

2016 年江苏省徐州市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) (2016•徐州) $-\frac{1}{4}$ 的相反数是 ()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

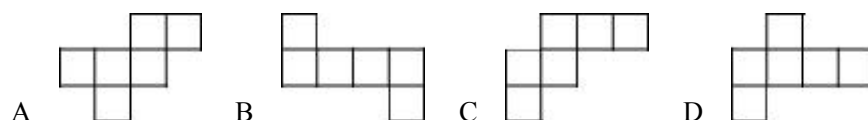
2. (3 分) (2016•徐州) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $x^2+x^3=x^6$ B. $x^3+x^9=x^{27}$ C. $(x^2)^3=x^6$ D. $x \div x^2=x^3$

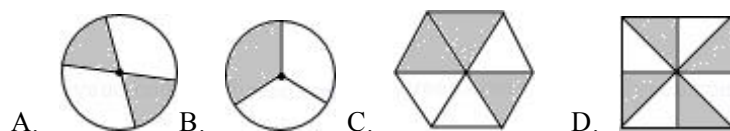
3. (3 分) (2016•徐州) 下列事件中的不可能事件是 ()

- A. 通常加热到 100°C 时，水沸腾
B. 抛掷 2 枚正方体骰子，都是 6 点朝上
C. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯
D. 任意画一个三角形，其内角和是 360°

4. (3 分) (2016•徐州) 下列图形中，不可以作为一个正方体的展开图的是 ()



5. (3 分) (2016•徐州) 下列图案中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



6. (3 分) (2016•徐州) 某人一周内爬楼的层数统计如表

周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
26	36	22	22	24	31	21

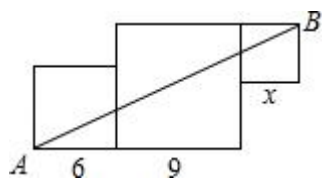
关于这组数据，下列说法错误的是 ()

- A. 中位数是 22 B. 平均数是 26 C. 众数是 22 D. 极差是 15

7. (3 分) (2016•徐州) 函数 $y=\sqrt{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x \neq 2$

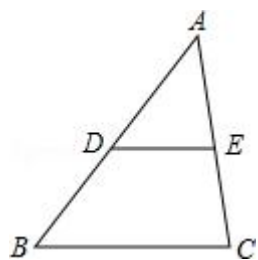
8. (3 分) (2016•徐州) 如图是由三个边长分别为 6、9、 x 的正方形所组成的图形，若直线 AB 将它分成面积相等的两部分，则 x 的值是 ()



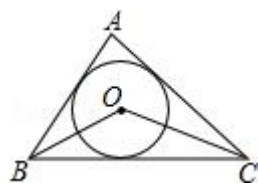
- A. 1 或 9 B. 3 或 5 C. 4 或 6 D. 3 或 6

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分

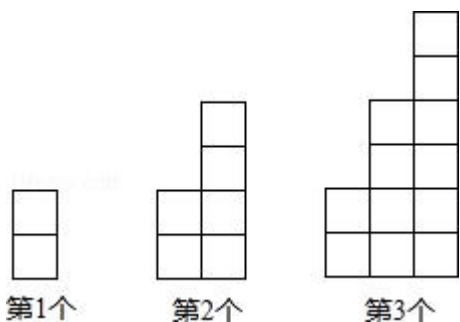
9. (3 分) (2016•徐州) 9 的平方根是_____.
10. (3 分) (2016•徐州) 某市 2016 年中考考生约为 61500 人，该人数用科学记数法表示为_____.
11. (3 分) (2016•徐州) 若反比例函数的图象过点 $(3, -2)$ ，则其函数表达式为_____.
12. (3 分) (2016•徐州) 若二次函数 $y=x^2+2x+m$ 的图象与 x 轴没有公共点，则 m 的取值范围是_____.
13. (3 分) (2016•徐州) 如图， $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为_____.



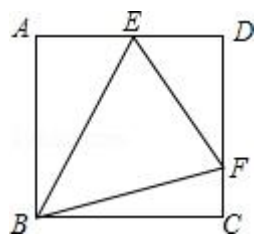
14. (3 分) (2016•徐州) 若等腰三角形的顶角为 120° ，腰长为 2cm，则它的底边长为_____cm.
15. (3 分) (2016•徐州) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，若 $\angle ABC=70^\circ$ ， $\angle ACB=40^\circ$ ，则 $\angle BOC=$ _____°.



16. (3 分) (2016•徐州) 用一个半径为 10 的半圆，围成一个圆锥的侧面，该圆锥的底面圆的半径为_____.
17. (3 分) (2016•徐州) 如图，每个图案都由大小相同的正方形组成，按照此规律，第 n 个图案中这样的正方形的总个数可用含 n 的代数式表示为_____.



18. (3 分) (2016•徐州) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 2, 点 E, F 分别在边 AD, CD 上, 若 $\angle EBF=45^\circ$, 则 $\triangle EDF$ 的周长等于_____.



