

2018 年广西南宁市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。）

1. (3 分) -3 的倒数是 ()

A. -3

B. 3

C. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

2. (3 分) 下列美丽的壮锦图案是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 2018 年俄罗斯世界杯开幕式于 6 月 14 日在莫斯科卢日尼基球场举行，该球场可容纳 81000 名观众，其中数据 81000 用科学记数法表示为 ()

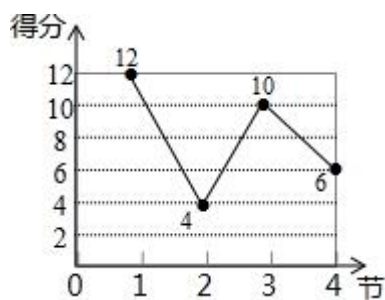
A. 81×10^3

B. 8.1×10^4

C. 8.1×10^5

D. 0.81×10^5

4. (3 分) 某球员参加一场篮球比赛，比赛分 4 节进行，该球员每节得分如折线统计图所示，则该球员平均每节得分为 ()



A. 7 分

B. 8 分

C. 9 分

D. 10 分

5. (3 分) 下列运算正确的是 ()

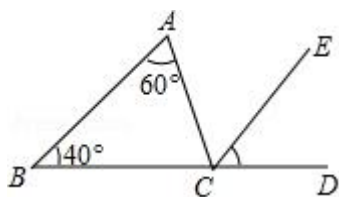
A. $a(a+1) = a^2+1$

B. $(a^2)^3 = a^5$

C. $3a^2+a = 4a^3$

D. $a^5 \div a^2 = a^3$

6. (3 分) 如图， $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角， CE 平分 $\angle ACD$ ，若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle B = 40^\circ$ ，则 $\angle ECD$ 等于 ()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°

7. (3分) 若 $m > n$, 则下列不等式正确的是 ()

- A. $m - 2 < n - 2$ B. $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$ C. $6m < 6n$ D. $-8m > -8n$

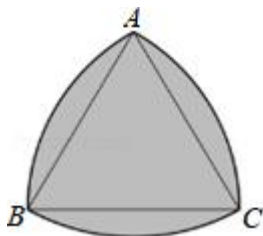
8. (3分) 从 -2 , -1 , 2 这三个数中任取两个不同的数相乘, 积为正数的概率是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

9. (3分) 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 向左平移 2 个单位后, 得到新抛物线的解析式为 ()

- A. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 5$ B. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 5$
C. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 3$ D. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$

10. (3分) 如图, 分别以等边三角形 ABC 的三个顶点为圆心, 以边长为半径画弧, 得到的封闭图形是莱洛三角形, 若 $AB = 2$, 则莱洛三角形的面积 (即阴影部分面积) 为 ()

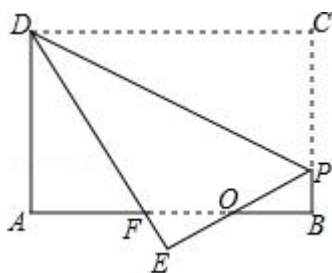


- A. $\pi + \sqrt{3}$ B. $\pi - \sqrt{3}$ C. $2\pi - \sqrt{3}$ D. $2\pi - 2\sqrt{3}$

11. (3分) 某种植基地 2016 年蔬菜产量为 80 吨, 预计 2018 年蔬菜产量达到 100 吨, 求蔬菜产量的年平均增长率, 设蔬菜产量的年平均增长率为 x , 则可列方程为 ()

- A. $80(1+x)^2 = 100$ B. $100(1-x)^2 = 80$
C. $80(1+2x) = 100$ D. $80(1+x^2) = 100$

12. (3分) 如图, 矩形纸片 $ABCD$, $AB = 4$, $BC = 3$, 点 P 在 BC 边上, 将 $\triangle CDP$ 沿 DP 折叠, 点 C 落在点 E 处, PE 、 DE 分别交 AB 于点 O 、 F , 且 $OP = OF$, 则 $\cos \angle ADF$ 的值为 ()



A. $\frac{11}{13}$

B. $\frac{13}{15}$

C. $\frac{15}{17}$

D. $\frac{17}{19}$

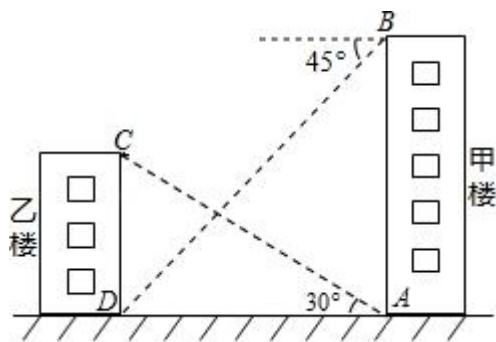
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13.（3 分）要使二次根式 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

14.（3 分）因式分解： $2a^2 - 2 =$ _____.

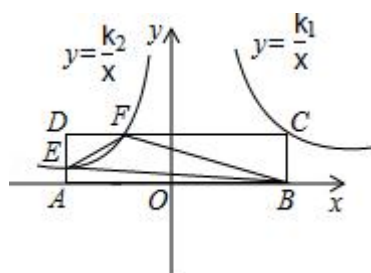
15.（3 分）已知一组数据 6, x , 3, 3, 5, 1 的众数是 3 和 5，则这组数据的中位数是_____.

16.（3 分）如图，从甲楼底部 A 处测得乙楼顶部 C 处的仰角是 30° ，从甲楼顶部 B 处测得乙楼底部 D 处的俯角是 45° ，已知甲楼的高 AB 是 $120m$ ，则乙楼的高 CD 是_____ m （结果保留根号）



17.（3 分）观察下列等式： $3^0 = 1$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$, $3^5 = 243$, $\dots$ ，根据其中规律可得 $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ 的结果的个位数字是_____.

18.（3 分）如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在 x 轴上，且关于 y 轴对称，反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 C ，反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($x < 0$) 的图象分别与 AD , CD 交于点 E , F ，若 $S_{\triangle BEF} = 7$, $k_1 + 3k_2 = 0$ ，则 k_1 等于_____.



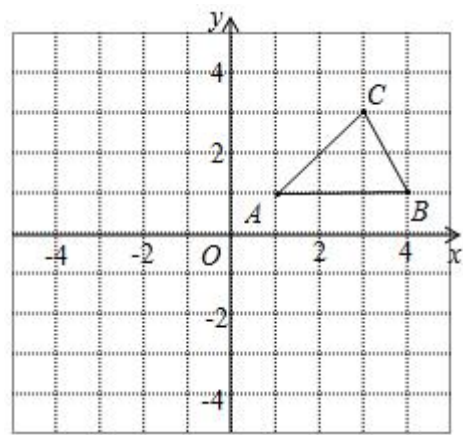
三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分，解答题因写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（6 分）计算： $|-4|+3\tan 60^\circ - \sqrt{12} - (\frac{1}{2})^{-1}$

20.（6 分）解分式方程： $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2x}{3x-3}$.

21.（8 分）如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(1, 1)$ ， $B(4, 1)$ ， $C(3, 3)$.

