

广东省 2018 年中考数学真题试题

一、选择题（本大题 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题列出的四个选项中，只有一个正确的，请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑.

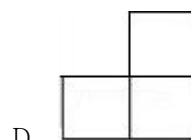
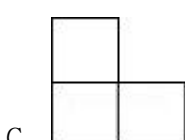
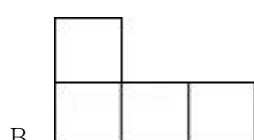
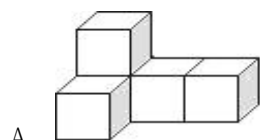
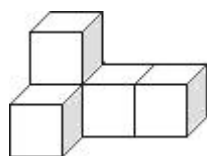
1. (3 分) 四个实数 0 、 $\frac{1}{3}$ 、 -3.14 、 2 中，最小的数是 ()

A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. -3.14 D. 2

2. (3 分) 据有关部门统计，2018 年“五一小长假”期间，广东各大景点共接待游客约 14420000 人次，将数 14420000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.442×10^7 B. 0.1442×10^7 C. 1.442×10^8 D. 0.1442×10^8

3. (3 分) 如图，由 5 个相同正方体组合而成的几何体，它的主视图是 ()



4. (3 分) 数据 1、5、7、4、8 的中位数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. (3 分) 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()

A. 圆 B. 菱形 C. 平行四边形 D. 等腰三角形

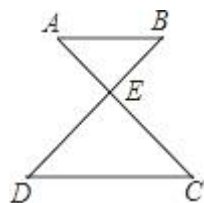
6. (3 分) 不等式 $3x - 1 \geq x + 3$ 的解集是 ()

A. $x \leq 4$ B. $x \geq 4$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

7. (3 分) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别为边 AB、AC 的中点，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

8. (3 分) 如图， $AB \parallel CD$ ，则 $\angle DEC = 100^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle B$ 的大小是 ()

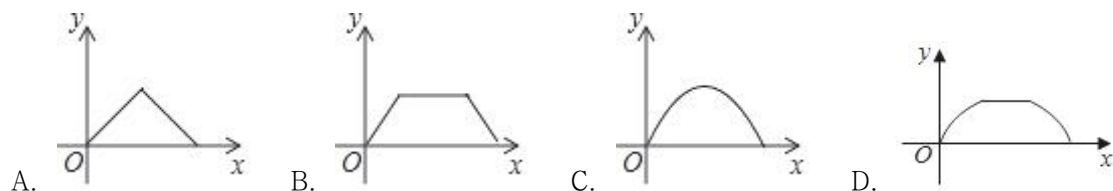
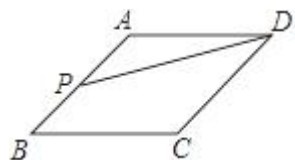


A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

9. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m < \frac{9}{4}$ B. $m \leq \frac{9}{4}$ C. $m > \frac{9}{4}$ D. $m \geq \frac{9}{4}$

10. (3分) 如图, 点 P 是菱形 $ABCD$ 边上的一动点, 它从点 A 出发沿在 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 路径匀速运动到点 D , 设 $\triangle PAD$ 的面积为 y , P 点的运动时间为 x , 则 y 关于 x 的函数图象大致为 ()



二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

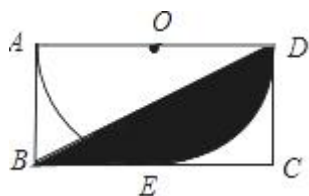
11. (3分) 同圆中, 已知弧 AB 所对的圆心角是 100° , 则弧 AB 所对的圆周角是_____.

12. (3分) 分解因式: $x^2 - 2x + 1 =$ _____.

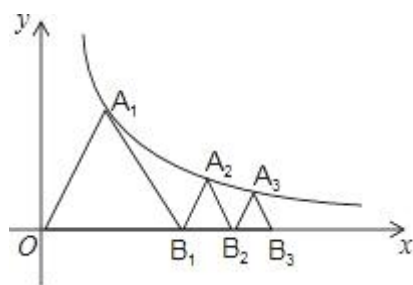
13. (3分) 一个正数的平方根分别是 $x+1$ 和 $x-5$, 则 $x =$ _____.

14. (3分) 已知 $\sqrt{a-b} + |b-1| = 0$, 则 $a+1 =$ _____.

15. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $BC=4$, $CD=2$, 以 AD 为直径的半圆 O 与 BC 相切于点 E , 连接 BD , 则阴影部分的面积为_____ (结果保留 π)



16. (3分) 如图, 已知等边 $\triangle OA_1B_1$, 顶点 A_1 在双曲线 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ ($x > 0$) 上, 点 B_1 的坐标为 $(2, 0)$. 过 B_1 作 $B_1A_2 \parallel OA_1$ 交双曲线于点 A_2 , 过 A_2 作 $A_2B_2 \parallel A_1B_1$ 交 x 轴于点 B_2 , 得到第二个等边 $\triangle B_1A_2B_2$; 过 B_2 作 $B_2A_3 \parallel B_1A_2$ 交双曲线于点 A_3 , 过 A_3 作 $A_3B_3 \parallel A_2B_2$ 交 x 轴于点 B_3 , 得到第三个等边 $\triangle B_2A_3B_3$; 以此类推, $\dots$, 则点 B_6 的坐标为_____.



三、解答题（一）

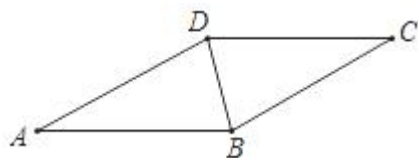
17. (6分) 计算: $|-2| - 2018^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$

18. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{2a^2}{a+4} \cdot \frac{a^2-16}{a^2-4a}$, 其中 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

19. (6分) 如图, BD 是菱形 ABCD 的对角线, $\angle CBD = 75^\circ$,

(1) 请用尺规作图法, 作 AB 的垂直平分线 EF, 垂足为 E, 交 AD 于 F; (不要求写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在 (1) 条件下, 连接 BF, 求 $\angle DBF$ 的度数.



