

2017 年山东省淄博市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分)

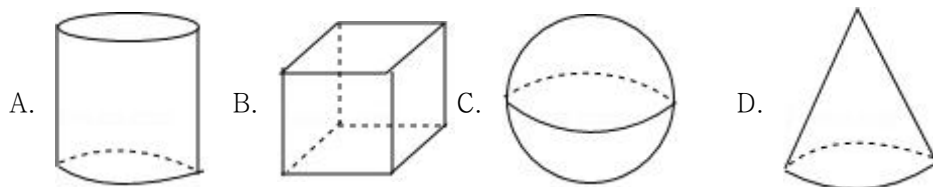
1. (4 分) (2017•淄博) $-\frac{2}{3}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

2. (4 分) (2017•淄博) C919 大飞机是中国完全具有自主知识产权的干线民用飞机, 其零部件总数超过 100 万个, 请将 100 万用科学记数法表示为 ()

- A. 1×10^6 B. 100×10^4 C. 1×10^7 D. 0.1×10^8

3. (4 分) (2017•淄博) 下列几何体中, 其主视图为三角形的是 ()



4. (4 分) (2017•淄博) 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^2)^3 = -a^5$
C. $a^{10} \div a^9 = a$ ($a \neq 0$) D. $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2$

5. (4 分) (2017•淄博) 若分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为零, 则 x 的值是 ()

- A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 2

6. (4 分) (2017•淄博) 若 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$, 则 ab 等于 ()

- A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

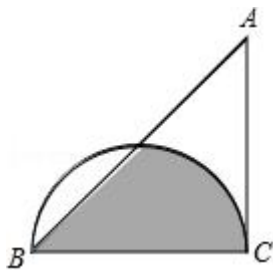
7. (4 分) (2017•淄博) 将二次函数 $y=x^2+2x-1$ 的图象沿 x 轴向右平移 2 个单位长度, 得到的函数表达式是 ()

- A. $y=(x+3)^2-2$ B. $y=(x+3)^2+2$ C. $y=(x-1)^2+2$ D. $y=(x-1)^2-2$

8. (4 分) (2017•淄博) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-2x-1=0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $k > -1$ B. $k > -1$ 且 $k \neq 0$ C. $k < -1$ D. $k < -1$ 或 $k=0$

9. (4 分) (2017•淄博) 如图, 半圆的直径 BC 恰与等腰直角三角形 ABC 的一条直角边完全重合, 若 $BC=4$, 则图中阴影部分的面积是 ()

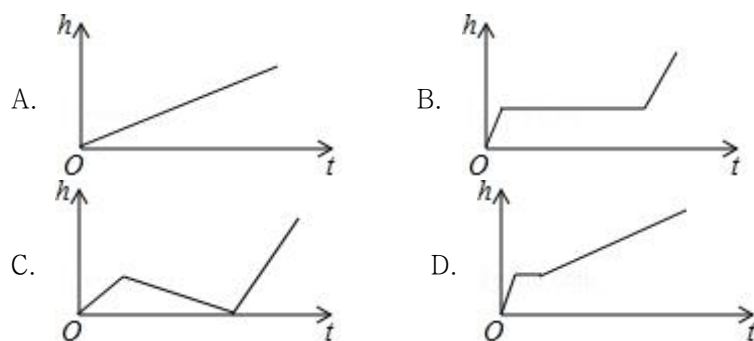
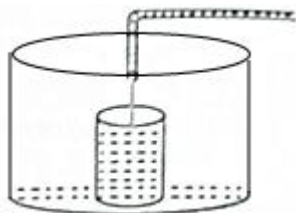


- A. $2 + \pi$ B. $2 + 2\pi$ C. $4 + \pi$ D. $2 + 4\pi$

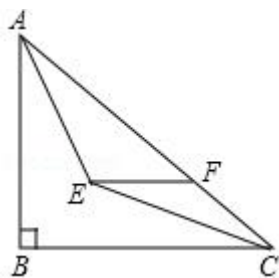
10. (4分) (2017•淄博) 在一个不透明的袋子里装有四个小球，球上分别标有 6, 7, 8, 9 四个数字，这些小球除数字外都相同. 甲、乙两人玩“猜数字”游戏，甲先从袋中任意摸出一个小球，将小球上的数字记为 m ，再由乙猜这个小球上的数字，记为 n . 如果 m, n 满足 $|m - n| \leq 1$ ，那么就称甲、乙两人“心领神会”，则两人“心领神会”的概率是 ()

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

11. (4分) (2017•淄博) 小明做了一个数学实验：将一个圆柱形的空玻璃杯放入形状相同的无水鱼缸内，看作一个容器，然后，小明对准玻璃杯口匀速注水，如图所示，在注水过程中，杯底始终紧贴鱼缸底部，则下面可以近似地刻画出容器最高水位 h 与注水时间 t 之间的变化情况的是 ()



12. (4分) (2017•淄博) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， $BC = 8$ ， $\angle BAC$ ， $\angle ACB$ 的平分线相交于点 E ，过点 E 作 $EF \parallel BC$ 交 AC 于点 F ，则 EF 的长为 ()



- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{15}{4}$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

13. (4 分) (2017•淄博) 分解因式: $2x^3 - 8x =$ _____.

14. (4 分) (2017•淄博) 已知 α , β 是方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个实数根, 则 $\alpha^2 + \alpha\beta - 3\alpha$ 的值为_____.

15. (4 分) (2017•淄博) 运用科学计算器 (如图是其面板的部分截图) 进行计算, 按键顺序如下:



则计算器显示的结果是_____.

16. (4 分) (2017•淄博) 在边长为 4 的等边三角形 ABC 中, D 为 BC 边上的任意一点, 过点 D 分别作 $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为 E, F, 则 $DE + DF =$ _____.

17. (4 分) (2017•淄博) 设 $\triangle ABC$ 的面积为 1.

如图 1, 分别将 AC, BC 边 2 等分, D_1 , E_1 是其分点, 连接 AE_1 , BD_1 交于点 F_1 , 得到四边形 $CD_1F_1E_1$, 其面积 $S_1 = \frac{1}{3}$.

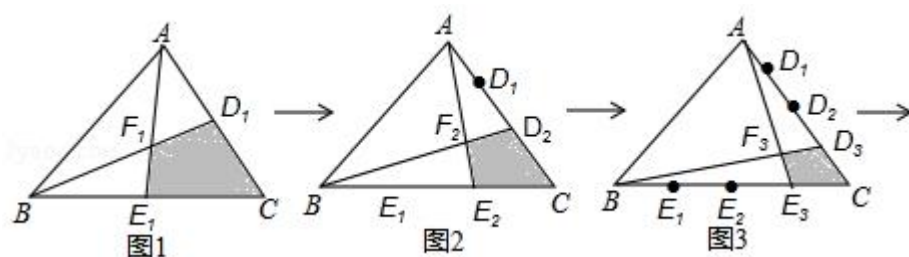
如图 2, 分别将 AC, BC 边 3 等分, D_1 , D_2 , E_1 , E_2 是其分点, 连接 AE_2 , BD_2 交于点 F_2 , 得到四边形 $CD_2F_2E_2$, 其面积 $S_2 = \frac{1}{6}$;

如图 3, 分别将 AC, BC 边 4 等分, D_1 , D_2 , D_3 , E_1 , E_2 , E_3 是其分点, 连接 AE_3 , BD_3 交于点 F_3 , 得到四边形 $CD_3F_3E_3$, 其面积 $S_3 = \frac{1}{10}$;

...

按照这个规律进行下去, 若分别将 AC, BC 边 $(n+1)$ 等分, $\dots$, 得到四边形 $CD_nE_nF_n$, 其

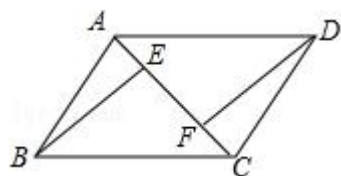
面积 $S=$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 52 分)

18. (5 分) (2017•淄博) 解不等式: $\frac{x-2}{2} \leq \frac{7-x}{3}$.

