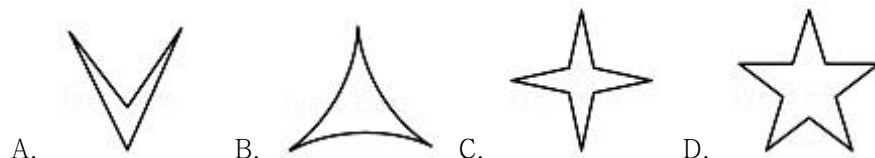


山东省青岛市 2018 年中考数学真题试题

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

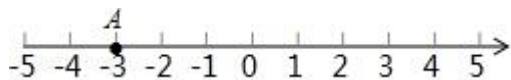
1. (3 分) 观察下列四个图形，中心对称图形是 ()



2. (3 分) 斑叶兰被列为国家二级保护植物，它的一粒种子重约 0.0000005 克. 将 0.0000005 用科学记数法表示为 ()

A. 5×10^7 B. 5×10^{-7} C. 0.5×10^{-6} D. 5×10^{-6}

3. (3 分) 如图，点 A 所表示的数的绝对值是 ()

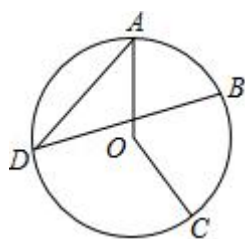


A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

4. (3 分) 计算 $(a^2)^3 - 5a^3 \cdot a^3$ 的结果是 ()

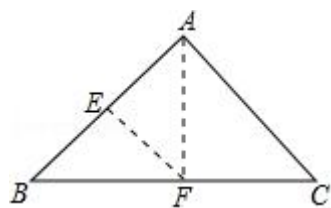
A. $a^5 - 5a^6$ B. $a^6 - 5a^9$ C. $-4a^6$ D. $4a^6$

5. (3 分) 如图，点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上， $\angle AOC = 140^\circ$ ，点 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点，则 $\angle D$ 的度数是 ()



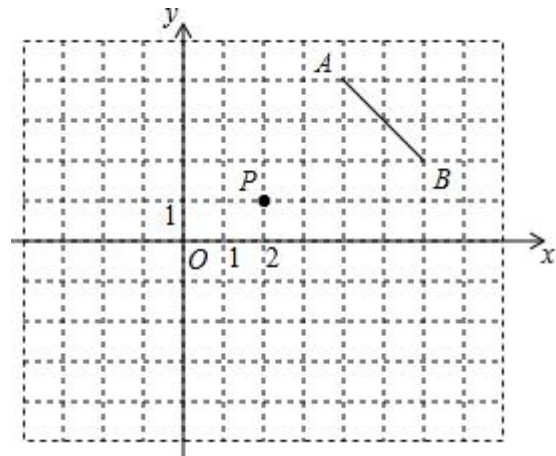
A. 70° B. 55° C. 35.5° D. 35°

6. (3 分) 如图，三角形纸片 ABC， $AB = AC$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 E 为 AB 中点. 沿过点 E 的直线折叠，使点 B 与点 A 重合，折痕现交于点 F. 已知 $EF = \frac{3}{2}$ ，则 BC 的长是 ()



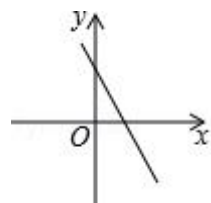
- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. $3\sqrt{3}$

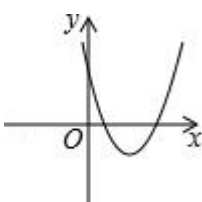
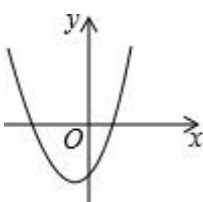
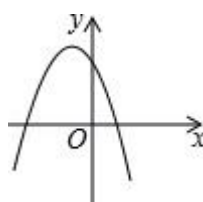
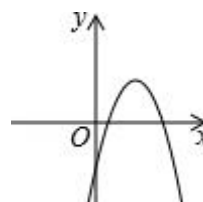
7. (3分) 如图, 将线段 AB 绕点 P 按顺时针方向旋转 90° , 得到线段 A'B', 其中点 A、B 的对应点分别是点 A'、B', 则点 A' 的坐标是 ()



- A. (-1, 3) B. (4, 0) C. (3, -3) D. (5, -1)

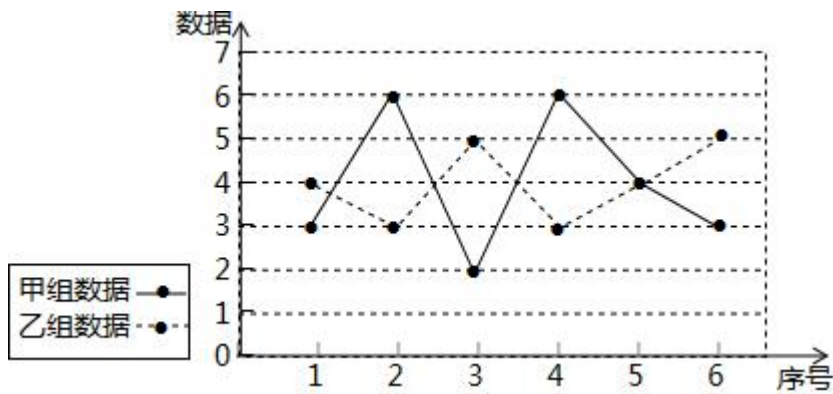
8. (3分) 已知一次函数 $y = \frac{b}{a}x + c$ 的图象如图, 则二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是 ()



- A.  B.  C.  D. 

二、填空题 (每题 3 分, 满分 18 分, 将答案填在答题纸上)

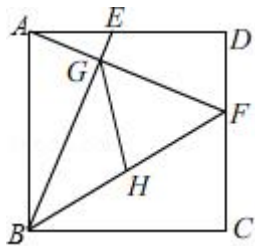
9. (3分) 已知甲、乙两组数据的折线图如图, 设甲、乙两组数据的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2$ 、 $S_{\text{乙}}^2$, 则 $S_{\text{甲}}^2$ _____ $S_{\text{乙}}^2$ (填 “>”、“=”、“<”)



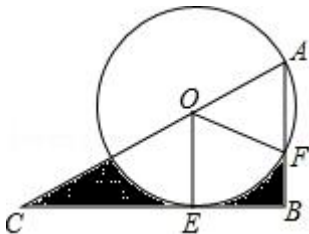
10. (3分) 计算: $2^{-1} \times \sqrt{12} + 2\cos 30^\circ =$ _____.

11. (3分) 5月份, 甲、乙两个工厂用水量共为 200 吨. 进入夏季用水高峰期后, 两工厂积极响应国家号召, 采取节水措施. 6月份, 甲工厂用水量比 5 月份减少了 15%, 乙工厂用水量比 5 月份减少了 10%, 两个工厂 6 月份用水量共为 174 吨, 求两个工厂 5 月份的用水量各是多少. 设甲工厂 5 月份用水量为 x 吨, 乙工厂 5 月份用水量为 y 吨, 根据题意列关于 x, y 的方程组为_____.

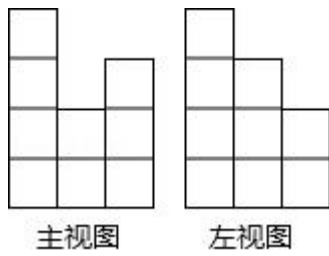
12. (3分) 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 5, 点 E, F 分别在 AD, DC 上, $AE=DF=2$, BE 与 AF 相交于点 G , 点 H 为 BF 的中点, 连接 GH , 则 GH 的长为_____.



13. (3分) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle B=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, O 为 AC 上一点, $OA=2$, 以 O 为圆心, 以 OA 为半径的圆与 CB 相切于点 E , 与 AB 相交于点 F , 连接 OE, OF , 则图中阴影部分的面积是_____.



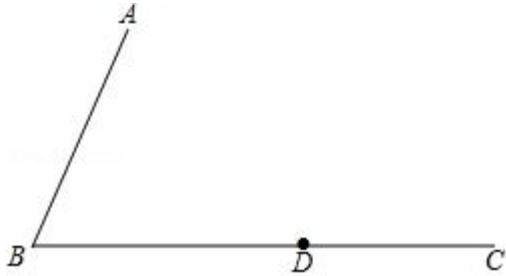
14. (3分) 一个由 16 个完全相同的小立方块搭成的几何体, 其最下面一层摆放了 9 个小立方块, 它的主视图和左视图如图所示, 那么这个几何体的搭法共有_____种.



三、作图题：本大题满分 4 分.