三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 86 分

19. (10 分) (2016•徐州) 计算:

$$(1) (-1)^{2016} + x^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt[3]{8} \quad (2) \frac{x^2 - 1}{x+1} \div \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - x}$$

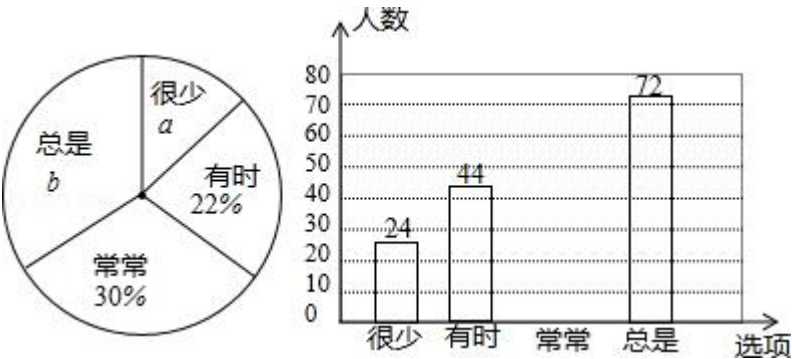
20. (10 分) (2016•徐州) (1) 解方程: $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$;

$$(2) \text{解不等式组: } \begin{cases} 2x > 1-x \\ 4x+2 < x+4 \end{cases}$$

21. (7分) (2016•徐州) 某校随机抽取部分学生, 就“学习习惯”进行调查, 将“对自己做错

的题目进行整理、分析、改正”(选项为: 很少、有时、常常、总是) 的调查数据进行了整

理, 绘制成部分统计图如下:



请根据图中信息, 解答下列问题

- (1) 该调查的样本容量为_____, a=_____% , b=_____% , “常常”对应扇形的圆心角为_____。
- (2) 请你补全条形统计图;
- (3) 若该校共有 3200 名学生, 请你估计其中“总是”对错题进行整理、分析、改正的学生有多少名?

22. (7分) (2016•徐州) 某乳品公司最近推出一款果味酸奶, 共有红枣、木瓜两种口味,

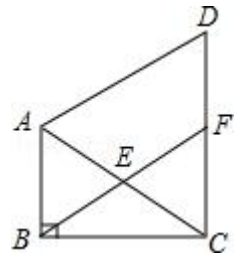
若送奶员连续三天, 每天从中任选一瓶某种口味的酸奶赠送给某住户品尝, 则该住户收到的

三瓶酸奶中, 至少有两瓶为红枣口味的概率是多少?

(请用“画树状图”的方法给出分析过程, 并求出结果)

23. (8 分) (2016•徐州) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ， $\triangle ACD$ 是等边三角形， E 是 AC 的中点，连接 BE 并延长，交 DC 于点 F ，求证：

- (1) $\triangle ABE \cong \triangle CFE$;
- (2) 四边形 $ABFD$ 是平行四边形.



24. (8 分) (2016•徐州) 小丽购买学习用品的收据如表，因污损导致部分数据无法识别，根据下表，解决下列问题：

- (1) 小丽买了自动铅笔、记号笔各几支？
- (2) 若小丽再次购买软皮笔记本和自动铅笔两种文具，共花费 15 元，则有哪几种不同的购买方案？

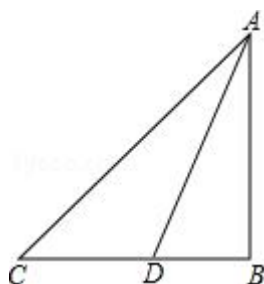
商品名	单价 (元)	数量 (个)	金额 (元)
签字笔	3	2	6
自动铅笔	1.5	●	●
记号笔	4	●	●
软皮笔记本	●	2	9
圆规	3.5	1	●
合计		8	28

25. (8 分) (2016•徐州) 如图, 为了测出旗杆 AB 的高度, 在旗杆前的平地上选择一点 C , 测得旗杆顶部 A 的仰角为 45° , 在 C 、 B 之间选择一点 D (C 、 D 、 B 三点共线), 测得旗杆顶部 A 的仰角为 75° , 且 $CD=8\text{m}$

(1) 求点 D 到 CA 的距离;

(2) 求旗杆 AB 的高.

(注: 结果保留根号)



26. (8 分) (2016•徐州) 某宾馆拥有客房 100 间, 经营中发现: 每天入住的客房数 y (间) 与其价格 x (元) ($180 \leq x \leq 300$) 满足一次函数关系, 部分对应值如表:

x (元)	180	260	280	300
y (间)	100	60	50	40

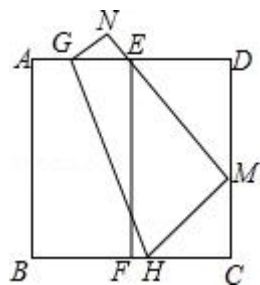
(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 已知每间入住的客房, 宾馆每日需支出各种费用 100 元; 每日空置的客房需支出各种费用 60 元, 当房价为多少元时, 宾馆当日利润最大? 求出最大值. (宾馆当日利润=当日房费收入-当日支出)

27. (9分) (2016·徐州) 如图, 将边长为 6 的正方形纸片 ABCD 对折, 使 AB 与 DC 重合, 折痕为 EF, 展平后, 再将点 B 折到边 CD 上, 使边 AB 经过点 E, 折痕为 GH, 点 B 的对应点为 M, 点 A 的对应点为 N

(1) 若 $CM=x$, 则 $CH=$ _____ (用含 x 的代数式表示);

(2) 求折痕 GH 的长.



