

2019 年山东省聊城市中考数学试卷

一、选择题 (本题共 12 个小题,每小题 3 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. (3 分) $-\sqrt{2}$ 的相反数是 ()

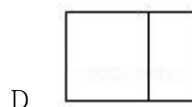
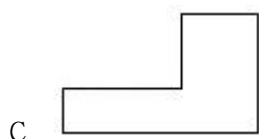
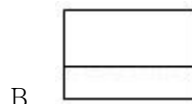
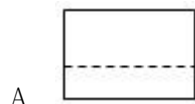
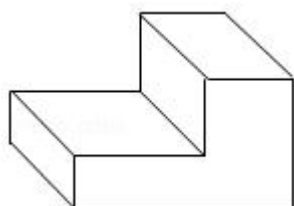
A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $-\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

2. (3 分) 如图所示的几何体的左视图是 ()



3. (3 分) 如果分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为 0, 那么 x 的值为 ()

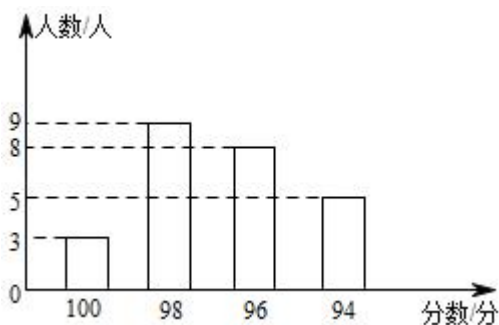
A. -1

B. 1

C. -1 或 1

D. 1 或 0

4. (3 分) 在光明中学组织的全校师生迎“五四”诗词大赛中, 来自不同年级的 25 名参赛同学的得分情况如图所示. 这些成绩的中位数和众数分别是 ()



A. 96 分、98 分

B. 97 分、98 分

C. 98 分、96 分

D. 97 分、96 分

5. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^6 + a^6 = 2a^{12}$

B. $2^{-2} \div 2^0 \times 2^3 = 32$

C. $(-\frac{1}{2}ab^2) \cdot (-2a^2b)^3 = a^3b^3$

D. $a^3 \cdot (-a)^5 \cdot a^{12} = -a^{20}$

6. (3分) 下列各式不成立的是 ()

A. $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{7}{3}\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2 + \frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$

C. $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{18}}{2} = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$

D. $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

7. (3分) 若不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{3} < \frac{x}{2} - 1 \\ x < 4m \end{cases}$ 无解, 则 m 的取值范围为 ()

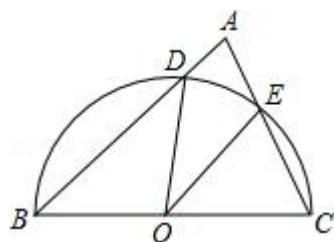
A. $m \leq 2$

B. $m < 2$

C. $m \geq 2$

D. $m > 2$

8. (3分) 如图, BC 是半圆 O 的直径, D, E 是 $\widehat{BC}$ 上两点, 连接 BD, CE 并延长交于点 A , 连接 OD, OE . 如果 $\angle A = 70^\circ$, 那么 $\angle DOE$ 的度数为 ()



A. 35°

B. 38°

C. 40°

D. 42°

9. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-2)x^2 - 2kx + k = 6$ 有实数根, 则 k 的取值范围为 ()

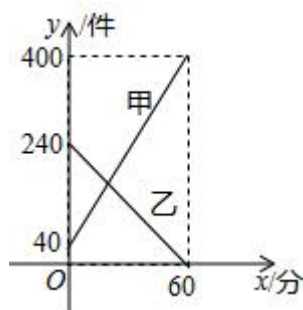
A. $k \geq 0$

B. $k \geq 0$ 且 $k \neq 2$

C. $k \geq \frac{3}{2}$

D. $k \geq \frac{3}{2}$ 且 $k \neq 2$

10. (3分) 某快递公司每天上午 9:00 - 10:00 为集中揽件和派件时段, 甲仓库用来揽收快件, 乙仓库用来派发快件, 该时段内甲、乙两仓库的快件数量 y (件) 与时间 x (分) 之间的函数图象如图所示, 那么当两仓库快递件数相同时, 此刻的时间为 ()



A. 9: 15

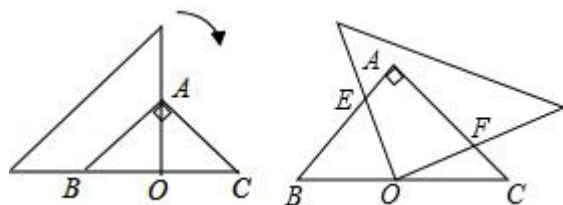
B. 9: 20

C. 9: 25

D. 9: 30

11. (3分) 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 一个三角尺的直角顶点与 BC 边的中点 O 重合, 且两条直角边分别经过点 A 和点 B , 将三角尺绕点 O 按顺时针方向旋

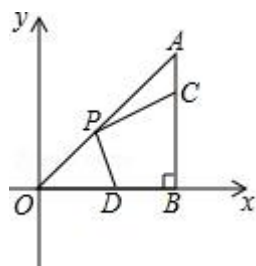
转任意一个锐角, 当三角尺的两直角边与 AB , AC 分别交于点 E , F 时, 下列结论中错误的是 ()



- A. $AE+AF=AC$ B. $\angle BEO+\angle OFC=180^\circ$
C. $OE+OF=\frac{\sqrt{2}}{2}BC$ D. $S_{\text{四边形} AEOF}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$

12. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle OBA=90^\circ$, $A(4, 4)$, 点 C 在边 AB 上, 且 $\frac{AC}{CB}=\frac{1}{3}$,

点 D 为 OB 的中点, 点 P 为边 OA 上的动点, 当点 P 在 OA 上移动时, 使四边形 $PDBC$ 周长最小的点 P 的坐标为 ()

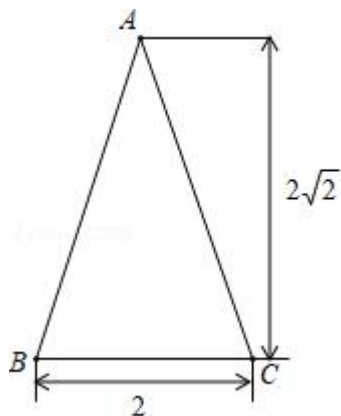


- A. (2, 2) B. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ C. $(\frac{8}{3}, \frac{8}{3})$ D. (3, 3)

二、填空题 (本题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分。只要求填写最后结果)

13. (3分) 计算: $(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}) \div \frac{5}{4} =$ _____.

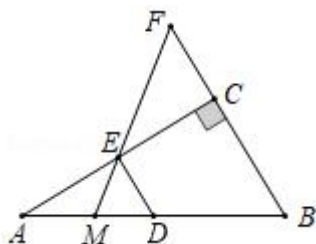
14. (3 分) 如图是一个圆锥的主视图, 根据图中标出的数据 (单位: cm), 计算这个圆锥侧面展开图圆心角的度数为_____.



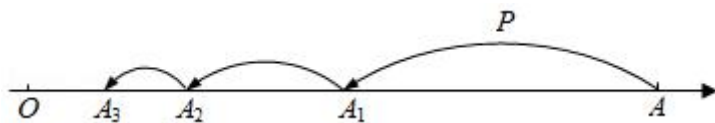
15. (3 分) 在阳光中学举行的春季运动会上, 小亮和大刚报名参加 100 米比赛, 预赛分 A ,

B, C, D 四组进行, 运动员通过抽签来确定要参加的预赛小组, 小亮和大刚恰好抽到同一个组的概率是_____.

16. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 延长 BC 至 F , 使 $CF=\frac{1}{2}BC$, 连接 FE 并延长交 AB 于点 M . 若 $BC=a$, 则 $\triangle FMB$ 的周长为_____.



17. (3分) 数轴上 O, A 两点的距离为 4, 一动点 P 从点 A 出发, 按以下规律跳动: 第 1 次跳动到 AO 的中点 A_1 处, 第 2 次从 A_1 点跳动到 A_1O 的中点 A_2 处, 第 3 次从 A_2 点跳动到 A_2O 的中点 A_3 处, 按照这样的规律继续跳动到点 $A_4, A_5, A_6, \dots, A_n$. ($n \geq 3, n$ 是整数) 处, 那么线段 A_nA 的长度为_____ ($n \geq 3, n$ 是整数).



三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 69 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

18. (7分) 计算: $1 - \left(\frac{1}{a+3} + \frac{6}{a^2-9} \right) \div \frac{a+3}{a^2-6a+9}$.

19. (8分) 学习一定要讲究方法, 比如有效的预习可大幅提高听课效率. 九年级 (1) 班学习兴趣小组为了了解全校九年级学生的预习情况, 对该校九年级学生每天的课前预习时间 (单位: min) 进行了抽样调查, 并将抽查得到的数据分成 5 组, 下面是未完成的频数、频率分布表和频数分布扇形图:

组别	课前预习时间 t/min	频数 (人数)	频率
1	$0 \leq t < 10$	2	
2	$10 \leq t < 20$	a	0.10
3	$20 \leq t < 30$	16	0.32
4	$30 \leq t < 40$	b	c
5	$t \geq 40$	3	

请根据图表中的信息, 回答下列问题:

- (1) 本次调查的样本容量为_____，表中的 $a =$ _____， $b =$ _____， $c =$ _____；
- (2) 试计算第 4 组人数所对应的扇形圆心角的度数；
- (3) 该校九年级共有 1000 名学生，请估计这些学生中每天课前预习时间不少于 $20min$ 的学生人数.



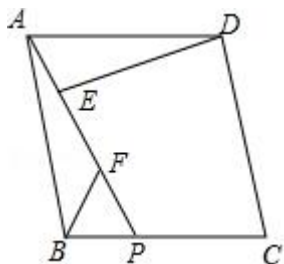
20. (8 分) 某商场的运动服装专柜，对 A, B 两种品牌的运动服分两次采购试销后，效益可观，计划继续采购进行销售. 已知这两种服装过去两次的进货情况如下表：

	第一次	第二次
A 品牌运动服装数/件	20	30
B 品牌运动服装数/件	30	40
累计采购款/元	10200	14400

- (1) 问 A, B 两种品牌运动服的进货单价各是多少元？
- (2) 由于 B 品牌运动服的销量明显好于 A 品牌，商家决定采购 B 品牌的件数比 A 品牌件数的 $\frac{3}{2}$ 倍多 5 件，在采购总价不超过 21300 元的情况下，最多能购进多少件 B 品牌运动服？
21. (8 分) 在菱形 $ABCD$ 中，点 P 是 BC 边上一点，连接 AP ，点 E, F 是 AP 上的两点，连接 DE, BF ，使得 $\angle AED = \angle ABC$ ， $\angle ABF = \angle BPF$.

求证：(1) $\triangle ABF \cong \triangle DAE$;

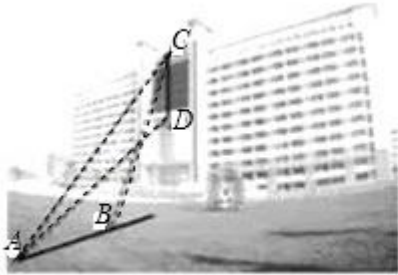
(2) $DE = BF + EF$.



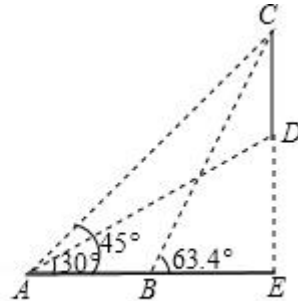
22. (8 分) 某数学兴趣小组要测量实验大楼部分楼体的高度 (如图①所示， CD 部分)，在起点 A 处测得大楼部分楼体 CD 的顶端 C 点的仰角为 45° ，底端 D 点的仰角为 30° ，在

同一剖面沿水平地面向前走 20 米到达 B 处，测得顶端 C 的仰角为 63.4° (如图②所示)，求大楼部分楼体 CD 的高度约为多少米？ (精确到 1 米)

(参考数据: $\sin 63.4^\circ \approx 0.89$, $\cos 63.4^\circ \approx 0.45$, $\tan 63.4^\circ \approx 2.00$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



图①

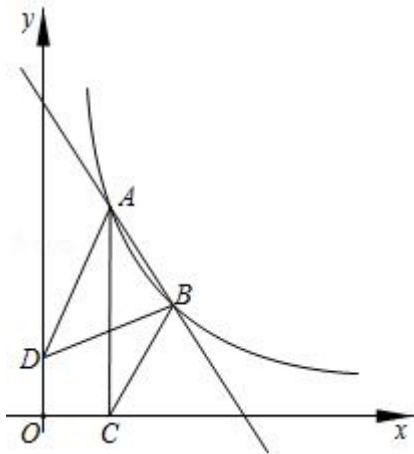


图②

23. (8 分) 如图，点 $A(\frac{3}{2}, 4)$, $B(3, m)$ 是直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ ($x > 0$) 图象的两个交点， $AC \perp x$ 轴，垂足为点 C ，已知 $D(0, 1)$ ，连接 AD , BD , BC .

(1) 求直线 AB 的表达式;

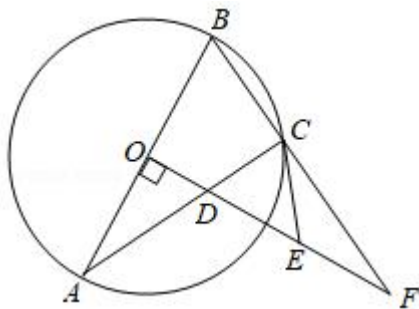
(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的面积分别为 S_1 , S_2 . 求 $S_2 - S_1$.



24. (10 分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 为直径，作 $OD \perp AB$ 交 AC 于点 D ，延长 BC ， OD 交于点 F ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CE ，交 OF 于点 E .

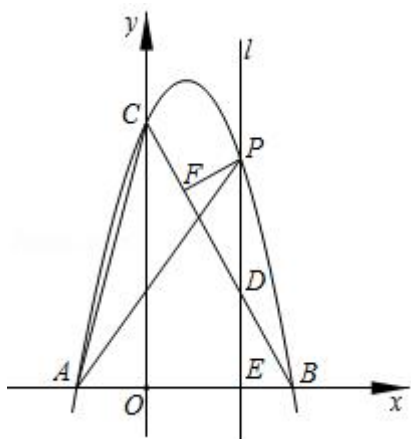
(1) 求证: $EC = ED$;

(2) 如果 $OA = 4$, $EF = 3$, 求弦 AC 的长.