19. (5 分) (2017•淄博) 已知: 如图, E, F 为 $\square ABCD$ 对角线 AC 上的两点, 且 $AE=CF$, 连接 BE, DF , 求证: $BE=DF$.



20. (8分) (2017•淄博) 某内陆城市为了落实国家“一带一路”战略，促进经济发展，增强对外贸易的竞争力，把距离港口420km的普通公路升级成了同等长度的高速公路，结果汽车行驶的平均速度比原来提高了50%，行驶时间缩短了2h，求汽车原来的平均速度.

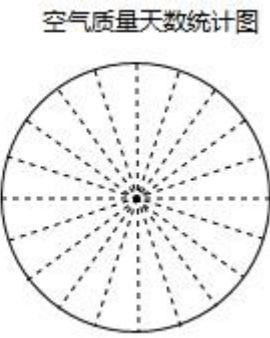
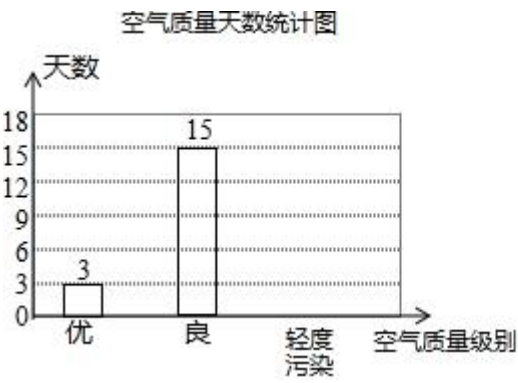
21. (8分) (2017•淄博) 为了“天更蓝，水更绿”某市政府加大了对空气污染的治理力度，经过几年的努力，空气质量明显改善，现收集了该市连续30天的空气质量情况作为样本，整理并制作了如下表格和一幅不完整的条形统计图：

空气污染指数 (ω)	30	40	70	80	90	110	120	140
天数 (t)	1	2	3	5	7	6	4	2

说明：环境空气质量指数(AQI)技术规定： $\omega \leq 50$ 时，空气质量为优； $51 \leq \omega \leq 100$ 时，空气质量为良； $101 \leq \omega \leq 150$ 时，空气质量为轻度污染； $151 \leq \omega \leq 200$ 时，空气质量为中度污染，...

根据上述信息，解答下列问题：

- (1) 直接写出空气污染指数这组数据的众数_____，中位数_____；
- (2) 请补全空气质量天数条形统计图：
- (3) 根据已完成的条形统计图，制作相应的扇形统计图；
- (4) 健康专家温馨提示：空气污染指数在100以下适合做户外运动，请根据以上信息，估计该市居民一年（以365天计）中有多少天适合做户外运动？



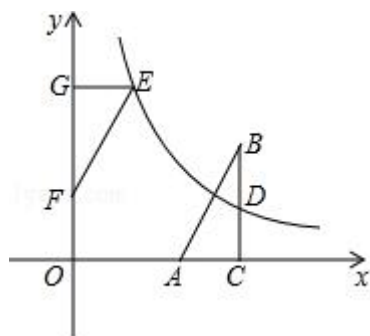
22. (8分) (2017•淄博) 如图, 在直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 AC 在 x 轴上, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=1$, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图象经过 BC 边的中点 $D(3, 1)$

(1) 求这个反比例函数的表达式;

(2) 若 $\triangle ABC$ 与 $\triangle EFG$ 成中心对称, 且 $\triangle EFG$ 的边 FG 在 y 轴的正半轴上, 点 E 在这个函数的图象上.

①求 OF 的长;

②连接 AF , BE , 证明四边形 $ABEF$ 是正方形.

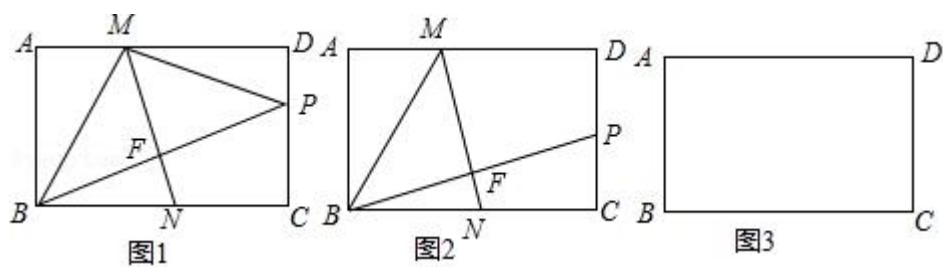


23. (9 分) (2017•淄博) 如图, 将矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 MN 折叠, 顶点 B 恰好与 CD 边上的动点 P 重合 (点 P 不与点 C, D 重合), 折痕为 MN , 点 M, N 分别在边 AD, BC 上, 连接 MB, MP, BP , BP 与 MN 相交于点 F .

(1) 求证: $\triangle BFN \sim \triangle BCP$;

(2) ①在图 2 中, 作出经过 M, D, P 三点的 $\odot O$ (要求保留作图痕迹, 不写做法);

②设 $AB=4$, 随着点 P 在 CD 上的运动, 若①中的 $\odot O$ 恰好与 BM, BC 同时相切, 求此时 DP 的长.

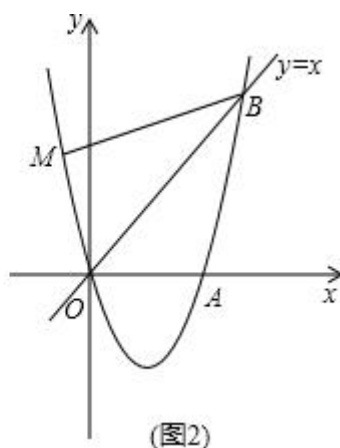
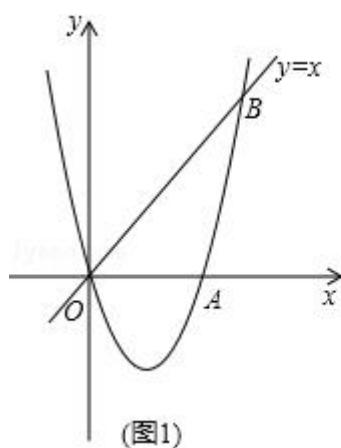


24. (9 分) (2017•淄博) 如图 1, 经过原点 O 的抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于另一点 $A(\frac{3}{2}, 0)$, 在第一象限内与直线 $y=x$ 交于点 $B(2, t)$.

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 在第四象限内的抛物线上有一点 C , 满足以 B, O, C 为顶点的三角形的面积为 2, 求点 C 的坐标;

(3) 如图 2, 若点 M 在这条抛物线上, 且 $\angle MBO = \angle ABO$, 在 (2) 的条件下, 是否存在点 P , 使得 $\triangle POC \sim \triangle MOB$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2017 年山东省淄博市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

1. (4 分) (2017•淄博) $-\frac{2}{3}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

【考点】14: 相反数.

【分析】直接根据相反数的定义即可得出结论.

【解答】解: $\because -\frac{2}{3}$ 与 $\frac{2}{3}$ 是只有符号不同的两个数,

$\therefore -\frac{2}{3}$ 的相反数是 $\frac{2}{3}$.

故选 C.

【点评】本题考查的是相反数的定义, 熟知只有符号不同的两个数叫互为相反数是解答此题的关键.

2. (4 分) (2017•淄博) C919 大飞机是中国完全具有自主知识产权的干线民用飞机, 其零部件总数超过 100 万个, 请将 100 万用科学记数法表示为 ()

- A. 1×10^6 B. 100×10^4 C. 1×10^7 D. 0.1×10^8

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

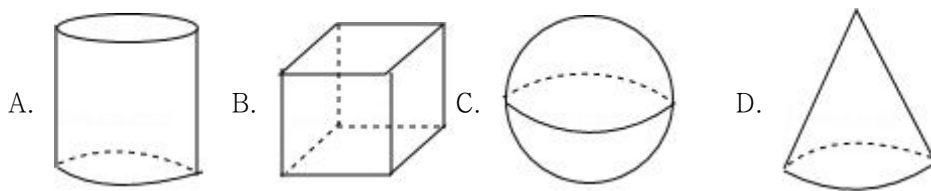
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 将 100 万用科学记数法表示为: 1×10^6 .