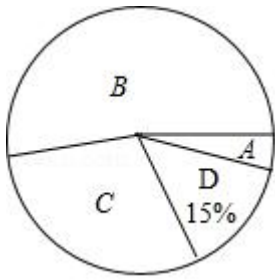
- (1) 将 $\triangle ABC$ 向下平移 5 个单位后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- (3) 判断以 O ， A_1 ， B 为顶点的三角形的形状.（无须说明理由）



22.（8 分）某市将开展以“走进中国数学史”为主题的知识竞赛活动，红树林学校对本校 100 名参加选拔赛的同学的成绩按 A ， B ， C ， D 四个等级进行统计，绘制成如下不完整的统计表和扇形统计图：

成绩等级	频数（人数）	频率
A	4	0.04
B	m	0.51
C	n	
D		
合计	100	1

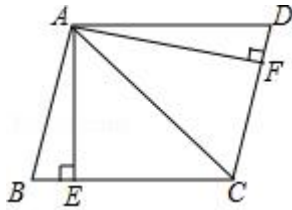
- (1) 求 $m =$ _____， $n =$ _____；
- (2) 在扇形统计图中，求“ C 等级”所对应心角的度数；
- (3) 成绩等级为 A 的 4 名同学中有 1 名男生和 3 名女生，现从中随机挑选 2 名同学代表学校参加全市比赛，请用树状图法或者列表法求出恰好选中“1 男 1 女”的概率.



23. (8分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AE \perp BC$, $AF \perp CD$, 垂足分别为 E , F , 且 $BE = DF$.

(1) 求证: $\square ABCD$ 是菱形;

(2) 若 $AB = 5$, $AC = 6$, 求 $\square ABCD$ 的面积.



24. (10分) 某公司在甲、乙仓库共存放某种原料 450 吨, 如果运出甲仓库所存原料的 60%, 乙仓库所存原料的 40%, 那么乙仓库剩余的原料比甲仓库剩余的原料多 30 吨.

(1) 求甲、乙两仓库各存放原料多少吨?

(2) 现公司需将 300 吨原料运往工厂, 从甲、乙两个仓库到工厂的运价分别为 120 元/吨和 100 元/吨. 经协商, 从甲仓库到工厂的运价可优惠 a 元/吨 ($10 \leq a \leq 30$), 从乙仓库到工厂的运价不变, 设从甲仓库运 m 吨原料到工厂, 请求出总运费 W 关于 m 的函数解析式 (不要求写出 m 的取值范围);

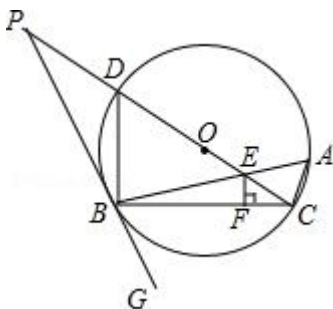
(3) 在 (2) 的条件下, 请根据函数的性质说明: 随着 m 的增大, W 的变化情况.

25. (10分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle CBG = \angle A$, CD 为直径, OC 与 AB 相交于点 E , 过点 E 作 $EF \perp BC$, 垂足为 F , 延长 CD 交 GB 的延长线于点 P , 连接 BD .

(1) 求证: PG 与 $\odot O$ 相切;

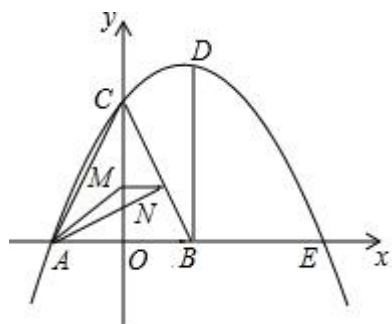
(2) 若 $\frac{EF}{AC} = \frac{5}{8}$, 求 $\frac{BE}{OC}$ 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 若 $\odot O$ 的半径为 8, $PD = OD$, 求 OE 的长.



26. (10分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 - 5ax + c$ 与坐标轴分别交于点 A , C , E 三点, 其中 $A(-3, 0)$, $C(0, 4)$, 点 B 在 x 轴上, $AC = BC$, 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴交抛物线于点 D , 点 M , N 分别是线段 CO , BC 上的动点, 且 $CM = BN$, 连接 MN , AM , AN .

- (1) 求抛物线的解析式及点 D 的坐标;
- (2) 当 $\triangle CMN$ 是直角三角形时, 求点 M 的坐标;
- (3) 试求出 $AM + AN$ 的最小值.



2018 年广西南宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。）

1.（3 分）-3 的倒数是（ ）

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

【考点】17：倒数.

【分析】根据倒数的定义可得 -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

【解答】解：-3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

故选：C.

【点评】主要考查倒数的概念及性质. 倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2.（3 分）下列美丽的壮锦图案是中心对称图形的是（ ）



【考点】R5：中心对称图形.

【分析】根据把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心可得答案.

【解答】解：A、是中心对称图形，故此选项正确；

B、不是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是中心对称图形，故此选项错误；

D、不是中心对称图形，故此选项错误；

故选：A.

【点评】此题主要考查了中心对称图形，关键是掌握中心对称图形的定义.

3.（3 分）2018 年俄罗斯世界杯开幕式于 6 月 14 日在莫斯科卢日尼基球场举行，该球场可

容纳 81000 名观众，其中数据 81000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 81×10^3 B. 8.1×10^4 C. 8.1×10^5 D. 0.81×10^5

【考点】1I: 科学记数法—表示较大的数.

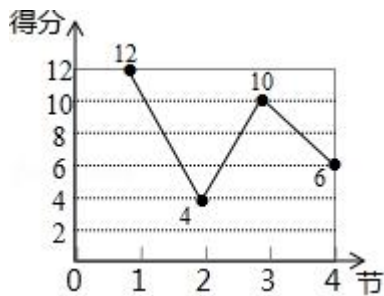
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：81000 用科学记数法表示为 8.1×10^4 ，

故选：B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (3 分) 某球员参加一场篮球比赛，比赛分 4 节进行，该球员每节得分如折线统计图所示，则该球员平均每节得分为（ ）



- A. 7 分 B. 8 分 C. 9 分 D. 10 分

【考点】VD: 折线统计图；W1: 算术平均数.

【分析】根据平均分的定义即可判断；

【解答】解：该球员平均每节得分 $= \frac{12+4+10+6}{4} = 8$ ，

故选：B.

【点评】本题考查折线统计图、平均数的定义等知识，解题的关键是理解题意，掌握平均数的定义；

5. (3 分) 下列运算正确的是（ ）

- A. $a(a+1) = a^2+1$ B. $(a^2)^3 = a^5$
C. $3a^2+a = 4a^3$ D. $a^5 \div a^2 = a^3$

【考点】35: 合并同类项；47: 幂的乘方与积的乘方；48: 同底数幂的除法；4A: 单项式乘多项式.

【分析】根据单项式乘多项式、合并同类项、同底数幂的除法以及幂的乘方的运算法则，

分别对每一项进行分析即可得出答案.

【解答】解: A 、 $a(a+1) = a^2+a$, 故本选项错误;

B 、 $(a^2)^3 = a^6$, 故本选项错误;

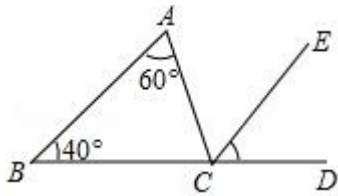
C 、不是同类项不能合并, 故本选项错误;

D 、 $a^5 \div a^2 = a^3$, 故本选项正确.

故选: D .

【点评】此题考查了单项式乘多项式、合并同类项、同底数幂的除法以及幂的乘方, 熟练掌握运算法则是解题的关键.

6. (3分) 如图, $\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角, CE 平分 $\angle ACD$, 若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 则 $\angle ECD$ 等于 ()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 55°

【考点】K8: 三角形的外角性质.

【分析】根据三角形外角性质求出 $\angle ACD$, 根据角平分线定义求出即可.

【解答】解: $\because \angle A = 60^\circ$, $\angle B = 40^\circ$,

$$\therefore \angle ACD = \angle A + \angle B = 100^\circ,$$

$\because CE$ 平分 $\angle ACD$,

$$\therefore \angle ECD = \frac{1}{2} \angle ACD = 50^\circ,$$

故选: C .