20. (7分) 某公司购买了一批 A、B 型芯片, 其中 A 型芯片的单价比 B 型芯片的单价少 9 元, 已知该公司用 3120 元购买 A 型芯片的条数与用 4200 元购买 B 型芯片的条数相等.

(1) 求该公司购买的 A、B 型芯片的单价各是多少元?

(2) 若两种芯片共购买了 200 条, 且购买的总费用为 6280 元, 求购买了多少条 A 型芯片?

21. (7分) 某企业工会开展“一周工作量完成情况”调查活动, 随机调查了部分员工一周的工作量剩余情况, 并将调查结果统计后绘制成如图 1 和图 2 所示的不完整统计图.

(1) 被调查员工人数为_____人:

(2) 把条形统计图补充完整;

(3) 若该企业有员工 10000 人, 请估计该企业某周的工作量完成情况为“剩少量”的员工有多少人?

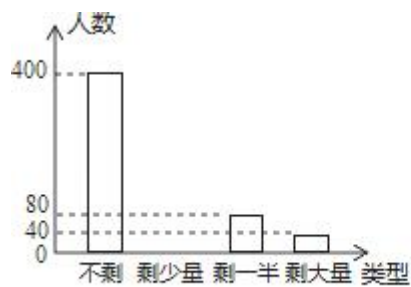


图1

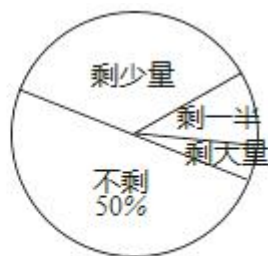
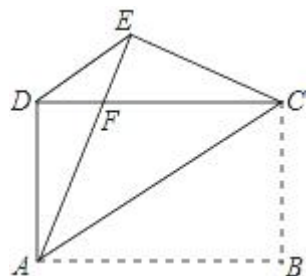


图2

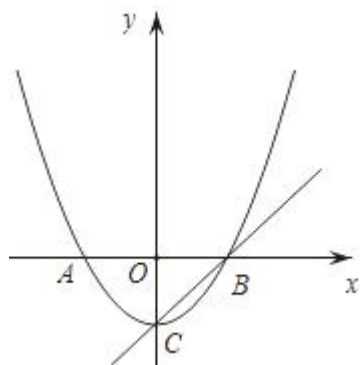
22. (7分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB > AD$, 把矩形沿对角线 AC 所在直线折叠, 使点 B 落在点 E 处, AE 交 CD 于点 F , 连接 DE .

- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CED$;
- (2) 求证: $\triangle DEF$ 是等腰三角形.



23. (9分) 如图, 已知顶点为 $C(0, -3)$ 的抛物线 $y = ax^2 + b$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A, B 两点, 直线 $y = x + m$ 过顶点 C 和点 B .

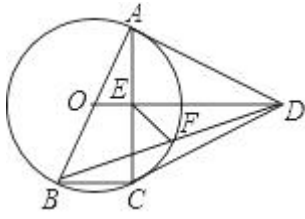
- (1) 求 m 的值;
- (2) 求函数 $y = ax^2 + b$ ($a \neq 0$) 的解析式;
- (3) 抛物线上是否存在点 M , 使得 $\angle MCB = 15^\circ$? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



24. (9分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD = CD$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 经过点 C , 连接 AC , OD 交于点 E .

- (1) 证明: $OD \parallel BC$;
- (2) 若 $\tan \angle ABC = 2$, 证明: DA 与 $\odot O$ 相切;

(3) 在 (2) 条件下, 连接 BD 交于 $\odot O$ 于点 F , 连接 EF , 若 $BC=1$, 求 EF 的长.

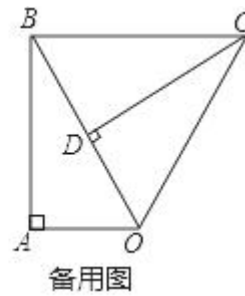
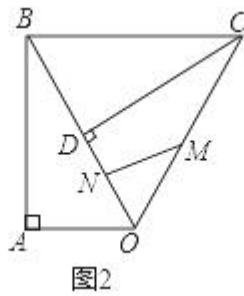
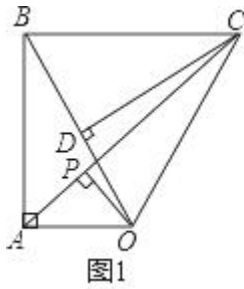


25. (9 分) 已知 $\text{Rt}\triangle OAB$, $\angle OAB=90^\circ$, $\angle ABO=30^\circ$, 斜边 $OB=4$, 将 $\text{Rt}\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 60° , 如题图 1, 连接 BC .

(1) 填空: $\angle OBC=$ _____ $^\circ$;

(2) 如图 1, 连接 AC , 作 $OP \perp AC$, 垂足为 P , 求 OP 的长度;

(3) 如图 2, 点 M, N 同时从点 O 出发, 在 $\triangle OCB$ 边上运动, M 沿 $O \rightarrow C \rightarrow B$ 路径匀速运动, N 沿 $O \rightarrow B \rightarrow C$ 路径匀速运动, 当两点相遇时运动停止, 已知点 M 的运动速度为 1.5 单位/秒, 点 N 的运动速度为 1 单位/秒, 设运动时间为 x 秒, $\triangle OMN$ 的面积为 y , 求当 x 为何值时 y 取得最大值? 最大值为多少?



参考答案与试题解析

一、选择题（本大题 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题列出的四个选项中，只有一个正确的，请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑.

1. (3 分) 四个实数 0 、 $\frac{1}{3}$ 、 -3.14 、 2 中，最小的数是 ()

A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. -3.14 D. 2

【分析】正实数都大于 0 ，负实数都小于 0 ，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据实数比较大小的方法，可得

$$-3.14 < 0 < \frac{1}{3} < 2,$$

所以最小的数是 -3.14 .

故选：C.

【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小.

2. (3 分) 据有关部门统计，2018 年“五一小长假”期间，广东各大景点共接待游客约 14420000 人次，将数 14420000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.442×10^7 B. 0.1442×10^7 C. 1.442×10^8 D. 0.1442×10^8

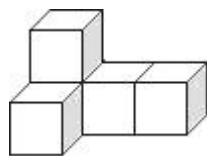
【分析】根据科学记数法的表示方法可以将题目中的数据用科学记数法表示，本题得以解决.