故选: A.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (4 分) (2017•淄博) 下列几何体中, 其主视图为三角形的是 ()



【考点】 U1: 简单几何体的三视图.

【分析】 找出四个选项中几何体的主视图, 由此即可得出结论.

【解答】 解: A、圆柱的主视图为矩形,

$\therefore$ A 不符合题意;

B、正方体的主视图为正方形,

$\therefore$ B 不符合题意;

C、球体的主视图为圆形,

$\therefore$ C 不符合题意;

D、圆锥的主视图为三角形,

$\therefore$ D 符合题意.

故选 D.

【点评】 本题考查了简单几何体的三视图, 牢记圆锥的主视图为三角形是解题的关键.

4. (4 分) (2017•淄博) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^2)^3 = -a^5$

C. $a^{10} \div a^9 = a$ ($a \neq 0$) D. $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2$

【考点】 48: 同底数幂的除法; 46: 同底数幂的乘法; 47: 幂的乘方与积的乘方.

【分析】 根据同底数幂的乘法、除法、积的乘方和幂的乘方进行计算即可.

【解答】 解: A、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 故 A 错误;

B、 $(-a^2)^3 = -a^6$, 故 B 错误;

C、 $a^{10} \div a^9 = a$ ($a \neq 0$), 故 C 正确;

D、 $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = b^2c^2$, 故 D 错误;

故选 C.

【点评】 本题考查了同底数幂的乘法、除法、积的乘方和幂的乘方, 掌握运算法则是解题的关键.

5. (4分) (2017•淄博) 若分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为零, 则x的值是 ()

A. 1 B. -1 C. ± 1 D. 2

【考点】63: 分式的值为零的条件.

【分析】直接利用分式的值为零, 则分子为零, 分母不为零, 进而得出答案.

【解答】解: $\because$ 分式 $\frac{|x|-1}{x+1}$ 的值为零,

$$\therefore |x| - 1 = 0, \quad x + 1 \neq 0,$$

解得: $x = 1$.

故选: A.

【点评】此题主要考查了分式的值为零, 正确把握相关定义是解题关键.

6. (4分) (2017•淄博) 若 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$, 则 ab 等于 ()

A. 2 B. 1 C. -2 D. -1

【考点】4C: 完全平方公式.

【分析】根据完全平方公式得到 $(a+b)^2=9$, 再将 $a^2+b^2=7$ 整体代入计算即可求解.

【解答】解: $\because a+b=3$,

$$\therefore (a+b)^2=9,$$

$$\therefore a^2+2ab+b^2=9,$$

$$\because a^2+b^2=7,$$

$$\therefore 7+2ab=9,$$

$$\therefore ab=1.$$

故选: B.

【点评】此题考查了完全平方公式, 熟练掌握完全平方公式是解本题的关键.

7. (4分) (2017•淄博) 将二次函数 $y=x^2+2x-1$ 的图象沿x轴向右平移2个单位长度, 得到的函数表达式是 ()

A. $y=(x+3)^2-2$ B. $y=(x+3)^2+2$ C. $y=(x-1)^2+2$ D. $y=(x-1)^2-2$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换.

【分析】根据题目中的函数解析式, 可以先化为顶点式, 然后再根据左加右减的方法进行解答即可得到平移后的函数解析式.

【解答】解：∵ $y = x^2 + 2x - 1 = (x+1)^2 - 2$,

∴ 二次函数 $y = x^2 + 2x - 1$ 的图象沿 x 轴向右平移 2 个单位长度, 得到的函数表达式是: $y = (x+1-2)^2 - 2 = (x-1)^2 - 2$,

故选 D.

【点评】本题考查二次函数的图象与几何变换, 解答本题的关键是明确二次函数平移的特点, 左加右减、上加下减, 注意一定将函数解析式化为顶点式之后再平移.

8. (4 分) (2017•淄博) 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()

A. $k > -1$ B. $k > -1$ 且 $k \neq 0$ C. $k < -1$ D. $k < -1$ 或 $k = 0$

【考点】AA: 根的判别式.

【分析】利用一元二次方程的定义和判别式的意义得到 $k \neq 0$ 且 $\Delta = (-2)^2 - 4k \cdot (-1) > 0$, 然后其出两个不等式的公共部分即可.

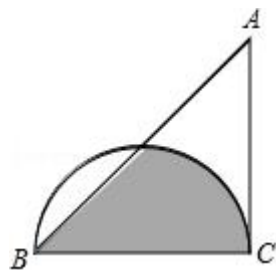
【解答】解: 根据题意得 $k \neq 0$ 且 $\Delta = (-2)^2 - 4k \cdot (-1) > 0$,

解得 $k > -1$ 且 $k \neq 0$.

故选 B.

【点评】本题考查了根的判别式: 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系: 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

9. (4 分) (2017•淄博) 如图, 半圆的直径 BC 恰与等腰直角三角形 ABC 的一条直角边完全重合, 若 $BC = 4$, 则图中阴影部分的面积是 ()



A. $2 + \pi$ B. $2 + 2\pi$ C. $4 + \pi$ D. $2 + 4\pi$

【考点】MO: 扇形面积的计算; KW: 等腰直角三角形.

【分析】如图, 连接 CD, OD, 根据已知条件得到 $OB = 2$, $\angle B = 45^\circ$, 根据三角形和扇形的

面积公式即可得到结论.

【解答】解: 如图, 连接 CD , OD ,

$$\because BC=4,$$

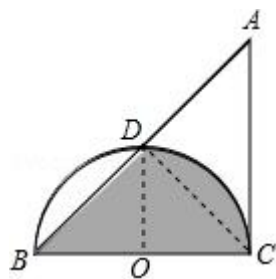
$$\therefore OB=2,$$

$$\because \angle B=45^\circ,$$

$$\therefore \angle COD=90^\circ,$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = S_{\triangle BOD} + S_{\text{扇形} COD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{90 \cdot \pi \times 2^2}{360} = 2 + \pi,$$

故选 A.



【点评】本题考查了扇形的面积的计算, 等腰直角三角形的性质, 正确的作出辅助线是解题的关键.

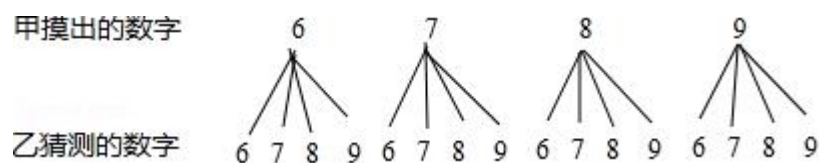
10. (4分) (2017•淄博) 在一个不透明的袋子里装有四个小球, 球上分别标有 6, 7, 8, 9 四个数字, 这些小球除数字外都相同. 甲、乙两人玩“猜数字”游戏, 甲先从袋中任意摸出一个小球, 将小球上的数字记为 m , 再由乙猜这个小球上的数字, 记为 n . 如果 m, n 满足 $|m - n| \leq 1$, 那么就称甲、乙两人“心领神会”, 则两人“心领神会”的概率是 ()

- A. $\frac{3}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】X6: 列表法与树状图法; 15: 绝对值.

【分析】画出树状图列出所有等可能结果, 由树状图确定出所有等可能结果数及两人“心领神会”的结果数, 根据概率公式求解可得.