【点评】本题考查了角平分线定义和三角形外角性质, 能熟记三角形外角性质的内容是解此题的关键.

7. (3分) 若 $m > n$, 则下列不等式正确的是 ()

- A. $m - 2 < n - 2$ B. $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$ C. $6m < 6n$ D. $-8m > -8n$

【考点】C2: 不等式的性质.

【分析】将原不等式两边分别都减 2、都除以 4、都乘以 6、都乘以 -8 , 根据不等式得基本性质逐一判断即可得.

【解答】解: A 、将 $m > n$ 两边都减 2 得: $m - 2 > n - 2$, 此选项错误;

B、将 $m > n$ 两边都除以 4 得： $\frac{m}{4} > \frac{n}{4}$ ，此选项正确；

C、将 $m > n$ 两边都乘以 6 得： $6m > 6n$ ，此选项错误；

D、将 $m > n$ 两边都乘以 -8，得： $-8m < -8n$ ，此选项错误；

故选：B.

【点评】 本题主要考查不等式的性质，解题的关键是掌握不等式的基本性质，尤其是性质不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变.

8. (3 分) 从 -2, -1, 2 这三个数中任取两个不同的数相乘，积为正数的概率是 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{4}$

【考点】 X6: 列表法与树状图法.

【分析】 首先根据题意列出表格，然后由表格即可求得所有等可能的结果与积为正数的情况，再利用概率公式求解即可求得答案.

【解答】 解：列表如下：

积	- 2	- 1	2
- 2		2	- 4
- 1	2		- 2
2	- 4	- 2	

由表可知，共有 6 种等可能结果，其中积为正数的有 2 种结果，

所以积为正数的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$,

故选：C.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件；注意概率 = 所求情况数与总情况数之比.

9. (3 分) 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$ 向左平移 2 个单位后，得到新抛物线的解析式为 ()

A. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 5$

B. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 5$

C. $y = \frac{1}{2}(x - 8)^2 + 3$

D. $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$

【考点】 H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】 直接利用配方法将原式变形，进而利用平移规律得出答案.

【解答】解： $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 21$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 12x) + 21$$

$$= \frac{1}{2}[(x - 6)^2 - 36] + 21$$

$$= \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3,$$

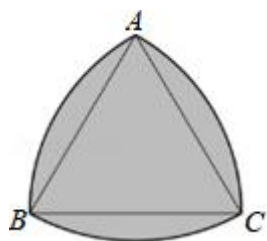
故 $y = \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 3$ ，向左平移 2 个单位后，

得到新抛物线的解析式为： $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + 3$ 。

故选：D。

【点评】此题主要考查了二次函数图象与几何变换，正确配方将原式变形是解题关键。

10. (3 分) 如图，分别以等边三角形 ABC 的三个顶点为圆心，以边长为半径画弧，得到的封闭图形是莱洛三角形，若 $AB = 2$ ，则莱洛三角形的面积（即阴影部分面积）为（ ）



A. $\pi + \sqrt{3}$

B. $\pi - \sqrt{3}$

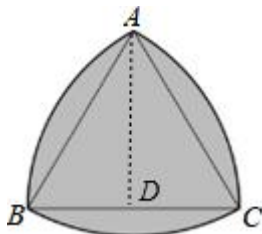
C. $2\pi - \sqrt{3}$

D. $2\pi - 2\sqrt{3}$

【考点】KK：等边三角形的性质；MO：扇形面积的计算。

【分析】图中三角形的面积是由三块相同的扇形叠加而成，其面积 = 三块扇形的面积相加，再减去两个等边三角形的面积，分别求出即可。

【解答】解：过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，



$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB = AC = BC = 2$ ， $\angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$ ，

$\because AD \perp BC$ ，

$\therefore BD = CD = 1$ ， $AD = \sqrt{3}BD = \sqrt{3}$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times BC \times AD = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$ 。

$$S_{\text{扇形} BAC} = \frac{60\pi \times 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi,$$

$$\therefore \text{莱洛三角形的面积 } S = 3 \times \frac{2}{3}\pi - 2 \times \sqrt{3} = 2\pi - 2\sqrt{3},$$

故选：D.

【点评】 本题考查了等边三角形的性质和扇形的面积计算，能根据图形得出莱洛三角形的面积 = 三块扇形的面积相加、再减去两个等边三角形的面积是解此题的关键.

11. (3分) 某种植基地 2016 年蔬菜产量为 80 吨，预计 2018 年蔬菜产量达到 100 吨，求蔬菜产量的年平均增长率，设蔬菜产量的年平均增长率为 x ，则可列方程为 ()

A. $80(1+x)^2 = 100$

B. $100(1-x)^2 = 80$

C. $80(1+2x) = 100$

D. $80(1+x^2) = 100$

【考点】 AC: 由实际问题抽象出一元二次方程.

【分析】 利用增长后的量 = 增长前的量 $\times$ (1+增长率)，设平均每次增长的百分率为 x ，根据“从 80 吨增加到 100 吨”，即可得出方程.

【解答】 解：由题意知，蔬菜产量的年平均增长率为 x ，

根据 2016 年蔬菜产量为 80 吨，则 2017 年蔬菜产量为 $80(1+x)$ 吨

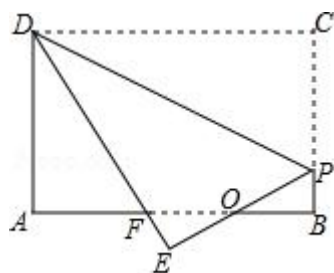
，2018 年蔬菜产量为 $80(1+x)(1+x)$ 吨，预计 2018 年蔬菜产量达到 100 吨，

即： $80(1+x)(1+x) = 100$ 或 $80(1+x)^2 = 100$.

故选：A.

【点评】 此题考查了一元二次方程的应用（增长率问题）. 解题的关键在于理清题目的含义，找到 2017 年和 2018 年的产量的代数式，根据条件找准等量关系式，列出方程.

12. (3分) 如图，矩形纸片 $ABCD$ ， $AB=4$ ， $BC=3$ ，点 P 在 BC 边上，将 $\triangle CDP$ 沿 DP 折叠，点 C 落在点 E 处， PE 、 DE 分别交 AB 于点 O 、 F ，且 $OP=OF$ ，则 $\cos \angle ADF$ 的值为 ()



A. $\frac{11}{13}$

B. $\frac{13}{15}$

C. $\frac{15}{17}$

D. $\frac{17}{19}$

【考点】 LB: 矩形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题); T7: 解直角三角形.

【分析】根据折叠的性质可得出 $DC = DE$ 、 $CP = EP$ ，由 $\angle EOF = \angle BOP$ 、 $\angle B = \angle E$ 、 $OP = OF$ 可得出 $\triangle OEF \cong \triangle OBP$ (AAS)，根据全等三角形的性质可得出 $OE = OB$ 、 $EF = BP$ ，设 $EF = x$ ，则 $BP = x$ 、 $DF = 4 - x$ 、 $BF = PC = 3 - x$ ，进而可得出 $AF = 1 + x$ ，在 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中，利用勾股定理可求出 x 的值，再利用余弦的定义即可求出 $\cos \angle ADF$ 的值。

【解答】解：根据折叠，可知： $\triangle DCP \cong \triangle DEP$ ，

$\therefore DC = DE = 4$ ， $CP = EP$ 。

在 $\triangle OEF$ 和 $\triangle OBP$ 中，
$$\begin{cases} \angle EOF = \angle BOP \\ \angle B = \angle E = 90^\circ \\ OP = OF \end{cases}$$