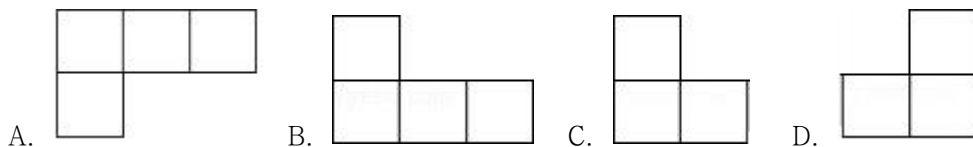
【解答】解：14420000 = 1.442×10^7 ,

故选：A.

【点评】本题考查科学记数法 - 表示较大的数，解答本题的关键是明确科学记数法的表示方法.

3. (3 分) 如图，由 5 个相同正方体组合而成的几何体，它的主视图是 ()





【分析】根据主视图是从物体正面看所得到的图形解答即可.

【解答】解：根据主视图的定义可知，此几何体的主视图是 B 中的图形，
故选：B.

【点评】本题考查的是简单几何体的三视图的作图，主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、侧面和上面看所得到的图形.

4. (3分) 数据 1、5、7、4、8 的中位数是 ()

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【分析】根据中位数的定义判断即可；

【解答】解：将数据重新排列为 1、4、5、7、8，
则这组数据的中位数为 5

故选：B.

【点评】本题考查了确定一组数据的中位数的能力. 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后，最中间的那个数 (最中间两个数的平均数)，叫做这组数据的中位数.

5. (3分) 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ()

A. 圆 B. 菱形 C. 平行四边形 D. 等腰三角形

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：A、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；
B、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；
C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；
D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念：轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

6. (3分) 不等式 $3x - 1 \geq x + 3$ 的解集是 ()

A. $x \leq 4$ B. $x \geq 4$ C. $x \leq 2$ D. $x \geq 2$

【分析】根据解不等式的步骤：①移项；②合并同类项；③化系数为1即可得.

【解答】解：移项，得： $3x - x \geq 3 + 1$,

合并同类项，得： $2x \geq 4$,

系数化为1，得： $x \geq 2$,

故选：D.

【点评】本题主要考查解一元一次不等式，解题的关键是掌握解一元一次不等式的步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为1.

7. (3分) 在 $\triangle ABC$ 中，点D、E分别为边AB、AC的中点，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为 ()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

【分析】由点D、E分别为边AB、AC的中点，可得出DE为 $\triangle ABC$ 的中位线，进而可得出 $DE \parallel BC$ 及 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ ，再利用相似三角形的性质即可求出 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比.

【解答】解： $\because$ 点D、E分别为边AB、AC的中点，

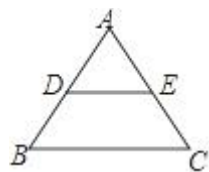
$\therefore$ DE为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE \parallel BC$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$,

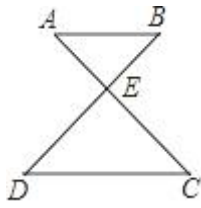
$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

故选：C.



【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质以及三角形中位线定理，利用三角形的中位线定理找出 $DE \parallel BC$ 是解题的关键.

8. (3分) 如图， $AB \parallel CD$ ，则 $\angle DEC = 100^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，则 $\angle B$ 的大小是 ()



A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

【分析】 依据三角形内角和定理，可得 $\angle D = 40^\circ$ ，再根据平行线的性质，即可得到 $\angle B = \angle D = 40^\circ$ 。

【解答】 解： $\because \angle DEC = 100^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ ，

$\therefore \angle D = 40^\circ$ ，

又 $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle B = \angle D = 40^\circ$ ，

故选：B.

【点评】 本题考查了平行线性质的应用，运用两直线平行，内错角相等是解题的关键。

9. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m < \frac{9}{4}$ B. $m \leq \frac{9}{4}$ C. $m > \frac{9}{4}$ D. $m \geq \frac{9}{4}$

【分析】 根据一元二次方程的根的判别式，建立关于 m 的不等式，求出 m 的取值范围即可。

【解答】 解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根，

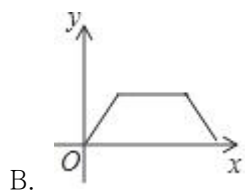
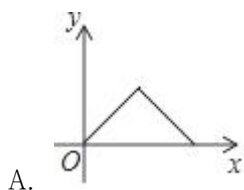
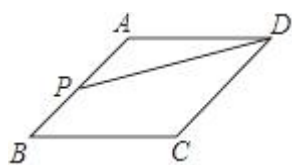
$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 1 \times m > 0$ ，

$\therefore m < \frac{9}{4}$ 。

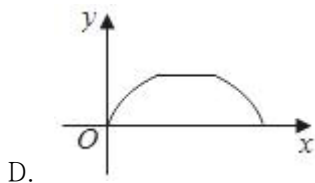
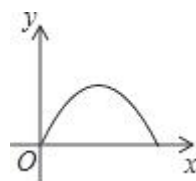
故选：A.

【点评】 此题考查了根的判别式，一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系：(1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；(2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根。

10. (3分) 如图，点 P 是菱形 $ABCD$ 边上的一动点，它从点 A 出发沿在 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 路径匀速运动到点 D ，设 $\triangle PAD$ 的面积为 y ， P 点的运动时间为 x ，则 y 关于 x 的函数图象大致为 ()



C



【分析】 设菱形的高为 h ，即是一个定值，再分点 P 在 AB 上，在 BC 上和在 CD 上三种情况，利用三角形的面积公式列式求出相应的函数关系式，然后选择答案即可．

【解答】 解：分三种情况：

①当 P 在 AB 边上时，如图 1，

设菱形的高为 h ，

$$y = \frac{1}{2} AP \cdot h,$$

$\because AP$ 随 x 的增大而增大， h 不变，

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大，

故选项 C 不正确；

②当 P 在边 BC 上时，如图 2，

$$y = \frac{1}{2} AD \cdot h,$$

AD 和 h 都不变，

$\therefore$ 在这个过程中， y 不变，

故选项 A 不正确；

③当 P 在边 CD 上时，如图 3，

$$y = \frac{1}{2} PD \cdot h,$$

$\because PD$ 随 x 的增大而减小， h 不变，

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\therefore P$ 点从点 A 出发沿在 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 路径匀速运动到点 D ，

∴P 在三条线段上运动的时间相同,

故选项 D 不正确;

故选: B.