28. (11分) (2016·徐州) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 A $(-1, 0)$, B $(0, -\sqrt{3})$, C $(2, 0)$, 其对称轴与 x 轴交于点 D

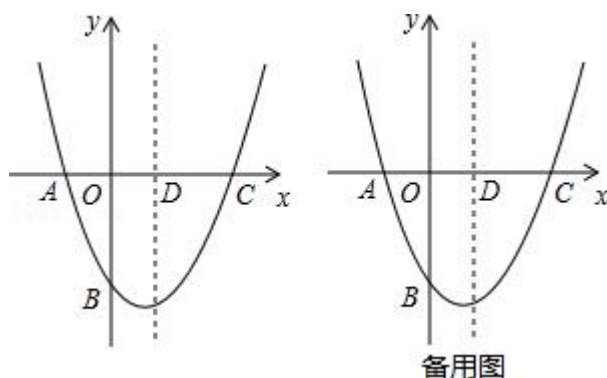
(1) 求二次函数的表达式及其顶点坐标;

(2) 若 P 为 y 轴上的一个动点, 连接 PD, 则 $\frac{1}{2}PB+PD$ 的最小值为_____;

(3) M (x, t) 为抛物线对称轴上一动点

①若平面内存在点 N, 使得以 A, B, M, N 为顶点的四边形为菱形, 则这样的点 N 共有_____个;

②连接 MA, MB, 若 $\angle AMB$ 不小于 60° , 求 t 的取值范围.



2016 年江苏省徐州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分

1. (3 分) (2016•徐州) $-\frac{1}{4}$ 的相反数是 ()

- A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

【解答】解： $-\frac{1}{4}$ 的相反数是 $\frac{1}{4}$.

故选 C.

2. (3 分) (2016•徐州) 下列运算中，正确的是 ()

- A. $x^2+x^3=x^6$ B. $x^3+x^9=x^{27}$ C. $(x^2)^3=x^6$ D. $x \div x^2=x^3$

【解答】解：A、 x^2+x^3 ，无法计算，故此选项错误；

B、 x^3+x^9 ，无法计算，故此选项错误；

C、 $(x^2)^3=x^6$ ，正确；

D、 $x \div x^2=x^{-1}$ ，故此选项错误；

故选：C.

3. (3 分) (2016•徐州) 下列事件中的不可能事件是 ()

- A. 通常加热到 100°C 时，水沸腾
B. 抛掷 2 枚正方体骰子，都是 6 点朝上
C. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯
D. 任意画一个三角形，其内角和是 360°

【解答】解：A、是必然事件，选项错误；

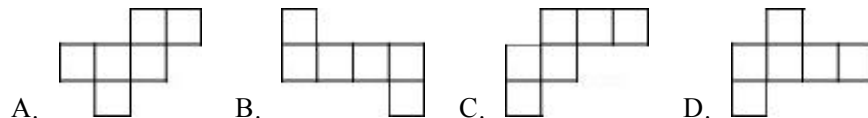
B、是随机事件，选项错误；

C、是随机事件，选项错误；

D、是不可能事件，选项正确.

故选 D.

4. (3 分) (2016•徐州) 下列图形中，不可以作为一个正方体的展开图的是 ()



【解答】A. 可以作为一个正方体的展开图，

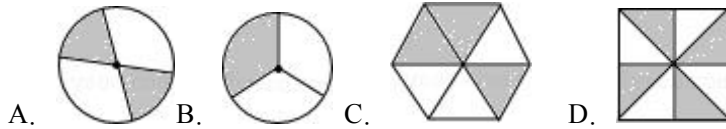
B. 可以作为一个正方体的展开图，

C. 不可以作为一个正方体的展开图，

D. 可以作为一个正方体的展开图，

故选：C.

5. (3 分) (2016•徐州) 下列图案中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()



【解答】解：A、既是轴对称图形也是中心对称图形，故此选项错误；
B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项正确；
C、不是轴对称图形也不是中心对称图形，故此选项错误；
D、不是轴对称图形是中心对称图形，故此选项错误；
故选：B.

6. (3分) (2016•徐州) 某人一周内爬楼的层数统计如表

周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
26	36	22	22	24	31	21

关于这组数据，下列说法错误的是 ()

A. 中位数是 22 B. 平均数是 26 C. 众数是 22 D. 极差是 15

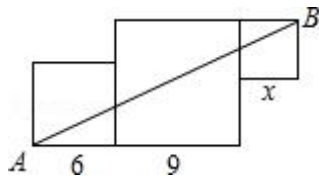
【解答】解：这个人一周内爬楼的层数按从小到大的顺序排列为 21, 22, 22, 24, 26, 31, 36,
中位数为 24;
平均数为 $(21+22+22+24+26+31+36) \div 7=26$;
众数为 22;
极差为 $36-21=15$;
所以 B、C、D 正确，A 错误.
故选 A.

7. (3分) (2016•徐州) 函数 $y=\sqrt{2-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \leq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x < 2$ D. $x \neq 2$

【解答】解： $\because y=\sqrt{2-x}$,
 $\therefore 2-x \geq 0$,
解得 $x \leq 2$,
故选 A.

8. (3分) (2016•徐州) 如图是由三个边长分别为 6、9、 x 的正方形所组成的图形，若直线 AB 将它分成面积相等的两部分，则 x 的值是 ()

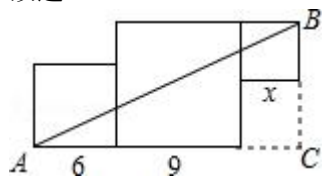


A. 1 或 9 B. 3 或 5 C. 4 或 6 D. 3 或 6

【解答】解：如图，
 $\because$ 若直线 AB 将它分成面积相等的两部分，
 $\therefore \frac{1}{2} \times (6+9+x) \times 9 - x \cdot (9-x) = \frac{1}{2} \times (6^2+9^2+x^2)$,

解得 $x=3$, 或 $x=6$,

故选 D.



二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分

9. (3 分) (2016•徐州) 9 的平方根是 ± 3 .