25. (12 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$, 点 $B(4, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 8)$, 连接 BC , 又已知位于 y 轴右侧且垂直于 x 轴的动直线 l , 沿 x 轴正方向从 O 运动到 B (不含 O 点和 B 点), 且分别交抛物线、线段 BC 以及 x 轴于点 P, D, E .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 连接 AC, AP , 当直线 l 运动时, 求使得 $\triangle PEA$ 和 $\triangle AOC$ 相似的点 P 的坐标;
- (3) 作 $PF \perp BC$, 垂足为 F , 当直线 l 运动时, 求 $\text{Rt}\triangle PFD$ 面积的最大值.



2019 年山东省聊城市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 12 个小题,每小题 3 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求)

1. (3 分) $-\sqrt{2}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

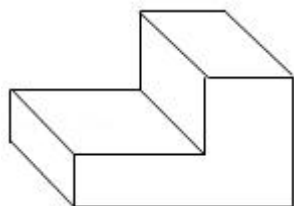
【分析】根据相反数的定义,即可解答.

【解答】解: $-\sqrt{2}$ 的相反数是 $\sqrt{2}$.

故选: D.

【点评】本题考查了实数的性质, 解决本题的关键是熟记实数的性质.

2. (3 分) 如图所示的几何体的左视图是 ()



- A. B. C. D.

【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

【解答】解: 从左向右看, 得到的几何体的左视图是 .

故选: B.

【点评】本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

3. (3 分) 如果分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为 0, 那么 x 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. -1 或 1 D. 1 或 0

【分析】根据分式的值为零的条件可以求出 x 的值.

【解答】解：根据题意，得

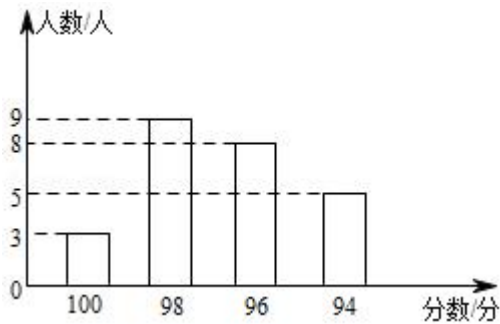
$$|x| - 1 = 0 \text{ 且 } x+1 \neq 0,$$

解得， $x = 1$.

故选：B.

【点评】本题考查了分式的值为零的条件. 若分式的值为零，需同时具备两个条件：(1) 分子为 0；(2) 分母不为 0. 这两个条件缺一不可.

4. (3 分) 在光明中学组织的全校师生迎“五四”诗词大赛中，来自不同年级的 25 名参赛同学的得分情况如图所示. 这些成绩的中位数和众数分别是 ()



- A. 96 分、98 分 B. 97 分、98 分 C. 98 分、96 分 D. 97 分、96 分

【分析】利用众数和中位数的定义求解.

【解答】解：98 出现了 9 次，出现次数最多，所以数据的众数为 98 分；

共有 25 个数，最中间的数为第 13 数，是 96，所以数据的中位数为 96 分.

故选：A.

【点评】本题考查了众数：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数. 也考查了中位数.

5. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $a^6 + a^6 = 2a^{12}$

B. $2^{-2} \div 2^0 \times 2^3 = 32$

C. $(-\frac{1}{2}ab^2) \cdot (-2a^2b)^3 = a^3b^3$

D. $a^3 \cdot (-a)^5 \cdot a^{12} = -a^{20}$

【分析】直接利用合并同类项法则以及同底数幂的乘除运算法则、积的乘方运算法则分别判断得出答案.

【解答】解：A、 $a^6 + a^6 = 2a^6$ ，故此选项错误；

B、 $2^{-2} \div 2^0 \times 2^3 = 2$ ，故此选项错误；

C、 $(-\frac{1}{2}ab^2) \cdot (-2a^2b)^3 = (-\frac{1}{2}ab^2) \cdot (-8a^6b^3) = 4a^7b^5$ ，故此选项错误；

D、 $a^3 \cdot (-a)^5 \cdot a^{12} = -a^{20}$ ，正确。

故选：D。

【点评】此题主要考查了合并同类项以及同底数幂的乘除运算、积的乘方运算，正确掌握相关运算法则是解题关键。

6. (3分) 下列各式不成立的是 ()

A. $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{7}{3}\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2+\frac{2}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$

C. $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{18}}{2} = \sqrt{4}+\sqrt{9} = 5$

D. $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

【分析】根据二次根式的性质、二次根式的加法法则、除法法则计算，判断即可。

【解答】解： $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{8}{9}} = 3\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ ，A选项成立，不符合题意；

$\sqrt{2+\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = 2\sqrt{\frac{2}{3}}$ ，B选项成立，不符合题意；

$\frac{\sqrt{8}+\sqrt{18}}{2} = \frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ，C选项不成立，符合题意；

$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ ，D选项成立，不符合题意；

故选：C。

【点评】本题考查的是二次根式的混合运算，掌握二次根式的性质、二次根式的混合运算法则是解题的关键。

7. (3分) 若不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{3} < \frac{x}{2} - 1 \\ x < 4m \end{cases}$ 无解，则 m 的取值范围为 ()

A. $m \leq 2$

B. $m < 2$

C. $m \geq 2$

D. $m > 2$

【分析】求出第一个不等式的解集，根据口诀：大大小小无解了可得关于 m 的不等式，解之可得。

【解答】解：解不等式 $\frac{x+1}{3} < \frac{x}{2} - 1$ ，得： $x > 8$ ，

$\therefore$ 不等式组无解，

$\therefore 4m \leq 8$ ，

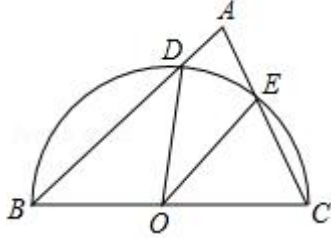
解得 $m \leq 2$ ，

故选：A。

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知

“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

8. (3分) 如图, BC 是半圆 O 的直径, D, E 是 $\widehat{BC}$ 上两点, 连接 BD, CE 并延长交于点 A , 连接 OD, OE . 如果 $\angle A = 70^\circ$, 那么 $\angle DOE$ 的度数为 ()



- A. 35° B. 38° C. 40° D. 42°

【分析】 连接 CD , 由圆周角定理得出 $\angle BDC = 90^\circ$, 求出 $\angle ACD = 90^\circ - \angle A = 20^\circ$, 再由圆周角定理得出 $\angle DOE = 2\angle ACD = 40^\circ$ 即可,

【解答】 解: 连接 CD , 如图所示:

$\because BC$ 是半圆 O 的直径,

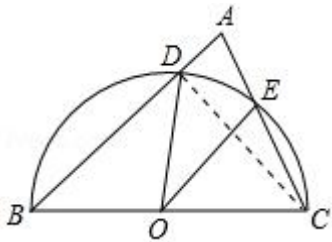
$\therefore \angle BDC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACD = 90^\circ - \angle A = 20^\circ$,

$\therefore \angle DOE = 2\angle ACD = 40^\circ$,

故选: C.



【点评】 本题考查了圆周角定理、直角三角形的性质; 熟练掌握圆周角定理是解题的关键.

9. (3分) 若关于 x 的一元二次方程 $(k-2)x^2 - 2kx + k = 6$ 有实数根, 则 k 的取值范围为 ()

- A. $k \geq 0$ B. $k \geq 0$ 且 $k \neq 2$ C. $k \geq \frac{3}{2}$ D. $k \geq \frac{3}{2}$ 且 $k \neq 2$

【分析】 根据二次项系数非零结合根的判别式 $\Delta \geq 0$, 即可得出关于 k 的一元一次不等式组, 解之即可得出 k 的取值范围.