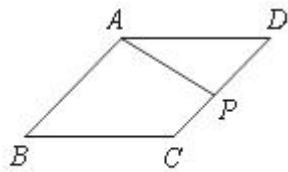


图3

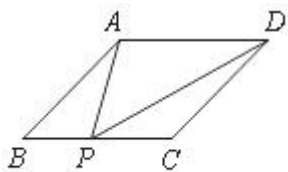


图2

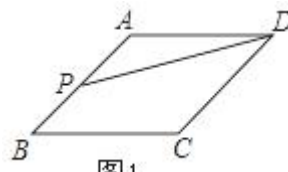


图1

【点评】 本题考查了动点问题的函数图象, 菱形的性质, 根据点 P 的位置的不同, 分三段求出 $\triangle PAD$ 的面积表达式是解题的关键.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. (3 分) 同圆中, 已知弧 AB 所对的圆心角是 100° , 则弧 AB 所对的圆周角是 50° .

【分析】 直接利用圆周角定理求解.

【解答】 解: 弧 AB 所对的圆心角是 100° , 则弧 AB 所对的圆周角为 50° .

故答案为 50° .

【点评】 本题考查了圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

12. (3 分) 分解因式: $x^2 - 2x + 1 = \underline{(x - 1)^2}$.

【分析】 直接利用完全平方公式分解因式即可.

【解答】 解: $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$.

【点评】 本题考查了公式法分解因式, 运用完全平方公式进行因式分解, 熟记公式是解题的

关键.

13. (3分) 一个正数的平方根分别是 $x+1$ 和 $x-5$, 则 $x=$ 2.

【分析】根据正数的两个平方根互为相反数列出关于 x 的方程, 解之可得.

【解答】解: 根据题意知 $x+1+x-5=0$,

解得: $x=2$,

故答案为: 2.

【点评】本题主要考查的是平方根的定义和性质, 熟练掌握平方根的定义和性质是解题的关键.

14. (3分) 已知 $\sqrt{a-b}+|b-1|=0$, 则 $a+1=$ 2.

【分析】直接利用非负数的性质结合绝对值的性质得出 a, b 的值进而得出答案.

【解答】解: $\because \sqrt{a-b}+|b-1|=0$,

$\therefore b-1=0, a-b=0$,

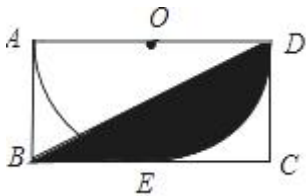
解得: $b=1, a=1$,

故 $a+1=2$.

故答案为: 2.

【点评】此题主要考查了非负数的性质以及绝对值的性质, 正确得出 a, b 的值是解题关键.

15. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $BC=4, CD=2$, 以 AD 为直径的半圆 O 与 BC 相切于点 E , 连接 BD , 则阴影部分的面积为 π . (结果保留 π)



【分析】连接 OE , 如图, 利用切线的性质得 $OD=2, OE \perp BC$, 易得四边形 $OECD$ 为正方形, 先利用扇形面积公式, 利用 $S_{\text{正方形 } OECD} - S_{\text{扇形 } EOD}$ 计算由弧 DE 、线段 EC 、 CD 所围成的面积, 然后利用三角形的面积减去刚才计算的面积即可得到阴影部分的面积.

【解答】解: 连接 OE , 如图,

$\because$ 以 AD 为直径的半圆 O 与 BC 相切于点 E ,

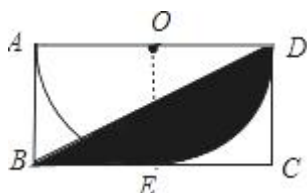
$\therefore OD=2$, $OE \perp BC$,

易得四边形 OECD 为正方形,

$\therefore$ 由弧 DE、线段 EC、CD 所围成的面积 $= S_{\text{正方形 OECD}} - S_{\text{扇形 EOD}} = 2^2 - \frac{90 \cdot \pi \cdot 2^2}{360} = 4 - \pi$,

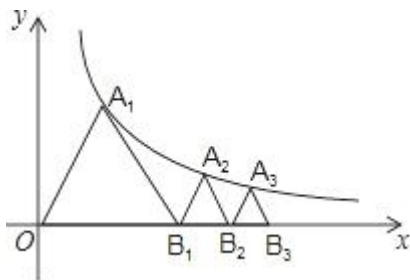
$\therefore$ 阴影部分的面积 $= \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - (4 - \pi) = \pi$.

故答案为 π .



【点评】 本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径. 若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系. 也考查了矩形的性质和扇形的面积公式.

16. (3 分) 如图，已知等边 $\triangle OA_1B_1$ ，顶点 A_1 在双曲线 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ ($x > 0$) 上，点 B_1 的坐标为 $(2, 0)$. 过 B_1 作 $B_1A_2 \parallel OA_1$ 交双曲线于点 A_2 ，过 A_2 作 $A_2B_2 \parallel A_1B_1$ 交 x 轴于点 B_2 ，得到第二个等边 $\triangle B_1A_2B_2$ ；过 B_2 作 $B_2A_3 \parallel B_1A_2$ 交双曲线于点 A_3 ，过 A_3 作 $A_3B_3 \parallel A_2B_2$ 交 x 轴于点 B_3 ，得到第三个等边 $\triangle B_2A_3B_3$ ；以此类推， $\dots$ ，则点 B_6 的坐标为 $(2\sqrt{6}, 0)$.



【分析】 根据等边三角形的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征分别求出 B_2 、 B_3 、 B_4 的坐标，得出规律，进而求出点 B_6 的坐标.

【解答】 解：如图，作 $A_2C \perp x$ 轴于点 C ，设 $B_1C = a$ ，则 $A_2C = \sqrt{3}a$,

$OC = OB_1 + B_1C = 2 + a$, $A_2(2 + a, \sqrt{3}a)$.

