

2016 年江苏省南通市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2016•南通) 2 的相反数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

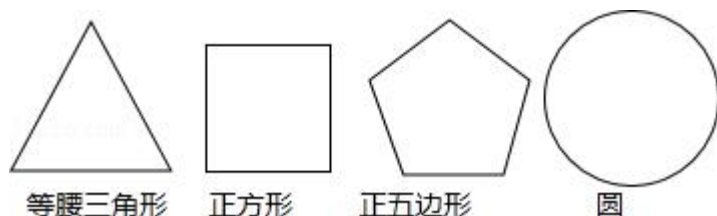
2. (3 分) (2016•南通) 太阳半径约为 696000km, 将 696000 用科学记数法表示为 ()

- A. 696×10^3 B. 69.6×10^4 C. 6.96×10^5 D. 0.696×10^6

3. (3 分) (2016•南通) 计算 $\frac{3}{x} - \frac{2}{x}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{6}{x^2}$ B. $\frac{6}{x}$ C. $\frac{5}{2x}$ D. $\frac{1}{x}$

4. (3 分) (2016•南通) 下列几何图形:



其中是轴对称图形但不是中心对称图形的共有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

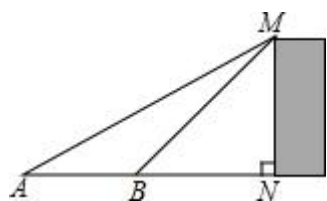
5. (3 分) (2016•南通) 若一个多边形的内角和与它的外角和相等, 则这个多边形是 ()

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

6. (3 分) (2016•南通) 函数 $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \leq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ B. $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ C. $x > \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ D. $x < \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$

7. (3 分) (2016•南通) 如图, 为了测量某建筑物 MN 的高度, 在平地上 A 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 30° , 向 N 点方向前进 16m 到达 B 处, 在 B 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 45° , 则建筑物 MN 的高度等于 ()



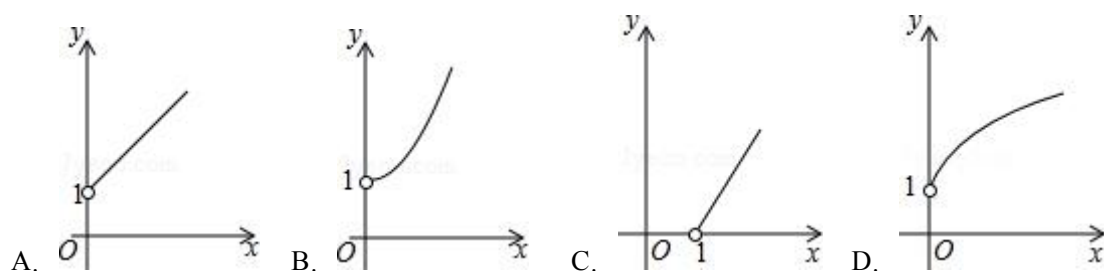
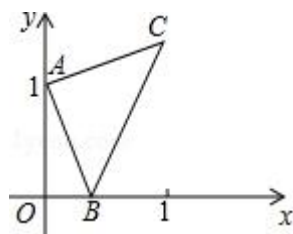
- A. $8(\sqrt{3}+1)$ m B. $8(\sqrt{3}-1)$ m C. $16(\sqrt{3}+1)$ m D. $16(\sqrt{3}-1)$ m

8. (3分) (2016•南通) 如图所示的扇形纸片半径为 5cm, 用它围成一个圆锥的侧面, 该圆锥的高是 4cm, 则该圆锥的底面周长是 ()



- A. $3\pi\text{cm}$ B. $4\pi\text{cm}$ C. $5\pi\text{cm}$ D. $6\pi\text{cm}$

9. (3分) (2016•南通) 如图, 已知点 A (0, 1), 点 B 在 x 轴正半轴上的一动点, 以 AB 为边作等腰直角三角形 ABC, 使点 C 在第一象限, $\angle BAC=90^\circ$, 设点 B 的横坐标为 x, 点 C 的纵坐标为 y, 则表示 y 与 x 的函数关系的图象大致是 ()

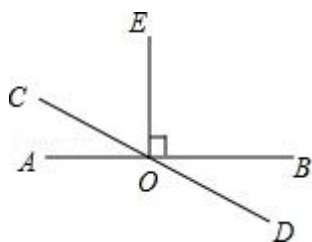


10. (3分) (2016•南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知 A (-1, 0)、B (3, 0)、C (0, -1) 三点, D (1, m) 是一个动点, 当 $\triangle ACD$ 的周长最小时, $\triangle ABD$ 的面积为 ()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

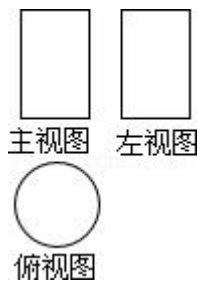
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) (2016•南通) 计算: $x^3 \cdot x^2 =$ _____.

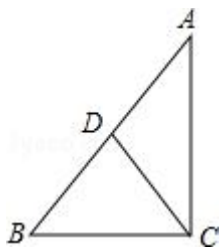
12. (3分) (2016•南通) 已知: 如图直线 AB 与 CD 相交于点 O, $OE \perp AB$, $\angle COE=60^\circ$, 则 $\angle BOD$ 等于 _____ 度.



13. (3 分) (2016•南通) 某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的名称是_____.



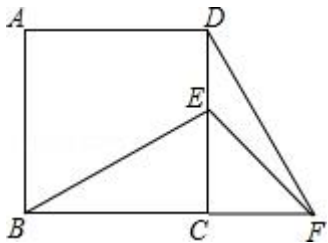
14. (3 分) (2016•南通) 如图 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线, 已知 $CD=2$, $AC=3$, 则 $\cos A =$ _____.