【解答】解: 画树状图如下:



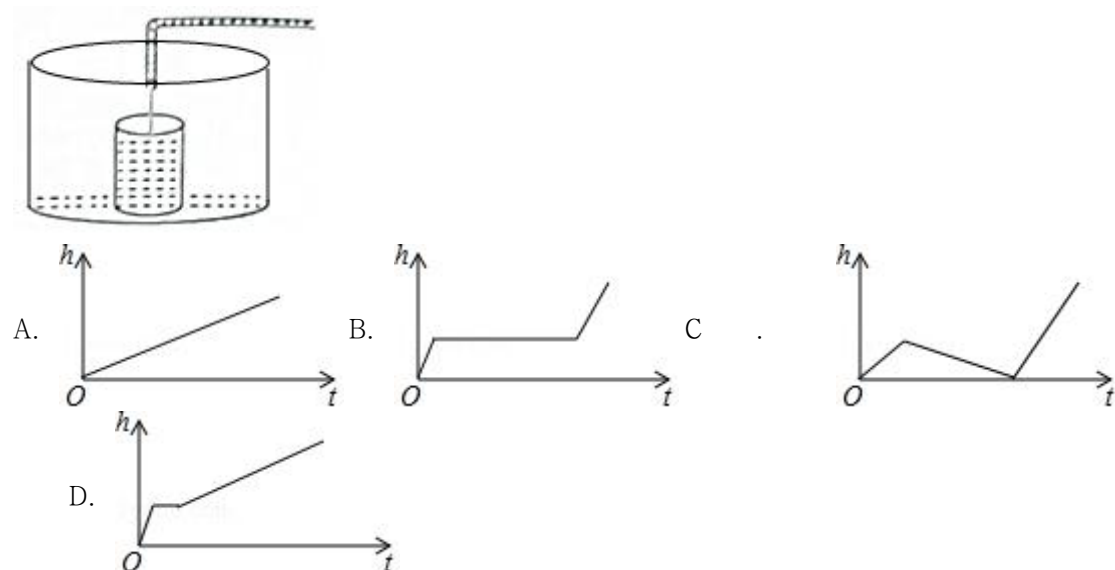
由树状图可知, 共有 16 种等可能结果, 其中满足 $|m - n| \leq 1$ 的有 10 种结果,

∴ 两人“心领神会”的概率是 $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$,

故选: B.

【点评】 本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

11. (4 分) (2017•淄博) 小明做了一个数学实验: 将一个圆柱形的空玻璃杯放入形状相同的无水鱼缸内, 看作一个容器, 然后, 小明对准玻璃杯口匀速注水, 如图所示, 在注水过程中, 杯底始终紧贴鱼缸底部, 则下面可以近似地刻画出容器最高水位 h 与注水时间 t 之间的变化情况的是 ()



【考点】 E6: 函数的图象.

【分析】 根据用一注水管沿大容器内壁匀速注水, 即可分段求出小水杯内水面的高度 h (cm) 与注水时间 t (min) 的函数图象.

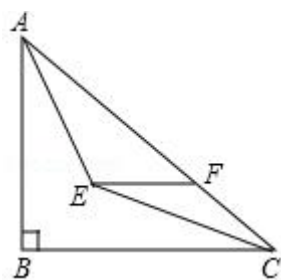
【解答】 解: 一注水管向小玻璃杯内注水, 水面在逐渐升高, 当小杯中水满时, 开始向大桶内流, 这时水位高度不变,

当桶水面高度与小杯一样后, 再继续注水, 水面高度在升高, 升高的比开始慢.

故选: D.

【点评】 此题主要考查了函数图象, 关键是问题的过程, 能够通过图象得到函数是随自变量的增大, 知道函数值是增大还是减小.

12. (4分) (2017•淄博) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=6$, $BC=8$, $\angle BAC$, $\angle ACB$ 的平分线相交于点 E , 过点 E 作 $EF\parallel BC$ 交 AC 于点 F , 则 EF 的长为 ()

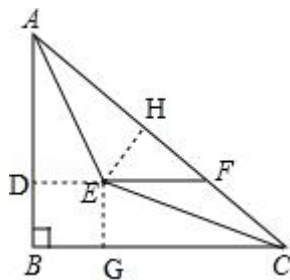


- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{10}{3}$ D. $\frac{15}{4}$

【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KF: 角平分线的性质; KJ: 等腰三角形的判定与性质.

【分析】 延长 FE 交 AB 于点 D , 作 $EG\perp BC$ 、作 $EH\perp AC$, 由 $EF\parallel BC$ 可证四边形 $BDEG$ 是矩形, 由角平分线可得 $ED=EH=EG$ 、 $\angle DAE=\angle HAE$, 从而知四边形 $BDEG$ 是正方形, 再证 $\triangle DAE\cong\triangle HAE$ 、 $\triangle CGE\cong\triangle CHE$ 得 $AD=AH$ 、 $CG=CH$, 设 $BD=BG=x$, 则 $AD=AH=6-x$ 、 $CG=CH=8-x$, 由 $AC=10$ 可得 $x=2$, 即 $BD=DE=2$ 、 $AD=4$, 再证 $\triangle ADF\sim\triangle ABC$ 可得 $DF=\frac{16}{3}$, 据此得出 $EF=DF-DE=\frac{10}{3}$.

【解答】 解: 如图, 延长 FE 交 AB 于点 D , 作 $EG\perp BC$ 于点 G , 作 $EH\perp AC$ 于点 H ,



$\because EF\parallel BC$ 、 $\angle ABC=90^\circ$,

$\therefore FD\perp AB$,

$\because EG\perp BC$,

$\therefore$ 四边形 $BDEG$ 是矩形,

$\because AE$ 平分 $\angle BAC$ 、 CE 平分 $\angle ACB$,

$\therefore ED=EH=EG$, $\angle DAE=\angle HAE$,

$\therefore$ 四边形 $BDEG$ 是正方形,

在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle HAE$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle DAE = \angle HAE \\ AE = AE \\ \angle ADE = \angle AHE \end{cases},$$

$\therefore \triangle DAE \cong \triangle HAE$ (SAS),

$\therefore AD = AH$,

同理 $\triangle CGE \cong \triangle CHE$,

$\therefore CG = CH$,

设 $BD = BG = x$, 则 $AD = AH = 6 - x$, $CG = CH = 8 - x$,

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore 6 - x + 8 - x = 10,$$

解得: $x = 2$,

$$\therefore BD = DE = 2, AD = 4,$$

$$\therefore DF \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADF \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DF}{BC}, \text{ 即 } \frac{4}{6} = \frac{DF}{8},$$

$$\text{解得: } DF = \frac{16}{3},$$

$$\text{则 } EF = DF - DE = \frac{16}{3} - 2 = \frac{10}{3},$$

故选: C.

【点评】 本题主要考查相似三角形的判定与性质、全等三角形的判定与性质及正方形的判定与性质, 熟练掌握角平分线的性质和正方形的判定与性质、相似三角形的判定与性质是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

13. (4 分) (2017•淄博) 分解因式: $2x^3 - 8x = \underline{2x(x-2)(x+2)}$.

【考点】 55: 提公因式法与公式法的综合运用.

【分析】 先提取公因式 $2x$, 再对余下的项利用平方差公式分解因式.

【解答】 解: $2x^3 - 8x$,

$$= 2x(x^2 - 4),$$

$$= 2x(x+2)(x-2).$$

【点评】 本题考查因式分解，因式分解的步骤为：一提公因式；二看公式.

运用平方差公式进行因式分解的多项式的特征：(1) 二项式；(2) 两项的符号相反；(3) 每项都能化成平方的形式.

14. (4 分) (2017•淄博) 已知 α ， β 是方程 $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两个实数根，则 $\alpha^2 + \alpha\beta - 3\alpha$ 的值为 0.

【考点】 AB: 根与系数的关系.

【专题】 11 : 计算题.

【分析】 根据根与系数的关系得到 $\alpha + \beta = 3$ ，再把原式变形得到 $\alpha(\alpha + \beta) - 3\alpha$ ，然后利用整体代入的方法计算即可.

【解答】 解：根据题意得 $\alpha + \beta = 3$ ， $\alpha\beta = -4$ ，

所以原式 $= \alpha(\alpha + \beta) - 3\alpha$

$= 3\alpha - 3\alpha$

$= 0$.

故答案为 0.

【点评】 本题考查了根与系数的关系：若 x_1 ， x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

15. (4 分) (2017•淄博) 运用科学计算器 (如图是其面板的部分截图) 进行计算，按键顺序如下：



则计算器显示的结果是 -959.

【考点】 1M: 计算器—基础知识.

【分析】 根据计算器的按键顺序，写出计算的式子，然后求值.

【解答】 解：根据题意得： $(3.5 - 4.5) \times 31^2 + \sqrt{4} = -959$,

故答案为： -959.

【点评】 本题目考查了计算器的应用，根据按键顺序正确写出计算式子是关键.