$\therefore$ 点 A_2 在双曲线 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ ($x > 0$) 上,

$\therefore (2 + a) \cdot \sqrt{3}a = \sqrt{3}$,

解得 $a = \sqrt{2} - 1$, 或 $a = -\sqrt{2} - 1$ (舍去),

$\therefore OB_2 = OB_1 + 2B_1C = 2 + 2\sqrt{2} - 2 = 2\sqrt{2}$,

∴ 点 B_2 的坐标为 $(2\sqrt{2}, 0)$;

作 $A_3D \perp x$ 轴于点 D , 设 $B_2D=b$, 则 $A_3D=\sqrt{3}b$,

$OD=OB_2+B_2D=2\sqrt{2}+b$, $A_2(2\sqrt{2}+b, \sqrt{3}b)$.

∵ 点 A_3 在双曲线 $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$ ($x>0$) 上,

∴ $(2\sqrt{2}+b) \cdot \sqrt{3}b=\sqrt{3}$,

解得 $b=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$, 或 $b=-\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (舍去),

∴ $OB_3=OB_2+2B_2D=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$,

∴ 点 B_3 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 0)$;

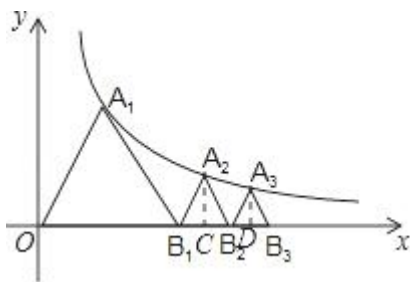
同理可得点 B_4 的坐标为 $(2\sqrt{4}, 0)$ 即 $(4, 0)$;

∴,

∴ 点 B_n 的坐标为 $(2\sqrt{n}, 0)$,

∴ 点 B_6 的坐标为 $(2\sqrt{6}, 0)$.

故答案为 $(2\sqrt{6}, 0)$.



【点评】 本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 等边三角形的性质, 正确求出 B_2 、 B_3 、 B_4 的坐标进而得出点 B_n 的规律是解题的关键.

三、解答题 (一)

17. (6 分) 计算: $|-2| - 2018^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$

【分析】 直接利用负指数幂的性质以及零指数幂的性质、绝对值的性质进而化简得出答案.

【解答】 解: 原式 $= 2 - 1 + 2$

$= 3$.

【点评】 此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

18. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{2a^2}{a+4} \cdot \frac{a^2-16}{a^2-4a}$, 其中 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

【分析】原式先因式分解, 再约分即可化简, 继而将 a 的值代入计算.

【解答】解: 原式 $= \frac{2a^2}{a+4} \cdot \frac{(a+4)(a-4)}{a(a-4)}$
 $= 2a,$

当 $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 时,

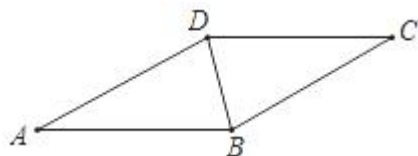
原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}.$

【点评】本题主要考查分式的化简求值, 解题的关键是熟练掌握分式混合运算顺序和运算法则.

19. (6分) 如图, BD 是菱形 $ABCD$ 的对角线, $\angle CBD = 75^\circ$,

(1) 请用尺规作图法, 作 AB 的垂直平分线 EF , 垂足为 E , 交 AD 于 F ; (不要求写作法, 保留作图痕迹)

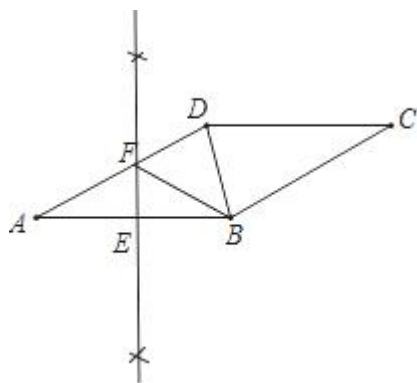
(2) 在 (1) 条件下, 连接 BF , 求 $\angle DBF$ 的度数.



【分析】(1) 分别以 A 、 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧, 过两弧的交点作直线即可;

(2) 根据 $\angle DBF = \angle ABD - \angle ABF$ 计算即可;

【解答】解: (1) 如图所示, 直线 EF 即为所求;



(2) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 75^\circ, \quad DC \parallel AB, \quad \angle A = \angle C.$$

$$\therefore \angle ABC = 150^\circ, \quad \angle ABC + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle A = 30^\circ,$$

$\because$ EF 垂直平分线段 AB,

$$\therefore AF = FB,$$

$$\therefore \angle A = \angle FBA = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBF = \angle ABD - \angle FBE = 45^\circ.$$

【点评】 本题考查作图 - 基本作图，线段的垂直平分线的性质，菱形的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于常考题型.

20. (7 分) 某公司购买了一批 A、B 型芯片，其中 A 型芯片的单价比 B 型芯片的单价少 9 元，已知该公司用 3120 元购买 A 型芯片的条数与用 4200 元购买 B 型芯片的条数相等.

(1) 求该公司购买的 A、B 型芯片的单价各是多少元?

(2) 若两种芯片共购买了 200 条，且购买的总费用为 6280 元，求购买了多少条 A 型芯片?

【分析】 (1) 设 B 型芯片的单价为 x 元/条，则 A 型芯片的单价为 $(x - 9)$ 元/条，根据数量 = 总价 $\div$ 单价结合用 3120 元购买 A 型芯片的条数与用 4200 元购买 B 型芯片的条数相等，即可得出关于 x 的分式方程，解之经检验后即可得出结论；

(2) 设购买 a 条 A 型芯片，则购买 $(200 - a)$ 条 B 型芯片，根据总价 = 单价 $\times$ 数量，即可得出关于 a 的一元一次方程，解之即可得出结论.

【解答】 解：(1) 设 B 型芯片的单价为 x 元/条，则 A 型芯片的单价为 $(x - 9)$ 元/条，

$$\text{根据题意得：} \frac{3120}{x-9} = \frac{4200}{x},$$

$$\text{解得：} x = 35,$$

经检验， $x = 35$ 是原方程的解，

$$\therefore x - 9 = 26.$$

答：A 型芯片的单价为 26 元/条，B 型芯片的单价为 35 元/条.