15. (3 分) (2016•南通) 已知一组数据 5, 10, 15, x , 9 的平均数是 8, 那么这组数据的中位数是_____.

16. (3 分) (2016•南通) 设一元二次方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两根分别是 x_1 , x_2 , 则 $x_1 + x_2 (x_2^2 - 3x_2) =$ _____.

17. (3 分) (2016•南通) 如图, BD 为正方形 $ABCD$ 的对角线, BE 平分 $\angle DBC$, 交 DC 与点 E , 将 $\triangle BCE$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DCF$, 若 $CE=1\text{cm}$, 则 $BF=$ _____ cm .



18. (3 分) (2016•南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 (a, b) 在直线 $y=2mx+m^2+2$ ($m > 0$) 上, 且满足 $a^2+b^2-2(1+2bm)+4m^2+b=0$, 则 $m=$ _____.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (10 分) (2016•南通) (1) 计算: $|-2| + (-1)^2 + (-5)^0 - \sqrt{4}$;

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=9, & \textcircled{1} \\ 3x-2y=-5. & \textcircled{2} \end{cases}$$

20. (8 分) (2016•南通) 解不等式组
$$\begin{cases} 5x-1 < 3x+3 \\ 3x+15 > x+7 \end{cases}$$
, 并写出它的所有整数解.

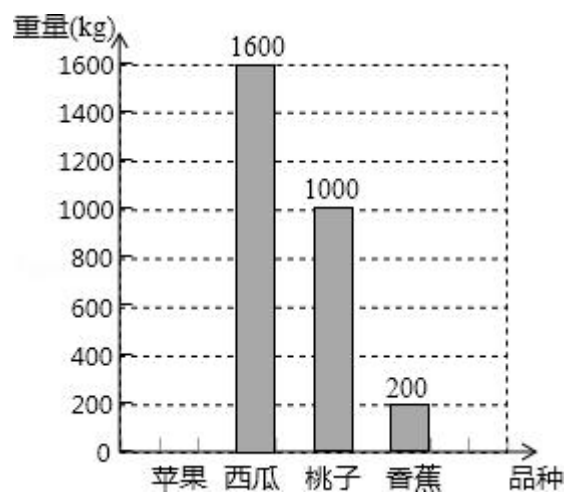
21. (9 分) (2016•南通) 某水果批发市场新进一批水果, 有苹果、西瓜、桃子和香蕉四个品种, 统计后将结果绘制成条形图 (如图), 已知西瓜的重量占这批水果总重量的 40%.

回答下列问题:

(1) 这批水果总重量为 _____ kg;

(2) 请将条形图补充完整;

(3) 若用扇形图表示统计结果, 则桃子所对应扇形的圆心角为 _____ 度.



22. (7 分) (2016•南通) 不透明袋子里装有红色、绿色小球各一个, 除颜色外无其他差别, 随机摸出一个小球后, 放回并摇匀, 再随机摸出一个, 求两次都摸到红色小球的概率.

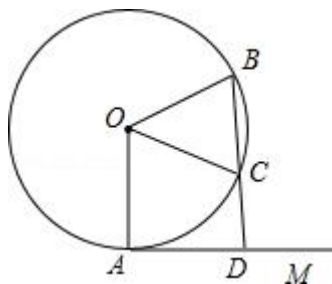
23. (8 分) (2016•南通) 列方程解应用题:

某列车平均提速 60km/h , 用相同的时间, 该列车提速前行驶 200km , 提速后比提速前多行驶 100km , 求提速前该列车的平均速度.

24. (9 分) (2016•南通) 已知: 如图, AM 为 $\odot O$ 的切线, A 为切点, 过 $\odot O$ 上一点 B 作 $BD \perp AM$ 于点 D , BD 交 $\odot O$ 于点 C , OC 平分 $\angle AOB$.

(1) 求 $\angle AOB$ 的度数;

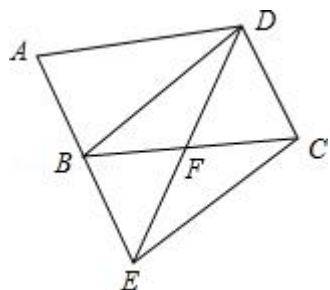
(2) 当 $\odot O$ 的半径为 2cm , 求 CD 的长.



25. (8 分) (2016•南通) 如图, 将 $\square ABCD$ 的边 AB 延长到点 E , 使 $BE=AB$, 连接 DE , 交边 BC 于点 F .

(1) 求证: $\triangle BEF \cong \triangle CDF$;

(2) 连接 BD 、 CE , 若 $\angle BFD=2\angle A$, 求证: 四边形 $BECD$ 是矩形.



26. (10 分) (2016•南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过 $(-1, m^2+2m+1)$ 、 $(0, m^2+2m+2)$ 两点, 其中 m 为常数.

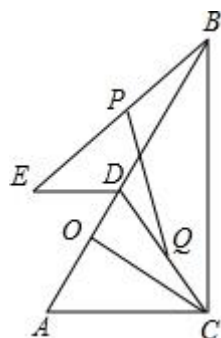
(1) 求 b 的值, 并用含 m 的代数式表示 c ;

(2) 若抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴有公共点, 求 m 的值;

(3) 设 (a, y_1) 、 $(a+2, y_2)$ 是抛物线 $y=x^2+bx+c$ 上的两点, 请比较 $y_2 - y_1$ 与 0 的大小, 并说明理由.