【解答】 解: $(k-2)x^2 - 2kx + k - 6 = 0$,

$\therefore$ 关于 x 的一元二次方程 $(k-2)x^2 - 2kx + k = 6$ 有实数根,

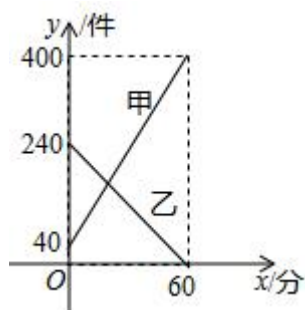
$$\therefore \begin{cases} k-2 \neq 0 \\ \Delta = (-2k)^2 - 4(k-2)(k-6) \geq 0 \end{cases}$$

解得： $k \geq \frac{3}{2}$ 且 $k \neq 2$.

故选：D.

【点评】 本题考查了一元二次方程的定义以及根的判别式，根据一元二次方程的定义结合根的判别式 $\Delta \geq 0$ ，列出关于 k 的一元一次不等式组是解题的关键.

10. (3分) 某快递公司每天上午 9:00 - 10:00 为集中揽件和派件时段，甲仓库用来揽收快件，乙仓库用来派发快件，该时段内甲、乙两仓库的快件数量 y (件) 与时间 x (分) 之间的函数图象如图所示，那么当两仓库快递件数相同时，此刻的时间为 ()



- A. 9: 15 B. 9: 20 C. 9: 25 D. 9: 30

【分析】 分别求出甲、乙两仓库的快件数量 y (件) 与时间 x (分) 之间的函数关系式，求出两条直线的交点坐标即可.

【解答】 解：设甲仓库的快件数量 y (件) 与时间 x (分) 之间的函数关系式为： $y_1 = k_1x + 40$ ，根据题意得 $60k_1 + 40 = 400$ ，解得 $k_1 = 6$ ，

$$\therefore y_1 = 6x + 40;$$

设乙仓库的快件数量 y (件) 与时间 x (分) 之间的函数关系式为： $y_2 = k_2x + 240$ ，根据题意得 $60k_2 + 240 = 0$ ，解得 $k_2 = -4$ ，

$$\therefore y_2 = -4x + 240,$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = 6x + 40 \\ y = -4x + 240 \end{cases}, \text{ 解得} \begin{cases} x = 20 \\ y = 160 \end{cases},$$

$\therefore$ 此刻的时间为 9: 20.

故选：B.

【点评】 本题考查了一次函数的应用，解题的关键：(1) 熟练运用待定系数法就解析式；(2) 解决该类问题应结合图形，理解图形中点的坐标代表的意义.

11. (3分) 如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，一个三角尺的直角顶点与 BC

- 【分析】连接 AO ，易证 $\triangle EOA \cong \triangle FOC$ (ASA)，利用全等三角形的性质可得出 $EA = FC$ ，进而可得出 $AE + AF = AC$ ，选项 A 正确；由三角形内角和定理结合 $\angle B + \angle C = 90^\circ$ ， $\angle EOB + \angle FOC = 90^\circ$ 可得出 $\angle BEO + \angle OFC = 180^\circ$ ，选项 B 正确；由 $\triangle EOA \cong \triangle FOC$ 可得出 $S_{\triangle EOA} = S_{\triangle FOC}$ ，结合图形可得出 $S_{\text{四边形} AEOF} = S_{\triangle EOA} + S_{\triangle AOF} = S_{\triangle FOC} + S_{\triangle AOF} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ ，选项 D 正确。综上，此题得解。

$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 点 O 为 BC 的中点,
 $\therefore OA = OC$, $\angle AOC = 90^\circ$, $\angle BAO = \angle ACO = 45^\circ$.
 $\because \angle EOA + \angle AOF = \angle EOF = 90^\circ$, $\angle AOF + \angle FOC = \angle AOC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle EOA = \angle FOC$.

$$\therefore \triangle EOA \cong \triangle FOC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore EA = FC,$$

$\therefore AE+AF=AF+FC=AC$, 选项 A 正确;

$$\because \angle B + \angle BEO + \angle EOB = \angle FOC + \angle C + \angle OFC = 180^\circ, \quad \angle B + \angle C = 90^\circ, \quad \angle EOB + \angle FOC = 180^\circ - \angle EOF = 90^\circ,$$

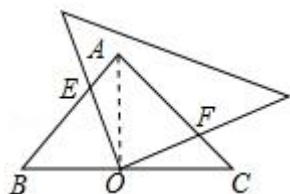
$\therefore \angle BEO + \angle OFC = 180^\circ$, 选项 B 正确;

$$\therefore \triangle EOA \cong \triangle FOC,$$

$$\therefore S_{\wedge EOA} = S_{\wedge FOC},$$

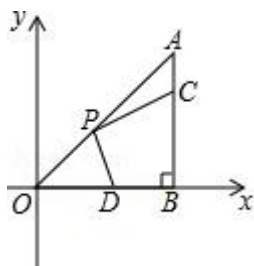
$\therefore S_{\text{四边形} AEOF} = S_{\triangle EOA} + S_{\triangle AOF} = S_{\triangle FOC} + S_{\triangle AOF} = S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, 选项 D 正确.

故选: C.



【点评】 本题考查了全等三角形的判定与性质、旋转的性质、等腰直角三角形以及三角形内角和定理, 逐一分析四个选项的正误是解题的关键.

12. (3 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle OBA = 90^\circ$, $A(4, 4)$, 点 C 在边 AB 上, 且 $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$, 点 D 为 OB 的中点, 点 P 为边 OA 上的动点, 当点 P 在 OA 上移动时, 使四边形 $PDBC$ 周长最小的点 P 的坐标为 ()



- A. $(2, 2)$ B. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ C. $(\frac{8}{3}, \frac{8}{3})$ D. $(3, 3)$

【分析】 根据已知条件得到 $AB = OB = 4$, $\angle AOB = 45^\circ$, 求得 $BC = 3$, $OD = BD = 2$, 得到 $D(0, 2)$, $C(4, 3)$, 作 D 关于直线 OA 的对称点 E , 连接 EC 交 OA 于 P , 则此时, 四边形 $PDBC$ 周长最小, $E(0, 2)$, 求得直线 EC 的解析式为 $y = \frac{1}{4}x + 2$, 解方程组即可得到结论.

【解答】 解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle OBA = 90^\circ$, $A(4, 4)$,

$\therefore AB = OB = 4$, $\angle AOB = 45^\circ$,

$\therefore \frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$, 点 D 为 OB 的中点,

$\therefore BC = 3$, $OD = BD = 2$,

$\therefore D(0, 2)$, $C(4, 3)$,

作 D 关于直线 OA 的对称点 E , 连接 EC 交 OA 于 P ,

则此时, 四边形 $PDBC$ 周长最小, $E(0, 2)$,

$\therefore$ 直线 OA 的解析式为 $y = x$,

设直线 EC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} b=2 \\ 4k+b=3 \end{cases},$$

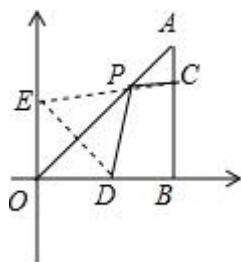
$$\text{解得: } \begin{cases} k=\frac{1}{4}, \\ b=2 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 EC 的解析式为 $y = \frac{1}{4}x + 2$,

$$\text{解} \begin{cases} y=x \\ y=\frac{1}{4}x+2 \end{cases} \text{ 得, } \begin{cases} x=\frac{8}{3} \\ y=\frac{8}{3} \end{cases},$$

$$\therefore P\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right),$$

故选: C .