16. (4分) (2017•淄博) 在边长为4的等边三角形ABC中, D为BC边上的任意一点, 过点D分别作 $DE \perp AB$, $DF \perp AC$, 垂足分别为E, F, 则 $DE+DF=$ $2\sqrt{3}$.

【考点】KK: 等边三角形的性质.

【分析】作 $AG \perp BC$ 于G, 根据等边三角形的性质得出 $\angle B=60^\circ$, 解直角三角形求得 $AG=2\sqrt{3}$,

根据 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$ 即可得出 $DE+DF=AG=2\sqrt{3}$.

【解答】解: 如图, 作 $AG \perp BC$ 于G,

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle B=60^\circ$,

$$\therefore AG=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=2\sqrt{3},$$

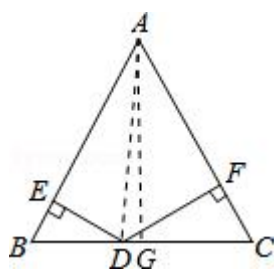
连接AD, 则 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$,

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot DE + \frac{1}{2}AC \cdot DF = \frac{1}{2}BC \cdot AG,$$

$\because AB=AC=BC=4$,

$$\therefore DE+DF=AG=2\sqrt{3}.$$

故答案为: $2\sqrt{3}$.



【点评】本题考查了等边三角形的性质, 解直角三角函数以及三角形面积等, 根据 $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle ACD}=S_{\triangle ABC}$ 即可得出 $DE+DF=AG$ 是解题的关键.

17. (4分) (2017•淄博) 设 $\triangle ABC$ 的面积为1.

如图1, 分别将AC, BC边2等分, D_1 , E_1 是其分点, 连接 AE_1 , BD_1 交于点 F_1 , 得到四边形 $CD_1F_1E_1$, 其面积 $S_1=\frac{1}{3}$.

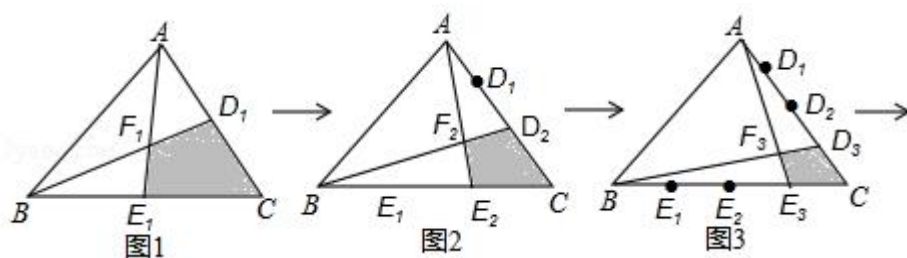
如图2, 分别将AC, BC边3等分, D_1 , D_2 , E_1 , E_2 是其分点, 连接 AE_2 , BD_2 交于点 F_2 ,

得到四边形 $CD_2F_2E_2$ ，其面积 $S_2=\frac{1}{6}$ ；

如图 3，分别将 AC ， BC 边 4 等分， D_1 ， D_2 ， D_3 ， E_1 ， E_2 ， E_3 是其分点，连接 AE_3 ， BD_3 交于点 F_3 ，得到四边形 $CD_3F_3E_3$ ，其面积 $S_3=\frac{1}{10}$ ；

...

按照这个规律进行下去，若分别将 AC ， BC 边 $(n+1)$ 等分， $\cdots$ ，得到四边形 $CD_nE_nF_n$ ，其面积 $S=\frac{2}{(n+1)(n+2)}$ 。



【考点】38：规律型：图形的变化类；K3：三角形的面积.

【分析】先连接 D_1E_1 ， D_2E_2 ， D_3E_3 ，依据 $D_1E_1 \parallel AB$ ， $D_1E_1=\frac{1}{2}AB$ ，可得 $\triangle CD_1E_1 \sim \triangle CBA$ ，且 $\frac{D_1E_1}{BF_1}=\frac{D_1E_1}{AB}=\frac{1}{2}$ ，根据相似三角形的面积之比等于相似比的平方，即可得到 $S_{\triangle CD_1E_1}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}$ ，依据 E_1 是 BC 的中点，即可得出 $S_{\triangle D_1E_1F_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle BD_1E_1}=\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}=\frac{1}{12}$ ，据此可得 $S_1=\frac{1}{3}$ ；运用相同的方法，依次可得 $S_2=\frac{1}{6}$ ， $S_2=\frac{1}{6}$ ；根据所得规律，即可得出四边形 $CD_nE_nF_n$ ，其面积

$S_n=\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{(n+1)^2} \times n \times \frac{1}{1+n+1}$ ，最后化简即可.

【解答】解：如图所示，连接 D_1E_1 ， D_2E_2 ， D_3E_3 ，

$\therefore$ 图 1 中， D_1 ， E_1 是 $\triangle ABC$ 两边的中点，

$\therefore D_1E_1 \parallel AB$ ， $D_1E_1=\frac{1}{2}AB$ ，

$\therefore \triangle CD_1E_1 \sim \triangle CBA$ ，且 $\frac{D_1E_1}{BF_1}=\frac{D_1E_1}{AB}=\frac{1}{2}$ ，

$\therefore S_{\triangle CD_1E_1}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{4}$ ，

$\therefore E_1$ 是 BC 的中点，

$\therefore S_{\triangle BD_1E_1}=S_{\triangle CD_1E_1}=\frac{1}{4}$ ，

$\therefore S_{\triangle D_1E_1F_1}=\frac{1}{3}S_{\triangle BD_1E_1}=\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}=\frac{1}{12}$ ，

$$\therefore S_1 = S_{\triangle CD_1E_1} + S_{\triangle D_1E_1F_1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{1}{3},$$

同理可得:

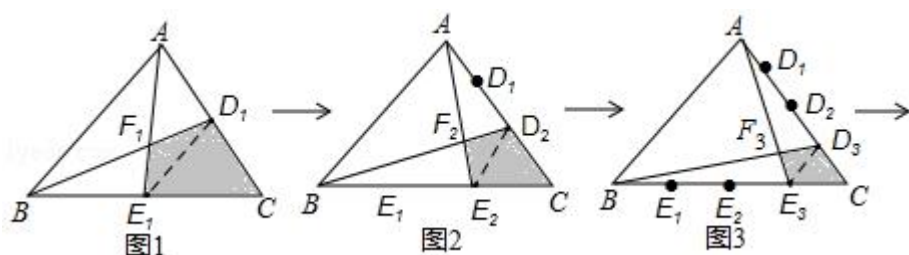
$$\text{图 2 中, } S_2 = S_{\triangle CD_2E_2} + S_{\triangle D_2E_2F_2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{1}{6},$$

$$\text{图 3 中, } S_3 = S_{\triangle CD_3E_3} + S_{\triangle D_3E_3F_3} = \frac{1}{16} + \frac{3}{80} = \frac{1}{10},$$

以此类推, 将 AC, BC 边 $(n+1)$ 等分, 得到四边形 $CD_nE_nF_n$,

$$\text{其面积 } S_n = \frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^2} \times n \times \frac{1}{1+n+1} = \frac{2}{(n+1)(n+2)},$$

故答案为: $\frac{2}{(n+1)(n+2)}$.



【点评】 本题主要考查了图形的变化类问题以及三角形面积的计算, 解决问题的关键作辅助线构造相似三角形, 依据相似三角形的性质进行计算求解. 解题时注意: 相似三角形的面积之比等于相似比的平方.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 52 分)

18. (5 分) (2017·淄博) 解不等式: $\frac{x-2}{2} \leq \frac{7-x}{3}$.

【考点】 C6: 解一元一次不等式.

【专题】 11 : 计算题; 524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】 不等式去分母, 去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解集.

【解答】 解: 去分母得: $3(x-2) \leq 2(7-x)$,

去括号得: $3x-6 \leq 14-2x$,

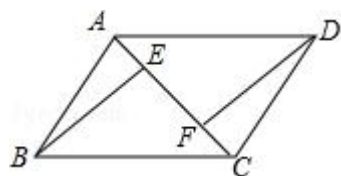
移项合并得: $5x \leq 20$,

解得: $x \leq 4$.