(2) 设购买 a 条 A 型芯片，则购买 $(200 - a)$ 条 B 型芯片，

$$\text{根据题意得：} 26a + 35(200 - a) = 6280,$$

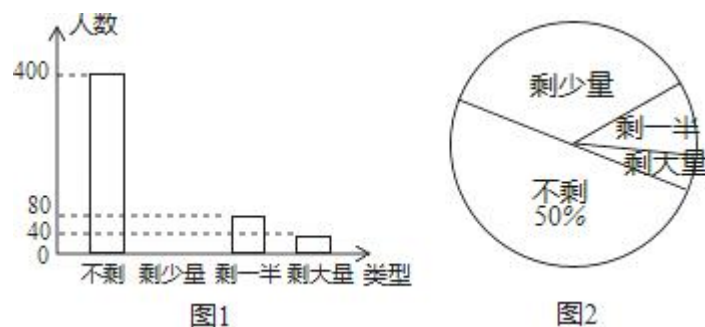
$$\text{解得：} a = 80.$$

答：购买了 80 条 A 型芯片.

【点评】 本题考查了分式方程的应用以及一元一次方程的应用，解题的关键是：(1) 找准等量关系，正确列出分式方程；(2) 找准等量关系，正确列出一元一次方程.

21. (7 分) 某企业工会开展“一周工作量完成情况”调查活动，随机调查了部分员工一周的工作量剩余情况，并将调查结果统计后绘制成如图 1 和图 2 所示的不完整统计图.

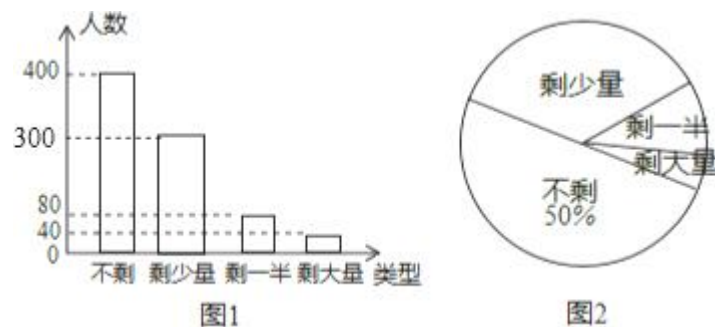
- (1) 被调查员工人数为 800 人；
- (2) 把条形统计图补充完整；
- (3) 若该企业有员工 10000 人，请估计该企业某周的工作量完成情况为“剩少量”的员工有多少人？



- 【分析】** (1) 由“不剩”的人数及其所占百分比可得答案；
- (2) 用总人数减去其它类型人数求得“剩少量”的人数，据此补全图形即可；
- (3) 用总人数乘以样本中“剩少量”人数所占百分比可得.

【解答】 解：(1) 被调查员工人数为 $400 \div 50\% = 800$ 人，
故答案为：800；

(2) “剩少量”的人数为 $800 - (400 + 80 + 20) = 300$ 人，
补全条形图如下：



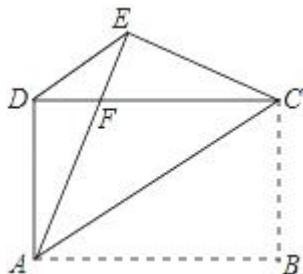
(3) 估计该企业某周的工作量完成情况为“剩少量”的员工有 $10000 \times \frac{300}{800} = 3500$ 人.

【点评】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小. 也考查了用样本估计总体.

22. (7 分) 如图, 矩形 ABCD 中, $AB > AD$, 把矩形沿对角线 AC 所在直线折叠, 使点 B 落在点 E 处, AE 交 CD 于点 F, 连接 DE.

(1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CED$;

(2) 求证: $\triangle DEF$ 是等腰三角形.



【分析】 (1) 根据矩形的性质可得出 $AD=BC$ 、 $AB=CD$, 结合折叠的性质可得出 $AD=CE$ 、 $AE=CD$, 进而即可证出 $\triangle ADE \cong \triangle CED$ (SSS);

(2) 根据全等三角形的性质可得出 $\angle DEF = \angle EDF$, 利用等边对等角可得出 $EF=DF$, 由此即可证出 $\triangle DEF$ 是等腰三角形.

【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD=BC$, $AB=CD$.

由折叠的性质可得: $BC=CE$, $AB=AE$,

$\therefore AD=CE$, $AE=CD$.

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CED$ 中,
$$\begin{cases} AD=CE \\ AE=CD, \\ DE=ED \end{cases}$$

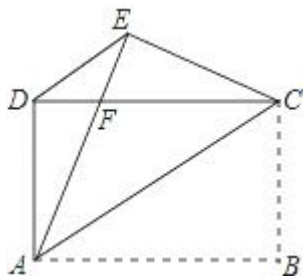
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CED$ (SSS).

(2) 由 (1) 得 $\triangle ADE \cong \triangle CED$,

$\therefore \angle DEA = \angle EDC$, 即 $\angle DEF = \angle EDF$,

$\therefore EF=DF$,

$\therefore \triangle DEF$ 是等腰三角形.



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质、翻折变换以及矩形的性质，解题的关键是：

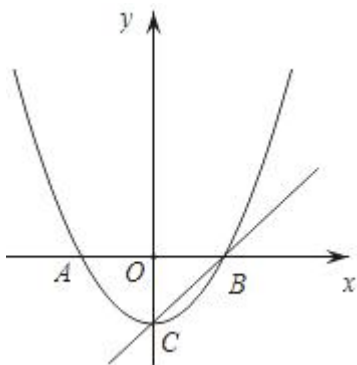
(1) 根据矩形的性质结合折叠的性质找出 $AD=CE$ 、 $AE=CD$ ；(2) 利用全等三角形的性质找出 $\angle DEF=\angle EDF$.

23. (9分) 如图，已知顶点为 $C(0, -3)$ 的抛物线 $y=ax^2+b$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点，直线 $y=x+m$ 过顶点 C 和点 B .