15. (4 分) 已知：如图， $\angle ABC$ ，射线 BC 上一点 D .

求作：等腰 $\triangle PBD$ ，使线段 BD 为等腰 $\triangle PBD$ 的底边，点 P 在 $\angle ABC$ 内部，且点 P 到 $\angle ABC$ 两边的距离相等.



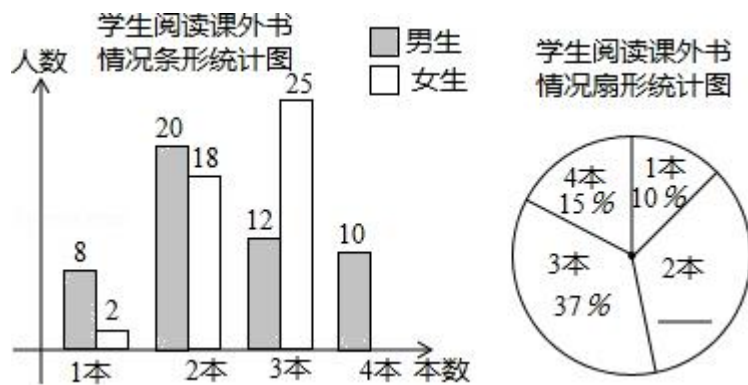
四、解答题（本大题共 9 小题，共 74 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

16. (8 分) (1) 解不等式组：
$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} < 1 \\ 2x+16 > 14 \end{cases}$$

(2) 化简： $(\frac{x^2+1}{x} - 2) \cdot \frac{x}{x^2-1}$.

17. (6 分) 小明和小亮计划暑期结伴参加志愿者活动. 小明想参加敬老服务活动，小亮想参加文明礼仪宣传活动. 他们想通过做游戏来决定参加哪个活动, 于是小明设计了一个游戏, 游戏规则是：在三张完全相同的卡片上分别标记 4、5、6 三个数字，一人先从三张卡片中随机抽出一张，记下数字后放回，另一人再从中随机抽出一张，记下数字，若抽出的两张卡片标记的数字之和为偶数，则按照小明的想法参加敬老服务活动，若抽出的两张卡片标记的数字之和为奇数，则按照小亮的想法参加文明礼仪宣传活动. 你认为这个游戏公平吗？请说明理由.

18. (6 分) 八年级 (1) 班研究性学习小组为研究全校同学课外阅读情况，在全校随机邀请了部分同学参与问卷调查，统计同学们一个月阅读课外书的数量，并绘制了以下统计图.

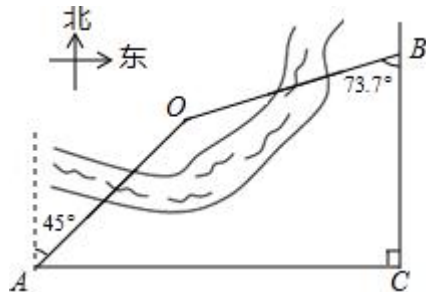


请根据图中信息解决下列问题:

- (1) 共有_____名同学参与问卷调查;
- (2) 补全条形统计图和扇形统计图;
- (3) 全校共有学生 1500 人, 请估计该校学生一个月阅读 2 本课外书的人数约为多少.

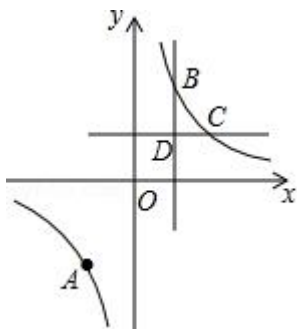
19. (6 分) 某区域平面示意图如图, 点 O 在河的一侧, AC 和 BC 表示两条互相垂直的公路. 甲勘测员在 A 处测得点 O 位于北偏东 45° , 乙勘测员在 B 处测得点 O 位于南偏西 73.7° , 测得 $AC=840\text{m}$, $BC=500\text{m}$. 请求出点 O 到 BC 的距离.

参考数据: $\sin 73.7^\circ \approx \frac{24}{25}$, $\cos 73.7^\circ \approx \frac{7}{25}$, $\tan 73.7^\circ \approx \frac{24}{7}$



20. (8 分) 已知反比例函数的图象经过三个点 $A(-4, -3)$, $B(2m, y_1)$, $C(6m, y_2)$, 其中 $m > 0$.

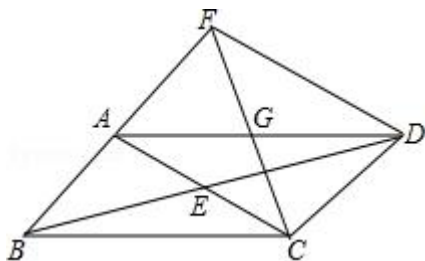
- (1) 当 $y_1 - y_2 = 4$ 时, 求 m 的值;
- (2) 如图, 过点 B 、 C 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 两垂线相交于点 D , 点 P 在 x 轴上, 若三角形 PBD 的面积是 8, 请写出点 P 坐标 (不需要写解答过程).



21. (8分) 已知: 如图, 平行四边形 ABCD, 对角线 AC 与 BD 相交于点 E, 点 G 为 AD 的中点, 连接 CG, CG 的延长线交 BA 的延长线于点 F, 连接 FD.

(1) 求证: $AB=AF$;

(2) 若 $AG=AB$, $\angle BCD=120^\circ$, 判断四边形 ACDF 的形状, 并证明你的结论.



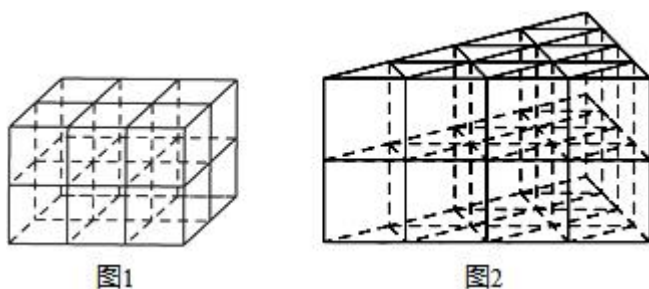
22. (10分) 某公司投入研发费用 80 万元 (80 万元只计入第一年成本), 成功研发出一种产品. 公司按订单生产 (产量=销售量), 第一年该产品正式投产后, 生产成本为 6 元/件. 此产品年销售量 y (万件) 与售价 x (元/件) 之间满足函数关系式 $y = -x + 26$.

(1) 求这种产品第一年的利润 W_1 (万元) 与售价 x (元/件) 满足的函数关系式;

(2) 该产品第一年的利润为 20 万元, 那么该产品第一年的售价是多少?

(3) 第二年, 该公司将第一年的利润 20 万元 (20 万元只计入第二年成本) 再次投入研发, 使产品的生产成本降为 5 元/件. 为保持市场占有率, 公司规定第二年产品售价不超过第一年的售价, 另外受产能限制, 销售量无法超过 12 万件. 请计算该公司第二年的利润 W_2 至少为多少万元.

23. (10分) 问题提出: 用若干相同的一个单位长度的细直木棒, 按照如图 1 方式搭建一个长方体框架, 探究所用木棒条数的规律.



问题探究:

我们先从简单的问题开始探究, 从中找出解决问题的方法.

探究一

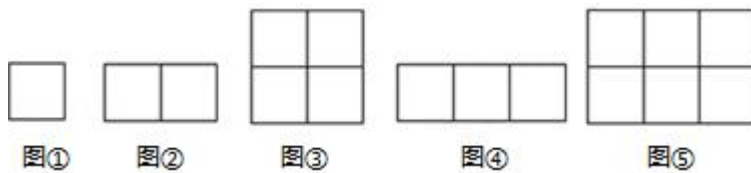
用若干木棒来搭建横长是 m , 纵长是 n 的矩形框架 (m 、 n 是正整数), 需要木棒的条数.

如图①, 当 $m=1$, $n=1$ 时, 横放木棒为 $1 \times (1+1)$ 条, 纵放木棒为 $(1+1) \times 1$ 条, 共需 4 条;

如图②, 当 $m=2$, $n=1$ 时, 横放木棒为 $2 \times (1+1)$ 条, 纵放木棒为 $(2+1) \times 1$ 条, 共需 7 条;

如图③, 当 $m=2$, $n=2$ 时, 横放木棒为 $2 \times (2+1)$ 条, 纵放木棒为 $(2+1) \times 2$ 条, 共需 12 条; 如图④, 当 $m=3$, $n=1$ 时, 横放木棒为 $3 \times (1+1)$ 条, 纵放木棒为 $(3+1) \times 1$ 条, 共需 10 条;

如图⑤, 当 $m=3$, $n=2$ 时, 横放木棒为 $3 \times (2+1)$ 条, 纵放木棒为 $(3+1) \times 2$ 条, 共需 17 条.