$\therefore \triangle OEF \cong \triangle OBP$ (AAS)，

$\therefore OE = OB$ ， $EF = BP$ 。

设 $EF = x$ ，则 $BP = x$ ， $DF = DE - EF = 4 - x$ ，

又 $\because BF = OB + OF = OE + OP = PE = PC$ ， $PC = BC - BP = 3 - x$ ，

$\therefore AF = AB - BF = 1 + x$ 。

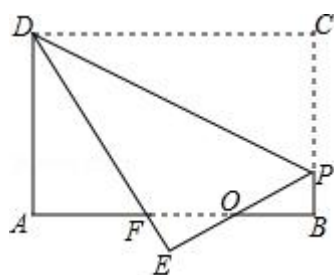
在 $\text{Rt}\triangle DAF$ 中， $AF^2 + AD^2 = DF^2$ ，即 $(1+x)^2 + 3^2 = (4-x)^2$ ，

解得： $x = \frac{3}{5}$ ，

$\therefore DF = 4 - x = \frac{17}{5}$ ，

$\therefore \cos \angle ADF = \frac{AD}{DF} = \frac{15}{17}$ 。

故选：C。



【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质、勾股定理以及解直角三角形，利用勾股定理结合 $AF = 1 + x$ ，求出 AF 的长度是解题的关键。

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13.（3 分）要使二次根式 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是 $x \geq 5$ 。

【考点】72：二次根式有意义的条件。

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解。

【解答】解：由题意得， $x - 5 \geq 0$ ，

解得 $x \geq 5$ ．

故答案为： $x \geq 5$ ．

【点评】本题考查的知识点为：二次根式的被开方数是非负数．

14. (3分) 因式分解： $2a^2 - 2 = \underline{2(a+1)(a-1)}$ ．

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用．

【分析】原式提取2，再利用平方差公式分解即可．

【解答】解：原式 $= 2(a^2 - 1)$

$= 2(a+1)(a-1)$ ．

故答案为： $2(a+1)(a-1)$ ．

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

15. (3分) 已知一组数据 6, x , 3, 3, 5, 1 的众数是 3 和 5，则这组数据的中位数是 4．

【考点】W4：中位数；W5：众数．

【分析】先根据众数的定义求出 $x = 5$ ，再根据中位数的定义求解可得．

【解答】解： $\because$ 数据 6, x , 3, 3, 5, 1 的众数是 3 和 5，

$\therefore x = 5$ ，

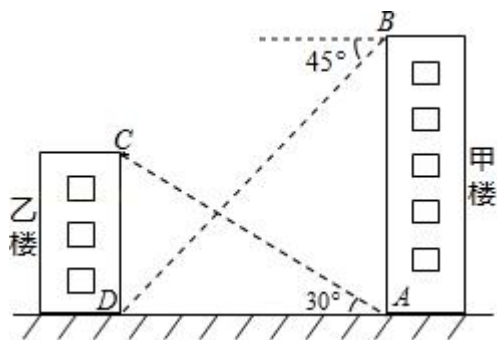
则数据为 1、3、3、5、5、6，

$\therefore$ 这组数据为 $\frac{3+5}{2} = 4$ ，

故答案为：4．

【点评】本题主要考查众数和中位数，解题的关键是掌握众数和中位数的定义．

16. (3分) 如图，从甲楼底部 A 处测得乙楼顶部 C 处的仰角是 30° ，从甲楼顶部 B 处测得乙楼底部 D 处的俯角是 45° ，已知甲楼的高 AB 是 $120m$ ，则乙楼的高 CD 是 $40\sqrt{3}$ m (结果保留根号)



【考点】TA：解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【分析】利用等腰直角三角形的性质得出 $AB = AD$ ，再利用锐角三角函数关系得出答案.

【解答】解：由题意可得： $\angle BDA = 45^\circ$ ，

则 $AB = AD = 120m$ ，

又 $\because \angle CAD = 30^\circ$ ，

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ADC$ 中，

$$\tan \angle CDA = \tan 30^\circ = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得： $CD = 40\sqrt{3} (m)$ ，

故答案为： $40\sqrt{3}$.

【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，正确得出 $\tan \angle CDA = \tan 30^\circ = \frac{CD}{AD}$ 是解题关键.

17. (3 分) 观察下列等式： $3^0 = 1$ ， $3^1 = 3$ ， $3^2 = 9$ ， $3^3 = 27$ ， $3^4 = 81$ ， $3^5 = 243$ ， $\dots$ ， 根据其规律可得 $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ 的结果的个位数字是 3.

【考点】1Q：尾数特征；37：规律型：数字的变化类.

【分析】首先得出尾数变化规律，进而得出 $3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ 的结果的个位数字.

【解答】解： $\because 3^0 = 1$ ， $3^1 = 3$ ， $3^2 = 9$ ， $3^3 = 27$ ， $3^4 = 81$ ， $3^5 = 243$ ， $\dots$ ，

$\therefore$ 个位数 4 个数一循环，

$\therefore (2018+1) \div 4 = 504$ 余 3，

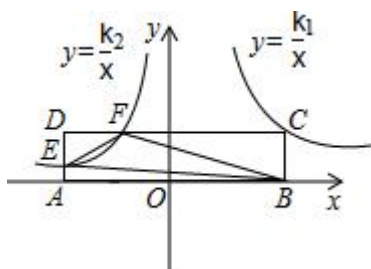
$\therefore 1+3+9 = 13$ ，

$\therefore 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ 的结果的个位数字是： 3.

故答案为： 3.

【点评】此题主要考查了尾数特征，正确得出尾数变化规律是解题关键.

18. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在 x 轴上, 且关于 y 轴对称, 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 C , 反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ ($x < 0$) 的图象分别与 AD , CD 交于点 E, F , 若 $S_{\triangle BEF} = 7$, $k_1 + 3k_2 = 0$, 则 k_1 等于 9.



【考点】 G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; P5: 关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

【分析】 设出点 A 坐标, 根据函数关系式分别表示各点坐标, 根据割补法表示 $\triangle BEF$ 的面积, 构造方程.

【解答】 解: 设点 B 的坐标为 $(a, 0)$, 则 A 点坐标为 $(-a, 0)$

由图象可知, 点 $C(a, \frac{k_1}{a})$, $E(-a, -\frac{k_2}{a})$, $D(-a, \frac{k_1}{a})$, $F(-\frac{a}{3}, \frac{k_1}{a})$

矩形 $ABCD$ 面积为: $2a \cdot \frac{k_1}{a} = 2k_1$

$$\therefore S_{\triangle DEF} = \frac{DE \cdot DF}{2} = \frac{\frac{2}{3}a \times (-\frac{2k_2}{a})}{2} = -\frac{2}{3}k_2$$

$$S_{\triangle BCF} = \frac{CF \cdot BC}{2} = \frac{\frac{4}{3}a \times \frac{k_1}{a}}{2} = \frac{2}{3}k_1$$

$$S_{\triangle ABE} = \frac{AB \cdot AE}{2} = \frac{2a \times (-\frac{k_2}{a})}{2} = -k_2$$

$$\because S_{\triangle BEF} = 7$$

$$\therefore 2k_1 + \frac{2}{3}k_2 - \frac{2}{3}k_1 + k_2 = 7 \quad \text{①}$$

$$\because k_1 + 3k_2 = 0$$

$$\therefore k_2 = -\frac{1}{3}k_1 \text{ 代入①式得}$$

$$\frac{4}{3}k_1 + \frac{5}{3} \times (-\frac{1}{3}k_1) = 7$$

解得 $k_1 = 9$

故答案为: 9

【点评】本题是反比例函数综合题，解题关键是设出点坐标表示相关各点，应用面积法构造方程.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分，解答题因写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（6 分）计算： $|-4|+3\tan 60^\circ - \sqrt{12} - (\frac{1}{2})^{-1}$

【考点】2C：实数的运算；6F：负整数指数幂；T5：特殊角的三角函数值.