【解答】解: $\because \pm 3$ 的平方是 9,

$\therefore 9$ 的平方根是 ± 3 .

故答案为: ± 3 .

10. (3 分) (2016•徐州) 某市 2016 年中考考生约为 61500 人, 该人数用科学记数法表示为 6.15×10^4 .

【解答】解: $61500 = 6.15 \times 10^4$.

故答案为: 6.15×10^4 .

11. (3 分) (2016•徐州) 若反比例函数的图象过点 $(3, -2)$, 则其函数表达式为 $y = -\frac{6}{x}$.

【解答】解: 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$),

$\because$ 该函数图象过点 $(3, -2)$,

$\therefore k = 3 \times (-2) = -6$.

$\therefore$ 该反比例函数解析式为 $y = -\frac{6}{x}$.

故答案为: $y = -\frac{6}{x}$.

12. (3 分) (2016•徐州) 若二次函数 $y = x^2 + 2x + m$ 的图象与 x 轴没有公共点, 则 m 的取值范围是 $m > 1$.

【解答】解: $\because$ 二次函数 $y = x^2 + 2x + m$ 的图象与 x 轴没有公共点,

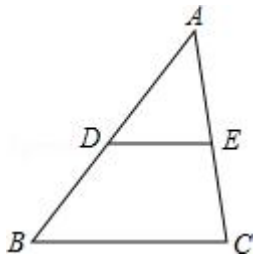
$\therefore$ 方程 $x^2 + 2x + m = 0$ 没有实数根,

$\therefore$ 判别式 $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times m < 0$,

解得: $m > 1$;

故答案为: $m > 1$.

13. (3 分) (2016•徐州) 如图, $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点, 则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 1: 4.



【解答】解：∵D、E 分别为 AB、AC 的中点，

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BC, DE \parallel BC,$$

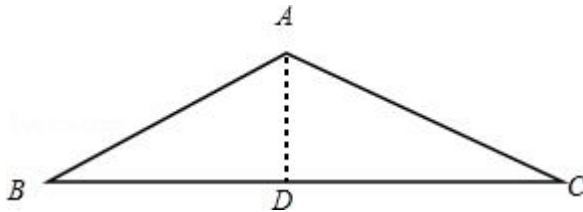
$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

故答案为：1：4.

14. (3 分) (2016•徐州) 若等腰三角形的顶角为 120° ，腰长为 2cm，则它的底边长为 $2\sqrt{3}$ cm.

【解答】解：如图，作 $AD \perp BC$ 于点 D，



$$\because \angle BAC = 120^\circ, AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\text{又} \because AD \perp BC,$$

$$\therefore BC = 2BD,$$

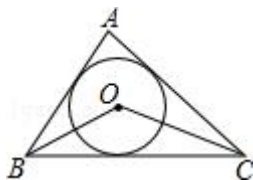
$$\because AB = 2\text{cm},$$

$$\therefore \text{在 RT}\triangle ABD \text{ 中, } BD = AB \cos \angle B = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ (cm)},$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{3}\text{cm},$$

故答案为： $2\sqrt{3}$.

15. (3 分) (2016•徐州) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，若 $\angle ABC = 70^\circ$ ， $\angle ACB = 40^\circ$ ，则 $\angle BOC = 125^\circ$.



【解答】解：∵ $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，

$$\therefore OB \text{ 平分 } \angle ABC, OC \text{ 平分 } \angle ACB,$$

$$\therefore \angle OBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 35^\circ, \angle OCB = \frac{1}{2}\angle ACB = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB = 180^\circ - 35^\circ - 20^\circ = 125^\circ.$$

故答案为 125.

16. (3 分) (2016•徐州) 用一个半径为 10 的半圆, 围成一个圆锥的侧面, 该圆锥的底面圆的半径为 5.

【解答】解: $\therefore$ 半径为 10 的半圆的弧长为: $\frac{1}{2} \times 2\pi \times 10 = 10\pi$

$\therefore$ 围成的圆锥的底面圆的周长为 10π

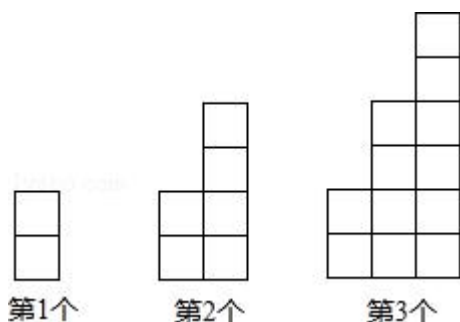
设圆锥的底面圆的半径为 r , 则

$$2\pi r = 10\pi$$

解得 $r = 5$

故答案为: 5

17. (3 分) (2016•徐州) 如图, 每个图案都由大小相同的正方形组成, 按照此规律, 第 n 个图案中这样的正方形的总个数可用含 n 的代数式表示为 $n(n+1)$.



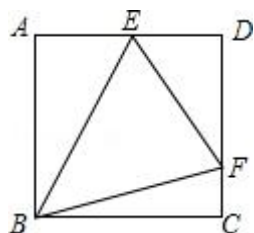
【解答】解: 设第 n 个图案中正方形的总个数为 a_n ,

观察, 发现规律: $a_1 = 2$, $a_2 = 2 + 4 = 6$, $a_3 = 2 + 4 + 6 = 12$, ...,

$$\therefore a_n = 2 + 4 + \dots + 2n = \frac{n(2n+2)}{2} = n(n+1).$$

故答案为: $n(n+1)$.