【点评】 此题考查了解一元一次不等式, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. (5 分) (2017·淄博) 已知: 如图, E, F 为 $\square ABCD$ 对角线 AC 上的两点, 且 $AE=CF$,

连接 BE, DF, 求证: $BE=DF$.



【考点】 L5: 平行四边形的性质; KD: 全等三角形的判定与性质.

【分析】 证明 $\triangle AEB \cong \triangle CFD$, 即可得出结论.

【解答】 证明: $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel DC, AB=DC$.

$\therefore \angle BAE = \angle DCF$.

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle CFD$ 中,
$$\begin{cases} AB = CD \\ \angle BAE = \angle DCF \\ AE = CF \end{cases},$$

$\therefore \triangle AEB \cong \triangle CFD$ (SAS).

$\therefore BE=DF$.

【点评】 本题考查平行四边形的性质和全等三角形的判定与性质; 熟练掌握平行四边形的性质, 证明三角形全等是解决问题的关键.

20. (8分) (2017•淄博) 某内陆城市为了落实国家“一带一路”战略, 促进经济发展, 增强对外贸易的竞争力, 把距离港口 420km 的普通公路升级成了同等长度的高速公路, 结果汽车行驶的平均速度比原来提高了 50%, 行驶时间缩短了 2h, 求汽车原来的平均速度.

【考点】 B7: 分式方程的应用.

【分析】 求的汽车原来的平均速度, 路程为 420km, 一定是根据时间来列等量关系, 本题的关键描述语是: 从甲地到乙地的时间缩短了 2h. 等量关系为: 原来时间 - 现在时间 = 2.

【解答】 解: 设汽车原来的平均速度是 x km/h,

根据题意得: $\frac{420}{x} - \frac{420}{(1+50\%)x} = 2$,

解得: $x=70$

经检验: $x=70$ 是原方程的解.

答: 汽车原来的平均速度 70km/h.

【点评】 本题考查了分式方程的应用. 应用题中一般有三个量, 求一个量, 明显的有一个量, 一定是根据另一量来列等量关系的. 本题考查分式方程的应用, 分析题意, 找到关键描述语,

找到合适的等量关系是解决问题的关键.

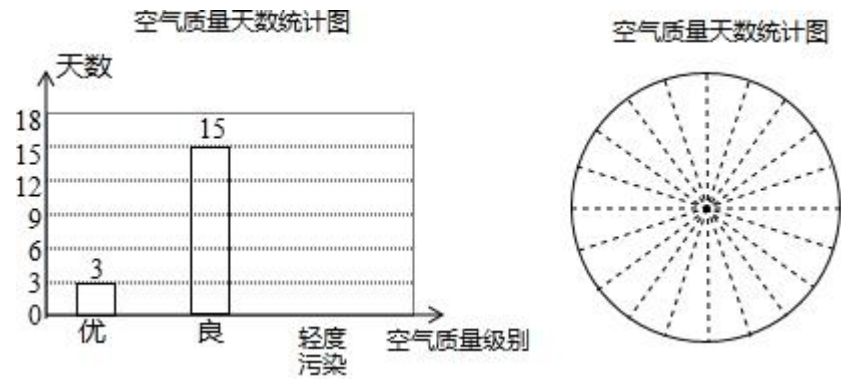
21. (8分) (2017•淄博) 为了“天更蓝, 水更绿”某市政府加大了对空气污染的治理力度, 经过几年的努力, 空气质量明显改善, 现收集了该市连续 30 天的空气质量情况作为样本, 整理并制作了如下表格和一幅不完整的条形统计图:

空气污染指数 (ω)	30	40	70	80	90	110	120	140
天数 (t)	1	2	3	5	7	6	4	2

说明: 环境空气质量指数 (AQI) 技术规定: $\omega \leq 50$ 时, 空气质量为优; $51 \leq \omega \leq 100$ 时, 空气质量为良; $101 \leq \omega \leq 150$ 时, 空气质量为轻度污染; $151 \leq \omega \leq 200$ 时, 空气质量为中度污染, ...

根据上述信息, 解答下列问题:

- (1) 直接写出空气污染指数这组数据的众数 90, 中位数 90;
- (2) 请补全空气质量天数条形统计图:
- (3) 根据已完成的条形统计图, 制作相应的扇形统计图;
- (4) 健康专家温馨提示: 空气污染指数在 100 以下适合做户外运动, 请根据以上信息, 估计该市居民一年 (以 365 天计) 中有多少天适合做户外运动?



【考点】 VC: 条形统计图; V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; W4: 中位数; W5: 众数.

【分析】 (1) 根据众数的定义就可以得出这组数据的众数为 90, 由 30 各数据中排在第 15 和第 16 两个数的平均数就可以得出中位数为 90;

- (2) 根据统计表的数据分别计算出, 优、良及轻度污染的时间即可;
- (3) 由条形统计图分别计算出优、良及轻度污染的百分比及圆心角的度数即可;
- (4) 先求出 30 天中空气污染指数在 100 以下的比值, 再由这个比值乘以 365 天就可以求出

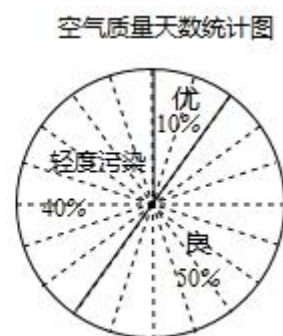
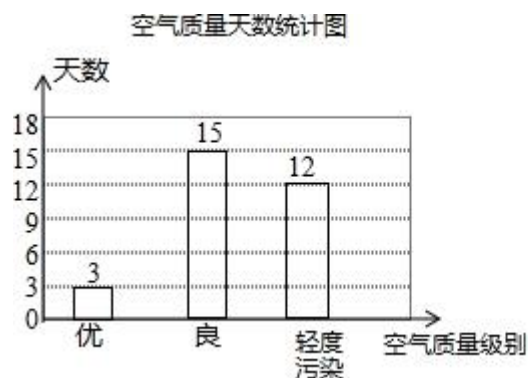
结论.

【解答】解：(1) 在这组数据中 90 出现的次数最多 7 次，故这组数据的众数为 90；在这组数据中排在最中间的两个数是 90，90，这两个数的平均数是 90，所以这组数据的中位数是 90；

故答案为：90，90.

(2) 由题意，得

轻度污染的天数为：30 - 3 - 15 = 12 天.



(3) 由题意，得

优所占的圆心角的度数为：3 ÷ 30 × 360 = 36°，

良所占的圆心角的度数为：15 ÷ 30 × 360 = 180°，

轻度污染所占的圆心角的度数为：12 ÷ 30 × 360 = 144°

(4) 该市居民一年（以 365 天计）中有适合做户外运动的天数为：18 ÷ 30 × 365 = 219 天.

【点评】本题是一道数据分析试题，考查了中位数，众数的运用，条形统计，扇形统计图的运用，样本数据估计总体数据的运用，解答时根据图表数据求解是关键.

22. (8 分) (2017•淄博) 如图, 在直角坐标系中, Rt△ABC 的直角边 AC 在 x 轴上, ∠ACB=90°,

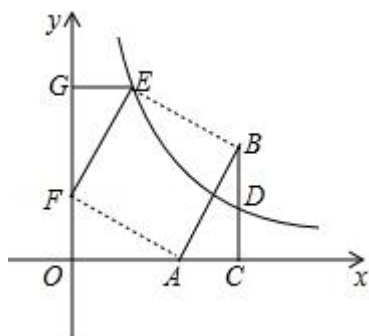
AC=1, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象经过 BC 边的中点 D (3, 1)

(1) 求这个反比例函数的表达式;

(2) 若△ABC 与△EFG 成中心对称, 且△EFG 的边 FG 在 y 轴的正半轴上, 点 E 在这个函数的图象上.

①求 OF 的长;

②连接 AF, BE, 证明四边形 ABEF 是正方形.



