②设 $B(x, y)$, 由定义两点间的距离可得: $|0-x|+|0-y| = 3$,

$$\therefore 0 \leq x \leq 2,$$

$$\therefore x+y=3,$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=3 \\ y=-2x+4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases},$$

$$\therefore B(1, 2),$$

故答案为: 3, (1, 2);

(2) 假设函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象上存在点 $C(x, y)$ 使 $d(O, C) = 3$,

根据题意, 得 $|x-0| + \left| \frac{4}{x} - 0 \right| = 3$,

$$\therefore x > 0,$$

$$\therefore \frac{4}{x} > 0, \quad |x-0| + \left| \frac{4}{x} - 0 \right| = x + \frac{4}{x},$$

$$\therefore x + \frac{4}{x} = 3,$$

$$\therefore x^2 + 4 = 3x,$$

$$\therefore x^2 - 3x + 4 = 0,$$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0,$$

$\therefore$ 方程 $x^2 - 3x + 4 = 0$ 没有实数根,

$\therefore$ 该函数的图象上不存在点 C , 使 $d(O, C) = 3$.

(3) 设 $D(x, y)$,

$$\text{根据题意得, } d(O, D) = |x - 0| + |x^2 - 5x + 7 - 0| = |x| + |x^2 - 5x + 7|,$$

$$\because x^2 - 5x + 7 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0,$$

又 $x \geq 0$,

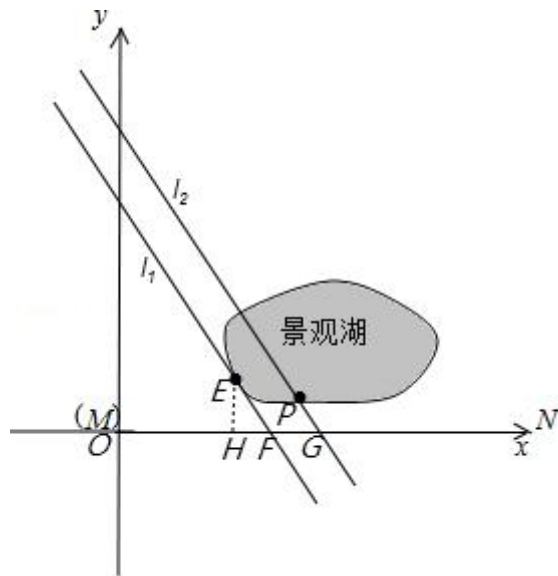
$$\therefore d(O, D) = |x| + |x^2 - 5x + 7| = x + x^2 - 5x + 7 = x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3,$$

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时, $d(O, D)$ 有最小值 3, 此时点 D 的坐标是 $(2, 1)$.

(4) 如图, 以 M 为原点, MN 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系 xOy , 将函数 $y = -x$ 的图象沿 y 轴正方向平移, 直到与景观湖边界所在曲线有交点时停止,

设交点为 E , 过点 E 作 $EH \perp MN$, 垂足为 H , 修建方案是: 先沿 MN 方向修建到 H 处, 再沿 HE 方向修建到 E 处.

理由: 设过点 E 的直线 l_1 与 x 轴相交于点 F . 在景观湖边界所在曲线上任取一点 P , 过点



P 作直线 $l_2 \parallel l_1$, l_2 与 x 轴相交于点 G .

$$\because \angle EFH = 45^\circ,$$

$$\therefore EH = HF, d(O, E) = OH + EH = OF,$$

同理 $d(O, P) = OG$,

$$\because OG \geq OF,$$

$$\therefore d(O, P) \geq d(O, E),$$

∴上述方案修建的道路最短.

【点评】考查了二次函数的综合题，涉及的知识点有新定义，解方程（组），二次函数的性质等.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日
活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；
衡水名校试卷悄悄的上线了；
扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！
会员qq专享等你来撩.....