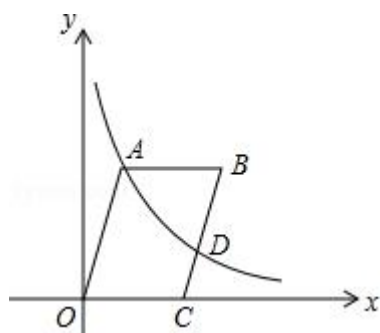
27. (13 分) (2016•南通) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=5$, $BC=12$, $CO \perp AB$ 于点 O , D 是线段 OB 上一点, $DE=2$, $ED \parallel AC$ ($\angle ADE < 90^\circ$), 连接 BE 、 CD . 设 BE 、 CD 的中点分别为 P 、 Q .

- (1) 求 AO 的长;
- (2) 求 PQ 的长;
- (3) 设 PQ 与 AB 的交点为 M , 请直接写出 $|PM - MQ|$ 的值.



28. (14 分) (2016•南通) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 点 $C(3, 0)$, 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图象经过 $\square OABC$ 的顶点 $A(m, n)$ 和边 BC 的中点 D .

- (1) 求 m 的值;
- (2) 若 $\triangle OAD$ 的面积等于 6, 求 k 的值;
- (3) 若 P 为函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图象上一个动点, 过点 P 作直线 $l \perp x$ 轴于点 M , 直线 l 与 x 轴上方的 $\square OABC$ 的一边交于点 N , 设点 P 的横坐标为 t , 当 $\frac{PN}{PM} = \frac{1}{4}$ 时, 求 t 的值.



2016 年江苏省南通市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. (3 分) (2016•南通) 2 的相反数是 ()

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

【解答】解：2 的相反数是 -2.

故选：A.

2. (3 分) (2016•南通) 太阳半径约为 696000km，将 696000 用科学记数法表示为 ()

- A. 696×10^3 B. 69.6×10^4 C. 6.96×10^5 D. 0.696×10^6

【解答】解：将 696000 用科学记数法表示为： 6.96×10^5 .

故选：C.

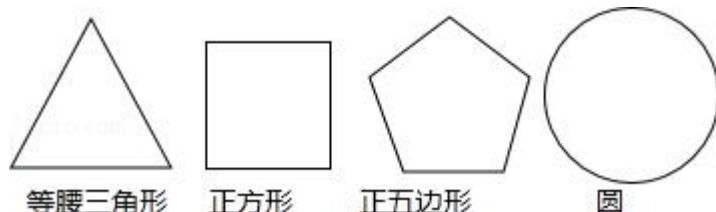
3. (3 分) (2016•南通) 计算 $\frac{3}{x} - \frac{2}{x}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{6}{x^2}$ B. $\frac{6}{x}$ C. $\frac{5}{2x}$ D. $\frac{1}{x}$

【解答】解：原式 $= \frac{3-2}{x} = \frac{1}{x}$,

故选 D.

4. (3 分) (2016•南通) 下列几何图形：



其中是轴对称图形但不是中心对称图形的共有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

【解答】解：正方形和圆既是中心对称图形，也是轴对称图形；

等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形；

正五边形是轴对称图形，不是中心对称图形.

故选 C.

5. (3 分) (2016•南通) 若一个多边形的内角和与它的外角和相等，则这个多边形是 ()

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

【解答】解：设多边形的边数为 n，根据题意得

$$(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ,$$

解得 $n=4$.

故这个多边形是四边形.

故选 B.

6. (3 分) (2016•南通) 函数 $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

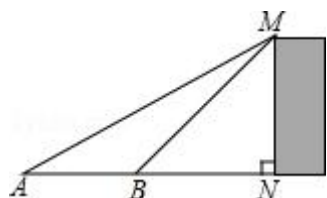
- A. $x \leq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ B. $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ C. $x > \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ D. $x < \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$

【解答】解: $2x-1 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$,

解得 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$,

故选 B.

7. (3 分) (2016•南通) 如图, 为了测量某建筑物 MN 的高度, 在平地上 A 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 30° , 向 N 点方向前进 16m 到达 B 处, 在 B 处测得建筑物顶端 M 的仰角为 45° , 则建筑物 MN 的高度等于 ()



- A. $8(\sqrt{3}+1)$ m B. $8(\sqrt{3}-1)$ m C. $16(\sqrt{3}+1)$ m D. $16(\sqrt{3}-1)$ m

【解答】解: 设 $MN=x$ m,

在 $Rt\triangle BMN$ 中, $\because \angle MBN=45^\circ$,

$\therefore BN=MN=x$,

在 $Rt\triangle AMN$ 中, $\tan \angle MAN = \frac{MN}{AN}$,

$$\therefore \tan 30^\circ = \frac{x}{16+x} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得: $x=8(\sqrt{3}+1)$,

则建筑物 MN 的高度等于 $8(\sqrt{3}+1)$ m;

故选 A.

8. (3 分) (2016•南通) 如图所示的扇形纸片半径为 5cm, 用它围成一个圆锥的侧面, 该圆锥的高是 4cm, 则该圆锥的底面周长是 ()



- A. 3π cm B. 4π cm C. 5π cm D. 6π cm

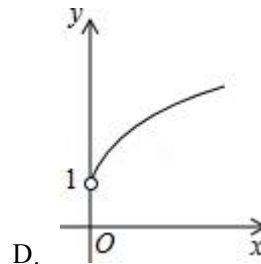
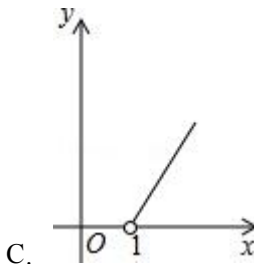
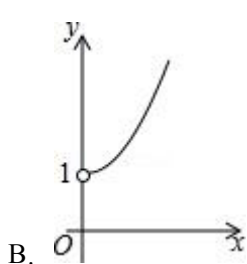
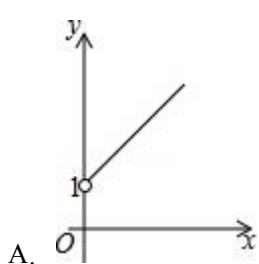
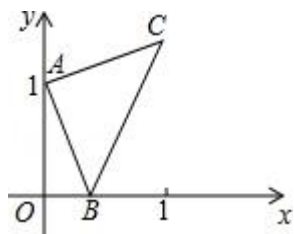
【解答】解: $\because$ 扇形纸片半径为 5cm, 用它围成一个圆锥的侧面, 该圆锥的高是 4cm,

$\therefore$ 圆锥的底面半径为: $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (cm),

∴该圆锥的底面周长是： $2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm).