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及二次根式的性质和负指数幂的性质分别化简得出答案.

【解答】解：原式 $= 4 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 2$
 $= \sqrt{3} + 2.$

【点评】此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

20.（6 分）解分式方程： $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2x}{3x-3}.$

【考点】B3：解分式方程.

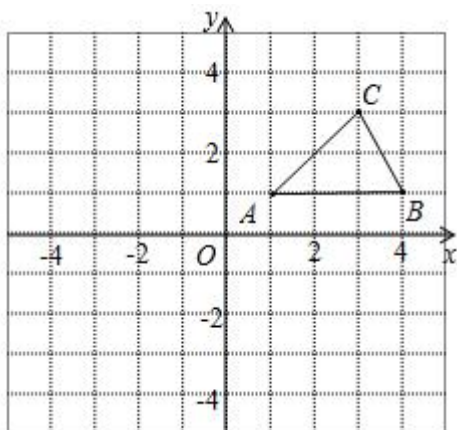
【分析】根据解分式方程的步骤：①去分母；②求出整式方程的解；③检验；④得出结论依次计算可得.

【解答】解：两边都乘以 $3(x-1)$ ，得： $3x - 3(x-1) = 2x$ ，
解得： $x = 1.5$ ，
检验： $x = 1.5$ 时， $3(x-1) = 1.5 \neq 0$ ，
所以分式方程的解为 $x = 1.5$.

【点评】本题主要考查解分式方程，解题的关键是掌握解分式方程的步骤：①去分母；②求出整式方程的解；③检验；④得出结论.

21.（8 分）如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(1, 1)$ ， $B(4, 1)$ ， $C(3, 3)$.

- （1）将 $\triangle ABC$ 向下平移 5 个单位后得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- （2）将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请画出 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- （3）判断以 O ， A_1 ， B 为顶点的三角形的形状。（无须说明理由）



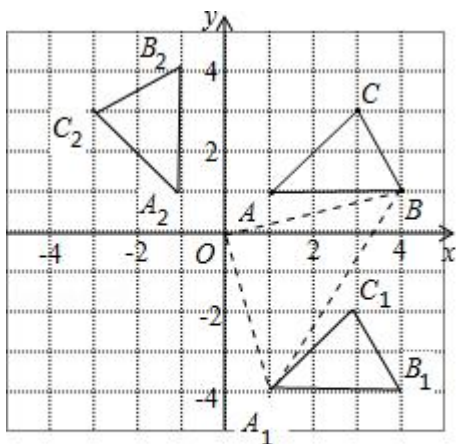
【考点】Q4：作图 - 平移变换；R8：作图 - 旋转变换．

【分析】(1) 利用点平移的坐标特征写出 A_1 、 B_1 、 C_1 的坐标，然后描点即可得到 $\triangle A_1B_1C_1$ 为所作；

(2) 利用网格特性和旋转的性质画出 A 、 B 、 C 的对应点 A_2 、 B_2 、 C_2 ，从而得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，

(3) 根据勾股定理逆定理理解答即可．

【解答】解：(1) 如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求：



(2) 如图所示， $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求：

(3) 三角形的形状为等腰直角三角形， $OB = OA_1 = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$ ， $A_1B = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$ ，
即 $OB^2 + OA_1^2 = A_1B^2$ ，

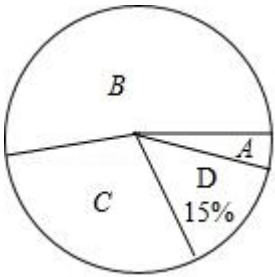
所以三角形的形状为等腰直角三角形．

【点评】本题考查了作图 - 旋转变换：根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形．

22. (8分) 某市将开展以“走进中国数学史”为主题的知识竞赛活动，红树林学校对本校100名参加选拔赛的同学的成绩按A, B, C, D四个等级进行统计，绘制成如下不完整的统计表和扇形统计图：

成绩等级	频数(人数)	频率
A	4	0.04
B	m	0.51
C	n	
D		
合计	100	1

- (1) 求 $m = \underline{51}$, $n = \underline{30}$;
- (2) 在扇形统计图中, 求“C等级”所对应心角的度数;
- (3) 成绩等级为A的4名同学中有1名男生和3名女生, 现从中随机挑选2名同学代表学校参加全市比赛, 请用树状图法或者列表法求出恰好选中“1男1女”的概率.



【考点】 V7: 频数(率)分布表; VB: 扇形统计图; X6: 列表法与树状图法.

【分析】 (1) 由A的人数和其所占的百分比即可求出总人数, 由此即可解决问题;

(2) 由总人数求出C等级人数, 根据其占被调查人数的百分比可求出其所对应扇形的圆心角的度数;

(3) 列表得出所有等可能的情况数, 找出刚好抽到一男一女的情况数, 即可求出所求的概率;

【解答】 解: (1) 参加本次比赛的学生有: $4 \div 0.04 = 100$ (人);

$$m = 0.51 \times 100 = 51 \text{ (人)},$$

$$D \text{ 组人数} = 100 \times 15\% = 15 \text{ (人)},$$

$$n = 100 - 4 - 51 - 15 = 30 \text{ (人)}$$

故答案为 51, 30;

(2) B 等级的学生共有： $50 - 4 - 20 - 8 - 2 = 16$ (人)。

$\therefore$ 所占的百分比为： $16 \div 50 = 32\%$

$\therefore C$ 等级所对应扇形的圆心角度数为： $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$ 。

(3) 列表如下：

	男	女 1	女 2	女 3
男	- - -	(女, 男)	(女, 男)	(女, 男)
女 1	(男, 女)	- - -	(女, 女)	(女, 女)
女 2	(男, 女)	(女, 女)	- - -	(女, 女)
女 3	(男, 女)	(女, 女)	(女, 女)	- - -

$\therefore$ 共有 12 种等可能的结果，选中 1 名男生和 1 名女生结果的有 6 种。

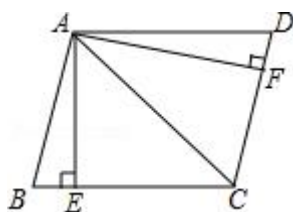
$\therefore P(\text{选中 1 名男生和 1 名女生}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ 。

【点评】 此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比。

23. (8 分) 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，垂足分别为 E ， F ，且 $BE = DF$ 。

(1) 求证： $\square ABCD$ 是菱形；

(2) 若 $AB = 5$ ， $AC = 6$ ，求 $\square ABCD$ 的面积。



【考点】 KD：全等三角形的判定与性质；L5：平行四边形的性质；LA：菱形的判定与性质。

【分析】 (1) 利用全等三角形的性质证明 $AB = AD$ 即可解决问题；

(2) 连接 BD 交 AC 于 O ，利用勾股定理求出对角线的长即可解决问题；

【解答】 (1) 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle B = \angle D$ ，

$\because AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，

$$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\because BE = DF,$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle AFD$$

$$\therefore AB = AD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2) 连接 BD 交 AC 于 O .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC = 6$,

$$\therefore AC \perp BD,$$

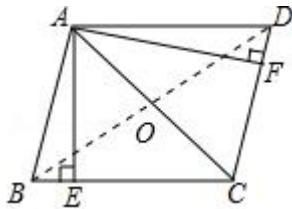
$$AO = OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3,$$

$$\because AB = 5, AO = 3,$$

$$\therefore BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore BD = 2BO = 8,$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } ABCD} = \frac{1}{2} \times AC \times BD = 24.$$



【点评】 本题考查菱形的判定和性质、勾股定理、全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

24. (10 分) 某公司在甲、乙仓库共存放某种原料 450 吨，如果运出甲仓库所存原料的 60%，乙仓库所存原料的 40%，那么乙仓库剩余的原料比甲仓库剩余的原料多 30 吨.