18. (3 分) (2016•徐州) 如图, 正方形 ABCD 的边长为 2, 点 E, F 分别在边 AD, CD 上, 若 $\angle EBF = 45^\circ$, 则 $\triangle EDF$ 的周长等于 4.



【解答】解: $\therefore$ 四边形 ABCD 为正方形,

$$\therefore AB = BC, \angle BAE = \angle C = 90^\circ,$$

$\therefore$ 把 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 可得到 $\triangle BCG$, 如图,

$$\therefore BG = AB, CG = AE, \angle GBE = 90^\circ, \angle BAE = \angle C = 90^\circ,$$

$\therefore$ 点 G 在 DC 的延长线上,

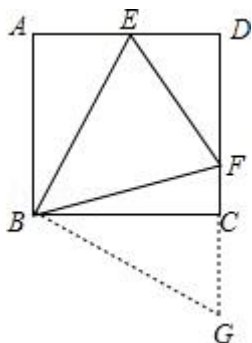
$$\therefore \angle EBF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FBG = \angle EBG - \angle EBF = 45^\circ,$$

$\therefore \angle FBG = \angle FBE$,
 在 $\triangle FBG$ 和 $\triangle EBF$ 中,

$$\begin{cases} BF=BF \\ \angle FBG=\angle FBE, \\ BG=BE \end{cases}$$

 $\therefore \triangle FBG \cong \triangle EBF$ (SAS),
 $\therefore FG=EF$,
 而 $FG=FC+CG=CF+AE$,
 $\therefore EF=CF+AE$,
 $\therefore \triangle DEF$ 的周长 $=DF+DE+CF+AE=CD+AD=2+2=4$
 故答案为: 4.



三、解答题: 本大题共 10 小题, 共 86 分

19. (10 分) (2016•徐州) 计算:

(1) $(-1)^{2016} + x^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} + \sqrt[3]{8}$

(2) $\frac{x^2-1}{x+1} \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$.

【解答】解: (1) 原式 $= 1 + 1 - 3 + 2 = 1$;

(2) 原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \times \frac{x(x-1)}{(x-1)^2} = x$.

20. (10 分) (2016•徐州) (1) 解方程: $\frac{x-3}{x-2} + 1 = \frac{3}{2-x}$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x > 1-x \\ 4x+2 < x+4 \end{cases}$$
.

【解答】解: (1) 去分母, 得: $x-3+x-2=-3$,
 整理, 得: $2x=2$,
 $\therefore x=1$.

经检验, $x=1$ 是原方程得解,

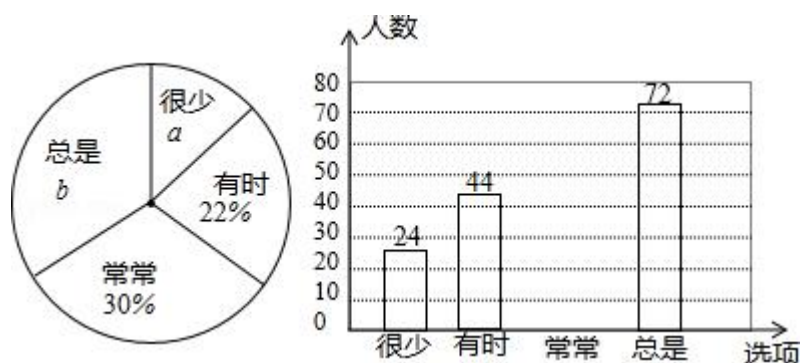
∴ 分式方程 $\frac{x-3}{x-2}+1=\frac{3}{2-x}$ 的解为 $x=1$.

(2) 解不等式 $2x > 1-x$, 得: $x > \frac{1}{3}$;

解不等式 $4x+2 < x+4$, 得: $x < \frac{2}{3}$.

∴ 不等式组的解集为 $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$.

21. (7分) (2016•徐州) 某校随机抽取部分学生, 就“学习习惯”进行调查, 将“对自己做错的题目进行整理、分析、改正”(选项为: 很少、有时、常常、总是) 的调查数据进行了整理, 绘制成部分统计图如下:



请根据图中信息, 解答下列问题

(1) 该调查的样本容量为 200, $a = \underline{12}\%$, $b = \underline{36}\%$, “常常”对应扇形的圆心角为 108°.

(2) 请你补全条形统计图;

(3) 若该校共有 3200 名学生, 请你估计其中“总是”对错题进行整理、分析、改正的学生有多少名?

【解答】 解: (1) $\because 44 \div 22\% = 200$ (名)

∴ 该调查的样本容量为 200;

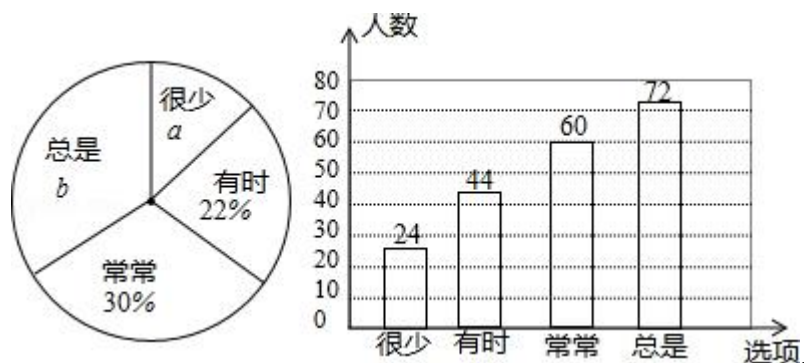
$a = 24 \div 200 = 12\%$,

$b = 72 \div 200 = 36\%$,

“常常”对应扇形的圆心角为:

$360^\circ \times 30\% = 108^\circ$.