$\because AC=1, OC=3,$

$\therefore OA=GF=2,$

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle FGE$ 中

$$\begin{cases} AO = FG \\ \angle AOF = \angle FGE \\ OF = GE \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle FGE \text{ (SAS)},$

$\therefore \angle GFE = \angle FAO = \angle ABC,$

$\therefore \angle GFE + \angle AFO = \angle FAO + \angle BAC = 90^\circ,$

$\therefore EF \parallel AB, \text{ 且 } EF=AB,$

$\therefore$ 四边形 ABEF 为平行四边形,

$\therefore AF=EF,$

$\therefore$ 四边形 ABEF 为菱形,

$\because AF \perp EF,$

$\therefore$ 四边形 ABEF 为正方形.

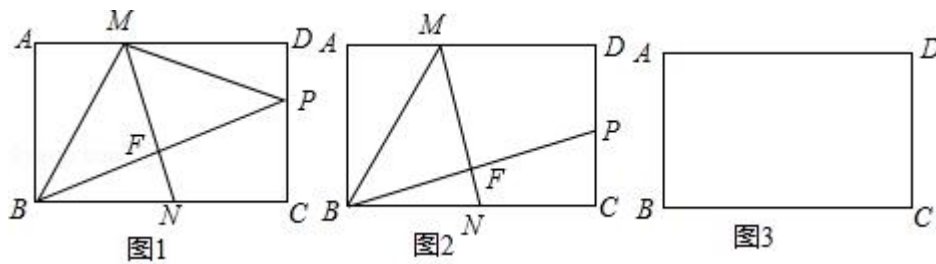
【点评】 本题为反比例函数的综合应用，涉及待定系数法、中心对称的性质、全等三角形的判定和性质、正方形的判定等知识. 在 (1) 中注意待定系数法的应用，在 (2) ①中求得 E 点坐标是解题的关键，在 (2) ②中证得 $\triangle AOF \cong \triangle FGE$ 是解题的关键. 本题考查知识点较多，综合性较强，难度适中.

23. (9 分) (2017•淄博) 如图，将矩形纸片 ABCD 沿直线 MN 折叠，顶点 B 恰好与 CD 边上的动点 P 重合 (点 P 不与点 C, D 重合)，折痕为 MN，点 M, N 分别在边 AD, BC 上，连接 MB, MP, BP, BP 与 MN 相交于点 F.

(1) 求证: $\triangle BFN \sim \triangle BCP$;

(2) ①在图 2 中，作出经过 M, D, P 三点的 $\odot O$ (要求保留作图痕迹，不写做法);

②设 $AB=4$ ，随着点 P 在 CD 上的运动，若①中的 $\odot O$ 恰好与 BM ， BC 同时相切，求此时 DP 的长。



【考点】MR：圆的综合题。

【分析】(1) 根据折叠的性质可知， MN 垂直平分线段 BP ，即 $\angle BFN=90^\circ$ ，由矩形的性质可得出 $\angle C=90^\circ=\angle BFN$ ，结合公共角 $\angle FBN=\angle CBP$ ，即可证出 $\triangle BFN \sim \triangle BCP$ ；

(2) ①在图 2 中，作 MD 、 DP 的垂直平分线，交于点 O ，以 OD 为半径作圆即可；

②设 $\odot O$ 与 BC 的交点为 E ，连接 OB 、 OE ，由 $\triangle MDP$ 为直角三角形，可得出 AP 为 $\odot O$ 的直径，根据 BM 与 $\odot O$ 相切，可得出 $MP \perp BM$ ，进而可得出 $\triangle BMP$ 为等腰直角三角形，根据同角的余角相等可得出 $\angle PMD=\angle MBA$ ，结合 $\angle A=\angle PMD=90^\circ$ 、 $BM=MP$ ，即可证出 $\triangle ABM \cong \triangle DMP$ (AAS)，根据全等三角形的性质可得出 $DM=AB=4$ 、 $DP=AM$ ，设 $DP=2a$ ，根据勾股定理结合半径为直径的一半，即可得出关于 a 的方程，解之即可得出 a 值，再将 a 代入 $OP=2a$ 中求出 DP 的长度。

【解答】(1) 证明： $\because$ 将矩形纸片 $ABCD$ 沿直线 MN 折叠，顶点 B 恰好与 CD 边上的动点 P 重合，

$\therefore MN$ 垂直平分线段 BP ，

$\therefore \angle BFN=90^\circ$ 。

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$\therefore \angle C=90^\circ$ 。

$\therefore \angle FBN=\angle CBP$ ，

$\therefore \triangle BFN \sim \triangle BCP$ 。

(2) 解： ①在图 2 中，作 MD 、 DP 的垂直平分线，交于点 O ，以 OD 为半径作圆即可。如图所示。

②设 $\odot O$ 与 BC 的交点为 E ，连接 OB 、 OE ，如图 3 所示。

$\because \triangle MDP$ 为直角三角形，

$\therefore AP$ 为 $\odot O$ 的直径，

∵ BM 与 ⊙O 相切,

∴ MP ⊥ BM.

∵ MB=MP,

∴ △BMP 为等腰直角三角形.

∵ ∠AMB + ∠PMD = 180° - ∠AMP = 90°, ∠MBA + ∠AMB = 90°,

∴ ∠PMD = ∠MBA.

在 △ABM 和 △DMP 中,
$$\begin{cases} \angle MBA = \angle PMD \\ \angle A = \angle PDM = 90^\circ \\ BM = MP \end{cases}$$

∴ △ABM ≌ △DMP (AAS),

∴ DM=AB=4, DP=AM.

设 DP=2a, 则 AM=2a, OE=4-a,

$$BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = 2\sqrt{4 + a^2}.$$

∵ BM=MP=2OE,

$$\therefore 2\sqrt{4 + a^2} = 2 \times (4 - a),$$

解得: $a = \frac{3}{2}$,

∴ DP=2a=3.

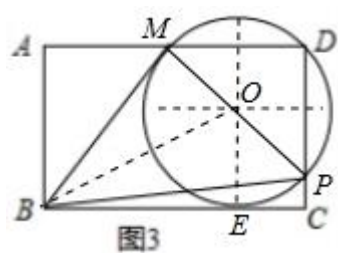


图3

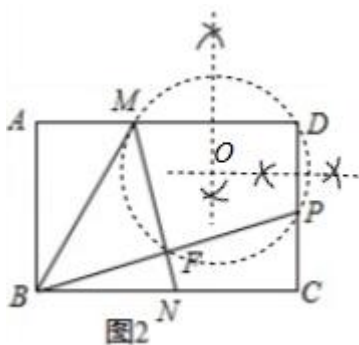


图2

【点评】 本题考查了相似三角形的判定、矩形的性质、角的计算、切线的性质、全等三角形的判定与性质以及勾股定理, 解题的关键是: (1) 根据矩形的性质结合翻折的性质, 找出 ∠

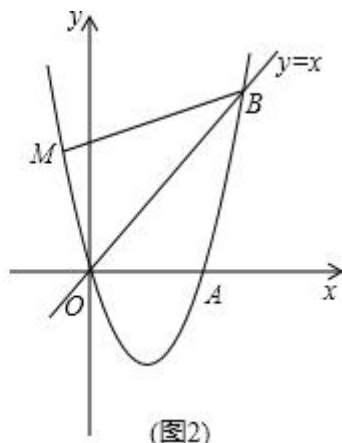
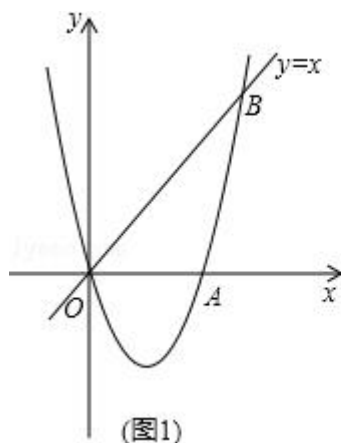
$C=90^\circ=\angle BFN$; (2) ①利用尺规作图, 画出 $\odot O$; ②根据全等三角形的判定定理 AAS 证出 $\triangle ABM \cong \triangle DMP$.

24. (9 分) (2017•淄博) 如图 1, 经过原点 O 的抛物线 $y=ax^2+bx$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于另一点 $A(\frac{3}{2}, 0)$, 在第一象限内与直线 $y=x$ 交于点 $B(2, t)$.