(1) 求甲、乙两仓库各存放原料多少吨？

(2) 现公司需将 300 吨原料运往工厂，从甲、乙两个仓库到工厂的运价分别为 120 元/吨和 100 元/吨. 经协商，从甲仓库到工厂的运价可优惠 a 元/吨 ($10 \leq a \leq 30$)，从乙仓库到工厂的运价不变，设从甲仓库运 m 吨原料到工厂，请求出总运费 W 关于 m 的函数解析式 (不要求写出 m 的取值范围)；

(3) 在 (2) 的条件下，请根据函数的性质说明：随着 m 的增大， W 的变化情况.

【考点】 9A：二元一次方程组的应用；FH：一次函数的应用.

【分析】(1) 根据甲乙两仓库原料间的关系, 可得方程组;

(2) 根据甲的运费与乙的运费, 可得函数关系式;

(3) 根据一次函数的性质, 要分类讨论, 可得答案.

【解答】解: (1) 设甲仓库存放原料 x 吨, 乙仓库存放原料 y 吨, 由题意, 得

$$\begin{cases} x+y=450 \\ (1-0.4)y-(1-0.6)x=30 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=240 \\ y=210 \end{cases}$,

甲仓库存放原料 240 吨, 乙仓库存放原料 210 吨;

(2) 由题意, 从甲仓库运 m 吨原料到工厂, 则从乙仓库云原料 $(300-m)$ 吨到工厂, 总运费 $W = (120-a)m + 100(300-m) = (20-a)m + 30000$;

(3) ①当 $10 \leq a < 20$ 时, $20-a > 0$, 由一次函数的性质, 得 W 随 m 的增大而增大,

②当 $a = 20$ 是, $20-a = 0$, W 随 m 的增大没变化;

③当 $20 \leq a \leq 30$ 时, 则 $20-a < 0$, W 随 m 的增大而减小.

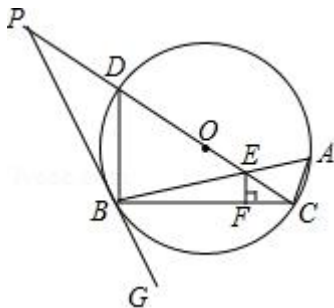
【点评】本题考查了二元一次方程组及一次函数的性质, 解(1)的关键是利用等量关系列出二元一次方程组, 解(2)的关键是利用运费间的关系得出函数解析式; 解(3)的关键是利用一次函数的性质, 要分类讨论.

25. (10 分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle CBG = \angle A$, CD 为直径, OC 与 AB 相交于点 E , 过点 E 作 $EF \perp BC$, 垂足为 F , 延长 CD 交 GB 的延长线于点 P , 连接 BD .

(1) 求证: PG 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $\frac{EF}{AC} = \frac{5}{8}$, 求 $\frac{BE}{OC}$ 的值;

(3) 在(2)的条件下, 若 $\odot O$ 的半径为 8, $PD = OD$, 求 OE 的长.



【考点】MR: 圆的综合题.

【分析】(1) 要证 PG 与 $\odot O$ 相切只需证明 $\angle OBG = 90^\circ$, 由 $\angle A$ 与 $\angle BDC$ 是同弧所对圆周角且 $\angle BDC = \angle DBO$ 可得 $\angle CBG = \angle DBO$, 结合 $\angle DBO + \angle OBC = 90^\circ$ 即可得证;

$\perp AC$ 、连接 OA ，证 $\triangle BEF \sim \triangle OAM$ 得 $\frac{EF}{AM} = \frac{BE}{OA}$ ，由 $AM = \frac{1}{2}AC$ 、 $OA = OC$ 知 $\frac{EF}{\frac{1}{2}AC} = \frac{BE}{OC}$ ，

结合 $\frac{EF}{AC} = \frac{5}{8}$ 即可得;

(3) 在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中求得 $BC=8\sqrt{3}$ 、 $\angle DCB=30^\circ$ ，在 $\text{Rt}\triangle EFC$ 中设 $EF=x$ ，知 $EC=2x$ 、 $FC=\sqrt{3}x$ 、 $BF=8\sqrt{3}-\sqrt{3}x$ ，继而在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中利用勾股定理求出 x 的，从而得出答案.

$$\because \angle BAC = \angle BDC, \angle BDC = \angle GBC,$$

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle GBC + \angle OBC = 90^\circ \quad ,$$

$\therefore PG$ 与 $\odot O$ 相切;

$$\text{则 } \angle AOM = \angle COM = \frac{1}{2} \angle AOC,$$
$$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC,$$
$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle OAM,$$

$$\therefore \frac{EF}{AM} = \frac{BE}{OA},$$

$$\because AM = \frac{1}{2}AC, \quad OA = OC,$$

$$\therefore \frac{EF}{\frac{1}{2}AC} = \frac{BE}{OC},$$

$$\text{又} \because \frac{EF}{AC} = \frac{5}{8},$$

$$\therefore \frac{BE}{OC} = 2 \times \frac{EF}{AC} = 2 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{4};$$

$$(3) \because PD = OD, \quad \angle PBO = 90^\circ,$$

$$\therefore BD = OD = 8,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DBC \text{ 中, } BC = \sqrt{DC^2 - BD^2} = 8\sqrt{3},$$

$$\text{又} \because OD = OB,$$

$$\therefore \triangle DOB \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore \angle DOB = 60^\circ,$$

$$\because \angle DOB = \angle OBC + \angle OCB, \quad OB = OC,$$

$$\therefore \angle OCB = 30^\circ,$$

$$\therefore \frac{EF}{CE} = \frac{1}{2}, \quad \frac{FC}{EF} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \text{可设 } EF = x, \text{ 则 } EC = 2x, \quad FC = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore BF = 8\sqrt{3} - \sqrt{3}x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BEF \text{ 中, } BE^2 = EF^2 + BF^2,$$

$$\therefore 100 = x^2 + (8\sqrt{3} - \sqrt{3}x)^2,$$

$$\text{解得: } x = 6 \pm \sqrt{13},$$

$$\because 6 + \sqrt{13} > 8, \text{ 舍去,}$$

$$\therefore x = 6 - \sqrt{13},$$

$$\therefore EC = 12 - 2\sqrt{13},$$

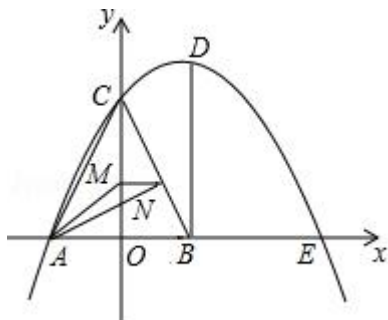
$$\therefore OE = 8 - (12 - 2\sqrt{13}) = 2\sqrt{13} - 4.$$

【点评】 本题主要考查圆的综合问题，解题的关键是掌握圆周角定理、圆心角定理、相似三角形的判定与性质、直角三角形的性质等知识点。

26. (10分) 如图，抛物线 $y = ax^2 - 5ax + c$ 与坐标轴分别交于点 A ， C ， E 三点，其中 A (-

3, 0), $C(0, 4)$, 点 B 在 x 轴上, $AC = BC$, 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴交抛物线于点 D , 点 M , N 分别是线段 CO , BC 上的动点, 且 $CM = BN$, 连接 MN , AM , AN .