(2) $200 \times 30\% = 60$ (名)



(3) $\therefore 3200 \times 36\% = 1152$ (名)

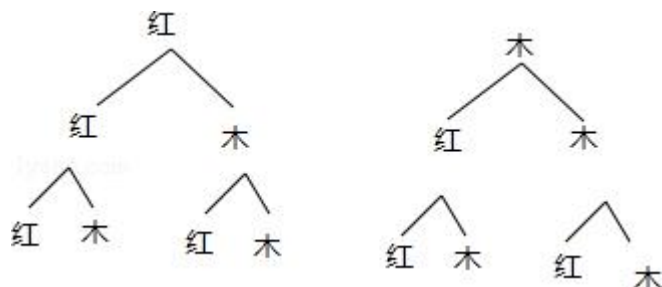
$\therefore$ “总是”对错题进行整理、分析、改正的学生有 1152 名.

故答案为: 200、12、36、108.

22. (7 分) (2016•徐州) 某乳品公司最近推出一款果味酸奶, 共有红枣、木瓜两种口味, 若送奶员连续三天, 每天从中任选一瓶某种口味的酸奶赠送给某住户品尝, 则该住户收到的三瓶酸奶中, 至少有两瓶为红枣口味的概率是多少?

(请用“画树状图”的方法给出分析过程, 并求出结果)

【解答】解: 画树状图为:



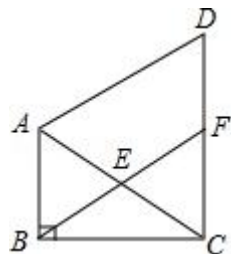
共有 8 种等可能的结果数, 其中至少有两瓶为红枣口味的结果数为 4,

所以该住户收到的三瓶酸奶中, 至少有两瓶为红枣口味的概率 $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

23. (8 分) (2016•徐州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$, $\triangle ACD$ 是等边三角形, E 是 AC 的中点, 连接 BE 并延长, 交 DC 于点 F, 求证:

(1) $\triangle ABE \cong \triangle CFE$;

(2) 四边形 ABFD 是平行四边形.



【解答】证明: (1) $\because \triangle ACD$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle DCA = 60^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCA = \angle BAC,$$

在 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CFE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DCA = \angle BAC \\ AE = CE \\ \angle BEA = \angle FEC \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CFE;$$

(2) $\because$ E 是 AC 的中点,

$$\therefore BE = EA,$$

$$\therefore \angle BAE = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,
 $\therefore \triangle CEF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle CFE=60^\circ$,
 $\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle CDA=\angle DCA=60^\circ$,
 $\therefore \angle CFE=\angle CDA$,
 $\therefore BF \parallel AD$,
 $\therefore \angle DCA=\angle BAC=60^\circ$,
 $\therefore AB \parallel DC$,
 $\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是平行四边形.

24. (8分) (2016•徐州) 小丽购买学习用品的收据如表, 因污损导致部分数据无法识别, 根据下表, 解决下列问题:

(1) 小丽买了自动铅笔、记号笔各几支?

(2) 若小丽再次购买软皮笔记本和自动铅笔两种文具, 共花费 15 元, 则有哪些不同的购买方案?

商品名	单价 (元)	数量 (个)	金额 (元)
签字笔	3	2	6
自动铅笔	1.5	●	●
记号笔	4	●	●
软皮笔记本	●	2	9
圆规	3.5	1	●
合计		8	28

【解答】解: (1) 设小丽购买自动铅笔 x 支, 记号笔 y 支, 根据题意可得:

$$\begin{cases} x+y=8-(2+2+1) \\ 1.5x+4y=28-(6+9+3.5) \end{cases}$$

解得: $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$,

答: 小丽购买自动铅笔 1 支, 记号笔 2 支;

(2) 设小丽购买软皮笔记本 m 本, 自动铅笔 n 支, 根据题意可得:

$$\frac{9}{2}m+1.5n=15,$$

$\therefore m, n$ 为正整数,

$$\therefore \begin{cases} m=1 \\ n=7 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=2 \\ n=4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m=3 \\ n=1 \end{cases},$$

答: 共 3 种方案: 1 本软皮笔记本与 7 支记号笔;

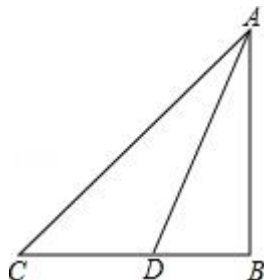
2 本软皮笔记本与 4 支记号笔; 3 本软皮笔记本与 1 支记号笔.

25. (8分) (2016•徐州) 如图, 为了测出旗杆 AB 的高度, 在旗杆前的平地上选择一点 C , 测得旗杆顶部 A 的仰角为 45° , 在 C, B 之间选择一点 D (C, D, B 三点共线), 测得旗杆顶部 A 的仰角为 75° , 且 $CD=8m$

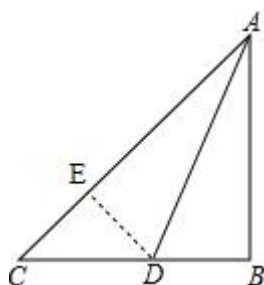
(1) 求点 D 到 CA 的距离;

(2) 求旗杆 AB 的高.