问题 (一): 当 $m=4$, $n=2$ 时, 共需木棒_____条.

问题 (二): 当矩形框架横长是 m , 纵长是 n 时, 横放的木棒为_____条,
纵放的木棒为_____条.

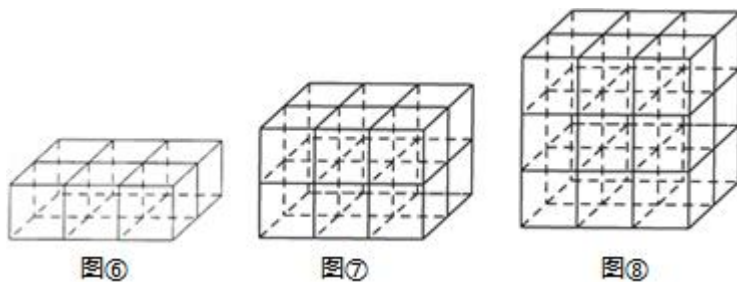
探究二

用若干木棒来搭建横长是 m , 纵长是 n , 高是 s 的长方体框架 (m 、 n 、 s 是正整数), 需要木棒的条数.

如图⑥, 当 $m=3$, $n=2$, $s=1$ 时, 横放与纵放木棒之和为 $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (1+1) = 34$ 条, 竖放木棒为 $(3+1) \times (2+1) \times 1 = 12$ 条, 共需 46 条;

如图⑦, 当 $m=3$, $n=2$, $s=2$ 时, 横放与纵放木棒之和为 $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (2+1) = 51$ 条, 竖放木棒为 $(3+1) \times (2+1) \times 2 = 24$ 条, 共需 75 条;

如图⑧, 当 $m=3$, $n=2$, $s=3$ 时, 横放与纵放木棒之和为 $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (3+1) = 68$ 条, 竖放木棒为 $(3+1) \times (2+1) \times 3 = 36$ 条, 共需 104 条.

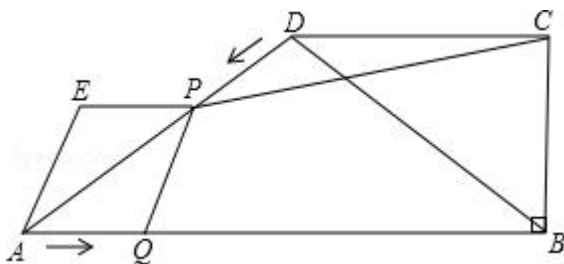


问题 (三): 当长方体框架的横长是 m , 纵长是 n , 高是 s 时, 横放与纵放木棒条数之和为 _____ 条, 竖放木棒条数为 _____ 条.

实际应用: 现在按探究二的搭建方式搭建一个纵长是 2、高是 4 的长方体框架, 总共使用了 170 条木棒, 则这个长方体框架的横长是 _____.

拓展应用: 若按照如图 2 方式搭建一个底面边长是 10, 高是 5 的正三棱柱框架, 需要木棒 _____ 条.

24. (12 分) 已知: 如图, 四边形 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $CB \perp AB$, $AB=16\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, $CD=8\text{cm}$, 动点 P 从点 D 开始沿 DA 边匀速运动, 动点 Q 从点 A 开始沿 AB 边匀速运动, 它们的运动速度均为 2cm/s . 点 P 和点 Q 同时出发, 以 QA 、 QP 为边作平行四边形 $AQPE$, 设运动的时间为 t (s), $0 < t < 5$.



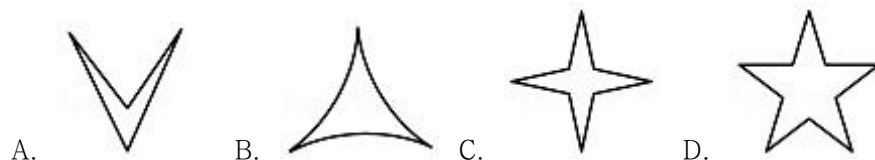
根据题意解答下列问题:

- (1) 用含 t 的代数式表示 AP ;
- (2) 设四边形 $CPQB$ 的面积为 S (cm^2), 求 S 与 t 的函数关系式;
- (3) 当 $QP \perp BD$ 时, 求 t 的值;
- (4) 在运动过程中, 是否存在某一时刻 t , 使点 E 在 $\angle ABD$ 的平分线上? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. (3 分) 观察下列四个图形，中心对称图形是 ()



【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、不是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是中心对称图形，故本选项错误；

C、是中心对称图形，故本选项正确；

D、不是中心对称图形，故本选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

2. (3 分) 斑叶兰被列为国家二级保护植物，它的一粒种子重约 0.0000005 克. 将 0.0000005 用科学记数法表示为 ()

A. 5×10^7 B. 5×10^{-7} C. 0.5×10^{-6} D. 5×10^{-6}

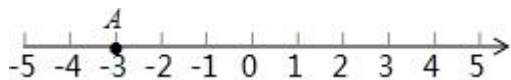
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解：将 0.0000005 用科学记数法表示为 5×10^{-7} .

故选：B.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

3. (3 分) 如图，点 A 所表示的数的绝对值是 ()



- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

【分析】根据负数的绝对值是其相反数解答即可.

【解答】解: $|-3|=3$,

故选: A.

【点评】此题考查绝对值问题, 关键是根据负数的绝对值是其相反数解答.

4. (3分) 计算 $(a^2)^3 - 5a^3 \cdot a^3$ 的结果是 ()

- A. $a^5 - 5a^6$ B. $a^6 - 5a^9$ C. $-4a^6$ D. $4a^6$

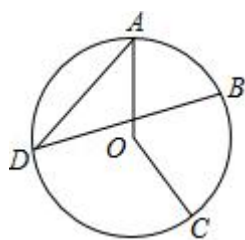
【分析】直接利用幂的乘方运算法则化简, 再利用单项式乘以单项式、合并同类项法则计算得出答案.

【解答】解: $(a^2)^3 - 5a^3 \cdot a^3$
 $= a^6 - 5a^6$
 $= -4a^6$.

故选: C.

【点评】此题主要考查了幂的乘方运算、单项式乘以单项式, 正确掌握运算法则是解题关键.

5. (3分) 如图, 点 A、B、C、D 在 $\odot O$ 上, $\angle AOC = 140^\circ$, 点 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 则 $\angle D$ 的度数是 ()



- A. 70° B. 55° C. 35.5° D. 35°

【分析】根据圆心角、弧、弦的关系定理得到 $\angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOC$, 再根据圆周角定理解答.

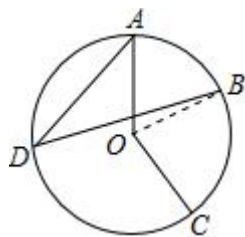
【解答】解: 连接 OB,

$\because$ 点 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点,

$\therefore \angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOC = 70^\circ$,

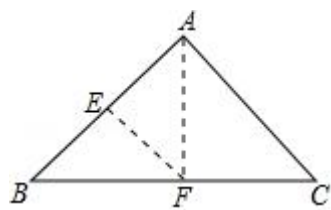
由圆周角定理得， $\angle D = \frac{1}{2} \angle AOB = 35^\circ$ ，

故选：D.



【点评】本题考查的是圆心角、弧、弦的关系定理、圆周角定理，掌握在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半是解题的关键.

6. (3分) 如图，三角形纸片 ABC， $AB=AC$ ， $\angle BAC=90^\circ$ ，点 E 为 AB 中点. 沿过点 E 的直线折叠，使点 B 与点 A 重合，折痕现交于点 F. 已知 $EF=\frac{3}{2}$ ，则 BC 的长是 ()



- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $3\sqrt{2}$ C. 3 D. $3\sqrt{3}$

【分析】由折叠的性质可知 $\angle B = \angle EAF = 45^\circ$ ，所以可求出 $\angle AFB = 90^\circ$ ，再直角三角形的性质可知 $EF = \frac{1}{2}AB$ ，所以 $AB=AC$ 的长可求，再利用勾股定理即可求出 BC 的长.