- (1) 求抛物线的解析式及点 D 的坐标;
- (2) 当 $\triangle CMN$ 是直角三角形时, 求点 M 的坐标;
- (3) 试求出 $AM + AN$ 的最小值.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】(1) 利用待定系数法求抛物线解析式; 利用等腰三角形的性质得 $B(3, 0)$, 然后计算自变量为 3 所对应的二次函数值可得到 D 点坐标;

(2) 利用勾股定理计算出 $BC = 5$, 设 $M(0, m)$, 则 $BN = 4 - m$, $CN = 5 - (4 - m) = m + 1$, 由于 $\angle MCN = \angle OCB$, 根据相似三角形的判定方法, 当 $\frac{CM}{CO} = \frac{CN}{CB}$ 时, $\triangle CMN \sim \triangle COB$, 于是有 $\angle CMN = \angle COB = 90^\circ$, 即 $\frac{4-m}{4} = \frac{m+1}{5}$; 当 $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CO}$ 时, $\triangle CMN \sim \triangle CBO$, 于是有 $\angle CNM = \angle COB = 90^\circ$, 即 $\frac{4-m}{5} = \frac{m+1}{4}$, 然后分别求出 m 的值即可得到 M 点的坐标;

(3) 连接 DN , AD , 如图, 先证明 $\triangle ACM \cong \triangle DBN$, 则 $AM = DN$, 所以 $AM + AN = DN + AN$, 利用三角形三边的关系得到 $DN + AN \geq AD$ (当且仅当点 A , N , D 共线时取等号), 然后计算出 AD 即可.

【解答】解: (1) 把 $A(-3, 0)$, $C(0, 4)$ 代入 $y = ax^2 - 5ax + c$ 得 $\begin{cases} 9a + 15a + c = 0 \\ c = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ c = 4 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{6}x^2 + \frac{5}{6}x + 4$;

$\because AC = BC$, $CO \perp AB$,

$\therefore OB = OA = 3$,

$\therefore B(3, 0)$,

$\because BD \perp x$ 轴交抛物线于点 D ,

$\therefore D$ 点的横坐标为 3,

$$\text{当 } x = 3 \text{ 时, } y = -\frac{1}{6} \times 9 + \frac{5}{6} \times 3 + 4 = 5,$$

$\therefore D$ 点坐标为 $(3, 5)$;

$$(2) \text{ 在 Rt}\triangle OBC \text{ 中, } BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

设 $M(0, m)$, 则 $BN = 4 - m$, $CN = 5 - (4 - m) = m + 1$,

$\because \angle MCN = \angle OCB$,

$\therefore$ 当 $\frac{CM}{CO} = \frac{CN}{CB}$ 时, $\triangle CMN \sim \triangle COB$, 则 $\angle CMN = \angle COB = 90^\circ$, 即 $\frac{4-m}{4} = \frac{m+1}{5}$, 解得 m

$= \frac{16}{9}$, 此时 M 点坐标为 $(0, \frac{16}{9})$;

当 $\frac{CM}{CB} = \frac{CN}{CO}$ 时, $\triangle CMN \sim \triangle CBO$, 则 $\angle CNM = \angle COB = 90^\circ$, 即 $\frac{4-m}{5} = \frac{m+1}{4}$, 解得 $m =$

$\frac{11}{9}$, 此时 M 点坐标为 $(0, \frac{11}{9})$;

综上所述, M 点的坐标为 $(0, \frac{16}{9})$ 或 $(0, \frac{11}{9})$;

(3) 连接 DN , AD , 如图,

$\because AC = BC$, $CO \perp AB$,

$\therefore OC$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore \angle ACO = \angle BCO$,

$\because BD \parallel OC$,

$\therefore \angle BCO = \angle DBC$,

$\because DB = BC = AC = 5$, $CM = BN$,

$\therefore \triangle ACM \cong \triangle DBN$,

$\therefore AM = DN$,

$\therefore AM + AN = DN + AN$,

而 $DN + AN \geq AD$ (当且仅当点 A 、 N 、 D 共线时取等号),

$$\therefore DN + AN \text{ 的最小值} = \sqrt{6^2 + 5^2} = \sqrt{61},$$

$\therefore AM + AN$ 的最小值为 $\sqrt{61}$.

考点卡片

1. 倒数

(1) 倒数：乘积是 1 的两数互为倒数.

一般地， $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ ($a \neq 0$)，就说 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(2) 方法指引：

①倒数是除法运算与乘法运算转化的“桥梁”和“渡船”. 正像减法转化为加法及相反数一样，非常重要. 倒数是伴随着除法运算而产生的.

②正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，而 0 没有倒数，这与相反数不同.

【规律方法】求相反数、倒数的方法

求一个数的相反数	求一个数的相反数时，只需在这个数前面加上“-”即可
求一个数的倒数	求一个整数的倒数，就是写成这个整数分之一
	求一个分数的倒数，就是调换分子和分母的位置

注意：0 没有倒数.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数， n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 为正整数.】

(2) 规律方法总结：

①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n .

②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

3. 尾数特征

尾数特征.

4. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、

乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行.

另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度.

5. 合并同类项

(1) 定义：把多项式中同类项合成一项，叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点：

①要掌握同类项的概念，会辨别同类项，并准确地掌握判断同类项的两条标准：带有相同系数的代数项；字母和字母指数；

②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项，经过合并同类项，式的项数会减少，达到化简多项式的目的；

③“合并”是指同类项的系数的相加，并把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变.

6. 规律型：数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点，尤其是与数列有关的命题更是层出不穷，形式多样，它要求在已有知识的基础上去探究，观察思考发现规律.

(1) 探寻数列规律：认真观察、仔细思考，善用联想是解决这类问题的方法.

(2) 利用方程解决问题：当问题中有多个未知数时，可先设出其中一个为 x ，再利用它们之间的关系，设出其他未知数，然后列方程.

7. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则：底数不变，指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别。

(2) 积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果。

8. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减。

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数}, m > n)$$

①底数 $a \neq 0$ ，因为 0 不能做除数；

②单独的一个字母，其指数是 1，而不是 0；

③应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以是多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么。

9. 单项式乘多项式

(1) 单项式与多项式相乘的运算法则：单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加。

(2) 单项式与多项式相乘时，应注意以下几个问题：

①单项式与多项式相乘实质上是转化为单项式乘以单项式；②用单项式去乘多项式中的每一项时，不能漏乘；③注意确定积的符号。

10. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用。

11. 负整数指数幂

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$$

注意：① $a \neq 0$ ；

②计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算，避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误。

③当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数。

④在混合运算中，始终要注意运算的顺序。

12. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件:

- (1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.
- (2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.
- (3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围,并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式,那么它们有意义的条件是:各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母,则除了保证被开方数为非负数外,还必须保证分母不为零.

13. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤:

- (1) 审题:找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.
- (2) 设元:找出题中的两个关键的未知量,并用字母表示出来.
- (3) 列方程组:挖掘题目中的关系,找出两个等量关系,列出方程组.
- (4) 求解.
- (5) 检验作答:检验所求解是否符合实际意义,并作答.

(二)、设元的方法:直接设元与间接设元.

当问题较复杂时,有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数,即为间接设元.无论怎样设元,设几个未知数,就要列几个方程.

14. 由实际问题抽象出一元二次方程

在解决实际问题时,要全面、系统地审清问题的已知和未知,以及它们之间的数量关系,找出并全面表示问题的相等关系,设出未知数,用方程表示出已知量与未知量之间的等量关系,即列出一元二次方程.

15. 解分式方程

- (1) 解分式方程的步骤:①去分母;②求出整式方程的解;③检验;④得出结论.
- (2) 解分式方程时,去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为0,所以应如下检验:

①将整式方程的解代入最简公分母,如果最简公分母的值不为0,则整式方程的解是原分式

方程的解.