故选：D.

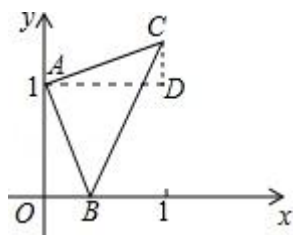
9. (3分) (2016•南通) 如图，已知点A (0, 1)，点B在x轴正半轴上的一动点，以AB为边作等腰直角三角形ABC，使点C在第一象限， $\angle BAC = 90^\circ$ ，设点B的横坐标为x，点C的纵坐标为y，则表示y与x的函数关系的图象大致是 ()



【解答】解：作 $AD \parallel x$ 轴，作 $CD \perp AD$ 于点D，若右图所示，
由已知可得， $OB = x$ ， $OA = 1$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，点C的纵坐标是y，
∵ $AD \parallel x$ 轴，
∴ $\angle DAO + \angle AOD = 180^\circ$ ，
∴ $\angle DAO = 90^\circ$ ，
∴ $\angle OAB + \angle BAD = \angle BAD + \angle DAC = 90^\circ$ ，
∴ $\angle OAB = \angle DAC$ ，
在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle DAC$ 中，
$$\begin{cases} \angle AOB = \angle ADC \\ \angle OAB = \angle DAC, \\ AB = AC \end{cases}$$

∴ $\triangle OAB \cong \triangle DAC$ (AAS)，
∴ $OB = CD$ ，
∴ $CD = x$ ，
∴ 点C到x轴的距离为y，点D到x轴的距离等于点A到x轴的距离1，
∴ $y = x + 1$ ($x > 0$) .

故选：A.



10. (3分) (2016•南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, -1)$ 三点, $D(1, m)$ 是一个动点, 当 $\triangle ACD$ 的周长最小时, $\triangle ABD$ 的面积为 ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{8}{3}$

【解答】解: 由题可得, 点 C 关于直线 $x=1$ 的对称点 E 的坐标为 $(2, -1)$, 设直线 AE 的解析式为 $y=kx+b$, 则

$$\begin{cases} 0 = -k + b \\ -1 = 2k + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3},$$

将 $D(1, m)$ 代入, 得

$$m = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = -\frac{2}{3},$$

即点 D 的坐标为 $(1, -\frac{2}{3})$,

$$\therefore \text{当} \triangle ACD \text{ 的周长最小时, } \triangle ABD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} \times AB \times |-\frac{2}{3}| = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}.$$

故选 (C)

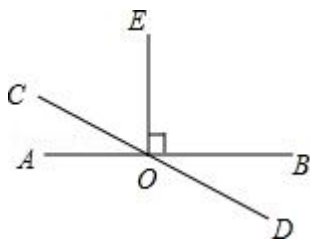
二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. (3分) (2016•南通) 计算: $x^3 \cdot x^2 = \underline{x^5}$.

【解答】解: 原式 $= x^5$.

故答案是: x^5 .

12. (3分) (2016•南通) 已知: 如图直线 AB 与 CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, $\angle COE = 60^\circ$, 则 $\angle BOD$ 等于 30 度.



【解答】解: 由垂线的定义, 得 $\angle AOE = 90^\circ$,

由余角的性质, 得

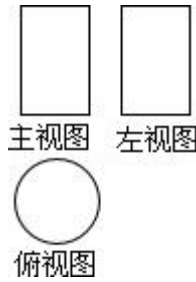
$$\angle AOC = \angle AOE - \angle COE = 30^\circ,$$

由对顶角相等, 得

$$\angle BOD = \angle AOC = 30^\circ,$$

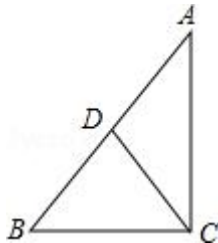
故答案为: 30.

13. (3分) (2016•南通) 某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的名称是 圆柱.



【解答】解: 根据主视图和左视图为长方形判断出是柱体, 根据俯视图是圆形可判断出这个几何体应该是圆柱,
故答案为: 圆柱.

14. (3分) (2016•南通) 如图 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线, 已知 $CD=2$, $AC=3$, 则 $\cos A = \underline{\frac{3}{4}}$.



【解答】解: $\because$ 直角 $\triangle ABC$ 中, CD 是斜边 AB 上的中线,
 $\therefore AB=2CD=2 \times 2=4$,
则 $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$.

故答案是: $\frac{3}{4}$.

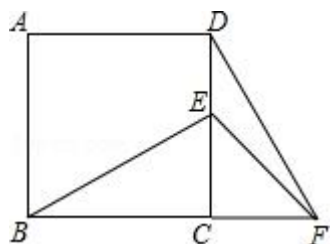
15. (3分) (2016•南通) 已知一组数据 5, 10, 15, x , 9 的平均数是 8, 那么这组数据的中位数是 9.

【解答】解: 根据平均数的定义可知, $(5+10+15+x+9) \div 5=8$,
解得: $x=1$,
把这组数据从小到大的顺序排列为 1, 5, 9, 10, 15, 处于中间位置的那个数是 9,
那么由中位数的定义可知, 这组数据的中位数是 9;
故答案为: 9.