【点评】 本题考查了轴对称 - 最短路线问题, 等腰直角三角形的性质, 正确的找到 P 点的位置是解题的关键.

二、填空题 (本题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分. 只要求填写最后结果)

13. (3 分) 计算: $\left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{5}{4} = -\frac{2}{3}$.

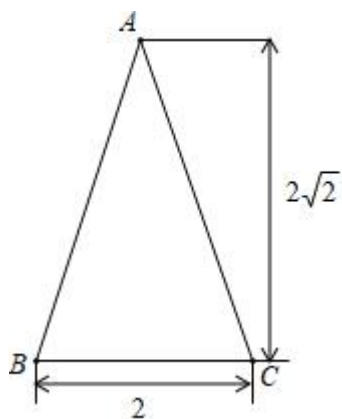
【分析】 先计算括号内的减法, 同时将除法转化为乘法, 再约分即可得.

【解答】 解: 原式 $= \left(-\frac{5}{6}\right) \times \frac{4}{5} = -\frac{2}{3}$,

故答案为: $-\frac{2}{3}$.

【点评】 本题主要考查有理数的混合运算, 解题的关键是掌握有理数混合运算顺序.

14. (3 分) 如图是一个圆锥的主视图, 根据图中标出的数据 (单位: cm), 计算这个圆锥侧面展开图圆心角的度数为 120° .



【分析】根据圆锥的底面半径得到圆锥的底面周长，也就是圆锥的侧面展开图的弧长，根据勾股定理得到圆锥的母线长，利用弧长公式可求得圆锥的侧面展开图中扇形的圆心角.

【解答】解：∵圆锥的底面半径为 1，

∴圆锥的底面周长为 2π ，

∴圆锥的高是 $2\sqrt{2}$ ，

∴圆锥的母线长为 3，

设扇形的圆心角为 n° ，

$$\therefore \frac{n\pi \times 3}{180} = 2\pi,$$

解得 $n = 120$.

即圆锥的侧面展开图中扇形的圆心角为 120° .

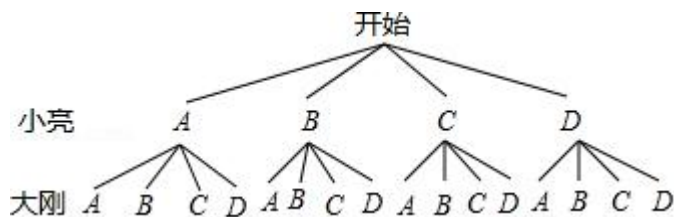
故答案为： 120° .

【点评】本题考查了圆锥的计算，圆锥的侧面展开图是一个扇形，此扇形的弧长等于圆锥底面周长，扇形的半径等于圆锥的母线长. 本题就是把的扇形的弧长等于圆锥底面周长作为相等关系，列方程求解.

15. (3 分) 在阳光中学举行的春季运动会上，小亮和大刚报名参加 100 米比赛，预赛分 A, B, C, D 四组进行，运动员通过抽签来确定要参加的预赛小组，小亮和大刚恰好抽到同一个组的概率是 $\frac{1}{4}$.

【分析】根据题意可以画出相应的树状图，从而可以求得甲、乙两人恰好分在同一组的概率.

【解答】解：如下图所示，



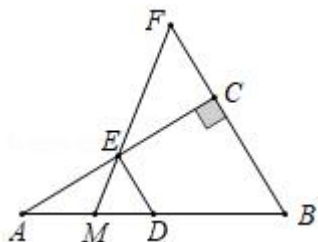
小亮和大刚两人恰好分在同一组的情况有 4 种，共有 16 种等可能的结果，

$\therefore$ 小亮和大刚两人恰好分在同一组的概率是 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$.

【点评】 本题考查列表法与树状图法、用样本估计总体、条形统计图、扇形统计图，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

16. (3 分) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，延长 BC 至 F ，使 $CF = \frac{1}{2}BC$ ，连接 FE 并延长交 AB 于点 M 。若 $BC = a$ ，则 $\triangle FMB$ 的周长为 $\frac{9}{2}a$ 。



【分析】 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，求出 $AB = 2a$ ， $AC = \sqrt{3}a$ ，在 $\text{Rt}\triangle FEC$ 中用 a 表示出 FE 长，并证明 $\angle FEC = 30^\circ$ ，从而 EM 转化到 MA 上，根据 $\triangle FMB$ 周长 $= BF + FE + EM + BM = BF + FE + AM + MB = BF + FE + AB$ 可求周长.

【解答】 解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = 2a, AC = \sqrt{3}a.$$

$\because DE$ 是中位线，

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

在 $\text{Rt}\triangle FEC$ 中，利用勾股定理求出 $FE = a$ ，

$$\therefore \angle FEC = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle A = \angle AEM = 30^\circ,$$

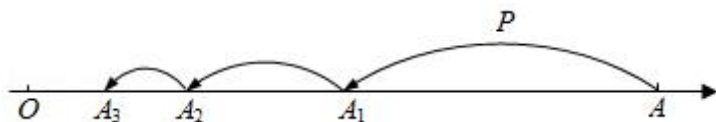
$$\therefore EM = AM.$$

$$\triangle FMB \text{ 周长} = BF + FE + EM + BM = BF + FE + AM + MB = BF + FE + AB = \frac{9}{2}a.$$

故答案为 $\frac{9}{2}a$.

【点评】 本题主要考查了 30° 直角三角形的性质、勾股定理、中位线定义，解决此题关键是转化三角形中未知边到已知边长的线段上.

17. (3分) 数轴上 O, A 两点的距离为 4, 一动点 P 从点 A 出发, 按以下规律跳动: 第 1 次跳动到 AO 的中点 A_1 处, 第 2 次从 A_1 点跳动到 A_1O 的中点 A_2 处, 第 3 次从 A_2 点跳动到 A_2O 的中点 A_3 处, 按照这样的规律继续跳动到点 $A_4, A_5, A_6, \dots, A_n$. ($n \geq 3, n$ 是整数) 处, 那么线段 A_nA 的长度为 $4 - \frac{1}{2^{n-2}}$ ($n \geq 3, n$ 是整数).



【分析】 根据题意, 得第一次跳动到 OA 的中点 A_1 处, 即在离原点的长度为 $\frac{1}{2} \times 4$, 第二次从 A_1 点跳动到 A_2 处, 即在离原点的长度为 $(\frac{1}{2})^2 \times 4$, 则跳动 n 次后, 即跳到了离原点的长度为 $(\frac{1}{2})^n \times 4 = \frac{1}{2^{n-2}}$, 再根据线段的和差关系可得线段 A_nA 的长度.

【解答】 解: 由于 $OA = 4$,

所有第一次跳动到 OA 的中点 A_1 处时, $OA_1 = \frac{1}{2}OA = \frac{1}{2} \times 4 = 2$,

同理第二次从 A_1 点跳动到 A_2 处, 离原点的 $(\frac{1}{2})^2 \times 4$ 处,

同理跳动 n 次后, 离原点的长度为 $(\frac{1}{2})^n \times 4 = \frac{1}{2^{n-2}}$,

故线段 A_nA 的长度为 $4 - \frac{1}{2^{n-2}}$ ($n \geq 3, n$ 是整数).