(1) 求 m 的值；

(2) 求函数 $y=ax^2+b$ ($a \neq 0$) 的解析式；

(3) 抛物线上是否存在点 M ，使得 $\angle MCB=15^\circ$ ？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.



【分析】 (1) 把 $C(0, -3)$ 代入直线 $y=x+m$ 中解答即可；

(2) 把 $y=0$ 代入直线解析式得出点 B 的坐标，再利用待定系数法确定函数关系式即可；

(3) 分 M 在 BC 上方和下方两种情况进行解答即可.

【解答】 解：(1) 将 $(0, -3)$ 代入 $y=x+m$,

可得： $m=-3$ ；

(2) 将 $y=0$ 代入 $y=x-3$ 得： $x=3$,

所以点 B 的坐标为 $(3, 0)$,

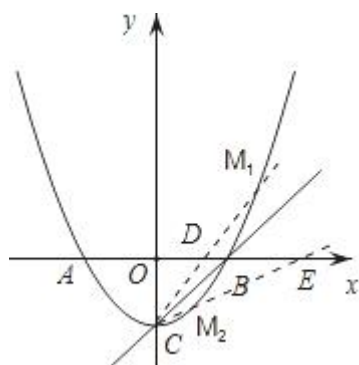
将 $(0, -3)$ 、 $(3, 0)$ 代入 $y=ax^2+b$ 中，

可得:
$$\begin{cases} b=-3 \\ 9a+b=0 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=-3 \end{cases}$$

所以二次函数的解析式为: $y=\frac{1}{3}x^2-3$;

(3) 存在, 分以下两种情况:



①若 M 在 B 上方, 设 MC 交 x 轴于点 D, 则 $\angle ODC=45^\circ+15^\circ=60^\circ$,

$$\therefore OD=OC \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{3},$$

设 DC 为 $y=kx-3$, 代入 $(\sqrt{3}, 0)$, 可得: $k=\sqrt{3}$,

联立两个方程可得:
$$\begin{cases} y=\sqrt{3}x-3 \\ y=\frac{1}{3}x^2-3 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-3 \end{cases}, \begin{cases} x_2=3\sqrt{3} \\ y_2=6 \end{cases},$$

所以 $M_1(3\sqrt{3}, 6)$;

②若 M 在 B 下方, 设 MC 交 x 轴于点 E, 则 $\angle OEC=45^\circ-15^\circ=30^\circ$,

$$\therefore OE=OC \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3},$$

设 EC 为 $y=kx-3$, 代入 $(3\sqrt{3}, 0)$ 可得: $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

联立两个方程可得:
$$\begin{cases} y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3 \\ y=\frac{1}{3}x^2-3 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-3 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\sqrt{3} \\ y_2=-2 \end{cases},$$

所以 $M_2(\sqrt{3}, -2)$,

综上所述 M 的坐标为 $(3\sqrt{3}, 6)$ 或 $(\sqrt{3}, -2)$.

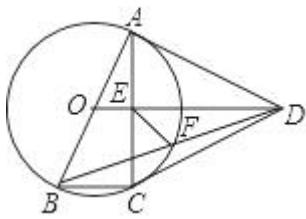
【点评】此题主要考查了二次函数的综合题，需要掌握待定系数法求二次函数解析式，待定系数法求一次函数解析式等知识是解题关键.

24. (9分) 如图，四边形 ABCD 中，AB=AD=CD，以 AB 为直径的 $\odot O$ 经过点 C，连接 AC，OD 交于点 E.

(1) 证明：OD//BC；

(2) 若 $\tan \angle ABC=2$ ，证明：DA 与 $\odot O$ 相切；

(3) 在 (2) 条件下，连接 BD 交于 $\odot O$ 于点 F，连接 EF，若 BC=1，求 EF 的长.

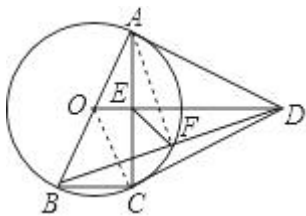


【分析】(1) 连接 OC，证 $\triangle OAD \cong \triangle OCD$ 得 $\angle ADO = \angle CDO$ ，由 $AD=CD$ 知 $DE \perp AC$ ，再由 AB 为直径知 $BC \perp AC$ ，从而得 $OD \parallel BC$ ；

(2) 根据 $\tan \angle ABC=2$ 可设 $BC=a$ ，则 $AC=2a$ 、 $AD=AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{5}a$ ，证 OE 为中位线知 $OE=\frac{1}{2}a$ 、 $AE=CE=\frac{1}{2}AC=a$ ，进一步求得 $DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=2a$ ，再 $\triangle AOD$ 中利用勾股定理逆定理证 $\angle OAD=90^\circ$ 即可得；

(3) 先证 $\triangle AFD \sim \triangle BAD$ 得 $DF \cdot BD = AD^2$ ①，再证 $\triangle AED \sim \triangle OAD$ 得 $OD \cdot DE = AD^2$ ②，由 ①②得 $DF \cdot BD = OD \cdot DE$ ，即 $\frac{DF}{OD} = \frac{DE}{BD}$ ，结合 $\angle EDF = \angle BDO$ 知 $\triangle EDF \sim \triangle BDO$ ，据此可得 $\frac{EF}{OB} = \frac{DE}{BD}$ ，结合 (2) 可得相关线段的长，代入计算可得.