(1) 求这条抛物线的表达式;

(2) 在第四象限内的抛物线上有一点 C , 满足以 B, O, C 为顶点的三角形的面积为 2, 求点 C 的坐标;

(3) 如图 2, 若点 M 在这条抛物线上, 且 $\angle MBO = \angle ABO$, 在 (2) 的条件下, 是否存在点 P , 使得 $\triangle POC \sim \triangle MOB$? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【分析】 (1) 由直线解析式可求得 B 点坐标, 由 A, B 坐标, 利用待定系数法可求得抛物线的表达式;

(2) 过 C 作 $CD \parallel y$ 轴, 交 x 轴于点 E , 交 OB 于点 D , 过 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F , 可设出 C 点坐标, 利用 C 点坐标可表示出 CD 的长, 从而可表示出 $\triangle BOC$ 的面积, 由条件可得到关于 C 点坐标的方程, 可求得 C 点坐标;

(3) 设 MB 交 y 轴于点 N , 则可证得 $\triangle ABO \cong \triangle NBO$, 可求得 N 点坐标, 可求得直线 BN 的解析式, 联立直线 BM 与抛物线解析式可求得 M 点坐标, 过 M 作 $MG \perp y$ 轴于点 G , 由 B, C 的坐标可求得 OB 和 OC 的长, 由相似三角形的性质可求得 $\frac{OM}{OP}$ 的值, 当点 P 在第一象限内时, 过 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H , 由条件可证得 $\triangle MOG \sim \triangle POH$, 由 $\frac{OM}{OP} = \frac{MG}{PH} = \frac{OG}{OH}$ 的值, 可求得 PH 和 OH , 可求得 P 点坐标; 当 P 点在第三象限时, 同理可求得 P 点坐标.

【解答】解：

(1) $\because B(2, t)$ 在直线 $y=x$ 上,

$\therefore t=2$,

$\therefore B(2, 2)$,

把 A、B 两点坐标代入抛物线解析式可得 $\begin{cases} 4a+2b=2 \\ \frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b=0 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$,

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y=2x^2-3x$;

(2) 如图 1, 过 C 作 $CD \parallel y$ 轴, 交 x 轴于点 E, 交 OB 于点 D, 过 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F,

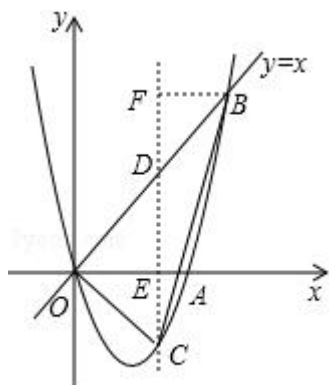


图1

$\because$ 点 C 是抛物线上第四象限的点,

$\therefore$ 可设 $C(t, 2t^2-3t)$, 则 $E(t, 0)$, $D(t, t)$,

$\therefore OE=t$, $BF=2-t$, $CD=t-(2t^2-3t)=-2t^2+4t$,

$$\therefore S_{\triangle OBC} = S_{\triangle CDO} + S_{\triangle CDB} = \frac{1}{2}CD \cdot OE + \frac{1}{2}CD \cdot BF = \frac{1}{2}(-2t^2+4t)(t+2-t) = -2t^2+4t,$$

$\because \triangle OBC$ 的面积为 2,

$\therefore -2t^2+4t=2$, 解得 $t_1=t_2=1$,

$\therefore C(1, -1)$;

(3) 存在.

设 MB 交 y 轴于点 N, 如图 1,

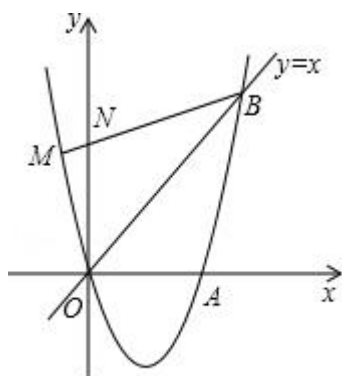


图2

$$\therefore B(2, 2),$$

$$\therefore \angle AOB = \angle NOB = 45^\circ,$$

在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle NOB$ 中

$$\begin{cases} \angle AOB = \angle NOB \\ OB = OB \\ \angle ABO = \angle NBO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle NOB \text{ (ASA)},$$

$$\therefore ON = OA = \frac{3}{2},$$

$$\therefore N(0, \frac{3}{2}),$$

$$\therefore \text{可设直线 BN 解析式为 } y = kx + \frac{3}{2},$$

$$\text{把 B 点坐标代入可得 } 2 = 2k + \frac{3}{2}, \text{ 解得 } k = \frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{直线 BN 的解析式为 } y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2},$$

$$\text{联立直线 BN 和抛物线解析式可得 } \begin{cases} y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2} \\ y = 2x^2 - 3x \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{3}{8} \\ y = \frac{45}{32} \end{cases},$$

$$\therefore M(-\frac{3}{8}, \frac{45}{32}),$$

$$\therefore C(1, -1),$$

$$\therefore \angle COA = \angle AOB = 45^\circ, \text{ 且 } B(2, 2),$$

$$\therefore OB = 2\sqrt{2}, OC = \sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle POC \sim \triangle MOB,$$

$$\therefore \frac{OM}{OP} = \frac{OB}{OC} = 2, \angle POC = \angle BOM,$$

当点 P 在第一象限时, 如图 3, 过 M 作 $MG \perp y$ 轴于点 G, 过 P 作 $PH \perp x$ 轴于点 H,

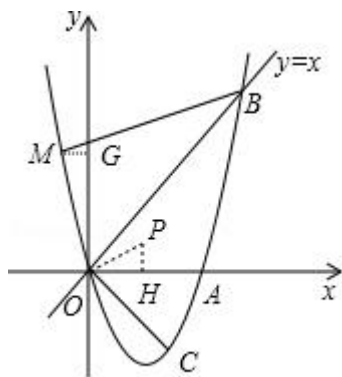


图3

$\because \angle COA = \angle BOG = 45^\circ$,

$\therefore \angle MOG = \angle POH$, 且 $\angle PHO = \angle MGO$,

$\therefore \triangle MOG \sim \triangle POH$,

$$\therefore \frac{OM}{OP} = \frac{MG}{PH} = \frac{OG}{OH} = 2,$$

$$\therefore M \left(-\frac{3}{8}, \frac{45}{32} \right),$$

$$\therefore MG = \frac{3}{8}, OG = \frac{45}{32},$$

$$\therefore PH = \frac{1}{2}MG = \frac{3}{16}, OH = \frac{1}{2}OG = \frac{45}{64},$$

$$\therefore P \left(\frac{45}{64}, \frac{3}{16} \right);$$

当点 P 在第三象限时, 如图 4, 过 M 作 $MG \perp y$ 轴于点 G, 过 P 作 $PH \perp y$ 轴于点 H,

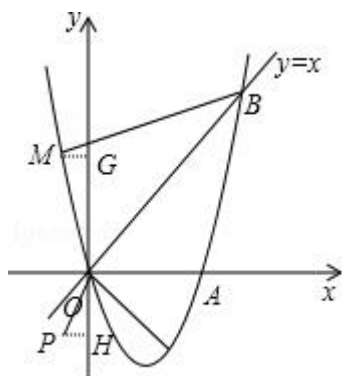


图4

$$\text{同理可求得 } PH = \frac{1}{2}MG = \frac{3}{16}, OH = \frac{1}{2}OG = \frac{45}{64},$$

$$\therefore P \left(-\frac{3}{16}, \frac{45}{64} \right);$$

综上所述存在满足条件的点 P, 其坐标为 $\left(\frac{45}{64}, \frac{3}{16} \right)$ 或 $\left(-\frac{3}{16}, \frac{45}{64} \right)$.

【点评】 本题为二次函数的综合应用, 涉及待定系数法、三角形的面积、二次函数的性质、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、方程思想及分类讨论思想等知识. 在

(1) 中注意待定系数法的应用，在 (2) 中用 C 点坐标表示出 $\triangle BOC$ 的面积是解题的关键，在 (3) 中确定出点 P 的位置，构造相似三角形是解题的关键，注意分两种情况． 本题考查知识点较多，综合性较强，难度较大．