故答案为: $4 - \frac{1}{2^{n-2}}$.

【点评】 考查了两点间的距离, 本题是一道找规律的题目, 这类题型在中考中经常出现. 对于找规律的题目首先应找出哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的. 本题注意根据题意表示出各个点跳动的规律.

三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 69 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤)

18. (7分) 计算: $1 - (\frac{1}{a+3} + \frac{6}{a^2-9}) \div \frac{a+3}{a^2-6a+9}$.

【分析】 根据分式的混合运算法则计算即可.

【解答】解：原式 $= 1 - \frac{a+3}{a^2-9} \cdot \frac{(a-3)^2}{a+3}$

$$= 1 - \frac{a-3}{a+3}$$

$$= \frac{a+3}{a+3} - \frac{a-3}{a+3}$$

$$= \frac{6}{a+3}.$$

【点评】本题考查的是分式的混合运算，掌握分式的混合运算法则、分式的通分、约分法则是解题的关键.

19. (8 分) 学习一定要讲究方法，比如有效的预习可大幅提高听课效率. 九年级 (1) 班学习兴趣小组为了了解全校九年级学生的预习情况，对该校九年级学生每天的课前预习时间 (单位: min) 进行了抽样调查，并将抽查得到的数据分成 5 组，下面是未完成的频数、频率分布表和频数分布扇形图:

组别	课前预习时间 t/min	频数 (人数)	频率
1	$0 \leq t < 10$	2	
2	$10 \leq t < 20$	a	0.10
3	$20 \leq t < 30$	16	0.32
4	$30 \leq t < 40$	b	c
5	$t \geq 40$	3	

请根据图表中的信息，回答下列问题:

- (1) 本次调查的样本容量为 50，表中的 $a =$ 5， $b =$ 24， $c =$ 0.48;
- (2) 试计算第 4 组人数所对应的扇形圆心角的度数;
- (3) 该校九年级共有 1000 名学生，请估计这些学生中每天课前预习时间不少于 $20min$ 的学生人数.



【分析】(1) 根据 3 组的频数和百分数，即可得到本次调查的样本容量，根据 2 组的百分比即可得到 a 的值，进而得到 2 组的人数，由本次调查的样本容量 - 其他小组的人数

即可得到 b ，用 $b \div$ 本次调查的样本容量得到 c ；

(2) 根据 4 组的人数占总人数的百分比乘上 360° ，即可得到扇形统计图中“4”区对应的圆心角度数；

(3) 根据每天课前预习时间不少于 $20min$ 的学生人数所占的比例乘上该校九年级总人数，即可得到结果。

【解答】解：(1) $16 \div 0.32 = 50$ ， $a = 50 \times 0.1 = 5$ ， $b = 50 - 2 - 5 - 16 - 3 = 24$ ， $c = 24 \div 50 = 0.48$ ；

故答案为：50，5，24，0.48；

(2) 第 4 组人数所对应的扇形圆心角的度数 $= 360^\circ \times 0.48 = 172.8^\circ$ ；

(3) 每天课前预习时间不少于 $20min$ 的学生人数的频率 $= 1 - \frac{2}{50} - 0.10 = 0.86$ ，

$\therefore 1000 \times 0.86 = 860$ ，

答：这些学生中每天课前预习时间不少于 $20min$ 的学生人数是 860 人。

【点评】本题主要考查了扇形统计图的应用，解题时注意：通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系，用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数。用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确。

20. (8 分) 某商场的运动服装专柜，对 A ， B 两种品牌的运动服分两次采购试销后，效益可观，计划继续采购进行销售。已知这两种服装过去两次的进货情况如下表：

	第一次	第二次
A 品牌运动服装数/件	20	30
B 品牌运动服装数/件	30	40
累计采购款/元	10200	14400

(1) 问 A ， B 两种品牌运动服的进货单价各是多少元？

(2) 由于 B 品牌运动服的销量明显好于 A 品牌，商家决定采购 B 品牌的件数比 A 品牌件数的 $\frac{3}{2}$ 倍多 5 件，在采购总价不超过 21300 元的情况下，最多能购进多少件 B 品牌运动服？

【分析】(1) 直接利用两次采购的总费用得出等式进而得出答案；

(2) 利用采购 B 品牌的件数比 A 品牌件数的 $\frac{3}{2}$ 倍多 5 件，在采购总价不超过 21300 元，

进而得出不等式求出答案.

【解答】解: (1) 设 A, B 两种品牌运动服的进货单价各是 x 元和 y 元, 根据题意可得:

$$\begin{cases} 20x+30y=10200 \\ 30x+40y=14400 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x=240 \\ y=180 \end{cases},$

答: A, B 两种品牌运动服的进货单价各是 240 元和 180 元;

(2) 设购进 A 品牌运动服 m 件, 购进 B 品牌运动服 $(\frac{3}{2}m+5)$ 件,

则 $240m+180(\frac{3}{2}m+5) \leq 21300,$

解得: $m \leq 40,$

经检验, 不等式的解符合题意,

$$\therefore \frac{3}{2}m+5 \leq \frac{3}{2} \times 40+5 = 65,$$

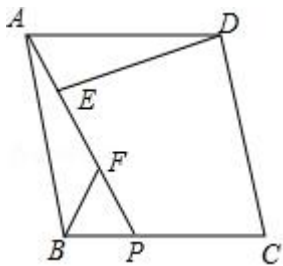
答: 最多能购进 65 件 B 品牌运动服.

【点评】此题主要考查了一元一次不等式的应用和二元一次方程组的应用, 正确得出等量关系是解题关键.

21. (8 分) 在菱形 $ABCD$ 中, 点 P 是 BC 边上一点, 连接 AP , 点 E, F 是 AP 上的两点, 连接 DE, BF , 使得 $\angle AED = \angle ABC$, $\angle ABF = \angle BPF$.

求证: (1) $\triangle ABF \cong \triangle DAE$;

(2) $DE = BF + EF$.



【分析】(1) 根据菱形的性质得到 $AB = AD$, $AD \parallel BC$, 由平行线的性质得到 $\angle BOA = \angle DAE$, 等量代换得到 $\angle BAF = \angle ADE$, 求得 $\angle ABF = \angle DAE$, 根据全等三角形的判定定理即可得到结论;

(2) 根据全等三角形的性质得到 $AE = BF$, $DE = AF$, 根据线段的和差即可得到结论.