16. (3分) (2016•南通) 设一元二次方程 $x^2 - 3x - 1=0$ 的两根分别是 x_1 , x_2 , 则 $x_1+x_2(x_2^2 - 3x_2) = \underline{3}$.

【解答】解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 3x - 1=0$ 的两根分别是 x_1 , x_2 ,
 $\therefore x_1^2 - 3x_1 - 1=0$, $x_2^2 - 3x_2 - 1=0$, $x_1+x_2=3$,
 $\therefore x_2^2 - 3x_2=1$,
 $\therefore x_1+x_2(x_2^2 - 3x_2) = x_1+x_2=3$,
故答案为 3.

17. (3分) (2016•南通) 如图, BD 为正方形 ABCD 的对角线, BE 平分 $\angle DBC$, 交 DC 与点 E, 将 $\triangle BCE$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle DCF$, 若 $CE=1\text{cm}$, 则 $BF=$ $2+\sqrt{2}$ cm.



【解答】 解: 过点 E 作 $EM \perp BD$ 于点 M, 如图所示.

$\because$ 四边形 ABCD 为正方形,

$\therefore \angle BAC=45^\circ$, $\angle BCD=90^\circ$,

$\therefore \triangle DEM$ 为等腰直角三角形.

$\because$ BE 平分 $\angle DBC$, $EM \perp BD$,

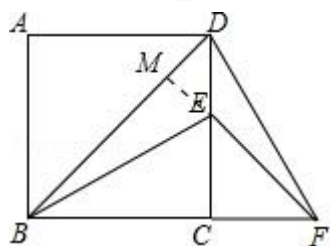
$\therefore EM=EC=1\text{cm}$,

$\therefore DE=\sqrt{2}EM=\sqrt{2}\text{cm}$.

由旋转的性质可知: $CF=CE=1\text{cm}$,

$\therefore BF=BC+CF=CE+DE+CF=1+\sqrt{2}+1=2+\sqrt{2}\text{cm}$.

故答案为: $2+\sqrt{2}$.



18. (3分) (2016•南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 (a, b) 在直线 $y=2mx+m^2+2$ ($m > 0$) 上, 且满足 $a^2+b^2-2(1+2bm)+4m^2+b=0$, 则 $m=$ $-1+\sqrt{3}$.

【解答】 解: $\because$ 点 (a, b) 在直线 $y=2mx+m^2+2$ ($m > 0$) 上,

$\therefore b=2ma+m^2+2$ 代入 $a^2+b^2-2(1+2bm)+4m^2+b=0$,

整理得到 $(b-2m)^2+(a+m)^2=0$,

$\therefore (b-2m)^2 \geq 0$, $(a+m)^2 \geq 0$,

$\therefore a=-m$, $b=2m$ 代入 $b=2ma+m^2+2$ 得到,

$2m=-2m^2+m^2+2$,

$\therefore m^2+2m-2=0$,

$\therefore m=-1 \pm \sqrt{3}$,

$\because m > 0$,

$\therefore m=-1+\sqrt{3}$,

故答案为 $-1+\sqrt{3}$.

三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分)

19. (10分) (2016•南通) (1) 计算: $|-2|+(-1)^2+(-5)^0-\sqrt{4}$;

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=9, & \text{①} \\ 3x-2y=-5. & \text{②} \end{cases}$$

【解答】解 (1) 原式 $=2+1+1-2=2$,

(2) ①+②得, $4x=4$,

$\therefore x=1$,

把 $x=1$ 代入①得, $1+2y=9$,

$\therefore y=4$,

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$.

20. (8分) (2016•南通) 解不等式组 $\begin{cases} 5x-1 < 3x+3 \\ 3x+15 > x+7 \end{cases}$, 并写出它的所有整数解.

【解答】解: $\begin{cases} 5x-1 < 3x+3 & \text{①} \\ 3x+15 > x+7 & \text{②} \end{cases}$

由①, 得 $x < 2$,

由②, 得 $x > -4$,

故原不等式组的解集是 $-4 < x < 2$,

$\therefore$ 这个不等式组的所有整数解是 $x=-3$ 或 $x=-2$ 或 $x=-1$ 或 $x=0$ 或 $x=1$.

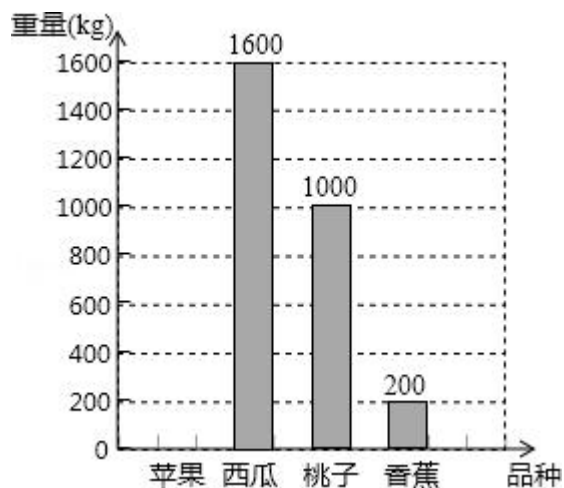
21. (9分) (2016•南通) 某水果批发市场新进一批水果, 有苹果、西瓜、桃子和香蕉四个品种, 统计后将结果绘制成条形图 (如图), 已知西瓜的重量占这批水果总重量的 40%.

回答下列问题:

(1) 这批水果总重量为 4000 kg;

(2) 请将条形图补充完整;

(3) 若用扇形图表示统计结果, 则桃子所对应扇形的圆心角为 90 度.