②将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值为 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

16. 不等式的性质

(1) 不等式的基本性质

①不等式的两边同时加上(或减去)同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变, 即:

若 $a > b$, 那么 $a \pm m > b \pm m$;

②不等式的两边同时乘以(或除以)同一个正数, 不等号的方向不变, 即:

若 $a > b$, 且 $m > 0$, 那么 $am > bm$ 或 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$;

③不等式的两边同时乘以(或除以)同一个负数, 不等号的方向改变, 即:

若 $a > b$, 且 $m < 0$, 那么 $am < bm$ 或 $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$;

(2) 不等式的变形: ①两边都加、减同一个数, 具体体现为“移项”, 此时不等号方向不变, 但移项要变号; ②两边都乘、除同一个数, 要注意只有乘、除负数时, 不等号方向才改变.

【规律方法】

1. 应用不等式的性质应注意的问题: 在不等式的两边都乘以(或除以)同一个负数时, 一定要改变不等号的方向; 当不等式的两边要乘以(或除以)含有字母的数时, 一定要对字母是否大于 0 进行分类讨论.

2. 不等式的传递性: 若 $a > b$, $b > c$, 则 $a > c$.

17. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数, 要特别注意自变量取值范围的划分, 既要科学合理, 又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时, 可以分析这些变量的关系, 选取其中一个变量作为自变量, 然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

(1) 简单的一次函数问题: ①建立函数模型的方法; ②分段函数思想的应用.

(2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

18. 反比例函数系数 k 的几何意义

比例系数 k 的几何意义

在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$, 且保持不变.

19. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y = k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$;
- ② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③ 在 $y = k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

20. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

21. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的

取值范围要使实际问题有意义.

22. 三角形的外角性质

(1) 三角形外角的定义: 三角形的一边与另一边的延长线组成的角, 叫做三角形的外角.

三角形共有六个外角, 其中有公共顶点的两个相等, 因此共有三对.

(2) 三角形的外角性质:

①三角形的外角和为 360° .

②三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

③三角形的一个外角大于和它不相邻的任何一个内角.

(3) 若研究的角比较多, 要设法利用三角形的外角性质②将它们转化到一个三角形中去.

(4) 探究角度之间的不等关系, 多用外角的性质③, 先从最大角开始, 观察它是哪个三角形的外角.

23. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

24. 等边三角形的性质

(1) 等边三角形的定义: 三条边都相等的三角形叫做等边三角形, 等边三角形是特殊的等腰三角形.

①它可以作为判定一个三角形是否为等边三角形的方法;

②可以得到它与等腰三角形的关系: 等边三角形是等腰三角形的特殊情况. 在等边三角形中, 腰和底、顶角和底角是相对而言的.

(2) 等边三角形的性质: 等边三角形的三个内角都相等, 且都等于 60° .

等边三角形是轴对称图形, 它有三条对称轴; 它的任意一角的平分线都垂直平分对边, 三边的垂直平分线是对称轴.

25. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念: 有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质:

①边: 平行四边形的对边相等.

②角: 平行四边形的对角相等.

③对角线：平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

①平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.

②同底（等底）同高（等高）的平行四边形面积相等.

26. 菱形的判定与性质

(1) 依次连接四边形各边中点所得的四边形称为中点四边形. 不管原四边形的形状怎样改变, 中点四边形的形状始终是平行四边形.

(2) 菱形的中点四边形是矩形（对角线互相垂直的四边形的中点四边形定为矩形, 对角线相等的四边形的中点四边形定为菱形.）____ (3) 菱形是在平行四边形的前提下定义的, 首先它是平行四边形, 但它是特殊的平行四边形, 特殊之处就是“有一组邻边相等”, 因而就增加了一些特殊的性质和不同于平行四边形的判定方法.

(4) 正方形是特殊的菱形, 菱形不一定是正方形, 所以, 在同一平面上四边相等的图形不只是正方形.

27. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有;

②角: 矩形的四个角都是直角;

③边: 邻边垂直;

④对角线: 矩形的对角线相等;

⑤矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

28. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式: $S = \pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是 n° , 圆的半径为 R 的扇形面积为 S , 则

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2 \text{ 或 } S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l R \text{ (其中 } l \text{ 为扇形的弧长)}$$

(4) 求阴影面积常用的方法:

①直接用公式法;

②和差法;

③割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

29. 圆的综合题

圆的综合题.

30. 关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标

(1) 关于 x 轴的对称点的坐标特点:

横坐标不变, 纵坐标互为相反数.

即点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点 P' 的坐标是 $(x, -y)$.

(2) 关于 y 轴的对称点的坐标特点:

横坐标互为相反数, 纵坐标不变.

即点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点 P' 的坐标是 $(-x, y)$.

31. 翻折变换(折叠问题)

1、翻折变换(折叠问题)实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题, 设出正确的未知数.

32. 作图-平移变换

(1) 确定平移后图形的基本要素有两个: 平移方向、平移距离.

(2) 作图时要先找到图形的关键点, 分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后, 再顺次连接对应点即可得到平移后的图形.

33. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心。

注意：中心对称图形和中心对称不同，中心对称是两个图形之间的关系，而中心对称图形是指一个图形自身的特点，这点应注意区分，它们性质相同，应用方法相同。

(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等。

34. 作图-旋转变换

(1) 旋转图形的作法：

根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形。

(2) 旋转作图有自己独特的特点，决定图形位置的因素较多，旋转角度、旋转方向、旋转中心，任意不同，位置就不同，但得到的图形全等。

35. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值。

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值，一是按值的变化规律去记，正弦逐渐增大，余弦逐渐减小，正切逐渐增大；二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记。

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛，一是它可以当作数进行运算，二是具有三角函数的特点，在解直角三角形中应用较多。

36. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形。

(2) 解直角三角形要用到的关系

①锐角直角的关系： $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ；

②三边之间的关系： $a^2 + b^2 = c^2$ ；

③边角之间的关系：

$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$, $\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$, $\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}} = \frac{a}{b}$.

(a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边)

37. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

(1) 概念：仰角是向上看的视线与水平线的夹角；俯角是向下看的视线与水平线的夹角。

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决。

38. 频数（率）分布表

1、在统计数据时，经常把数据按照不同的范围分成几个组，分成的组的个数称为组数，每一组两个端点的差称为组距，称这样画出的统计图表为频数分布表。

2、列频率分布表的步骤：

(1) 计算极差，即计算最大值与最小值的差。

(2) 决定组距与组数（组数与样本容量有关，一般来说样本容量越大，分组就越多，样本容量不超过 100 时，按数据的多少，常分成 5 ~ 12 组）。

(3) 将数据分组。

(4) 列频率分布表。

39. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数。通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系。用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数。

(2) 扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系。

(3) 制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____ ②按比例取适当半径画一个

圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来。

40. 折线统计图

(1) 定义：折线图是用一个单位表示一定的数量，根据数量的多少描出各点，然后把各点用线段依次连接起来。以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化。

(2) 特点：折线图不但可以表示出数量的多少，而且能够清楚地表示出数量的增减变化情况.

(3) 绘制折线图的步骤

①根据统计资料整理数据.

②先画纵轴，后画横轴，纵、横都要有单位，按纸面的大小来确定用一定单位表示一定的数量. ____ ③根据数量的多少，在纵、横轴的恰当位置描出各点，然后把各点用线段顺序连接起来.

41. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 算术平均数：对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，则 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况，加权平均数包含算术平均数，当加权平均数中的权相等时，就是算术平均数.

42. 中位数

(1) 中位数：

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响，但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势.

43. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数，反映了一组数据的集中程度，众数可作为描述一组数据集中趋势的量..

44. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率。

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n ，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m ，求出概率。

(3) 列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图。

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n 。

(5) 当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举。