【解答】解：

$\because$ 沿过点 E 的直线折叠，使点 B 与点 A 重合，

$\therefore \angle B = \angle EAF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle AFB = 90^\circ$ ，

$\because$ 点 E 为 AB 中点，

$\therefore EF = \frac{1}{2}AB$ ， $EF = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore AB = AC = 3$ ，

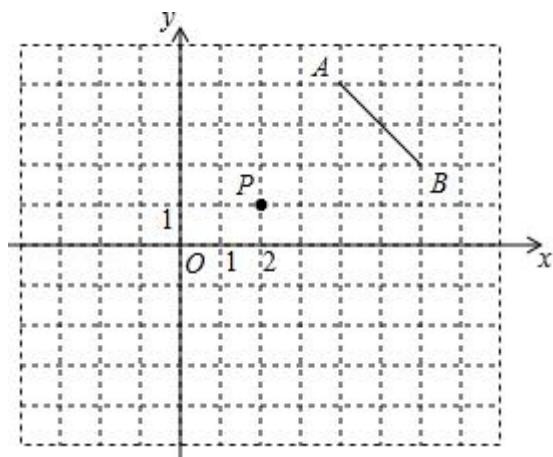
$\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$\therefore BC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查了折叠的性质、等腰直角三角形的判断和性质以及勾股定理的运用，求出 $\angle AFB=90^\circ$ 是解题的关键.

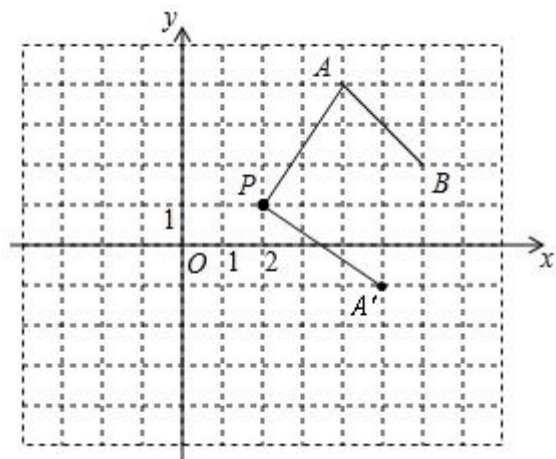
7. (3分) 如图，将线段 AB 绕点 P 按顺时针方向旋转 90° ，得到线段 A'B'，其中点 A、B 的对应点分别是点 A'、B'，则点 A' 的坐标是 ()



- A. $(-1, 3)$ B. $(4, 0)$ C. $(3, -3)$ D. $(5, -1)$

【分析】画图可得结论.

【解答】解：画图如下：

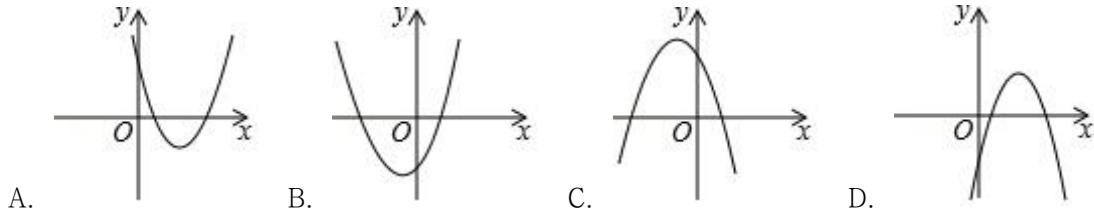
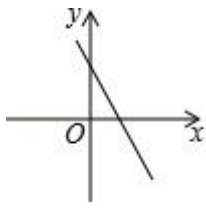


则 A' $(5, -1)$,

故选：D.

【点评】本题考查了旋转的性质，熟练掌握顺时针或逆时针旋转某个点或某直线的位置关系.

8. (3分) 已知一次函数 $y=\frac{b}{a}x+c$ 的图象如图，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是 ()



【分析】根据反比例函数图象一次函数图象经过的象限，即可得出 $\frac{b}{a} < 0$ 、 $c > 0$ ，由此即可得出：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，与 y 轴的交点在 y 轴负正半轴，再对照四个选项中的图象即可得出结论。

【解答】解：观察函数图象可知： $\frac{b}{a} < 0$ 、 $c > 0$ ，

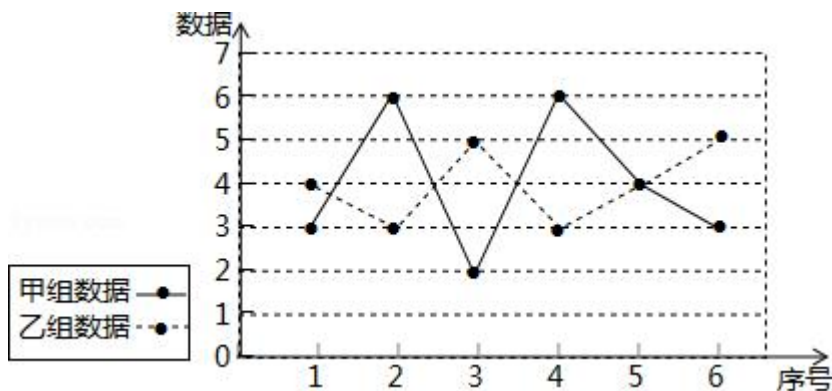
$\therefore$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，与 y 轴的交点在 y 轴负正半轴。

故选：A.

【点评】本题考查了一次函数的图象以及二次函数的图象，根据一次函数图象经过的象限，找出 $\frac{b}{a} < 0$ 、 $c > 0$ 是解题的关键。

二、填空题（每题 3 分，满分 18 分，将答案填在答题纸上）

9. (3 分) 已知甲、乙两组数据的折线图如图，设甲、乙两组数据的方差分别为 $S_{甲}^2$ 、 $S_{乙}^2$ ，则 $S_{甲}^2$ < $S_{乙}^2$ (填“>”、“=”、“<”)



【分析】结合图形，根据数据波动较大的方差较大即可求解。

【解答】解：从图看出：乙组数据的波动较小，故乙的方差较小，即 $S_{甲}^2 < S_{乙}^2$ 。

故答案为：<.

【点评】本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量, 方差越大, 表明这组数据偏离平均数越大, 即波动越大, 数据越不稳定; 反之, 方差越小, 表明这组数据分布比较集中, 各数据偏离平均数越小, 即波动越小, 数据越稳定.

10. (3分) 计算: $2^{-1} \times \sqrt{12} + 2\cos 30^\circ = \underline{2\sqrt{3}}$.

【分析】根据特殊角的三角函数值和有理数的乘法和加法可以解答本题.

【解答】解: $2^{-1} \times \sqrt{12} + 2\cos 30^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= \sqrt{3} + \sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{3},$

故答案为: $2\sqrt{3}$.

【点评】本题考查实数的运算、负整数指数幂、特殊角的三角函数值, 解答本题的关键是明确它们各自的计算方法.

11. (3分) 5月份, 甲、乙两个工厂用水量共为 200 吨. 进入夏季用水高峰期后, 两工厂积极响应国家号召, 采取节水措施. 6月份, 甲工厂用水量比 5 月份减少了 15%, 乙工厂用水量比 5 月份减少了 10%, 两个工厂 6 月份用水量共为 174 吨, 求两个工厂 5 月份的用水量各是多少. 设甲工厂 5 月份用水量为 x 吨, 乙工厂 5 月份用水量为 y 吨, 根据题意列关于 x, y

的方程组为 $\begin{cases} x+y=200 \\ (1-15\%)x+(1-10\%)y=174 \end{cases}$.

【分析】设甲工厂 5 月份用水量为 x 吨, 乙工厂 5 月份用水量为 y 吨, 根据两厂 5 月份的用水量及 6 月份的用水量, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 此题得解.

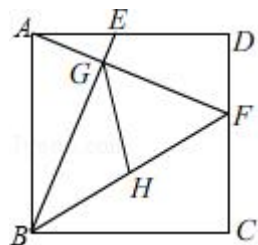
【解答】解: 设甲工厂 5 月份用水量为 x 吨, 乙工厂 5 月份用水量为 y 吨,

根据题意得: $\begin{cases} x+y=200 \\ (1-15\%)x+(1-10\%)y=174 \end{cases}$

故答案为: $\begin{cases} x+y=200 \\ (1-15\%)x+(1-10\%)y=174 \end{cases}$

【点评】本题考查了二元一次方程组, 找准等量关系, 正确列出二元一次方程组是解题的关键.

12. (3分) 如图, 已知正方形 ABCD 的边长为 5, 点 E、F 分别在 AD、DC 上, AE=DF=2, BE 与 AF 相交于点 G, 点 H 为 BF 的中点, 连接 GH, 则 GH 的长为 $\frac{\sqrt{34}}{2}$.