【解答】解: (1) 设这批水果总重量为 m kg,

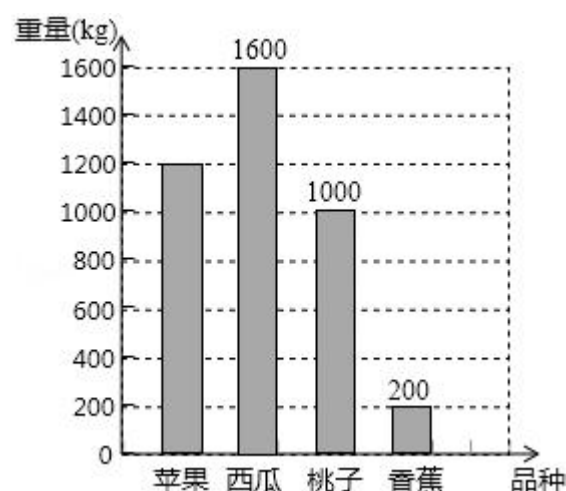
应用 $m \cdot 40\% = 1600$,

解得 $m = 4000$ kg,

故答案为 4000.

(2) $\therefore$ 苹果的重量 = 总重量 - 西瓜的重量 - 桃子的重量 - 香蕉的重量 $= 4000 - 1600 - 1000 - 200 = 1200$,

条形图如图所示,



(3) $\because$ 桃子的重量占这批水果总重量的 $\frac{1000}{4000}=25\%$,

$\therefore$ 桃子所对应扇形的圆心角为 $360^\circ \times 25\% = 90^\circ$,
故答案为 90.

22. (7 分) (2016•南通) 不透明袋子里装有红色、绿色小球各一个, 除颜色外无其他差别, 随机摸出一个小球后, 放回并摇匀, 再随机摸出一个, 求两次都摸到红色小球的概率.

【解答】解: 画树状图得:

$\because$ 共有 4 种等可能的结果, 两次都摸到红球的只有 1 种情况,

$\therefore$ 两次都摸到红球的概率是 $\frac{1}{4}$.



23. (8 分) (2016•南通) 列方程解应用题:

某列车平均提速 60km/h, 用相同的时间, 该列车提速前行驶 200km, 提速后比提速前多行驶 100km, 求提速前该列车的平均速度.

【解答】解: 设提速前列车的平均速度为 xkm/h,

由题意得, $\frac{200}{x} = \frac{200+100}{x+60}$,

解得: $x=120$,

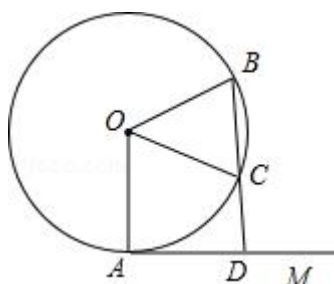
经检验, $x=120$ 是原分式方程的解, 且符合题意.

答: 提速前列车的平均速度为 120km/h.

24. (9 分) (2016•南通) 已知: 如图, AM 为 $\odot O$ 的切线, A 为切点, 过 $\odot O$ 上一点 B 作 $BD \perp AM$ 于点 D, BD 交 $\odot O$ 于点 C, OC 平分 $\angle AOB$.

(1) 求 $\angle AOB$ 的度数;

(2) 当 $\odot O$ 的半径为2cm, 求CD的长.



【解答】解: (1) $\because AM$ 为圆 O 的切线,

$\therefore OA \perp AM$,

$\because BD \perp AM$,

$\therefore \angle OAD = \angle BDM = 90^\circ$,

$\therefore OA \parallel BD$,

$\therefore \angle AOC = \angle OCB$,

$\because OB = OC$,

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$,

$\because OC$ 平分 $\angle AOB$,

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$,

$\therefore \angle BOC = \angle OCB = \angle OBC = 60^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 120^\circ$;

(2) 过点 O 作 $OE \perp BD$ 于点 E ,

$\because \angle BOC = \angle OCB = \angle OBC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

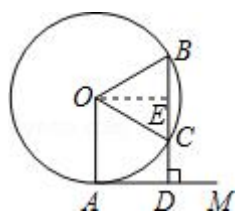
$\therefore BE = EC = 1$,

$\because \angle OED = \angle EDA = \angle OAD = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $OADE$ 是矩形,

$\therefore DE = OA = 2$,

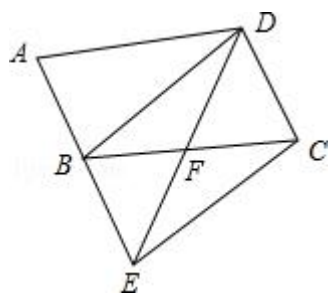
$\therefore EC = DC = 1$.



25. (8分) (2016•南通) 如图, 将 $\square ABCD$ 的边 AB 延长到点 E , 使 $BE = AB$, 连接 DE , 交边 BC 于点 F .

(1) 求证: $\triangle BEF \cong \triangle CDF$;

(2) 连接 BD 、 CE , 若 $\angle BFD = 2\angle A$, 求证: 四边形 $BECD$ 是矩形.



【解答】(1) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB=CD, AB \parallel CD$.

$\because BE=AB$,

$\therefore BE=CD$.

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BEF = \angle CDF, \angle EBF = \angle DCF$,

在 $\triangle BEF$ 与 $\triangle CDF$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle BEF = \angle CDF \\ BE = CD \\ \angle EBF = \angle DCF \end{cases},$$

$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CDF$ (ASA);

(2) 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD, AB=CD, \angle A = \angle DCB$,

$\because AB=BE$,

$\therefore CD=EB$,

$\therefore$ 四边形 BECD 是平行四边形,

$\therefore BF=CF, EF=DF$,

$\because \angle BFD = 2\angle A$,

$\therefore \angle BFD = 2\angle DCF$,

$\therefore \angle DCF = \angle FDC$,

$\therefore DF=CF$,

$\therefore DE=BC$,

$\therefore$ 四边形 BECD 是矩形.