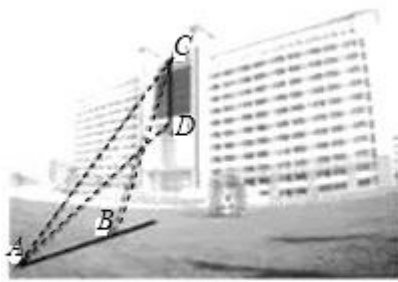
【解答】证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB = AD, AD \parallel BC,$
 $\therefore \angle BOA = \angle DAE,$
 $\therefore \angle ABC = \angle AED,$
 $\therefore \angle BAF = \angle ADE,$
 $\therefore \angle ABF = \angle BPF, \angle BPA = \angle DAE,$
 $\therefore \angle ABF = \angle DAE,$
 $\therefore AB = DA,$
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE \text{ (ASA)};$
 (2) $\therefore \triangle ABF \cong \triangle DAE,$
 $\therefore AE = BF, DE = AF,$
 $\therefore AF = AE + EF = BF + EF,$
 $\therefore DE = BF + EF.$

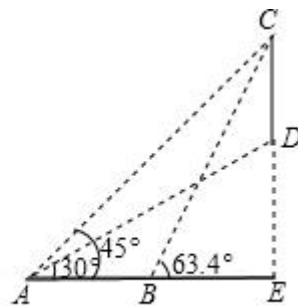
【点评】 本题考查了菱形的性质，全等三角形的判定和性质，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

22. (8分) 某数学兴趣小组要测量实验大楼部分楼体的高度 (如图①所示, CD 部分), 在起点 A 处测得大楼部分楼体 CD 的顶端 C 点的仰角为 45° , 底端 D 点的仰角为 30° , 在同一剖面沿水平地面向前走 20 米到达 B 处, 测得顶端 C 的仰角为 63.4° (如图②所示), 求大楼部分楼体 CD 的高度约为多少米? (精确到 1 米)

(参考数据: $\sin 63.4^\circ \approx 0.89, \cos 63.4^\circ \approx 0.45, \tan 63.4^\circ \approx 2.00, \sqrt{2} \approx 1.41, \sqrt{3} \approx 1.73$)



图①



图②

【分析】 设楼高 CE 为 x 米, 于是得到 $BE = x - 20$, 解直角三角形即可得到结论.

【解答】 解: 设楼高 CE 为 x 米,

$\therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle AEC$ 中, $\angle CAE = 45^\circ$,

$\therefore AE = CE = x$,

$\therefore AB = 20$,

$$\therefore BE = x - 20,$$

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中, $CE = BE \cdot \tan 63.4^\circ \approx 2(x - 20),$

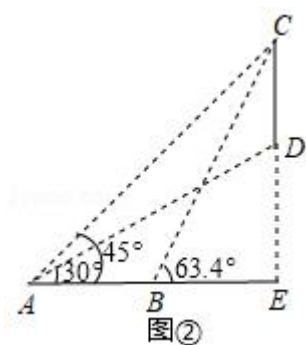
$$\therefore 2(x - 20) = x,$$

解得: $x = 40$ (米),

在 $\text{Rt}\triangle DAE$ 中, $DE = AE \tan 30^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{40\sqrt{3}}{3},$

$$\therefore CD = CE - DE = 40 - \frac{40\sqrt{3}}{3} \approx 17 \text{ (米)},$$

答: 大楼部分楼体 CD 的高度约为 17 米.

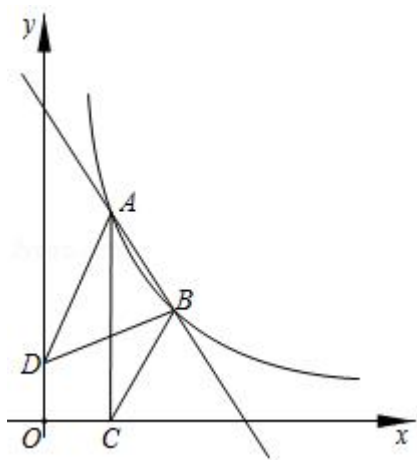


【点评】 此题是解直角三角形的应用——仰角和俯角，解本题的关键是利用三角函数解答.

23. (8分) 如图, 点 $A(\frac{3}{2}, 4)$, $B(3, m)$ 是直线 AB 与反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ ($x > 0$) 图象的两个交点, $AC \perp x$ 轴, 垂足为点 C , 已知 $D(0, 1)$, 连接 AD , BD , BC .

(1) 求直线 AB 的表达式;

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的面积分别为 S_1 , S_2 . 求 $S_2 - S_1$.



【分析】 (1) 先将点 $A(\frac{3}{2}, 4)$ 代入反比例函数解析式中求出 n 的值, 进而得到点 B 的

坐标，已知点 A 、点 B 坐标，利用待定系数法即可求出直线 AB 的表达式；

(2) 利用三角形的面积公式以及割补法分别求出 S_1 、 S_2 的值，即可求出 $S_2 - S_1$ 。

【解答】 解：(1) 由点 $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ ， $B(3, m)$ 在反比例函数 $y = \frac{n}{x}$ ($x > 0$) 图象上

$$\therefore 4 = \frac{n}{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore n = 6$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y = \frac{6}{x} \quad (x > 0)$$

将点 $B(3, m)$ 代入 $y = \frac{6}{x}$ ($x > 0$) 得 $m = 2$

$$\therefore B(3, 2)$$

设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b$

$$\therefore \begin{cases} 4 = \frac{3}{2}k + b \\ 2 = 3k + b \end{cases}$$

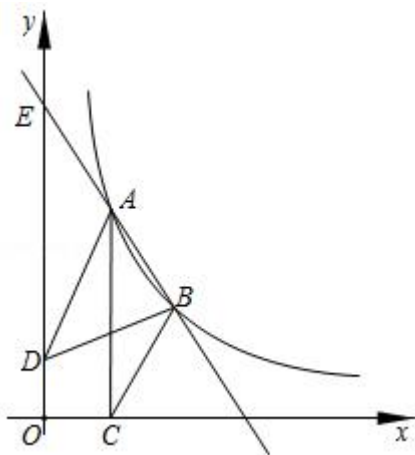
$$\text{解得} \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的表达式为 } y = -\frac{4}{3}x + 6;$$

(2) 由点 A 、 B 坐标得 $AC = 4$ ，点 B 到 AC 的距离为 $3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

$$\therefore S_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} = 3$$

设 AB 与 y 轴的交点为 E ，可得 $E(0, 6)$ ，如图：



$$\therefore DE = 6 - 1 = 5$$

由点 $A\left(\frac{3}{2}, 4\right)$, $B(3, 2)$ 知点 A, B 到 DE 的距离分别为 $\frac{3}{2}, 3$

$$\therefore S_2 = S_{\triangle BDE} - S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{3}{2} = \frac{15}{4}$$

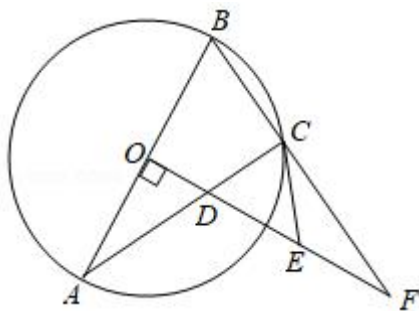
$$\therefore S_2 - S_1 = \frac{15}{4} - 3 = \frac{3}{4}.$$

【点评】 本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题以及三角形的面积，属于中考常考题型.

24. (10分) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 为直径, 作 $OD \perp AB$ 交 AC 于点 D , 延长 BC , OD 交于点 F , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CE , 交 OF 于点 E .

(1) 求证: $EC = ED$;

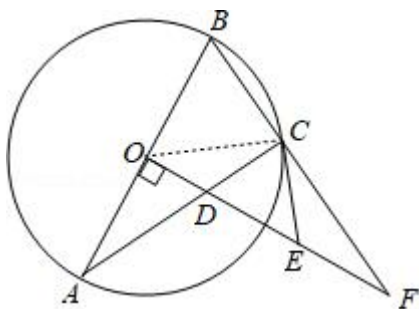
(2) 如果 $OA = 4$, $EF = 3$, 求弦 AC 的长.