【分析】根据正方形的四条边都相等可得 $AB=AD$, 每一个角都是直角可得 $\angle BAE=\angle D=90^\circ$, 然后利用“边角边”证明 $\triangle ABE \cong \triangle DAF$ 得 $\angle ABE=\angle DAF$, 进一步得 $\angle AGE=\angle BGF=90^\circ$, 从而知 $GH=\frac{1}{2}BF$, 利用勾股定理求出 BF 的长即可得出答案.

【解答】解: $\because$ 四边形 ABCD 为正方形,

$\therefore \angle BAE=\angle D=90^\circ$, $AB=AD$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DAF$ 中,

$$\therefore \begin{cases} AB=AD \\ \angle BAE=\angle D, \\ AE=DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAF$ (SAS),

$\therefore \angle ABE=\angle DAF$,

$\therefore \angle ABE+\angle BEA=90^\circ$,

$\therefore \angle DAF+\angle BEA=90^\circ$,

$\therefore \angle AGE=\angle BGF=90^\circ$,

$\therefore$ 点 H 为 BF 的中点,

$\therefore GH=\frac{1}{2}BF$,

$\therefore BC=5$, $CF=CD-DF=5-2=3$,

$\therefore BF=\sqrt{BC^2+CF^2}=\sqrt{34}$,

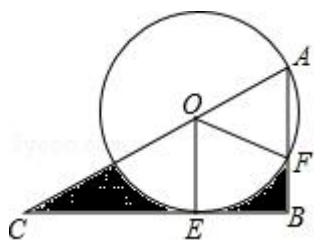
$\therefore GH=\frac{1}{2}BF=\frac{\sqrt{34}}{2}$,

故答案为: $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

【点评】本题考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 直角三角形两锐角互余等知识, 掌握三角形全等的判定方法与正方形的性质是解题的关键.

13. (3分) 如图, Rt $\triangle ABC$, $\angle B=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, O 为 AC 上一点, $OA=2$, 以 O 为圆心,

以 OA 为半径的圆与 CB 相切于点 E , 与 AB 相交于点 F , 连接 OE 、 OF , 则图中阴影部分的面积是 $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{4}{3}\pi$.



【分析】根据扇形面积公式以及三角形面积公式即可求出答案.

【解答】解: $\because \angle B=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$,

$\therefore \angle A=60^\circ$,

$\because OA=OF$,

$\therefore \triangle AOF$ 是等边三角形,

$\therefore \angle COF=120^\circ$,

$\because OA=2$,

$\therefore$ 扇形 OGF 的面积为: $\frac{120\pi \times 4}{360} = \frac{4}{3}\pi$

$\because OA$ 为半径的圆与 CB 相切于点 E ,

$\therefore \angle OEC=90^\circ$,

$\therefore OC=2OE=4$,

$\therefore AC=OC+OA=6$,

$\therefore AB=\frac{1}{2}AC=3$,

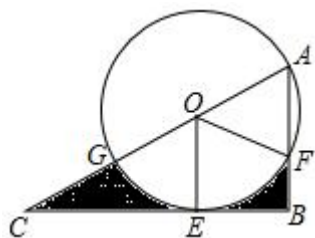
$\therefore$ 由勾股定理可知: $BC=3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$

$\because \triangle OAF$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$,

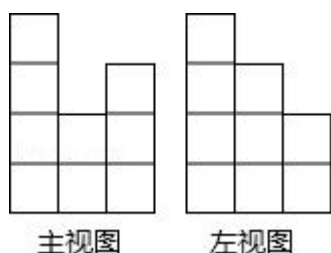
$\therefore$ 阴影部分面积为: $\frac{9}{2}\sqrt{3} - \sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi = \frac{7}{2}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$

故答案为: $\frac{7}{2}\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$



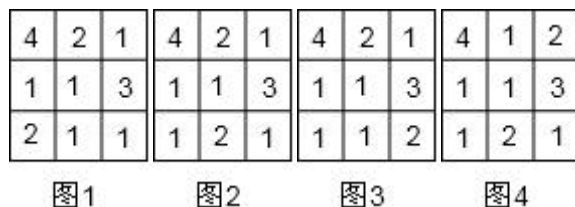
【点评】 本题考查扇形面积公式，涉及含 30° 角的直角三角形的性质，勾股定理，切线的性质，扇形的面积公式等知识，综合程度较高.

14. (3 分) 一个由 16 个完全相同的小立方块搭成的几何体，其最下面一层摆放了 9 个小立方块，它的主视图和左视图如图所示，那么这个几何体的搭法共有 4 种.



【分析】 先根据主视图确定每一列最大分别为 4, 2, 3, 再根据左视确定每一行最大分别为 4, 3, 2, 总和要保证为 16, 还要保证俯视图有 9 个位置.

【解答】 解: 这个几何体的搭法共有 4 种: 如下图所示:



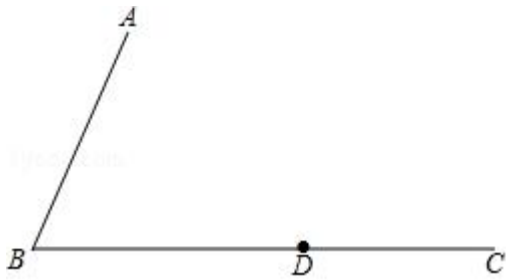
故答案为: 4.

【点评】 本题考查几何体的三视图. 由几何体的主视图、左视图及小立方块的个数, 可知俯视图的列数和行数中的最大数字.

三、作图题: 本大题满分 4 分.

15. (4 分) 已知: 如图, $\angle ABC$, 射线 BC 上一点 D.

求作: 等腰 $\triangle PBD$, 使线段 BD 为等腰 $\triangle PBD$ 的底边, 点 P 在 $\angle ABC$ 内部, 且点 P 到 $\angle ABC$ 两边的距离相等.



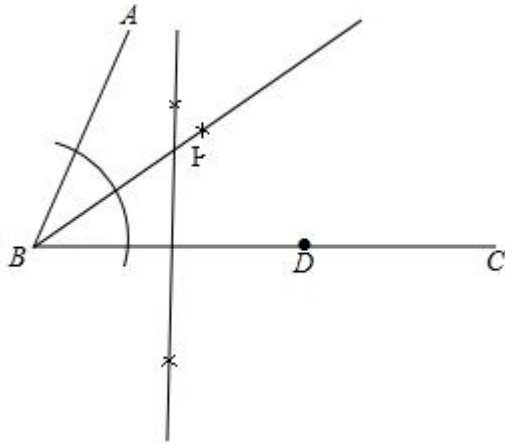
【分析】根据角平分线的性质、线段的垂直平分线的性质即可解决问题.

【解答】解: $\because$ 点 P 在 $\angle ABC$ 的平分线上,

$\therefore$ 点 P 到 $\angle ABC$ 两边的距离相等 (角平分线上的点到角的两边距离相等),

$\because$ 点 P 在线段 BD 的垂直平分线上,

$\therefore PB=PD$ (线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等),



如图所示:

【点评】本题考查作图 - 复杂作图、角平分线的性质、线段的垂直平分线的性质等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于基础题, 中考常考题型.

四、解答题 (本大题共 9 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

16. (8 分) (1) 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x-2}{3} < 1 \\ 2x+16 > 14 \end{cases}$$

(2) 化简: $(\frac{x^2+1}{x} - 2) \cdot \frac{x}{x^2-1}$.

【分析】(1) 先求出各不等式的解集, 再求出其公共解集即可.

(2) 根据分式的混合运算顺序和运算法则计算可得.

【解答】解: (1) 解不等式 $\frac{x-2}{3} < 1$, 得: $x < 5$,

解不等式 $2x+16 > 14$, 得: $x > -1$,

则不等式组的解集为 $-1 < x < 5$;

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \left(\frac{x^2+1}{x} - \frac{2x}{x} \right) \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2}{x} \cdot \frac{x}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x+1}. \end{aligned}$$

【点评】本题主要考查分式的混合运算和解一元一次不等式组，解题的关键是掌握解一元一次不等式组的步骤和分式混合运算顺序和运算法则.

17. (6分) 小明和小亮计划暑期结伴参加志愿者活动. 小明想参加敬老服务活动, 小亮想参加文明礼仪宣传活动. 他们想通过做游戏来决定参加哪个活动, 于是小明设计了一个游戏, 游戏规则是: 在三张完全相同的卡片上分别标记 4、5、6 三个数字, 一人先从三张卡片中随机抽出一张, 记下数字后放回, 另一人再从中随机抽出一张, 记下数字, 若抽出的两张卡片标记的数字之和为偶数, 则按照小明的想法参加敬老服务活动, 若抽出的两张卡片标记的数字之和为奇数, 则按照小亮的想法参加文明礼仪宣传活动. 你认为这个游戏公平吗? 请说明理由.