26. (10 分) (2016•南通) 平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过 $(-1, m^2+2m+1)$ 、 $(0, m^2+2m+2)$ 两点, 其中 m 为常数.

(1) 求 b 的值, 并用含 m 的代数式表示 c ;

(2) 若抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴有公共点, 求 m 的值;

(3) 设 (a, y_1) 、 $(a+2, y_2)$ 是抛物线 $y=x^2+bx+c$ 上的两点, 请比较 $y_2 - y_1$ 与 0 的大小, 并说明理由.

【解答】解: (1) $\because$ 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过 $(-1, m^2+2m+1)$ 、 $(0, m^2+2m+2)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 1 - b + c = m^2 + 2m + 1 \\ c = m^2 + 2m + 2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} b = 2 \\ c = m^2 + 2m + 2 \end{cases},$$

即: $b=2$, $c=m^2+2m+2$,

(2) 由 (1) 得 $y=x^2+2x+m^2+2m+2$,

令 $y=0$, 得 $x^2+2x+m^2+2m+2=0$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴有公共点,

$$\therefore \Delta = 4 - 4(m^2+2m+2) \geq 0,$$

$$\therefore (m+1)^2 \leq 0,$$

$$\therefore (m+1)^2 \geq 0,$$

$$\therefore m+1=0,$$

$$\therefore m=-1;$$

(3) 由 (1) 得, $y=x^2+2x+m^2+2m+2$,

$\therefore (a, y_1)$ 、 $(a+2, y_2)$ 是抛物线的图象上的两点,

$$\therefore y_1=a^2+2a+m^2+2m+2, y_2=(a+2)^2+2(a+2)+m^2+2m+2,$$

$$\therefore y_2 - y_1 = [(a+2)^2+2(a+2)+m^2+2m+2] - [a^2+2a+m^2+2m+2] \\ = 4(a+2)$$

当 $a+2 \geq 0$, 即 $a \geq -2$ 时, $y_2 - y_1 \geq 0$,

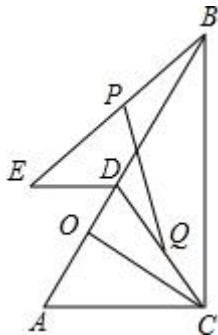
当 $a+2 < 0$, 即 $a < -2$ 时, $y_2 - y_1 < 0$.

27. (13 分) (2016·南通) 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=5$, $BC=12$, $CO \perp AB$ 于点 O , D 是线段 OB 上一点, $DE=2$, $ED \parallel AC$ ($\angle ADE < 90^\circ$), 连接 BE 、 CD . 设 BE 、 CD 的中点分别为 P 、 Q .

(1) 求 AO 的长;

(2) 求 PQ 的长;

(3) 设 PQ 与 AB 的交点为 M , 请直接写出 $|PM - MQ|$ 的值.



【解答】解: (1) 如图 1 中,

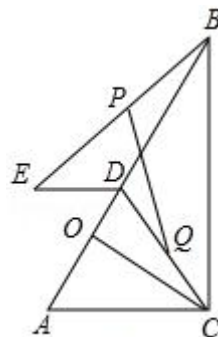


图1

$\therefore CO \perp AB$,

$\therefore \angle AOC = \angle ACB = 90^\circ$, $\therefore \angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACO$,

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AO},$$

$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13,$$

$$\therefore OA = \frac{AC^2}{AB} = \frac{25}{13}.$$

(2) 如图 2 中, 取 BD 中点 F, CD 中点 Q, 连接 PF、QF,

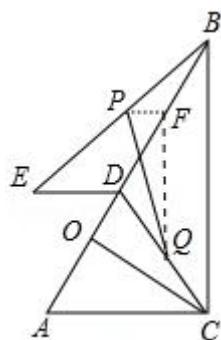


图2

则 $PF \parallel ED$, $FQ \parallel BC$, $PF \perp FQ$, 且 $PF = \frac{1}{2}ED = 1$, $FQ = \frac{1}{2}BC = 6$,

在 $Rt\triangle PFQ$ 中, $PQ = \sqrt{PF^2 + FQ^2} = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{37}$.

(3) 如图 3 中, 取 AD 中点 G, 连接 GQ,

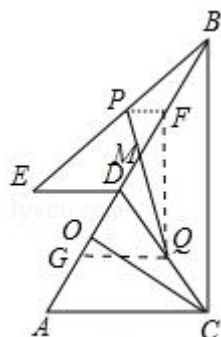


图3

$\therefore GQ \parallel AC$, $ED \parallel AC$, $PF \parallel ED$,

$\therefore PF \parallel GQ$,

$\therefore \triangle PMF \sim \triangle QMG$,

$$\therefore \frac{PM}{QM} = \frac{PF}{QG} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore PM + QM = \sqrt{37},$$

$$\therefore PM = \frac{2\sqrt{37}}{7}, \quad MQ = \frac{5\sqrt{37}}{7},$$

$$\therefore |PM - QM| = \frac{3\sqrt{37}}{7}.$$

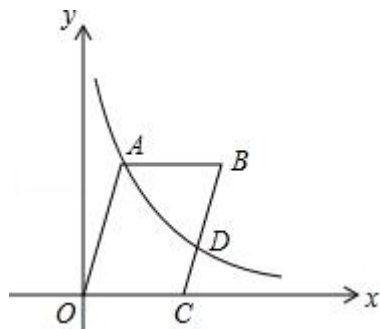
28. (14 分) (2016•南通) 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 点 $C(3, 0)$, 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图象经过 $\square OABC$ 的顶点 $A(m, n)$ 和边 BC 的中点 D .