(注: 结果保留根号)



【解答】解: (1) 如图, 作 $DE \perp AC$ 于点 E,



再 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\sin C = \frac{DE}{CD}$,

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{DE}{8},$$

$$\therefore DE = 4\sqrt{2}.$$

答: 点 D 到 CA 的距离为 $4\sqrt{2}$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中, $\angle C = 45^\circ$,

$\therefore \triangle CDE$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore CE = DE = 4\sqrt{2},$$

$\because \angle ADB = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$,

$$\therefore \angle EAD = \angle ADB - \angle C = 30^\circ,$$

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\tan \angle EAD = \frac{DE}{AE}$,

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{AE},$$

$$\therefore AE = 4\sqrt{6},$$

$$\therefore AC = AE + CE = 4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin C = \frac{AB}{AC}$,

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AB}{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}},$$

$$\therefore AB = 4 + 4\sqrt{3},$$

答: 旗杆 AB 的高为 $(4 + 4\sqrt{3})$ m.

26. (8 分) (2016•徐州) 某宾馆拥有客房 100 间, 经营中发现: 每天入住的客房数 y (间) 与其价格 x (元) ($180 \leq x \leq 300$) 满足一次函数关系, 部分对应值如表:

x (元)	180	260	280	300
y (间)	100	60	50	40

(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2) 已知每间入住的客房, 宾馆每日需支出各种费用 100 元; 每日空置的客房需支出各种费用 60 元, 当房价为多少元时, 宾馆当日利润最大? 求出最大值. (宾馆当日利润=当日房费收入-当日支出)

【解答】解: (1) 设一次函数表达式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$), 依题意得:

$$\begin{cases} 180k+b=100 \\ 260k+b=60 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=190 \end{cases}.$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+190$ ($180 \leq x \leq 300$).

(2) 设房价为 x 元 ($180 \leq x \leq 300$) 时, 宾馆当日利润为 w 元, 依题意得:

$$w = \left(-\frac{1}{2}x+190\right)(x-100) - 60 \times \left[100 - \left(-\frac{1}{2}x+190\right)\right] = -\frac{1}{2}x^2 + 210x - 13600 = -\frac{1}{2}(x-210)^2 + 8450,$$

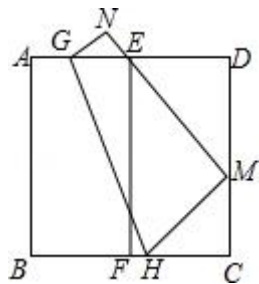
$\therefore$ 当 $x=210$ 时, w 取最大值, 最大值为 8450.

答: 当房价为 210 元时, 宾馆当日利润最大, 最大利润为 8450 元.

27. (9 分) (2016·徐州) 如图, 将边长为 6 的正方形纸片 ABCD 对折, 使 AB 与 DC 重合, 折痕为 EF, 展平后, 再将点 B 折到边 CD 上, 使边 AB 经过点 E, 折痕为 GH, 点 B 的对应点为 M, 点 A 的对应点为 N

(1) 若 $CM=x$, 则 $CH=$ $-\frac{1}{12}x^2+3$ (用含 x 的代数式表示);

(2) 求折痕 GH 的长.



【解答】解: (1) $\because CM=x$, $BC=6$,

$\therefore$ 设 $HC=y$, 则 $BH=HM=6-y$,

$$\text{故 } y^2+x^2=(6-y)^2,$$

$$\text{整理得: } y=-\frac{1}{12}x^2+3,$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{12}x^2+3;$$

(2) $\because$ 四边形 ABCD 为正方形,

$$\therefore \angle B=\angle C=\angle D=90^\circ,$$

设 $CM=x$, 由题意可得: $ED=3$, $DM=6-x$, $\angle EMH=\angle B=90^\circ$,

故 $\angle HMC+\angle EMD=90^\circ$,

$\therefore \angle HMC + \angle MHC = 90^\circ$, $\therefore \angle EMD = \angle MHC$,

$\therefore \triangle EDM \sim \triangle MCH$,

$$\therefore \frac{ED}{MC} = \frac{DM}{CH},$$

$$\text{即 } \frac{3}{x} = \frac{6-x}{-\frac{1}{12}x^2+3},$$

解得: $x_1=2$, $x_2=6$ (不合题意舍去),

$\therefore CM=2$,

$\therefore DM=4$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DEM$ 中, 由勾股定理得: $EM=5$,

$\therefore NE=MN-EM=6-5=1$,

$\therefore \angle NEG = \angle DEM$, $\angle N = \angle D$,

$\therefore \triangle NEG \sim \triangle DEM$,

$$\therefore \frac{NE}{DE} = \frac{NG}{DM},$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{NG}{4},$$

解得: $NG = \frac{4}{3}$,

由翻折变换的性质, 得 $AG=NG=\frac{4}{3}$,

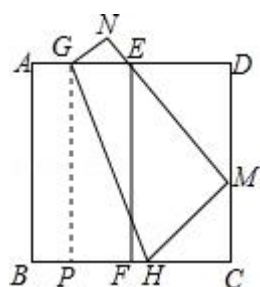
过点 G 作 $GP \perp BC$, 垂足为 P ,

则 $BP=AG=\frac{4}{3}$, $GP=AB=6$,

当 $x=2$ 时, $CH = -\frac{1}{12}x^2+3 = \frac{8}{3}$,

$\therefore PH=BC-HC-BP=6-\frac{8}{3}-\frac{4}{3}=2$,

在 $\text{Rt}\triangle GPH$ 中, $GH = \sqrt{GP^2+PH^2} = \sqrt{6^2+2^2} = 2\sqrt{10}$.