【分析】首先根据题意列表, 然后根据表求得所有等可能的结果与和为奇数、偶数的情况, 再利用概率公式求解即可.

【解答】解: 不公平,

列表如下:

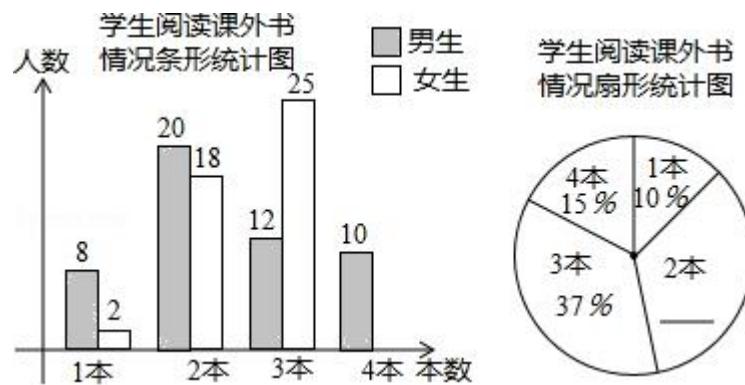
	4	5	6
4	8	9	10
5	9	10	11
6	10	11	12

由表可知, 共有 9 种等可能结果, 其中和为偶数的有 5 种结果, 和为奇数的有 4 种结果, 所以按照小明的想法参加敬老服务活动的概率为 $\frac{5}{9}$, 按照小亮的想法参加文明礼仪宣传活动的概率为 $\frac{4}{9}$,

由 $\frac{5}{9} \neq \frac{4}{9}$ 知这个游戏不公平;

【点评】此题考查了列表法求概率. 注意树状图与列表法可以不重不漏的表示出所有等可能的情况. 用到的知识点为: 概率=所求情况数与总情况数之比.

18. (6分) 八年级(1)班研究性学习小组为研究全校同学课外阅读情况, 在全校随机邀请了部分同学参与问卷调查, 统计同学们一个月阅读课外书的数量, 并绘制了以下统计图.



请根据图中信息解决下列问题:

- (1) 共有 100 名同学参与问卷调查;
- (2) 补全条形统计图和扇形统计图;
- (3) 全校共有学生 1500 人, 请估计该校学生一个月阅读 2 本课外书的人数约为多少.

【分析】(1) 由读书 1 本的人数及其所占百分比可得总人数;

(2) 总人数乘以读 4 本的百分比求得其人数, 减去男生人数即可得出女生人数, 用读 2 本的人数除以总人数可得对应百分比;

(3) 总人数乘以样本中读 2 本人数所占比例.

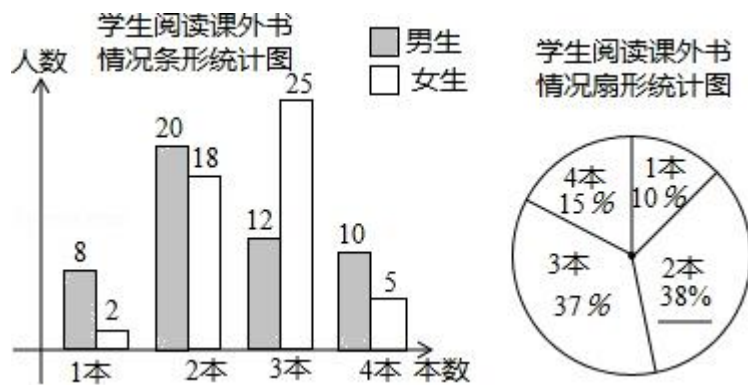
【解答】解: (1) 参与问卷调查的学生人数为 $(8+2) \div 10\% = 100$ 人,

故答案为: 100;

(2) 读 4 本的女生人数为 $100 \times 15\% - 10 = 5$ 人,

读 2 本人数所占百分比为 $\frac{20+18}{100} \times 100\% = 38\%$,

补全图形如下:

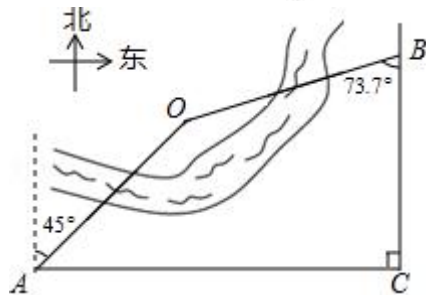


(3) 估计该校学生一个月阅读 2 本课外书的人数约为 $1500 \times 38\% = 570$ 人.

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

19. (6 分) 某区域平面示意图如图, 点 O 在河的一侧, AC 和 BC 表示两条互相垂直的公路. 甲勘测员在 A 处测得点 O 位于北偏东 45° , 乙勘测员在 B 处测得点 O 位于南偏西 73.7° , 测得 $AC=840\text{m}$, $BC=500\text{m}$. 请求出点 O 到 BC 的距离.

参考数据: $\sin 73.7^\circ \approx \frac{24}{25}$, $\cos 73.7^\circ \approx \frac{7}{25}$, $\tan 73.7^\circ \approx \frac{24}{7}$



【分析】作 $OM \perp BC$ 于 M, $ON \perp AC$ 于 N, 设 $OM=x$, 根据矩形的性质用 x 表示出 OM、MC, 根据正切的定义用 x 表示出 BM, 根据题意列式计算即可.

【解答】解: 作 $OM \perp BC$ 于 M, $ON \perp AC$ 于 N,

则四边形 ONCM 为矩形,

$\therefore ON=MC$, $OM=NC$,

设 $OM=x$, 则 $NC=x$, $AN=840-x$,

在 $\text{Rt}\triangle ANO$ 中, $\angle OAN=45^\circ$,

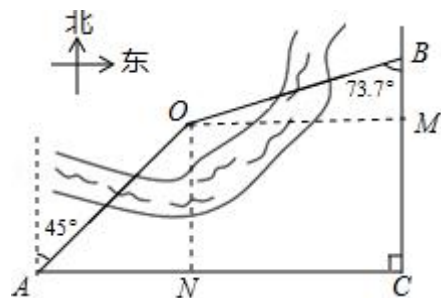
$\therefore ON=AN=840-x$, 则 $MC=ON=840-x$,

在 $\text{Rt}\triangle BOM$ 中, $BM = \frac{OM}{\tan \angle OBM} = \frac{7}{24}x$,

由题意得, $840 - x + \frac{7}{24}x = 500$,

解得, $x = 480$,

答: 点 O 到 BC 的距离为 480m .

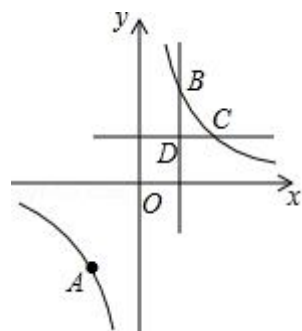


【点评】本题考查的是解直角三角形的应用, 掌握锐角三角函数的定义、正确标注方向角是解题的关键.

20. (8分) 已知反比例函数的图象经过三个点 $A(-4, -3)$, $B(2m, y_1)$, $C(6m, y_2)$, 其中 $m > 0$.

(1) 当 $y_1 - y_2 = 4$ 时, 求 m 的值;

(2) 如图, 过点 B 、 C 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 两垂线相交于点 D , 点 P 在 x 轴上, 若三角形 PBD 的面积是 8 , 请写出点 P 坐标 (不需要写解答过程).



【分析】(1) 先根据反比例函数的图象经过点 $A(-4, -3)$, 利用待定系数法求出反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$, 再由反比例函数图象上点的坐标特征得出 $y_1 = \frac{12-6}{2m}$, $y_2 = \frac{12-2}{6m}$, 然后根据 $y_1 - y_2 = 4$ 列出方程 $\frac{6}{m} - \frac{2}{m} = 4$, 解方程即可求出 m 的值;

(2) 设 BD 与 x 轴交于点 E . 根据三角形 PBD 的面积是 8 列出方程 $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{m} \cdot PE = 8$, 求出 $PE = 4m$, 再由 $E(2m, 0)$, 点 P 在 x 轴上, 即可求出点 P 的坐标.

【解答】解：(1) 设反比例函数的解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$\therefore$ 反比例函数的图象经过点 A $(-4, -3)$,

$$\therefore k = -4 \times (-3) = 12,$$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y = \frac{12}{x}$,

$\therefore$ 反比例函数的图象经过点 B $(2m, y_1)$, C $(6m, y_2)$,

$$\therefore y_1 = \frac{12}{2m} = \frac{6}{m}, \quad y_2 = \frac{12}{6m} = \frac{2}{m},$$

$$\therefore y_1 - y_2 = 4,$$

$$\therefore \frac{6}{m} - \frac{2}{m} = 4,$$

$$\therefore m = 1;$$

(2) 设 BD 与 x 轴交于点 E.