【分析】 (1) 连接 OC , 由切线的性质可证得 $\angle ACE + \angle A = 90^\circ$, 又 $\angle CDE + \angle A = 90^\circ$, 可得 $\angle CDE = \angle ACE$, 则结论得证;

(2) 先根据勾股定理求出 OE , OD , AD 的长, 证明 $\text{Rt}\triangle AOD \sim \text{Rt}\triangle ACB$, 得出比例线段即可求出 AC 的长.

【解答】 (1) 证明: 连接 OC ,



$\because CE$ 与 $\odot O$ 相切, 为 C 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore OC \perp CE$,

$\therefore \angle OCA + \angle ACE = 90^\circ$,

$\because OA = OC$,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle A = \angle OCA, \\
&\therefore \angle ACE + \angle A = 90^\circ, \\
&\because OD \perp AB, \\
&\therefore \angle ODA + \angle A = 90^\circ, \\
&\because \angle ODA = \angle CDE, \\
&\therefore \angle CDE + \angle A = 90^\circ, \\
&\therefore \angle CDE = \angle ACE, \\
&\therefore EC = ED;
\end{aligned}$$

(2) 解: $\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$$\begin{aligned}
&\therefore \angle ACB = 90^\circ, \\
&\text{在 Rt}\triangle DCF \text{ 中, } \angle DCE + \angle ECF = 90^\circ, \quad \angle DCE = \angle CDE, \\
&\therefore \angle CDE + \angle ECF = 90^\circ, \\
&\because \angle CDE + \angle F = 90^\circ, \\
&\therefore \angle ECF = \angle F, \\
&\therefore EC = EF, \\
&\because EF = 3, \\
&\therefore EC = DE = 3, \\
&\therefore OE = \sqrt{OC^2 + EC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5, \\
&\therefore OD = OE - DE = 2,
\end{aligned}$$

$$\text{在 Rt}\triangle OAD \text{ 中, } AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}.$$

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 和 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中,

$$\begin{aligned}
&\because \angle A = \angle A, \quad \angle ACB = \angle AOD, \\
&\therefore \text{Rt}\triangle AOD \sim \text{Rt}\triangle ACB,
\end{aligned}$$

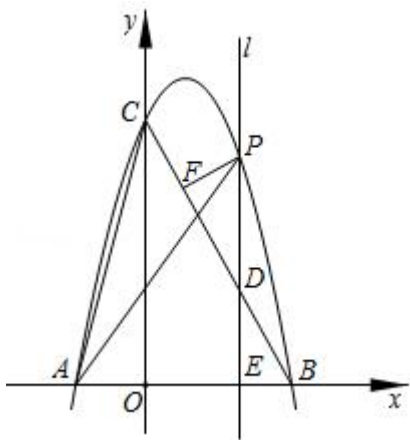
$$\begin{aligned}
&\therefore \frac{OA}{AC} = \frac{AD}{AB}, \\
&\text{即 } \frac{4}{AC} = \frac{2\sqrt{5}}{8}, \\
&\therefore AC = \frac{16\sqrt{5}}{5}.
\end{aligned}$$

【点评】 本题考查了切线的性质: 圆的切线垂直于经过切点的半径. 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 也考查了圆周角定理和相似三角形的

判定与性质.

25. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$, 点 $B(4, 0)$, 与 y 轴交于点 $C(0, 8)$, 连接 BC , 又已知位于 y 轴右侧且垂直于 x 轴的动直线 l , 沿 x 轴正方向从 O 运动到 B (不含 O 点和 B 点), 且分别交抛物线、线段 BC 以及 x 轴于点 P, D, E .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 连接 AC, AP , 当直线 l 运动时, 求使得 $\triangle PEA$ 和 $\triangle AOC$ 相似的点 P 的坐标;
- (3) 作 $PF \perp BC$, 垂足为 F , 当直线 l 运动时, 求 $\text{Rt}\triangle PFD$ 面积的最大值.



【分析】(1) 将点 A, B, C 的坐标代入二次函数表达式, 即可求解;

(2) 只有当 $\angle PEA = \angle AOC$ 时, $\triangle PEA \sim \triangle AOC$, 可得: $PE = 4AE$, 设点 P 坐标 $(4k - 2, k)$, 即可求解;

(3) 利用 $\text{Rt}\triangle PFD \sim \text{Rt}\triangle BOC$ 得: $\frac{S_{\triangle PFD}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{PD}{BC}\right)^2 = \frac{1}{5}PD^2$, 再求出 PD 的最大值, 即可求解.

【解答】解: (1) 将点 A, B, C 的坐标代入二次函数表达式得:

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ c = 8 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 8 \end{cases}$$

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 2x + 8$;

(2) $\because$ 点 $A(-2, 0), C(0, 8), \therefore OA = 2, OC = 8$,

$\because l \perp x$ 轴, $\therefore \angle PEA = \angle AOC = 90^\circ$,

$\therefore \angle PAE \neq \angle CAO$,

∴ 只有当 $\angle PEA = \angle AOC$ 时, $PEA\triangle \sim AOC$,

此时 $\frac{AE}{CO} = \frac{PE}{AO}$, 即: $\frac{AE}{8} = \frac{PE}{2}$,

∴ $AE = 4PE$,

设点 P 的纵坐标为 k , 则 $PE = k$, $AE = 4k$,

∴ $OE = 4k - 2$,

将点 P 坐标 $(4k - 2, k)$ 代入二次函数表达式并解得:

$k = 0$ 或 $\frac{23}{16}$ (舍去 0),

则点 P $(\frac{15}{4}, \frac{23}{16})$;

(3) 在 $Rt\triangle PFD$ 中, $\angle PFD = \angle COB = 90^\circ$,

∵ $l \parallel y$ 轴, ∴ $\angle PDF = \angle COB$, ∴ $Rt\triangle PFD \sim Rt\triangle BOC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle PFD}}{S_{\triangle BOC}} = \left(\frac{PD}{BC}\right)^2,$$

$$\therefore S_{\triangle PFD} = \left(\frac{PD}{BC}\right)^2 \cdot S_{\triangle BOC},$$

$$\text{而 } S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16, \quad BC = \sqrt{CO^2 + BO^2} = 4\sqrt{5}.$$

$$\therefore S_{\triangle PFD} = \left(\frac{PD}{BC}\right)^2 \cdot S_{\triangle BOC} = \frac{1}{5} PD^2,$$

即当 PD 取得最大值时, $S_{\triangle PFD}$ 最大,

将 B 、 C 坐标代入一次函数表达式并解得:

直线 BC 的表达式为: $y = -2x + 8$,

设点 $P(m, -m^2 + 2m + 8)$, 则点 $D(m, -2m + 8)$,

则 $PD = -m^2 + 2m + 8 + 2m - 8 = -(m - 2)^2 + 4$,

当 $m = 2$ 时, PD 的最大值为 4,

故当 $PD = 4$ 时, $\therefore S_{\triangle PFD} = \frac{1}{5} PD^2 = \frac{16}{5}$.

【点评】 主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数 and 几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.

积分超值换

活动时间：2019年4月23日-6月30日

活动对象：中小学一线教师以及教育工作者



扫一扫 换礼啦

积 分 兑 换 更 超 值



会员升级服务第一拨 · 清北季



神马，有清华北大学霸方法论课；还有清华学霸向所有的父母亲述自己求学之路；

衡水名校试卷悄悄的上线了；

扫qq领取官网不首发课程，很多人我没告诉他啊！

会员qq专享等你来撩.....