【解答】解：(1) 连接 OC，



在 $\triangle OAD$ 和 $\triangle OCD$ 中，

$$\therefore \begin{cases} OA=OC \\ AD=CD, \\ OD=OD \end{cases}$$

$\therefore \triangle OAD \cong \triangle OCD$ (SSS),

$$\therefore \angle ADO = \angle CDO,$$

$$\text{又 } AD = CD,$$

$$\therefore DE \perp AC,$$

$$\because AB \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \text{ 即 } BC \perp AC,$$

$$\therefore OD \parallel BC;$$

$$(2) \because \tan \angle ABC = \frac{AC}{BC} = 2,$$

$$\therefore \text{设 } BC = a, \text{ 则 } AC = 2a,$$

$$\therefore AD = AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{5}a,$$

$$\because OE \parallel BC, \text{ 且 } AO = BO,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}a, \quad AE = CE = \frac{1}{2}AC = a,$$

$$\text{在 } \triangle AED \text{ 中}, DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = 2a,$$

$$\text{在 } \triangle AOD \text{ 中}, AO^2 + AD^2 = \left(\frac{\sqrt{5}a}{2}\right)^2 + (\sqrt{5}a)^2 = \frac{25}{4}a^2, \quad OD^2 = (OE + DE)^2 = \left(\frac{1}{2}a + 2a\right)^2 = \frac{25}{4}a^2,$$

$$\therefore AO^2 + AD^2 = OD^2,$$

$$\therefore \angle OAD = 90^\circ,$$

则 DA 与 $\odot O$ 相切;

$$(3) \text{ 连接 } AF,$$

$$\because AB \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径},$$

$$\therefore \angle AFD = \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ADF = \angle BDA,$$

$$\therefore \triangle AFD \sim \triangle BAD,$$

$$\therefore \frac{DF}{AD} = \frac{AD}{BD}, \text{ 即 } DF \cdot BD = AD^2 \text{ ①},$$

$$\text{又 } \because \angle AED = \angle OAD = 90^\circ, \quad \angle ADE = \angle ODA,$$

$$\therefore \triangle AED \sim \triangle OAD,$$

$$\therefore \frac{AD}{OD} = \frac{DE}{AD}, \text{ 即 } OD \cdot DE = AD^2 \text{ ②},$$

$$\text{由①②可得 } DF \cdot BD = OD \cdot DE, \text{ 即 } \frac{DF}{OD} = \frac{DE}{BD},$$

$$\text{又} \because \angle EDF = \angle BDO,$$

$$\therefore \triangle EDF \sim \triangle BDO,$$

$$\therefore BC = 1,$$

$$\therefore AB = AD = \sqrt{5}, OD = \frac{5}{2}, ED = 2, BD = \sqrt{10}, OB = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \frac{EF}{OB} = \frac{DE}{BD}, \text{ 即 } \frac{EF}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{10}},$$

$$\text{解得: } EF = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【点评】 本题主要考查圆的综合问题，解题的关键是掌握等腰三角形的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质及勾股定理逆定理等知识点。

25. (9分) 已知 $\text{Rt}\triangle OAB$, $\angle OAB = 90^\circ$, $\angle ABO = 30^\circ$, 斜边 $OB = 4$, 将 $\text{Rt}\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 60° , 如题图 1, 连接 BC .

(1) 填空: $\angle OBC = \underline{60}^\circ$;

(2) 如图 1, 连接 AC , 作 $OP \perp AC$, 垂足为 P , 求 OP 的长度;

(3) 如图 2, 点 M, N 同时从点 O 出发, 在 $\triangle OCB$ 边上运动, M 沿 $O \rightarrow C \rightarrow B$ 路径匀速运动, N 沿 $O \rightarrow B \rightarrow C$ 路径匀速运动, 当两点相遇时运动停止, 已知点 M 的运动速度为 1.5 单位/秒, 点 N 的运动速度为 1 单位/秒, 设运动时间为 x 秒, $\triangle OMN$ 的面积为 y , 求当 x 为何值时 y 取得最大值? 最大值为多少?

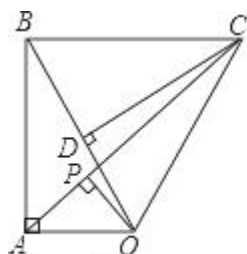


图1

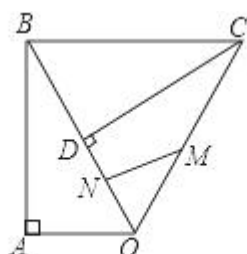
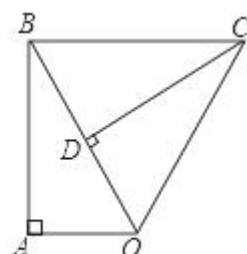


图2



备用图

【分析】 (1) 只要证明 $\triangle OBC$ 是等边三角形即可;

(2) 求出 $\triangle AOC$ 的面积, 利用三角形的面积公式计算即可;

(3) 分三种情形讨论求解即可解决问题: ①当 $0 < x \leq \frac{8}{3}$ 时, M 在 OC 上运动, N 在 OB 上

运动, 此时过点 N 作 $NE \perp OC$ 且交 OC 于点 E. ②当 $\frac{8}{3} < x \leq 4$ 时, M 在 BC 上运动, N 在 OB 上运动.

③当 $4 < x \leq 4.8$ 时, M、N 都在 BC 上运动, 作 $OG \perp BC$ 于 G.

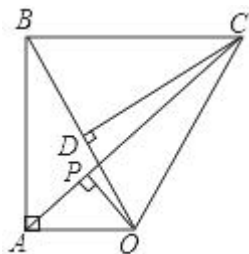
【解答】解: (1) 由旋转性质可知: $OB=OC$, $\angle BOC=60^\circ$,

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OBC=60^\circ$.

故答案为 60.

(2) 如图 1 中,



$\because OB=4$, $\angle ABO=30^\circ$,

$\therefore OA=\frac{1}{2}OB=2$, $AB=\sqrt{3}OA=2\sqrt{3}$,

$\therefore S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2} \cdot OA \cdot AB=\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$,

$\because \triangle BOC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OBC=60^\circ$, $\angle ABC=\angle ABO+\angle OBC=90^\circ$,

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=2\sqrt{7}$,

$\therefore OP=\frac{2S_{\triangle AOB}}{AC}=\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

(3) ①当 $0 < x \leq \frac{8}{3}$ 时, M 在 OC 上运动, N 在 OB 上运动, 此时过点 N 作 $NE \perp OC$ 且交 OC 于点 E.

则 $NE=ON \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$,

$$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot OG = 12\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2}x,$$

当 $x=4$ 时, y 有最大值, 最大值 $=2\sqrt{3}$.

综上所述, y 有最大值, 最大值为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

【点评】 本题考查几何变换综合题、30 度的直角三角形的性质、等边三角形的判定和性质、三角形的面积等知识, 解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.