$\therefore$ 点 B $(2m, \frac{6}{m})$, C $(6m, \frac{2}{m})$, 过点 B、C 分别作 x 轴、y 轴的垂线, 两垂线相交于点 D,

$$\therefore D(2m, \frac{2}{m}), \quad BD = \frac{6}{m} - \frac{2}{m} = \frac{4}{m}.$$

$\therefore$ 三角形 PBD 的面积是 8,

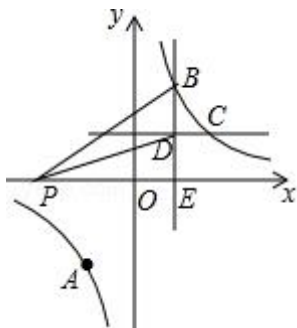
$$\therefore \frac{1}{2} BD \cdot PE = 8,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{m} \cdot PE = 8,$$

$$\therefore PE = 4m,$$

$\therefore E(2m, 0)$, 点 P 在 x 轴上,

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(-2m, 0)$ 或 $(6m, 0)$.

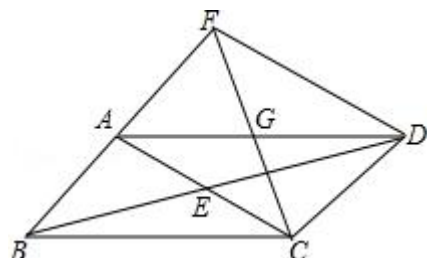


【点评】本题考查了待定系数法求反比例函数的解析式, 反比例函数图象上点的坐标特征以及三角形的面积, 正确求出双曲线的解析式是解题的关键.

21. (8分) 已知：如图，平行四边形 ABCD，对角线 AC 与 BD 相交于点 E，点 G 为 AD 的中点，连接 CG，CG 的延长线交 BA 的延长线于点 F，连接 FD.

(1) 求证：AB=AF；

(2) 若 AG=AB， $\angle BCD=120^\circ$ ，判断四边形 ACDF 的形状，并证明你的结论.



【分析】(1) 只要证明 AB=CD，AF=CD 即可解决问题；

(2) 结论：四边形 ACDF 是矩形. 根据对角线相等的平行四边形是矩形判断即可；

【解答】(1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore BE \parallel CD$ ， $AB=CD$ ，

$\therefore \angle AFC = \angle DCG$ ，

$\because GA=GD$ ， $\angle AGF = \angle CGD$ ，

$\therefore \triangle AGF \cong \triangle DGC$ ，

$\therefore AF=CD$ ，

$\therefore AB=CF$.

(2) 解：结论：四边形 ACDF 是矩形.

理由： $\because AF=CD$ ， $AF \parallel CD$ ，

$\therefore$ 四边形 ACDF 是平行四边形，

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形，

$\therefore \angle BAD = \angle BCD = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle FAG = 60^\circ$ ，

$\because AB=AG=AF$ ，

$\therefore \triangle AFG$ 是等边三角形，

$\therefore AG=GF$ ，

$\because \triangle AGF \cong \triangle DGC$ ，

$\therefore FG=CG$ ， $\because AG=GD$ ，

$\therefore AD=CF$,

$\therefore$ 四边形 ACDF 是矩形.

【点评】本题考查平行四边形的判定和性质、矩形的判定、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题, 属于中考常考题型.

22. (10 分) 某公司投入研发费用 80 万元 (80 万元只计入第一年成本), 成功研发出一种产品. 公司按订单生产 (产量=销售量), 第一年该产品正式投产后, 生产成本为 6 元/件. 此产品年销售量 y (万件) 与售价 x (元/件) 之间满足函数关系式 $y=-x+26$.

(1) 求这种产品第一年的利润 W_1 (万元) 与售价 x (元/件) 满足的函数关系式;

(2) 该产品第一年的利润为 20 万元, 那么该产品第一年的售价是多少?

(3) 第二年, 该公司将第一年的利润 20 万元 (20 万元只计入第二年成本) 再次投入研发, 使产品的生产成本降为 5 元/件. 为保持市场占有率, 公司规定第二年产品售价不超过第一年的售价, 另外受产能限制, 销售量无法超过 12 万件. 请计算该公司第二年的利润 W_2 至少为多少万元.

【分析】(1) 根据总利润=每件利润 $\times$ 销售量-投资成本, 列出式子即可;

(2) 构建方程即可解决问题;

(3) 根据题意求出自变量的取值范围, 再根据二次函数, 利用而学会设的性质即可解决问题;

【解答】解: (1) $W_1=(x-6)(-x+26)-80=-x^2+32x-236$.

(2) 由题意: $20=-x^2+32x-236$.

解得: $x=16$,

答: 该产品第一年的售价是 16 元.

(3) 由题意: $7 \leq x \leq 16$,

$W_2=(x-5)(-x+26)-20=-x^2+31x-150$,

$\therefore 7 \leq x \leq 16$,

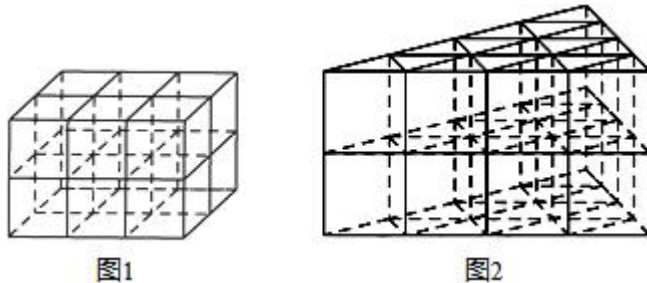
$\therefore x=7$ 时, W_2 有最小值, 最小值=18 (万元),

答: 该公司第二年的利润 W_2 至少为 18 万元.

【点评】本题考查二次函数的应用、一元二次方程的应用等知识, 解题的关键是理解题意,

学会构建方程或函数解决问题，属于中考常考题型.

23. (10 分) 问题提出：用若干相同的一个单位长度的细直木棒，按照如图 1 方式搭建一个长方体框架，探究所用木棒条数的规律.



问题探究：

我们先从简单的问题开始探究，从中找出解决问题的方法.

探究一

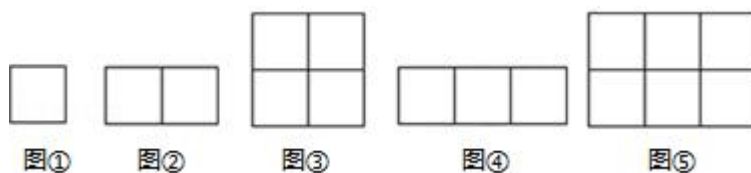
用若干木棒来搭建横长是 m ，纵长是 n 的矩形框架 (m 、 n 是正整数)，需要木棒的条数.

如图①，当 $m=1$ ， $n=1$ 时，横放木棒为 $1 \times (1+1)$ 条，纵放木棒为 $(1+1) \times 1$ 条，共需 4 条；

如图②，当 $m=2$ ， $n=1$ 时，横放木棒为 $2 \times (1+1)$ 条，纵放木棒为 $(2+1) \times 1$ 条，共需 7 条；

如图③，当 $m=2$ ， $n=2$ 时，横放木棒为 $2 \times (2+1)$ 条，纵放木棒为 $(2+1) \times 2$ 条，共需 12 条；如图④，当 $m=3$ ， $n=1$ 时，横放木棒为 $3 \times (1+1)$ 条，纵放木棒为 $(3+1) \times 1$ 条，共需 10 条；

如图⑤，当 $m=3$ ， $n=2$ 时，横放木棒为 $3 \times (2+1)$ 条，纵放木棒为 $(3+1) \times 2$ 条，共需 17 条.



问题 (一)：当 $m=4$ ， $n=2$ 时，共需木棒 22 条.

问题 (二)：当矩形框架横长是 m ，纵长是 n 时，横放的木棒为 $m(n+1)$ 条，

纵放的木棒为 $n(m+1)$ 条.

探究二

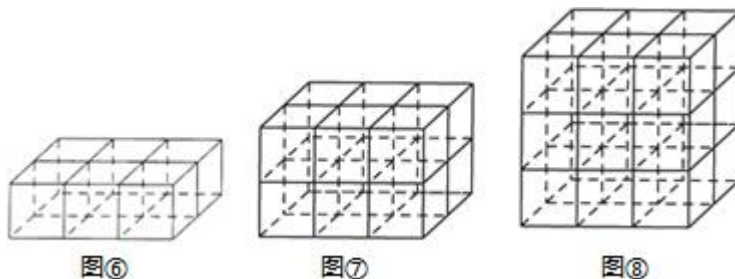
用若干木棒来搭建横长是 m ，纵长是 n ，高是 s 的长方体框架 (m 、 n 、 s 是正整数)，需要木

棒的条数.