(1) 求 m 的值;

(2) 若 $\triangle OAD$ 的面积等于 6, 求 k 的值;

(3) 若 P 为函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图象上一个动点, 过点 P 作直线 $l \perp x$ 轴于点 M ,

直线 l 与 x 轴上方的 $\square OABC$ 的一边交于点 N , 设点 P 的横坐标为 t , 当 $\frac{PN}{PM} = \frac{1}{4}$ 时, 求 t 的值.



【解答】解: (1) $\because$ 点 $C(3, 0)$, $\square OABC$ 的顶点 $A(m, n)$,

$\therefore B(m+3, n)$,

$\therefore D(\frac{m}{2}+3, n)$,

$\because$ 函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图象经过 $\square OABC$ 的顶点 $A(m, n)$ 和边 BC 的中点 D ,

$\therefore mn = k$, $\frac{n}{2}(\frac{m}{2}+3) = k$,

$\therefore m = 2$,

(2) $\because$ 点 D 是平行四边形 BC 中点,

$\therefore S_{\text{平行四边形 } OABC} = 2S_{\triangle OAD} = 12$,

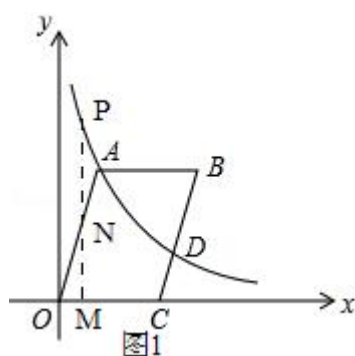
$\therefore S_{\text{平行四边形 } OABC} = 3 \times n = 12$,

$\therefore n = 4$,

由 (1) 知, $m = 2$,

$\therefore k = mn = 8$,

(3) ①如图 1, 点 N 在 OA 上,



由 (1) 知, $m=2$,

$\therefore A(2, n)$.

即 $0 < t < 2$

直线 OA 的解析式为 $y = \frac{n}{2}x$,

设点 P 的横坐标为 t ,

$\therefore P(t, \frac{2n}{t})$,

$\because$ 过点 P 作直线 $l \perp x$ 轴于点 M.

$\therefore N(t, \frac{n}{2}t), M(t, 0)$,

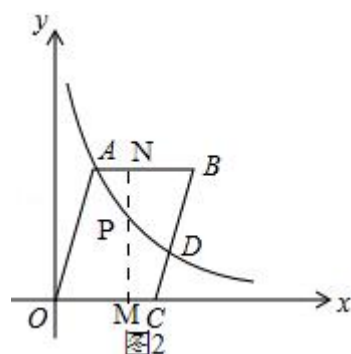
$\therefore PN = \frac{2n}{t} - \frac{n}{2}t, PM = \frac{2n}{t}$,

$\therefore \frac{PN}{PM} = \frac{1}{4}$,

$\therefore \frac{2n}{t} = 4(\frac{2n}{t} - \frac{n}{2}t)$,

$\therefore t = \sqrt{3}$ 或 $t = -\sqrt{3}$ (舍),

②如图 2,



当点 N 在 AB 上时,

由 (1) 知, $B(5, n)$,

$\therefore 2 \leq t \leq 5$

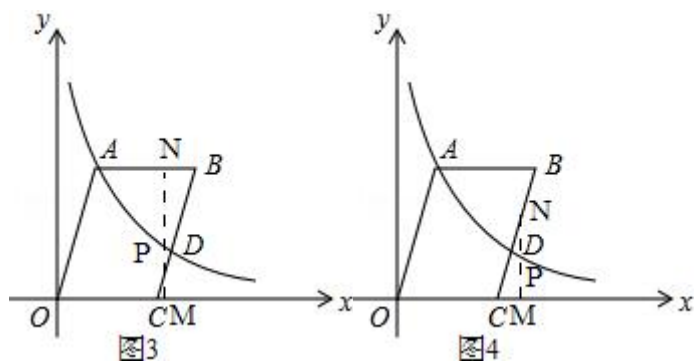
由题意知, $P(t, \frac{2n}{t}), N(t, n), M(t, 0)$,

$\therefore \frac{PN}{PM} = \frac{1}{4}$,

$\therefore 4(n - \frac{2n}{t}) = \frac{2n}{t}$,

$\therefore t = \frac{5}{2}$,

③如图 3, 4,



当点 N 在 BC 上时, $(3 < t \leq 5)$

$\therefore B(5, n), C(3, 0),$

$\therefore$ 直线 BC 解析式为 $y = \frac{n}{2}x - \frac{3n}{2},$

$\therefore P(t, \frac{2n}{t}), N(t, \frac{n}{2}t - \frac{3n}{2}), M(t, 0),$

$\therefore \frac{PN}{PM} = \frac{1}{4},$

$\therefore 4|\frac{n}{2}t - \frac{3n}{2} - \frac{2n}{t}| = \frac{2n}{t},$

$\therefore t = \frac{3+\sqrt{29}}{2}$ 或 $t = \frac{3-\sqrt{29}}{2}$ (舍) 或 $t = \frac{3+\sqrt{21}}{2}$ 或 $t = \frac{3-\sqrt{21}}{2}$ (舍)

$\therefore t$ 的值为 $\sqrt{3}, \frac{5}{2}, \frac{3+\sqrt{29}}{2}$ 或 $\frac{3+\sqrt{21}}{2}.$

参与本试卷答题和审题的老师有：梁宝华；sd2011；张其铎；733599；sdwdmahongye；tcm123；
gbl210；szl；zhjh；2300680618；HLing；lantin；弯弯的小河；曹先生；星月相随；zgm666；
dbz1018；ZJX（排名不分先后）

菁优网

2016年9月23日