28. (11 分) (2016•徐州) 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $A(-1, 0)$, $B(0, -\sqrt{3})$, $C(2, 0)$, 其对称轴与 x 轴交于点 D

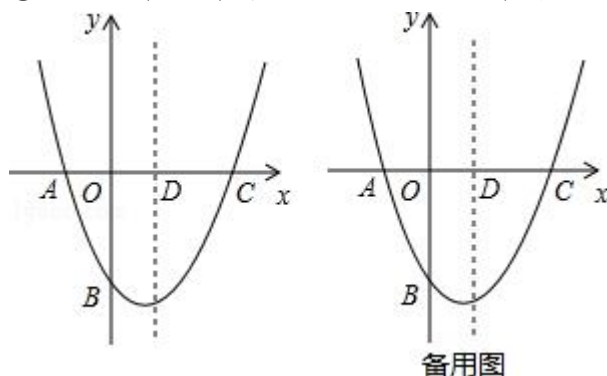
(1) 求二次函数的表达式及其顶点坐标;

(2) 若 P 为 y 轴上的一个动点, 连接 PD , 则 $\frac{1}{2}PB+PD$ 的最小值为 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$;

(3) M (x, t) 为抛物线对称轴上一动点

①若平面内存在点 N, 使得以 A, B, M, N 为顶点的四边形为菱形, 则这样的点 N 共有 5 个;

②连接 MA, MB, 若 $\angle AMB$ 不小于 60° , 求 t 的取值范围.



【解答】解: (1) 由题意
$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ c=-\sqrt{3} \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a=\frac{\sqrt{3}}{2} \\ b=-\frac{\sqrt{3}}{2} \\ c=-\sqrt{3} \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x - \sqrt{3}$,

$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9\sqrt{3}}{8}$,

$\therefore$ 顶点坐标 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9\sqrt{3}}{8}\right)$.

(2) 如图 1 中, 连接 AB, 作 $DH \perp AB$ 于 H, 交 OB 于 P, 此时 $\frac{1}{2}PB + PD$ 最小.

理由: $\because OA=1, OB=\sqrt{3}$,

$\therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle ABO = 30^\circ$,

$\therefore PH = \frac{1}{2}PB$,

$\therefore \frac{1}{2}PB + OD = PH + PD = DH$,

$\therefore$ 此时 $\frac{1}{2}PB + PD$ 最短 (垂线段最短).

在 $RT\triangle ADH$ 中, $\because \angle AHD = 90^\circ, AD = \frac{3}{2}, \angle HAD = 60^\circ$,

$\therefore \sin 60^\circ = \frac{DH}{AD}$,

$\therefore DH = \frac{3\sqrt{3}}{4}$,

$$\therefore \frac{1}{2}PB+PD \text{ 的最小值为 } \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

(3) ①以 A 为圆心 AB 为半径画弧与对称轴有两个交点,
以 B 为圆心 AB 为半径画弧与对称轴也有两个交点,
线段 AB 的垂直平分线与对称轴有一个交点,
所以满足条件的点 M 有 5 个, 即满足条件的点 N 也有 5 个,
故答案为 5.

$$\text{②如图, RT}\triangle AOB \text{ 中, } \therefore \tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ,$$

作 AB 的中垂线与 y 轴交于点 E, 连接 EA, 则 $\angle AEB = 120^\circ$,
以 E 为圆心, EB 为半径作圆, 与抛物线对称轴交于点 F、G.
则 $\angle AFB = \angle AGB = 60^\circ$, 从而线段 FG 上的点满足题意,

$$\therefore EB = \frac{\frac{AB}{2}}{\cos 30^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore OE = OB - EB = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

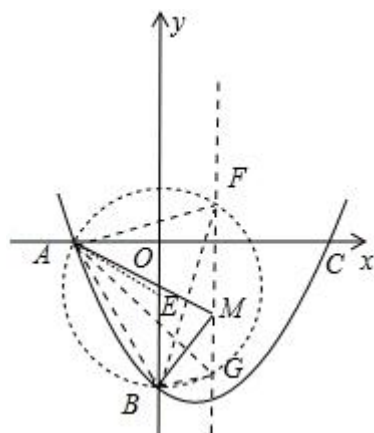
$$\therefore F \left(\frac{1}{2}, t \right), EF^2 = EB^2,$$

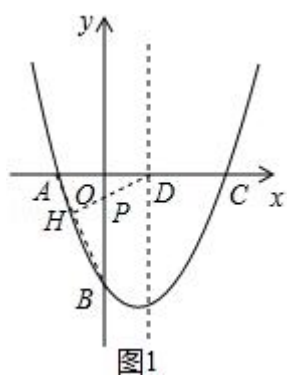
$$\therefore \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(t + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2,$$

$$\text{解得 } t = \frac{-2\sqrt{3} + \sqrt{39}}{6} \text{ 或 } \frac{-2\sqrt{3} - \sqrt{39}}{6},$$

$$\text{故 } F \left(\frac{1}{2}, \frac{-2\sqrt{3} + \sqrt{39}}{6} \right), G \left(\frac{1}{2}, \frac{-2\sqrt{3} - \sqrt{39}}{6} \right),$$

$$\therefore t \text{ 的取值范围 } \frac{-2\sqrt{3} - \sqrt{39}}{6} \leq t \leq \frac{-2\sqrt{3} + \sqrt{39}}{6}$$





参与本试卷答题和审题的老师有：lantin；sd2011；王学峰；HLing；zgm666；xiu；算术；CJX；曹先生；wdzymsy@126.com；zjx111；三界无我；szl；sjzx；nhx600；放飞梦想；gsls；gbl210；弯弯的小河（排名不分先后）

菁优网

2016年9月23日