如图⑥, 当 $m=3$, $n=2$, $s=1$ 时, 横放与纵放木棒之和为 $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (1+1) = 34$ 条, 竖放木棒为 $(3+1) \times (2+1) \times 1 = 12$ 条, 共需 46 条;

如图⑦, 当 $m=3$, $n=2$, $s=2$ 时, 横放与纵放木棒之和为 $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (2+1) = 51$ 条, 竖放木棒为 $(3+1) \times (2+1) \times 2 = 24$ 条, 共需 75 条;

如图⑧, 当 $m=3$, $n=2$, $s=3$ 时, 横放与纵放木棒之和为 $[3 \times (2+1) + (3+1) \times 2] \times (3+1) = 68$ 条, 竖放木棒为 $(3+1) \times (2+1) \times 3 = 36$ 条, 共需 104 条.



问题 (三): 当长方体框架的横长是 m , 纵长是 n , 高是 s 时, 横放与纵放木棒条数之和为 $[m(n+1) + n(m+1)](s+1)$ 条, 竖放木棒条数为 $(m+1)(n+1)s$ 条.

实际应用: 现在按探究二的搭建方式搭建一个纵长是 2、高是 4 的长方体框架, 总共使用了 170 条木棒, 则这个长方体框架的横长是 4.

拓展应用: 若按照如图 2 方式搭建一个底面边长是 10, 高是 5 的正三棱柱框架, 需要木棒 1320 条.

【分析】从特殊到一般探究规律后利用规律即可解决问题;

【解答】解: 问题 (一): 当 $m=4$, $n=2$ 时, 横放木棒为 $4 \times (2+1)$ 条, 纵放木棒为 $(4+1) \times 2$ 条, 共需 22 条;

问题 (二): 当矩形框架横长是 m , 纵长是 n 时, 横放的木棒为 $m(n+1)$ 条, 纵放的木棒为 $n(m+1)$ 条;

问题 (三): 当长方体框架的横长是 m , 纵长是 n , 高是 s 时, 横放与纵放木棒条数之和为 $[m(n+1) + n(m+1)](s+1)$ 条, 竖放木棒条数为 $(m+1)(n+1)s$ 条.

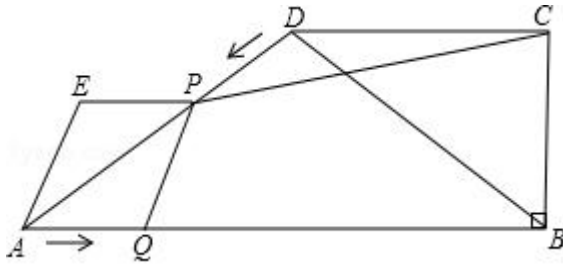
实际应用: 这个长方体框架的横长是 s , 则: $[3m+2(m+1)] \times 5 + (m+1) \times 3 \times 4 = 170$, 解得 $m=4$,

拓展应用: 若按照如图 2 方式搭建一个底面边长是 10, 高是 5 的正三棱柱框架, 横放与纵放木棒条数之和为 $165 \times 6 = 990$ 条, 竖放木棒条数为 $60 \times 5 = 330$ 条需要木棒 1320 条.

故答案为 22, $m(n+1)$, $n(m+1)$, $[m(n+1) + n(m+1)](s+1)$, $(m+1)(n+1)s$, 4, 1320;

【点评】本题考查规律型 – 图形变化类问题，解题的关键是理解题意，学会用分类讨论的思想解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

24. (12 分) 已知: 如图, 四边形 ABCD, $AB \parallel DC$, $CB \perp AB$, $AB=16\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$, $CD=8\text{cm}$, 动点 P 从点 D 开始沿 DA 边匀速运动, 动点 Q 从点 A 开始沿 AB 边匀速运动, 它们的运动速度均为 2cm/s . 点 P 和点 Q 同时出发, 以 QA、QP 为边作平行四边形 AQPE, 设运动的时间为 t (s), $0 < t < 5$.



根据题意解答下列问题:

- (1) 用含 t 的代数式表示 AP;
- (2) 设四边形 CPQB 的面积为 S (cm^2), 求 S 与 t 的函数关系式;
- (3) 当 $QP \perp BD$ 时, 求 t 的值;
- (4) 在运动过程中, 是否存在某一时刻 t , 使点 E 在 $\angle ABD$ 的平分线上? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

【分析】(1) 如图作 $DH \perp AB$ 于 H 则四边形 DHBC 是矩形, 利用勾股定理求出 AD 的长即可解决问题;

(2) 作 $PN \perp AB$ 于 N. 连接 PB, 根据 $S = S_{\triangle PQB} + S_{\triangle BCP}$, 计算即可;

(3) 当 $PQ \perp BD$ 时, $\angle PQN + \angle DBA = 90^\circ$, $\angle QPN + \angle PQN = 90^\circ$, 推出 $\angle QPN = \angle DBA$, 推出 $\tan \angle QPN = \frac{QN}{PN} = \frac{3}{5}$, 由此构建方程即可解答题目;

(4) 存在. 连接 BE 交 DH 于 K, 作 $KM \perp BD$ 于 M. 当 BE 平分 $\angle ABD$ 时, $\triangle KBH \cong \triangle KBM$, 推出 $KH = KM$, $BH = BM = 8$, 设 $KH = KM = x$, 在 $\text{Rt} \triangle DKM$ 中, $(6 - x)^2 = 2^2 + x^2$, 解得 $x = \frac{8}{3}$, 作 $EF \perp AB$ 于 F, 则 $\triangle AEF \cong \triangle QPN$, 推出 $EF = PN = \frac{3}{5}(10 - 2t)$, $AF = QN = \frac{4}{5}(10 - 2t) - 2t$, 推出 $BF = 16 - [\frac{4}{5}(10 - 2t) - 2t]$, 由 $KH \parallel EF$, 可得 $\frac{KH}{EF} = \frac{BH}{BF}$, 由此构建方程即可解决问题;

【解答】解: (1) 如图作 $DH \perp AB$ 于 H, 则四边形 DHBC 是矩形,

$\therefore CD = BH = 8$, $DH = BC = 6$,

$$\therefore AH=AB-BH=8, AD=\sqrt{DH^2+AH^2}=10, BD=\sqrt{CD^2+BC^2}=10,$$

由题意 $AP=AD-DP=10-2t$.

(2) 作 $PN \perp AB$ 于 N . 连接 PB . 在 $Rt\triangle APN$ 中, $PA=10-2t$,

$$\therefore PN=PA \cdot \sin \angle DAH = \frac{3}{5} (10-2t), AN=PA \cdot \cos \angle DAH = \frac{4}{5} (10-2t),$$

$$\therefore BN=16-AN=16-\frac{4}{5} (10-2t),$$

$$S=S_{\triangle PQB}+S_{\triangle BCP}=\frac{1}{2} \cdot (16-2t) \cdot \frac{3}{5} (10-2t) + \frac{1}{2} \times 6 \times [16-\frac{3}{5} (10-2t)] = \frac{6}{5} t^2 - 12t + 78$$

(3) 当 $PQ \perp BD$ 时, $\angle PQN + \angle DBA = 90^\circ$,

$$\therefore \angle QPN + \angle PQN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QPN = \angle DBA,$$

$$\therefore \tan \angle QPN = \frac{QN}{PN} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{\frac{4}{5}(10-2t)-2t}{\frac{3}{5}(10-2t)} = \frac{3}{5},$$

$$\text{解得 } t = \frac{55}{36},$$

经检验: $t = \frac{55}{36}$ 是分式方程的解,

$\therefore$ 当 $t = \frac{55}{36}$ s 时, $PQ \perp BD$.

(4) 存在.

理由: 连接 BE 交 DH 于 K , 作 $KM \perp BD$ 于 M .

当 BE 平分 $\angle ABD$ 时, $\triangle KBH \cong \triangle KBM$,

$$\therefore KH=KM, BH=BM=8, \text{ 设 } KH=KM=x,$$

在 $Rt\triangle DKM$ 中, $(6-x)^2 = 2^2 + x^2$,

$$\text{解得 } x = \frac{8}{3},$$

作 $EF \perp AB$ 于 F , 则 $\triangle AEF \cong \triangle QPN$,

